Φημὶ ὖν ὡς ἡ ἐν τῷ κύκλῳ ἀναγκαία ταχύτης ἐςὶ $\sqrt{2\Delta A}$· ϗ γὰρ ἐκ $\Delta = \frac{T^2}{2A}$ (276) ἀποφέρεται $T^2 = 2\Delta A$, ϗ $T = \sqrt{2\Delta A}$· ὅθεν κτ. Ο.Ε.Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κωνικαῖς τομαῖς κινήσεως.

286. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ὅταν σῶμα καμπύλην καταγράφῃ τὴν ΣΜΔ (σχ. 5), ϗ ἡ βαρύτης αὐτῦ, ἢ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἀεὶ φέρηται πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον ε, αὕτη ἡ δύναμις Δ ἐν ἑκάςῳ σημείῳ Μ τῆς καμπύλης παραςαθήσεται διὰ τῆς ὀρθίας ἀκτῖνος εΜ $= \rho$, διαιρεθείσης διὰ τῦ παραγομένυ ἐκ τῦ κύβυ (ψ^3) τῆς καθέτυ εΓ (ψ), τῆς ἐπιζευγνυμένης ἐκ τῦ σημείυ ε ἐπὶ τὴν ἁπτομένην ΜΓ κατὰ τὸ σημεῖον Μ, ϗ ἐκ τῦ διπλῦ τῆς ἀκτῖνος τῆς καμπυλότητος Μτ $= 2\xi$· τυτέςι $\Delta = \frac{P}{2\psi^3\xi}$, τηρυμένων ἀμέλει τῶν ὀνομάτων ὡς ἐν Τ΄ ψ. Γ. 239.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐὰν τῶν δύω ταχυτήτων, ὧν ἔχει τὸ κινητὸν ἐν δυσὶ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ ὡς 1, ἡ δὲ μείζων κληθῇ Τ, ϗ τῶν δύω καθέτων τῶν ἐκ τύτων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ἀγομένων, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ 1, ἡ δὲ μείζων Ψ, ἐπεὶ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιςρόφῳ (268) τύτων τῶν καθέτων, ἔςαι ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία ἡ μείζων ταχύτης Τ πρὸς τὴν ἐλάσσω 1, ὡς ἡ ἐλάσσων κάθετος 1 πρὸς τὴν μείζω ψ, εἶτ᾽ ὖν $T : 1 :: 1 : \psi$· ἄρα

$T = \frac{1}{\psi}$· ἐκεῖ ἡ γενικὴ ἔκθεσις τῆς ταχύτητος, ἐν ἑνὶ σημείῳ Μ τῆς καμπύλης ἔςαι $T = \frac{1}{\psi}$ (*)· ὅθεν $T^2 = \frac{1}{\psi^2}$· ἀλλὰ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ἀναφερομένη πρὸς τὸ κ κέντρον τῆς κατὰ καμπυλότητα ἀκτῖνος, ἔςι $\frac{T^2}{2\xi}$ (Τ. ψ. Γ. 239, ϗ ἐνταῦθα 276)· ἀντικαταςάσει ἄρα ἀντὶ T^2 τῆς προεκτεθείσης αὐτῆς δυνάμεως, ἔςαι $\frac{1}{\psi^2} : 2\xi = \frac{1}{2\psi^2\xi}$, ἥ ἐςιν ἔκθεσις τῦ πλαγίυ ἡμιτόνυ Μζ, δυνάμεως ἐπικέντρυ ὡς πρὸς τὸ σημεῖον κ.

Ἐπὶ τύτοις Μχ, ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει, ἐμφανεῖ τὴν ἐπίκεντρον δύναμιν, ἀναφερομένην εἰς τὸ σημεῖον ε· ἀλλ' ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων Μχζ, ΜεΚ (Τ. ψ. Γ. 244)· ἔςι $M\zeta = \frac{1}{2\psi^2\xi} : M\chi :: \varepsilon K = \psi : \varepsilon M = \rho$· ἄρα $M\chi = \Delta = \frac{\rho}{2\psi^3\xi}$ (Συμϐ. Λογ. 250)· ἄρα κτ. Ο.Ε.Δ.

287. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ ἄτρεπτον τὸ 2, ὃ διαιρεῖ

(*) Ἐν γένει δυεῖν ποσοτήτων Π, π, ἀντιπεπονθότα λόγον ἐχυσῶν πρὸς δύω ποσότητας Ξ, ξ, δυνατὸν ἀεί ἐςιν εἰπεῖν, ὅτι $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$· ϗ γὰρ ἐν τῇ ἀναλογίᾳ $\Pi : \pi :: \xi : \Xi$, ἀεὶ δυνάμεθα ὑποθεῖναι π ϗ ξ = 1, εἴτ' ὖν ποιῆσαι $\Pi : 1 :: 1 : \Xi$· ὅθεν $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ϗ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$.

τὸ $\frac{\rho}{\psi^3 \xi}$, ἀεὶ ἐξέςαι δηλῶσαι τὴν κεντρικὴν δύναμιν διὰ

$$\Delta = \frac{\rho}{\psi^3 \xi}.$$

288. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἐὰν, ἐν ἡτινιῦν κωνικῇ τομῇ, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἡ ἄγυσα τὸ σῶμα πρὸς καταγραφὴν ταύτης τῆς κωνικῆς τομῆς, φέρηται πρὸς ἑςίαν, ἔςιν ἀναγκαίως ἐν λόγῳ ἀντιςρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποςημάτων τετραγώνων.

ΔΕΙΞΙΣ α΄. Ἀεὶ ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ ἀκτὶς τῆς καμπυλότητος ξ, ἴση ἐςὶ τῷ κύβῳ τῷ ἀπὸ τῆς ὀρθίας ἀκτῖνος εΜ (ρ^3), διαιρεθέντι διὰ τῦ κύβυ τῆς καθέτυ εΚ (ψ^3), εἴτ᾽ ὖν $\xi = \frac{\rho^3}{\psi^3}$ (Τ΄ψ. Γ. 244)· β΄. ἡ ἀπαιτυμένη πρὸς καταγραφὴν τῆς καμπύλης ἐπίκεντρος δύναμις ἔςι $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3 \xi}$. Β· ἀντικαταςάσει ἄρα ἀντὶ ξ τῆς κατ᾽ αὐτὴν δυνάμεως ἐν τῇ Β ἐξισώσει, ἔςαι $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3} = \frac{\psi^3}{\rho^3} = \frac{1}{\rho^2}$· ἀλλὰ $\rho^2 = \varepsilon M^2$, ἔςι τὸ ἀπὸ τῦ ἀποςήματος τετράγωνον, ἡ ἡ ἔκθεσις $\Delta = \frac{1}{\rho^2}$, δηλοῖ τὴν κεντρικὴν δύναμιν Δ, ἐν ἀντιςρόφῳ λόγῳ ὖσαν τῦ ἀπὸ τῆς ρ τετράγωνυ (Σημ. 286)· ἄρα κτ. Ο.Ε.Δ.

289. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Ἐὰν ἐν κωνικῇ τομῇ ἐγερθῇ ἀπὸ τῦ πέρατος ν^2 (Σχ. 5, 6) τόξυ ἀπειροςῦ τῦ $\nu M \nu^2$ κάθετος νυ (ϥ) τῇ ὀρθίᾳ ἀκτῖνι εΜ, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἐν τῷ σημείῳ Μ, ἴση ἔςαι τῷ ἀπὸ ταύτης τῆς

καθέτε τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν κωνικὴν τομὴν παραμέτρε π.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὰ τρίγωνα Μζχ, ν'υχ, ἐπεὶ ἡ γωνία $\zeta = \upsilon$, ϗ αἱ κατὰ τὸ χ γωνίαι, ὡς κατα κορυφὴν ἀντικείμεναι, ἴσαι, εἰσὶν ὅμοια· ἄρα $M\chi = \Delta : M\zeta = \frac{\upsilon^2}{2\xi}$ (Τ'ψ. Γ. 240) :: $\nu'\chi = \upsilon : \nu'\upsilon = y$· ἄρα $\Delta = \frac{\upsilon^3}{2\xi y}$ (Β).

Τὰ τρίγωνα ΜεΚ, ν'υχ, ἐπεὶ ἡ ὀρθὴ γωνία $K = \upsilon$, ϗ ἡ χ γωνία τε νυχ τριγώνε ἴση τῇ ὑπὸ εΜΚ, διὰ τὰς παραλλήλες νν', ΜΚ, εἰς ἃς ἐμπίπτει ἡ εΜ, εἰσὶν ὅμοια· ἄρα $\varepsilon M = \rho : \varepsilon\Gamma = \psi :: \nu'\chi = \upsilon : \nu'\upsilon = y$· ἄρα $\frac{\rho}{\psi} = \frac{\upsilon}{y}$ (Συμϐ. Λογ. 186)· ἄρα $\frac{\rho^3}{\psi^3} = \frac{\upsilon^3}{y^3}$.

Α'λλὰ $\xi = \frac{B^2\rho^3}{A\psi^3}$ (Τ'ψ. Γ. 244), τε μὲν Α τὸν πρῶτον δηλεντος ἡμιάξονα, τε δὲ Β τὸν δεύτερον (Τ'ψ. Γ. 240), ἀντικαταςάσει ἔςαι $\xi = \frac{B^2y^3}{A\upsilon^3}$· τιθεμένης ἄρα ἐν τῇ ἐξισώσει Β ταύτης τῆς δυνάμεως ἀντὶ ξ, ἔςαι $\Delta = \frac{\upsilon^3}{2y} \times \frac{Ay^3}{B^2\upsilon^3}$ (Α'ριθμ. 204) $= \frac{Ay^2}{2B^2}$· ἔςι δὲ τετο ἴσον τῷ ἀπὸ υ τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς παραμέτρε $\pi = \frac{2B^2}{A}$ (Τ'ψ. Γ. 169)· ϗ γὰρ $y^2 : \frac{2B^2}{A} = y^2 \times \frac{A}{2B^2} = \frac{Ay^2}{2B^2}$· ἄρα ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἴση ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς καθέτου τετραγώνῳ y^2, διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν κωνικὴν τομὴν παραμέτρου $\pi = \frac{2B^2}{A}$. Ο. Ε. Δ.

290. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Ὅταν πολλὰ ἅμα κινητὰ περὶ τὴν αὐτὴν ἑςίαν ε κωνικὰς τομὰς καταγράφωσι, τὰ ἐμβαδὰ τῶν κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον καταγραφομένων τομέων ἀνάλογά εἰσι ταῖς τετραγωνικαῖς ῥίζαις τῶν κατὰ τοὺς μεγάλους ἄξονας αὐτῶν παραμέτρων.

ΔΕΙΞΙΣ· ἐςὶ γὰρ (289) $M\chi = \Delta = \frac{y^2}{\pi}$ ἄρα $M\chi \times \pi = y^2$· ἀλλ' ἡ ἐπίκεντρος δύναμις $M\chi = \frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{\varepsilon M^2}$ (288)· ἄρα $\frac{1}{\varepsilon M^2} \times \pi = y^2 = \frac{\pi}{\varepsilon M^2}$· ἄρα $\pi = y^2 \times \varepsilon M^2$· ἄρα $\sqrt{\pi} = \sqrt{y^2 \times \varepsilon M^2}$· ἀλλ' ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τοῦ $y^2 \times \varepsilon M^2$ ἐςὶν ἀνάλογος τῷ ἐμβαδῷ τοῦ τομέως, ἢ τοῦ τριγώνου $\varepsilon M y'$· ἐπεὶ $\sqrt{y^2 \times \varepsilon M^2} = y \times \varepsilon M$, ἢ $y' \upsilon \times \varepsilon M$· ἐπεὶ ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου $\varepsilon M y' = \frac{y' \upsilon \times \varepsilon M}{2}$ (Γεωμ. 285), $\sqrt{\pi}$ ἐςὶν ἀνάλογος τῷ $\frac{y\upsilon \times \varepsilon M}{2}$, καὶ δὴ καὶ τῷ $y\upsilon \times \varepsilon M$ (Συμβ. Λογ. 241) καὶ τοὐναντίον. Ο. Ε. Δ.

291. ΠΟΡΙΣΜΑ. Τὸ ὅλον ἐμβαδὸν Σ ἑκάστης ἐλλείψεως ἐςὶν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τῆς π παραμέτρου αὐτῆς, καὶ τοῦ περιοδικοῦ χρόνου Χ· εἴτ' οὖν $\Sigma = \sqrt{\pi}X$· ὁ γὰρ περιοδικὸς χρόνος ἐςὶν ὡς τὸ πηλίκον τοῦ ὅλου ἐμβαδοῦ, διαιρεθέντος διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ διατρεχο-

μένε τομέως ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ (267)· ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τῦ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ καταγραφομένε τομέως ἐςιν ἀνάλογον τῇ $\sqrt{\pi}$ (290), ἢ δὴ δηλωθῆναι δύναται διὰ $\sqrt{\pi}$· ἄρα $\sqrt{\pi} \times X$ ἐμφαίνει τὸ ὁλικὸν ἐμβαδὸν ἑκάςης ἐλλείψεως (Ἀριθμ. 107)· ἄρα $\Sigma = \sqrt{\pi X}$· παρὰ ταῦτα ἐπεὶ τὸ ἐμβαδὸν Σ ἁπάσης ἐλλείψεως ἴσον ἐςὶ τῷ ἐμβαδῷ κύκλε, ἕ ἡ διάμετρος χ μέση εἴη ἀνάλογος τῦ μείζονος ἢ τῦ ἐλάσσονος τῶν ἀξόνων (Τ'ψ. Γ. 102), ἀνάλογον ἔςαι τῷ γινομένῳ ὑπὸ 2α, ἢ 2β (Συμβ. Λογ. 248) ἢ δὴ τῷ ὑπὸ α, ἢ β (Συμβ. Λογ. 247)· ἄρα $\sqrt{\pi} \times T = \alpha\beta$.

292. **ΘΕΩΡΗΜΑ Ε΄.** Ἐν ἐλλείψεσι, κοινὴν ἐχούσαις ἑςίαν, πρὸς ἣν φέρεται ἡ κεντρικὴ δύναμις, τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα εἰσὶν ὡς αἱ κύβοι τῶν ἀποςημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ· Ἔςι γὰρ $\pi = \frac{2\beta^2}{2}$ (Τ'ψ. Γ. 169)· ἄρα

$\alpha\pi = 2\beta^2$· ἄρα $\frac{\alpha\pi}{2} = \beta^2$· πολλαπλασιασμῷ διὰ α^2,

$\frac{\alpha^3\pi}{2}$ $\alpha^2\beta^2$· ὅθεν $\frac{\alpha^3\pi}{2} = \pi \times X^2$· ἄρα $\frac{\alpha^3}{2} = X^2$· ἄρα,

ἐπεὶ ἄτρεπτος ὁ 2 διαιρέτης, α^3 ἐςιν ἀνάλογον τῷ X^2, καὶ τἔμπαλιν· ἄρα τὰ X^2 τετράγωνα τῶν περιοδικῶν χρόνων εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποςημάτων κύβοι α^3. Ο. Ε. Δ.

293. **ΠΟΡΙΣΜΑ.** Ἐν ἐλλείψει ἐπεὶ ἡ μέση ἀπόςασις ἀπὸ τῆς ἑςίας ἐςὶν ὁ μέγας ἡμιάξων (84) τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγων, ἐπὶ τῶν διαφόρες ἐλλείψεις ὁμεςίες γραφόντων σωμάτων, ἔσονται ὡς οἱ κύβοι τῶν μέσων ἀποςημάτων· ἢ τοιός δε ὑπάρχει ὁ νόμος,

ὃν ἀνεκάλυψε Κέπλερος ἐν τῇ περὶ τὸν ἥλιον κινήσει τῶν πλανητῶν.

294. Ἐγνωσμένων τῶν περιοδικῶν χρόνων τῶν πλανητῶν, ϗ ἑνὸς αὐτῶν, τῆς γῆς τυχὸν, τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀποστήματος, διὰ τοῦ προεκτεθέντος νόμου, εὑρεῖν ὡς ἔγγιστα δυνησόμεθα τὰ πάντων τῶν λοιπῶν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀποστήματα.

Ἔστω ὁ περιοδικὸς τῆς γῆς χρόνος ὧραι 8766, ϗ 5392 (*) ὁ τῆς Ἀφροδίτης, ϗ τὸ ἀπὸ τοῦ ἡλίου τῆς γῆς ἀπόστημα 34760000 (**)· τετραγωνισθέντων οὖν τῶν δύω ἀριθμῶν, ϗ τοῦ τρίτου κυβισθέντος, γενέσθω μέθοδος τῶν τριῶν· $8766^2 : 5392^2 :: 34760000^3 : x^3$· ἐξαχθείσης δὲ τῆς κυβικῆς ῥίζης ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ἴσου τῷ x^3, εὑρεθήσεται τὸ τῆς Ἀφροδίτης ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα.

295. Ὡσαύτως ἐγνωσμένων τῶν κατὰ τοὺς δορυφόρους περιόδων, ϗ ἑνὸς τῶν τοῦ Διὸς φέρε τοῦ ἀπὸ τοῦ Διὸς αὐτοῦ ἀποστήματος, ἢ τοῦ ἑνὸς τῶν τοῦ Κρόνου ἀπὸ τοῦ Κρόνου αὐτοῦ, εὑρεθήσεται ϗ τῶν λοιπῶν τὸ ἀπὸ τοῦ ἀρχικοῦ αὐτῶν πλανήτου ἀπόστημα διὰ τῆς ἑξῆς τῶν τριῶν μεθόδου: Τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ περιοδικοῦ χρόνου τοῦ δοθέντος δορυφόρου τοῦ Διὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ περιοδικοῦ χρόνου ἄλλου δορυφόρου τοῦ αὐτοῦ Διὸς ἐστιν ὡς ὁ κύβος τοῦ ἀπὸ τοῦ Διὸς ἀποστήματος τοῦ δοθέντος δορυφόρου πρὸς τὸν κύβον x τοῦ ἀποστήματος τοῦ δευτέρου.

296. Ἡ μέθοδος αὕτη τοῦ ὁρίζειν τὰ τῶν ἀστέρων ἀποστήματα ἐκλαμβάνεται τοῖς ἀστρονομοῦσιν ἡ πασῶν

(*) Τίθενται ἀκριβεῖς ἐνταῦθα οἱ περιοδικοὶ χρόνοι, ὡς ὀψόμεθα ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

(**) Ὡς ϗ τοῦτο φανήσεται ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

ἀκριβεςέρα, δι' ἧς θηρεύεται ὡς ἔγγιςα ὁ λόγος τȣ̃ ἀποςήματος τῆς γῆς ἀπὸ τȣ̃ ἡλίȣ πρὸς τὰ τῶν ἄλλων πλανητῶν ἀποςήματα· ἐὰν ȣ̃ν ἀκριβῶς γινώσκηται τὸ τῆς γῆς ἀπὸ τȣ̃ ἡλίȣ ἀπόςημα, τἆλλα γνωσθήσεται ἀπολύτως· ἀλλ' ἡ δυχέρεια τȣ̃ εὑρεῖν ἀκριβῶς τὴν τȣ̃ ἡλίȣ παράλλαξιν, περὶ ἧς ἐρȣ̃μεν ἐν τοῖς ἐφεξῆς, καταλείπει ὑπέρ τε τȣ̃ τῆς γῆς, καὶ τῶν ἄλλων πλανητῶν, ἀποςήματος ἀβεβαιότητα περί πȣ τȣ̃δε.

297. **ΘΕΩΡΗΜΑ ς'.** Ἐν ἁπάσῃ κωνικῇ τομῇ αἱ ταχύτητες, ἃς κτᾶται τὸ κινητὸν ἐν διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, εἰσὶν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα ($\sqrt{\pi}$) τῆς παραμέτρȣ, διαιρεθεῖσα διὰ τῶν καθέτων Ψ τῶν ἀπὸ τῆς ἑςίας ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ἀγομένων.

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰσὶ γὰρ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ ἀντιςρόφῳ τῶν καθέτων Ψ (286)· ὅθεν (Σημ. 286.) $T = \frac{1}{\Psi}$· ἀλλ' ἐπεὶ ἄτρεπτος ἡ π, καὶ δὴ καὶ $\sqrt{\pi}$ ἐν τῇ αὐτῇ τομῇ, δυνατὸν ποιῆσαι $\sqrt{\pi} = 1$. καὶ δὴ $T = \frac{\sqrt{\pi}}{\Psi}$ Ο. Ε. Δ.

298. **ΠΟΡΙΣΜΑ. Α'.** Ἡ ταχύτης τȣ̃ κινητȣ̃ κατὰ τὴν κορυφὴν κωνικῆς τινος τομῆς (σχ. 4.) πρὸς τὴν ἐν κύκλῳ, ἔχοντι ἀκτῖνα τὴν ΣΑ, ἐςὶν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς παραμέτρȣ τῆς τομῆς πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τȣ̃ 2ΣΑ.

Καὶ γὰρ διὰ τὰ ἴσα ἀποςήματα ΣΑ ἔν τε κύκλῳ καὶ ἐν ἑτέρᾳ τομῇ τῇ ΑΒΓΔ, αἱ ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν παραμέτρων (297)· ἀλλ' ἐν κύκλῳ ἡ παράμετρος $\pi = 2\Sigma A$ (Τψ. Γ. 99.)· ἄρα $T : \tau :: \sqrt{\pi} : \sqrt{2\Sigma A}$; ἀλλ' ἐςὶν ἐν μὲν τῇ παραβολῇ π

$= 4\Sigma A$, ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει $\pi < 4\Sigma A$, ἐν δὲ τῇ ὑπερβολῇ $\pi > 4\Sigma A$ (Τ'ψ. Γ'. 252)· ἄρα ἡ ἐν τῷ Α ταχύτης ἐν μὲν τῇ παραβολῇ ἔϛαι πρὸς τὴν ἐν τῷ κύκλῳ ταχύτητα ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τȣ̃ $4\Sigma A$ πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τȣ̃ $2\Sigma A$, καὶ ἐπεὶ $4\Sigma A : 2\Sigma A :: 2 : 1$, ἐντεῦθεν ἄρα $\sqrt{4\Sigma A} : \sqrt{2\Sigma A} :: \sqrt{2} : \sqrt{1}$ (Συμβ. Λογ. 263)· ἄρα ἡ ἐν τῷ Α ἐπὶ τῆς παραβολῆς ταχύτης ἔϛαι πρὸς τὴν ἐπὶ τȣ̃ κύκλȣ $:: \sqrt{2} : \sqrt{1}$· ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως ἔϛαι ἐλάττων ἢ $\sqrt{4\Sigma A} : \sqrt{2\Sigma A}$, καὶ δὴ ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$· ἐπὶ δὲ τέλος τῆς ὑπερβολῆς ἔϛαι μείζων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ (*)

299. **ΠΟΡΙΣΜΑ.** Ἐὰν ἄρα σώματι, ἀγόμενον ὑπὸ μιᾶς ἡστινοσȣ̃ν ἐπικέντρȣ δυνάμεως, ἣ ἂν εἴη ἐν λόγῳ ἀντιϛρόφῳ τȣ̃ τετραγώνȣ τȣ̃ ἀπὸ ἀποϛήματος σημείȣ τινὸς ὡς ἑϛίας θεωρȣμένȣ τῆς καταγραφομένης καμπύλης, διαγράψει πάντως τῇ κινήσει κωνικὴν τομήν· καὶ γὰρ ἤτοι ἡ ταχύτης ἔσεται ἴση τῇ, ἣν ἂν προσκτήσαιτο, ἐλευθέρως πίπτον πρὸς τὸ ἥμισυ τȣ̃ ἀποϛήματος τῆς ἑϛίας (282), καὶ δὴ καταγράψει κύκλον, ἢ ἡ ταχύτης, καθ' ἣν φέρεται, πρὸς τὴν ταχύτητα, ἣν ἂν ἐκτήσατο, γράφον κύκλον ἰσοϋψῆ, ἔϛιν ἐν λόγῳ $\sqrt{2} : 1$, καὶ δὴ τὸ γραφησόμενον ἔϛαι παραβολή, ἢ ἐκείνης πρὸς ταύτην ὁ λόγος ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : 1$, καὶ γραφήσεται ἔλλειψις, ἢ τέλος μείζων, καὶ γραφήσεται ὑπερβολή (298).

300. **ΘΕΩΡΗΜΑ Ζ'.** Ἡ ταχύτης ἐπὶ τȣ̃ πέρατος

(*) Ἐν ἁπάσαις ταύταις ταῖς περιπτώσεσι α'. ὁ λόγος, εἴτ' ἂν τὸ πηλίκον, ἐκλαμβάνεται ὡς προϊὸν διαιρέσει τȣ̃ ἡγȣμένȣ $\sqrt{2}$ διὰ τȣ̃ ἑπομένȣ $\sqrt{1}$· β'. ἐπεὶ $\sqrt{1} = 1$ (Συμβ. Λογ. 82) ὁ λόγος $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ ταυτίζεται τῷ $\sqrt{2} : 1$

τῦ ἐλάττονος ἄξονος τῆς ἐλλείψεως ἴση ἐςὶ τῇ ἐν κύκλῳ διὰ τῦ αὐτῦ γραφέντος διαςήματος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ κάθετος, ἡ ἀπὸ τῆς ἑςίας ἐπὶ τὴν ἁπτομένην κατὰ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ περατῦται ὁ ἐλάσσων ἄξων, ἀγομένη, ἴση ἐςὶ τῷ ἡμιάξονι · β. ἐ͂ γὰρ ἡ ἁπτομένη, ἡ ἐπὶ τὸ πέρας Γ τῦ ἐλάττονος ἄξονος ἀγομένη, παράλληλος ἔςαι τῷ μείζονι ἄξονι, ἥτε κάθετος, ἡ ἐκ τῆς ἑςίας Σ (σχ. 4) ἐπὶ τὴν ἁπτομένην ταύτην ἀγομένη, ἐ͂ ὁ ἐλάσσων ἡμιάξων ΓΝ, ἔσονται δύω κάθετοι ἀπολαμβανόμεναι ὑπὸ δύω παραλλήλων, ἐ͂ ἑπομένως ἴσαι· ἔςι δὲ ἡ τῆς ἐλλείψεως παράμετρος $\frac{2\beta^2}{\alpha}$ (Τ'ψ. Γεωμ. 169) ὅθεν ἡ ταχύτης, ἡ πρὸς τῷ πέρατι τῦ ἐλάσσονος ἄξονος, ἔςιν ὡς $\sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha}} : \beta$ (297) $= \frac{1}{\beta} \times \sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha}}$ (Ἀριθμ. 203) $= \sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha\beta^2}}$ (Συμβ. Λογ. 167)· ἄρα $T = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. ἐκεῖν ἐν κύκλῳ, ἀκτῖνα ἔχοντι $\Sigma O = \alpha$, ἔςιν ἡ ταχυτὴς $T = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\alpha}$ (Τ'ψ.Γ.99, 297) $= \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2}}$ (Συμβ. Λογ. 82) $= \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. ἐκεῖν ἡ ταχυτὴς ἔςαι ἐπὶ τῦ κύκλυ, ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως, ἐν τῇ περιπτώσει τῦ θεωρήματος, ἐμφαινομένη διὰ τῦ $\sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ τοίνυν, ἐν διαφόροις ὁμοκέντροις κύκλοις, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ἐν ἀντιςρόφῳ λόγῳ τῶν ῥιζῶν τῶν ἀποςημάτων (286), αἱ μέσαι ταχύτητες σωμάτων, καταγραφόντων διαφόρους ἐλλείψεις, ἔσονται ὡσαύτως ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν τῶν ἀποστημάτων· ἕτερος οὗτος νόμος (293), ὃν Κέπλερος ἐσημείωσεν ἐν τῇ τῶν πλανητῶν περὶ τὸν ἥλιον κινήσει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ τῶν νόμων τῆς συγκρούσεως.

301. Σύγκρουσις ἀκούει, ὅταν σῶμα τὸ Α προσβάλλῃ σώματι ἑτέρῳ τῷ Β (σχ. 7), καὶ νόμοι συγκρούσεως, ἢ μεταδόσεως ἀλλήλοις τῆς κινήσεως, οἱ παρατηρούμενοι ἐν τῇ σώματος πρὸς σῶμα προσβολῇ.

Καὶ εὐθεῖα μὲν ἡ σύγκρουσις, ἡνίκα τὸ συγκροῦον φέρηται τῷ συγκρουομένῳ κατὰ κάθετον τὴν ΓΔΖ, λοξὴ δὲ, ὅταν φέρηται μὴ κατὰ κάθετον ἀλλὰ πλαγίως.

302. Σῶμα, σκληρὸν μέν ἐστι τὸ ἐν τῷ συγκρούεσθαι μὴ ἀλλοιούμενον τὸ σχῆμα, ἢ τὸ ἀνένδοτον μένον ἐν τῷ καταθλίβεσθαι· ἐλαστικὸν δὲ, ὃ συγκρουόμενον, ἐνδίδωσι μὲν καὶ μεταβάλλει τὸ σχῆμα, ἀφάλλεται δὲ μετὰ τὴν σύγκρουσιν, καὶ ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον σχῆμα· εἰσὶ δὲ τοιάδε πολλὰ, μέταλλα, ξύλα, ὀστᾶ, κτ. ἁπαλὸν δὲ, ὃ συγκρουόμενον, ἀλλοιοῦται τὸ σχῆμα, καὶ ἠλλοιωμένον μένει καὶ μετὰ τὴν κατάθλιψιν, οἷον ὁ κηρὸς, τὸ βούτυρον, τὸ μέλι κτ.

303. Τοιγαροῦν κατὰ τοὺς ἤδη ἐκτεθέντας ὁρισμοὺς, σῶμα ἐντελῶς σκληρὸν ἂν εἴη, οὗ οὐδεμία δύναμις μεταβαλεῖν τὸ σχῆμα δύναται· σῶμα δὲ ἐντελῶς ἐλαστικὸν, ὃ συνθλιβόμενον ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον σχῆμα, διὰ τῆς

αὐτῆς ἀφαλλόμεναι δυνάμεως, δι' ἧς ϗ συγκατατέθλιπται· σῶμα δὲ τελέως ἁπαλὸν, ὃ συνθλιβόμενον ὐδόλως σπεύδει εἰς τὸ ἐπαναλαβεῖν, ὃ ἀπέθετο σχῆμα.

304. Καίτοι δὲ τὰ σώματα, ὡς οἴδαμεν, ὐδ' ἐντελῶς σκληρὰ, ὐδ' ἐντελῶς ἐλαστικὰ, ὐδ' ἐντελῶς εἰσὶν ἁπαλὰ, ὡς τοιαῦτα μέντοι ἡμεῖς αὐτὰ ὑποθησόμεθα, ἵνα ἡ ἀποδοθησομένη θεωρία ἔχοι τοῖς σώμασιν ἐφαρμόζεσθαι κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον, καθ' ὅσον ἂν αὐτοῖς μετῇ τῆς ἐντελῦς σκληρότητος, ἢ ἁπαλότητος, ἢ ἐλαστικότητος.

Ὑποθησόμεθα δὲ ἤδη τὰ σώματα συγκρύεσθαι κατ' εὐθεῖαν ἀλλήλοις.

Περὶ τῆς συγκρύσεως τῶν σκληρῶν.

305. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἡνίκα σῶμα σκληρὸν τὸ Α προσβάλλει σώματι σκληρῷ τῷ Β, ἐλευθέρῳ τε ϗ ἠρέμῳ, ἡ πρὸ τῆς συγκρύσεως ποσότης τῆς κινήσεως αὐτῦ διανέμεται τῷ τε Α ϗ τῷ Β ἀναλόγως αὐτῶν ταῖς μάζαις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἵνα τὸ σῶμα Α κατὰ συνέχειαν κινῆται πρὸς τὸ Υ, ἐπάναγκες ἀπαντῆσαν τῷ Β, ὃ διαχωρῆσαι ὐδύναται (66), ἀποκρύσασθαι αὐτὸ εἰς τὰ ἔμπροσθεν, ϗ κινήσεως αὐτῷ μεταδῦναι, ὥςε ὑποχωρεῖν τῷ προσβαλόντι ἐν ἑκάςῳ λεπτῷ· ἵνα δὲ τῦτο γένηται, ἀνάγκη ἀμφότερα τῷ αὐτῷ τάχει κινεῖσθαι, ᾧ κινεῖται τὸ Α μετὰ τὴν σύγκρυσιν· πρὸς δὲ τῦτο ἑκατέρῳ δεῖ ποσότητος κινήσεως ἀναλόγυ τῇ αὐτῶν μάζῃ (131)· ἀνάγκη ἄρα τὸ Α διανείμασθαι τῇ τε ἑαυτῦ ϗ τῇ τῦ Β μάζῃ πᾶσαν, ἣν εἶχε κίνησιν πρὸ τῆς συγκρύσεως, ὥςε ἀποτελεσθῆναι τὰς δύω ποσότητας τῆς κινήσεως, ἣν ἔχον ἄμφω μετὰ τὴν σύγκρυσιν· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

306. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως, τὸ γινόμενον ἦν ἐκ τῆς μάζης, ἣ καλείσθω Μ, καὶ τῆς αὐτοῦ ταχύτητος, ἣ ἀκουέτω Τ, εἴτ' οὖν ΜΤ· ἐὰν οὖν κληθῇ μ ἡ τοῦ Β μάζα, ἡ διανομὴ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἡ γινομένη ἐν τῇ συγκρούσει τῶν σωμάτων, παρασαθήσεται διὰ $\frac{M . T}{M + \mu}$, ὅς ἐστι τύπος γενικὸς τοῦ καθολικοῦ νόμου τῆς συγκρούσεως, ἢ τῆς μεταδόσεως τῆς κινήσεως.

307. ΣΧΟΛΙΟΝ. Καλουμένης 1 τῆς ἐλάττονος μάζης τοῦ Β σώματος, καὶ ν τοῦ μεταξὺ τῶν δύω μαζῶν λόγου, ἡ μείζων γενήσεται (Ἀριθμ. 107) $1 \times \nu = \nu$· ἔσω γὰρ ἡ μείζων τετραπλασία τῆς ἐλάσσονος, ἣν ἀεὶ καλεῖν δυνάμεθα 1· ὁ οὖν λόγος, ἢ τὸ πηλίκον 4 τῆς μείζονος, διαιρεθείσης διὰ τῆς ἐλάσσονος 1, ἔσαι 4, καὶ $4 \times 1 = 4 = \nu$, ὃ ἐμφαίνει τὴν μείζονα, τῆς ἐλάσσονος δηλουμένης διὰ 1.

Οὕτως οὖν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως ΜΤ, ἣν εἶχε τὸ συγκροῦσαν σῶμα, μερίσασι ταῖς δυσὶ μάζαις 1 καὶ ν, τὸ μὲν τῆς μείζονος μέρος ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1}$, τὸ δὲ τῆς ἐλάττονος, $\frac{1}{\nu + 1}$· ὥσε συναπτόμενα ταῦτα τὰ κλάσματα ἀποτελεῖν $\frac{\nu + 1}{\nu + 1} = 1 = MT =$ τῇ ὅλῃ δηλονότι ποσότητι τῆς κινήσεως· ἐὰν οὖν $\nu = 4$, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{4}{4 + 1} = \frac{4}{5}$, καὶ $\frac{1}{\nu + 1} = \frac{1}{4 + 1} = \frac{1}{5}$· ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως διανενέμηται τοῖς ν, 1, εἴτ' ἒν τοῖς 4, 1, ἢ τοῖς 5, ἡ μὲν μάζα 4 ἕξει ταύτης τῆς κινήσεως τέσσαρα πεμπτημόρια, εἴτ' ἒν $\frac{4}{4+1}=\frac{\nu}{\nu+1}$, ἡ δὲ μάζα 1 ἕξει 1 πεμπτημόριον αὐτῆς, εἴτ' ἒν $\frac{1}{4+1}=\frac{1}{\nu+1}$· ἔςι δὲ $\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}=1=$ ΜΤ.

308. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Τὸ μέρος, ὃ τὸ συγκροῦον σῶμα κατέχει τῆς προτέρας ἑαυτοῦ κινήσεως, εἴτ' ἒν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ἔχει μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἔςι $\frac{\nu}{\nu+1}$, ἣν δὲ προσλαμβάνει τὸ συγκρουόμενον, $\frac{1}{\nu+1}$, εἰ μεῖζον εἴη τὸ συγκροῦον· εἰ δὲ ἔλαττον, ὃ μὲν κατέχει τῆς κινήσεως ἔςι $\frac{1}{\nu+1}$, ὃ δὲ μεταδίδωσι, $\frac{\nu}{\nu+1}$.

309. Ἐντεῦθεν γενικῶς συνάγεται· „ἡ ποσότης „τῆς κινήσεως, ἣν κατέχει τὸ συγκροῦον Α, πρὸς ἣν „εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἔςιν ὡς ἡ μάζα Α πρὸς τὸ „ἄθροισμα τῶν δύω μαζῶν Α + Β“· εἰ μὲν γὰρ Α = Β, $\frac{\nu}{\nu+1}$ γίνεται $\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$, εἴτ' ἒν τὸ συγκροῦον κατέχει ἑαυτῷ τὸ ἥμισυ τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως· καὶ δὴ ἔςαι $\frac{1}{2}:1::1:2$· εἰ δ' Α > Β, ἔςαι $\frac{\nu}{\nu+1}:1::\nu:\nu+1$ (Συμβ. Λογ. 240)· ὑποτεθέντων δὲ Α = 2Β, Α = 3Β, Α = 4Β κτ.· εὑρεθήσεται $\frac{\nu}{\nu+1}=\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ κτ. τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγ-

κρούσεως· εἰ δὲ τοὐναντίον $A < B$, ἔςαι $\frac{1}{\nu + 1} : 1 :: 1 : \nu + 1$· ὑποτεθέντων δὲ $B = 2A$, $B = 3A$, $B = 4A$ κτ., ἔςαι ὑπὲρ τοῦ A $\frac{1}{\nu + 1} = \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ κτ. τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως.

310. **ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.** Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ συγκρούοντος σώματος, μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἔςι πρὸς τὴν τοῦ συγκρουσθέντος, ὥσπερ ἡ μάζα τοῦ πρώτου πρὸς τὴν μάζαν τοῦ δευτέρου· ϗ γὰρ, ἐὰν τὸ συγκροῦον σῶμα ᾖ μεῖζον, ἡ ποσότης αὐτοῦ τῆς κινήσεως μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἔςι $\frac{\nu}{\nu + 1}$, ἡ δὲ τοῦ συγκρουσθέντος $\frac{1}{\nu + 1}$· ἀλλὰ $\frac{\nu}{\nu + 1} : \frac{1}{\nu + 1} :: \nu : 1$ (Συμβ. Λογ. 240), εἰ δὲ τοὐναντίον $B > A$, ἔςαι $\frac{1}{\nu + 1} : \frac{\nu}{\nu + 1} :: 1 : \nu$.

311. **ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄.** Ἡ κοινὴ ταχύτης τῶν σωμάτων A, B μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἔσεται $\chi = \frac{\Sigma T}{\Sigma + \sigma} = \frac{1}{\nu + 1}$ (307)· ϗ γὰρ τὸ ἄθροισμα τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν ἕξουσι τὰ σώματα A, B μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἔσεται αἱ μάζαι αὐτῶν ν, 1 πολλαπλασιασθεῖσαι ἐπὶ τὴν κοινὴν ταχύτητα χ, εἴτ' οὖν $\overline{\nu + 1} \cdot \chi$· ἀλλὰ δεῖ εἶναι $\overline{\nu + 1} \cdot \chi = MT = 1$, εἴτ' οὖν τῇ πρὸ τῆς συγκρούσεως ποσότητι τῆς κινήσεως τοῦ συγκρούοντος

(Α'ριθμ. 107) ἄρα $\overline{\nu + 1} . \chi = ΣΤ = 1$· ἄρα $\chi = \frac{1}{\nu + 1}$ (Συμβ. Λογ. 393).

312. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐὰν σῶμα τὸ Α προσβάλῃ σώματι ἑτέρῳ τῷ Β κινυμένῳ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν ΓΔΤ, ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχύτης μετὰ τὴν σύγκρυσιν, ἴση ἔςαι τῷ ἀθροίσματι τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον τὰ σώματα πρὸ τῆς συγκρύσεως, διαιρεθείσης διὰ τῶν μαζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Καλυμένης χ τῆς ταχύτητος, ἣν ἕξυσι συγκρυσθέντα τὰ σώματα (305), ϗ Τ, τ τῶν πρὸ τῆς συγκρύσεως ταχυτήτων, ϗ τῶν πρὸ τῆς συγκρύσεως ποσοτήτων τῶν κινήσεων $\nu \times T + 1 \times \tau$, ἡ ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως μετὰ τὴν σύγκρυσιν ἔςαι $\overline{\nu + 1} \times \chi$ (115), ἥτις ὀφείλει εἶναι $= \nu \times T + 1 \times \tau$ ποσότητι ὁλικῇ τῆς πρὸ τῆς συγκρύσεως κινήσεως· εἴγε ὐδὲν ὅλως φθείρεται τῆς ὅλης ποσότητος τῆς πρὸ τῆς συγκρύσεως κινήσεως· ἔςαι ἄρα $\overline{\nu + 1} \times \chi = \nu \times T + 1 \times \tau$·

ἄρα $\chi = \frac{\nu \times T + 1 \times \tau}{\nu + 1}$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν αἱ μάζαι ὦσιν ἴσαι, ἡ κοινὴ ταχυτὴς χ ἔςαι τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύω προτέρων ταχυτήτων· ἔςαι γὰρ $\frac{1 \times T + 1 \times \tau}{1 + 1} = \frac{T + \tau}{2}$.

313. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ἐὰν, φοραῖς ἐναντίαις κινέμενα τὰ σώματα Α, Β, συγκρυσθῶσιν ἀλλήλοις, ἡ μετὰ τὴν σύγκρυσιν ὁλικὴ ποσότης τῆς κινήσεως ἔςαι ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον πρὶν συγκρύσασθαι τὰ σώματα.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ μέρος τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως τοῦ ἰσχυροτέρου σώματος, τὸ ἴσον τῇ ποσότητι τῆς κινήσεως τοῦ ἀσθενεστέρου, καὶ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ ἀσθενεστέρου, εἰσὶ δύω δυνάμεις ἐναντίαι καὶ ἴσαι, αἵτινες ἀφανίζονται· ἐναπολειφθήσεται ἄρα μετὰ τὴν σύγκρουσιν τὸ μέρος τῆς κινήσεως, ᾧ τὸ ἰσχυρότερον ὑπερεῖχε τοῦ ἀσθενεστέρου, εἴτ' οὖν ἡ διαφορὰ τῶν δύω ποσοτήτων τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεων. Ο.Ε.Δ.

314. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἐὰν οὖν αἱ δύω ποσότητες τῶν κινήσεων ὦσιν ἴσαι, ἤ, ὃ ταυτὸν, ἐὰν τὰ δύω σώματα Α, Β ἔχωσιν ἴσην μάζαν, καὶ ἴσην ταχύτητα, ἢ τέλος αἱ αὐτῶν μάζαι ὦσιν ἀντιστρόφως ὡς αἱ αὐτῶν ταχύτητες (117), ἐπεὶ ἡ μεταξὺ τῶν δυω ποσοτήτων διαφορὰ ἔσται 0, κίνησις μὲν ἔσται οὐδεμία, τὰ δὲ σώματα ἠρεμήσουσι.

315. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἐὰν θάτερον τῶν σωμάτων μείζω ἔχῃ ποσότητα κινήσεως, α΄. ἀποκρούσει θάτερον κατὰ τὴν ἑαυτοῦ φοράν· β΄. ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσται ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, διαιρουμένη διὰ τῶν μαζῶν, εἴτ' οὖν $\chi = \frac{\nu T - \iota\tau}{\nu + \iota}$· ἐπεὶ γὰρ τῆς ὅλης κινήσεως τοῦτο μόνον λείπεται, διανεμηθῆναι ὀφείλει ταῖς δυσὶ μάζαις, ἵν' ἔχωσιν ἴσῃ ταχυτῆτι κινεῖσθαι· ἄρα ἡ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσεται $\chi = \frac{\nu T - \iota\tau}{\nu + \iota}$.

316. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ἐντεῦθεν ἄρα, ἐπεὶ τὰ δύω σώματα ἐκληφθῆναι δύνανται ἤρεμα κατά γε τὸ κοινὸν καὶ ἴσον μέρος τῆς ποσότητος τῆς αὐτῶν κινήσεως, δυνατὸν ἐκδέξασθαι τὸ ἰσχυρότερον σῶμα ὡς προϊέμενον κατὰ

τῦ ἀσθενεςέρυ ἠρεμῦντος, ταχυτῆτι ἴσῃ τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως.

317. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἀ κ ί ν η τ ο ν σῶμα κληθῆναι δύναται ἤτοι ὅλον, ἐὰν ὅλον μεταβῆναι μὴ ἔχῃ ἐκ τόπυ εἰς τόπον, ἢ ἐν μέρει, ἡνίκα τὰ μέρη αὐτῦ ἐγγὺς ἀλλήλων γενέσθαι μὴ ἔχῃ, μεταβάλλοντα τὴν αὐτῶν θέσιν, ὃ κυρίως ἄ θ λ ι π τ ο ν ς ε ῤ ῥ ὸ ν ὀνομάζεται, ἁπάσης καταθλίψεως ὂν ἀνεπίδεκτον· προείσθω γὰρ λίθος κατὰ σωρείας ἀργίλλου· καίτοι ὖν ὁ λίθος ὐ δύναται ἐκτοπίσαι τὴν τῆς ἀργίλλου σωρείαν, δύναται μέντοι τοῖς μέρεσιν αὐτῆς μεταβολήν τινα ἐμποιῆσαι, συμπυκνῶσαι πρὸς ἄλληλα, ϗ τῇ σωρείᾳ κοιλότητα ἐνεργάσασθαι· ᾗ μὲν ὖν ὐκ ἐκτετόπισαι ἡ ἄργιλλος, ἀ κ ί ν η τ ο ς ἂν κληθείη, ᾗ δὲ τὰ μέρη αὐτῆς τετάρακται ὑποχωρήσαντα, ὐκ ἂν ἄθλιπτος ἀποκληθείη· ἐξεταςέον ὖν τὰ συμβαίνοντα σώματι σκληρῷ ἀκινήτῳ τε ἀπολύτως, ϗ ἀθλίπτῳ ὑποτιθεμένῳ, εἰ προεθείη κατ᾽ ἄλλυ σώματος.

318. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ΄. Σῶμα σκληρὸν τὸ Α κατὰ κάθετον προϊέμενον κατ᾽ ἄλλυ σώματος τῦ Β ἀπολύτως ἀκινήτυ ϗ ἀθλίπτυ ἠρεμήσει μετὰ τὴν σύγκρυσιν (σχ.7).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ κίνησις τῦ Α γινομένη κατὰ τὴν φορὰν ΚΖΤ ὐχ᾽ ὅπως ὐκ ἔςι δεξιὰ κινῆσαι αὐτὸ κατὰ τὴν ἐναντίαν φορὰν ΤΖΚ, ἀλλὰ ϗ ἐμποδὼν αὐτῷ προσίςαται· ἀνάγκη τοίνυν, ταύτην μὲν ἄρδην ἀφανισθῆναι, ἐνεγερθῆναι δ᾽ ἄλλην, ᾗ ἂν παλινδρομήσειε κατὰ τὴν φορὰν ΤΖΚ· ἀλλ᾽ ἔςιν ὐδεμία δύναμις, ἡ κινῦσα αὐτὸ κατὰ τὴν φορὰν ΤΖΚ· ἄρα ταύτην ὐκ οἰσθήσεται, ὔτε δὲ τὴν φορὰν ΖΤ ἐνεχθῆναι δύναται, ὔτε γὰρ διαχωρῆσαι (66), ὔτε καθ᾽ ὑπόθεσιν ἀποκρῦσαι εἰς τὰ πρόσω, ἢ συνθλίψαι τὸ σῶμα Β, ὔτε δὲ πρὸς δεξιὰν ὔτε πρὸς ἀριστερὰν τραπέσθαι διὰ τὴν ἀδράνειαν (82)· λοιπὸν ἄρα αὐτῷ ἀναγκαίως καθηρεμῆσαι. Ο. Ε. Δ.

319. Τί δ' ἄρα γενήσεται ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ τοῦ Α κίνησις; ἐρεῖ τις τυχόν· εἰ γὰρ φθαρείη, ἥκιστ' ἂν ὅλως τοῦθ' ὑποσταίη ὑπ' οὐδεμιᾶς αἰτίας· ἀπαντῶν μετά τινων, ὅτι φθείρεται ὑπὸ τῆς ἀντιδράσεως, ἢ ἐνστάσεως τοῦ σώματος Β, ἀπίθανον ὅλως ἡμῖν δοκεῖ· ἀντίδρασις γὰρ, ἢ ἔνστασις παντὸς σώματος, ἐστὶν ἀφαίρεσις τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς αἰτίας, ἡ ἀναλόγως τελουμένη τῇ ἐκ τῆς αἰτίας ἐμποιουμένῃ τῷδε τῷ σώματι μεταβολῇ (88)· ἀλλὰ τὸ Α οὐδεμίαν ἐμποιεῖ τῷ Β, ἀκινήτῳ καὶ ἀτρέπτῳ ὄντι, μεταβολήν· ἥτις οὖν ἡ τοῦ Β ἀντίδρασις, ἐμοὶ γοῦν πάντῃ καθέστηκεν ἄδηλον· ἐμοὶ τοίνυν εἰπεῖν ἀπόχρη, τὴν ὑπόθεσιν τοῦ ἀπολύτως ὑπάρχειν σῶμα ἀκίνητον ταῖς ἀδυνάτοις ἐγκαταλέγεσθαι, ὡς αὐτίκα φανήσεται, καὶ οὐδὲν ξένον εἰ καὶ ἀποτέλεσμα ἀναίτιον γίνεται· ἀπολύτως δ' ἀθλίπτου σώματος ὑπόδειγμα οὐδέπω ἔγνων ἐν τῇ φύσει.

Ἀλλὰ γὰρ ἀκριβέστερον ἀνιχνεύουσι τὴν φύσιν τῶν σωμάτων, καταφαίνεται εὐμαρῶς α΄. πᾶσαν κίνησιν παραίτιον γίνεσθαι τοῦ ἑαυτῆς ἀποτελέσματος· β΄. ἀκίνητον καὶ ἄθλιπτον σῶμα καλεῖσθαι δύνασθαι σῶμα πλείστην ἔχον μάζαν πρὸς ἄλλο παραβαλλόμενον ἐλαχίστης εὐμοιροῦν μάζης, εἴτε σκληρὸν εἴη, εἴτε ἁπαλὸν, εἴτε ἐλαστικόν. Τεῖχος, φέρε, δύναται ἐκληφθῆναι ὡς σῶμα ἀκίνητον καὶ ἄθλιπτον παραθέσει πρὸς σφαῖραν πυροβολικὴν, ἢ σφαῖραν ἀργίλλου, αἳ προσβαλοῦσαι τῷ τείχει καθηρεμήσουσιν, ἀφαιρουμένου τοῦ ἐλαστικοῦ, οὗ εὐμοιρεῖν ἔχει τὸ τεῖχος καὶ τὰ αὐτῷ προσβάλλοντα.