

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

## Περὶ ἑτερογενῶν ὑγρῶν.

45. ΘΕΩΡΗΜΑ. Δύω ἑτερογενῆ ὑγρά ἀντιρρό-  
πήσουσιν, ὅταν ὡσι τὰ ὕψη αὐτῶν ἀντιρρόφως ὡς αὐτῶν  
αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες. •

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ βεβαιότατον μέσον τῶν φυσικῶν γνώ-  
σεων, ἢ πείρα, ἔτις ἡμᾶς βεβαιῶι· ἴσμεν γὰρ τὸν ὑδράρ-  
γυρον δεκατετραπλασίως ὄντα τῆ κοινῆ ὕδατος βαρύτε-  
ρον· ἀλλ' εἰάν ληφθῆ τῆ ΑΘΒ ὀρθῆ σίφωνος τὸ ΒΘ =  $\frac{1}{4}$   
τῆ ΑΘΒ, ἢ ἐπομένως =  $\frac{1}{4}$  τῆ ΓΔ, ἢ ὕδωρ ἐγκυθῆ  
τῷ ΓΔ, ἐς ὅπερ ἀνέλθοι εἰς τὸ Θ ὁ ἐν τῷ ΑΒ ὑδράρ-  
γυρος, τὸ ὕδωρ ἀναβήσεται μέχρι τῆ Γ, ἢ αἱ δύο σή-  
λαι ἡρεμήσουσιν· ἐνταῦθα ἄρα τὸ ὕψος τῆ ὑδραργύρου πρὸς  
τὸ ὕψος τῆ ὕδατος, ὡσπερ 1 εἰδικὴ βαρύτης τῆ ὕδατος:  
14 εἰδικὴν βαρύτητα τῆ ὑδραργύρου.

Ἀλλὰ ἢ ἐκ τῶν προειρημένων δείκνυται· ἢ γὰρ σύ-  
λης ὑγρῆ κατάθλιψις ἴση τίθεται τῷ αὐτῆς ὕψει, ὅτι τὸ  
ἄθροισμὰ ἐσι πασῶν τῶν καταθλίψεων, ἢ βαρυτήτων, τῶν  
ἐκ τῶν μορίων τῆ ὑγρῆ τῶν κατὰ κάθετον διὰ ὅλη τῆ ὕ-  
ψος διατεταγμένων· ὅσω δὲ πλείω βαρύτητα εἰδικὴν τὰ  
ὑγρά ἔχει, τοσούτω τὸ ὕψος ἀναλόγως, τῶν ἰσαριθμῶν  
μορίων βραχύτερον· ἐχέτω γὰρ ἢ εἰδικὴ τῆ ὑδραργύρου  
βαρύτης πρὸς τὴν τῆ ὕδατος :: 14 : 1, τῆτ' ἔσιν ἐν τῷ  
αὐτῷ ὄγκῳ ἔσω δεκατετραπλασίως ἐκείνος τύπος βαρύ-  
τερος· ἐνταῦθεν ἄρα δῆλον, ὅτι ὑδραργύρου μορίων ἰσ-  
αριθμῶν ὕδατος μορίοις ὁ ὄγκος ἔσται ὑποδεκαπλάσιος τῆ  
τέτων· ἢ ἄρα ἢ κάθετος σήλη τῆ ὑδραργύρου, δι' ἣς ἐκ

τιμᾶται ἢ τῶν ὑγρῶν καταθλίψις, τόσα βαρέων μορίων τῆ ὑδραργύρου περιέχη, ὅσα εἰ ἢ τῆ ὕδατος, ἑκατέρων τὴν αὐτὴν ἔχουσῶν διάμετρον, ταύτην ἐκείνης ἀνάγκη δεκατετραπλάσιον ὑπάρχειν τῷ μήκει· τὰ ὕψη ἄρα τῆ ὑδραργύρου εἰ τῆ ὕδατος, εἰ ἐν γένει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν κτλ. Ο.Ε.Δ.

46. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Αἱ πρὸς ταῖς βάσεις τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἕκτε τῶν βάσεων εἰ τῶν ὑψῶν εἰ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· ἐπὶ γὰρ τῶν ὁμογενῶν εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων εἰ τῶν ὑψῶν (33)· ἀλλαγὴν δὴλον, ὡς εἶπερ, δυοῖν ἰσαλλήλων τὰ τε ὕψη εἰ τὰς βάσεις δοθέντων δοχείων, εἰ πρὸς ὀρθὰς ἰσαμένων, ἢ τῆ ἐν θατέρῳ ὑγρῷ εἰδικὴ βαρυτήτης εἴη διπλῆ, τριπλῆ κτ. τῆς τῆ ἐν θατέρῳ, εἰ ἢ ἐκεῖνε καταθλίψις τῆς τέτε εἶσαι διπλῆ, τριπλῆ κτλ· ἄρξ τῆ κατὰ τὰς βάσεις λόγῳ, ἐπὶ τὸν τῶν ὑψῶν πολλαπλασιασθέντος, ἐπάνωκες ἐπιπολλαπλασιάσαι τὰ γινόμενα εἰ ἐπὶ τὸν λόγον τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· εἰ δὴ αἱ πρὸς ταῖς βάσεις τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἴσονται ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων, τῶν ὑψῶν, εἰ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Αἱ εἰδικαὶ βαρυότητες δυοῖν ἑτερογενῶν ὑγρῶν ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς αὐτῶν πυκνότησι· τὸ γὰρ τὸν ὑδραργύρον ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ δεκατετραπλάσιον ἔχειν βαρυότητα εἰδικὴν τῆς τῆ ὕδατος, τὸ αὐτὸν εἶσιν ἐπίσης εἰ τὸ ἔχειν πυκνότητα δεκατετραπλάσιον τῆς τῆ ὕδατος· αἱ ἄρα πρὸς ταῖς βάσεις τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶ εἰ ἐν λόγῳ συνθέτῳ, ἕκτε τῶν ὑψῶν εἰ τῶν βάσεων, εἰ τῶν κατ' αὐτὰ πυκνοτήτων.

48. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Τῶν ἄρα βάσεων ἰσαλλήλων

ἑσῶν, αἱ καταθλίψεις ἔσονται ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἕκ τε τῶν ἰψῶν καὶ τῶν πυκνοτήτων (Συμβ. Λογ. 307. Τόμ. Α').

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δυσὸν ἑτερογενῶν ὑγρῶν ἀντιρροπέντων, αἱ αὐτῶν ἐπιφανείαι ἕδέποτε ἔσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας.

50. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐὰν ἕκτινος αἰτίας κινήθῃ ἡ εἰδικὴ βαρύτης μιᾶς μόνης σήλης, τῆς ἐν τοῖς ὑγροῖς ἀντιρροπίας παυομένης, πᾶσαι αἱ σήλαι, ἐλεύθεροι ἔσται, κινήσονται· οἷον ἡ ΑΒ σήλη, ἀντιρροπῶσα ταῖς ἄλλαις Δι, ΤΚ, βαρυτέρα ἑαυτῆς ἄφνω γενομένη, καὶ τὸν ὄγκον μὴ μεταβληθῆ, ἀνυψώσει τὰς σήλας Δι, ΤΚ, καὶ πᾶσας τὰς ἄλλας, ὧν ἔχει κρῖνωσίαν, ὡς τὸ νέον ὕψος ἐκείνης πρὸς τὸ τῆς ΑΒ ἔχειν, ὡς ἡ νέα εἰδικὴ βαρύτης τῆς ΑΒ πρὸς τὴν εἰδικὴν ἐκείνης τῶν ἄλλων βαρύτητα· εἰ δὲ τὴναντίον ὑπομειωθῇ τῆς ΑΒ σήλης ἡ εἰδικὴ βαρύτης, αἱ καταθλίψεις ἐκείνης τῶν λοιπῶν, ὑπερβάλλουσαι τὴν τῆς ΑΒ, εἰς ὕψος μείζον ἐκείνην ἀρῶσιν, αὐταὶ κατερχόμεναι εἰς ἥττον.

51. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ'. Ἐντεῦθεν ἄρα πολλῶν φαινομένων ἀναπηγάξει ἡ ἀνάπτυξις· κείνων ἔν ἡμῖν ἕνια εἰς ὑπόδειγμα.

α'. Ἐῶ τὸ ΣΒτο δοχεῖον ὕδατος περιεκτικὸν μέχρι τῆς ὀριζοντίου γραμμῆς ΘΙΚ, καὶ ἐπιτεθείτω πυρὶ· τὸ ἔν ἐνεργῶν μέρος Δ τῆς τῷ ὕδατος σήλης Δι λίαν διασέλλεται καὶ μαρῆται ὑπὸ τῆς τῷ πυρὸς ἐνεργείας, καὶ ὡς εἶπεν, εἰς ἀτμὴς ἀναλύεται, τῶν ἄλλων σηλῶν ΘΒ, ΙΚ, ἔλαττον μαρῆμένων· ἡ ταίνυν Δι σήλη, εἰδικῶς κρηφότερα γινόμενη τῶν ἄλλων ΘΒ, ΙΚ, ἀναγκαίως ὠθημένη ὑπὸ τῶν ἄλλων, αἶρεται ὑπερθεῖν τῆς ὀριζοντίου ΘΙΚ, τῶν ἄλλων κατερχομένων αὐτῆς ἐνεργῶν· ἀλλὰ τὰ ὑπεράνω τῆς ΘΙΚ

ὑψώθεντα μέρη τῆς Δι, κατὰ πλευρὰν ἤμισα βασαζόμενα, δια τὴν ἰδίαν βαρύτητα καταπίπτουσιν ἐπὶ τῶν προσεχῶν οἰ σηλῶν· ἐν τύτῳ δὲ τὰ κατώτατα μέρη τῶν περὶ τὴν Δι σηλῶν ἀντικαθίζονται τῶν κατωτάτων μέρων τῆς Δι σήλης, τῶν ἀλληλοδιαδόχως κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω ὑπὲρ τὸ ἰ αἰρομένων. Τὸ δὲ περὶ τῆς Δι σήλης εἰρημένον νοσητέον ὡσαύτως ἔστι περὶ τῶν ἄλλων σηλῶν ἐκάστης, ἧς τὸ κατώτατον μέρος μᾶλλον τι μεμάνωται τῆ τῆς οἰ προσεχῆς· ἔτις ἐν συνεχῶς διαφθαρήσεται τὸ μεταξὺ διαφόρων σηλῶν ἀντίρροπον· ἔστι ὄραν ἐξέσαι, τὰς μὲν τῶν σηλῶν ἀνιέσας, τὰς δὲ κατιέσας ἀμοιβαδόν πως, ἀνευ μόνιμοις τάξεως· ἐντεῦθεν ἄρα μεγίστη ἐναποτίκτεται τῷ ὑγρῷ κίνησις, ἔστι αἱ σήλαι ἔχ' ὅπως ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνονται, ἀλλ' ὡς περ ὄρη ἔστι λόφους ἔστι κοιλάδας ἔστι ἀνωμαλίας παντοίας σχηματίζουσι· τῆτ' ἔστιν ἔν, ἔστι καλεῖται τῶν ὑγρῶν ἀνάξειςιν.

52. β'. Ἀνάπτω πῦρ ἐν τῇ ἐμαυτῆ ἐσίῃ· τέως μὲν ἔν ὁ ἐν τῷ θαλάμῳ αἰρ, ἔστι ὁ περὶ τὸν θαλάμον, ἔστι ὁ ἐν τῷ τῆς καμίνου ὀχετῶ, ὁμογενεῖς, εἴτ' ἔν ἰσόπυκνοι, ἤσαν· θερμανθέντος δὲ τῆ περὶ τὸ πῦρ αἴρος, εἴαν ἢ ἐν τῇ καμίνῳ αερώδης σήλη ὑποτεθῆ ἢ ΔΓ, ἔστι ἐκτὸς τῆ θαλάμου σήλη αερώδης ἢ ΑΒ κοινωνῆσα τῆς ΔΓ δι ὀπῆς τινος, θυρίδος φέρε τῆ θαλάμου, ἐπεὶ περ τὸ κατώτατον μέρος Δ τῆς ΔΓ σήλης λίσαν ὑπὸ τῆ πυρὸς διασέλλεται ἀραιούμενον, ἢ ΔΓ εἰδικῶς κροφότερα τῆς ΑΒ καθίζαται· ἢ τοίνυν ΑΒ αἶρει τὴν ΔΓ, ἔστι ἐπεὶ τὰ τῆ ΑΒΔ ρευσῆ μόρια ἀντικαθίζαται τῶν τῆς ΔΓ αἰρομένων συνεχῶς ἐπὶ τὸ Γ, ὅπερ ὑποτιθέμεθα κορυφὴν τῆ τῆς καμίνου ὀχετῆ· α'. ἔσαι ρεῦμα συνεχῆς αἴρος, φερόμενον διὰ τῆ ΑΒΔΓ χωρίῃ· β'. ἄνεμος, μᾶλλον ἢ ἤττω ἐπαιώδη-



τὸς, πνεύσει ἐν τῇ θυρίδι Β, καθ' ἣν ὁ ἐκτὸς ἀήρ ΑΒ κοι-  
νωεῖ τῷ ἐντὸς ΒΔΓ· γ'. ἄνθρωπος, πρὸς τῇ κορυφῇ Γ  
τῆς καμίνου ἐσὼς, ἀνέμῳ σφοδρωτέρῳ αἰωθήσεται πνέοντος·  
τὰ γὰρ μόρια, τὰ συνεχῶς ἐπὶ τὰ ἄνω κάτωθεν ἀνιόντα,  
ἐ μόνον ἀπερχάζονται τὴν ΓΔ σήλην κυφωτέραν τῆς ΑΒ,  
διὰ τῆς ἀραιώσεως, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀψόμεθα, ἀλλ' ἐ-  
λασικώτερα γινόμενα ὑπὸ τῷ πυρὸς, ἰσχυρῶς σπεύδουσιν  
ἐξελεῖν, ὅταν πρὸς τῇ κορυφῇ τῷ ὀχετῷ γένωνται· ἔτω  
πείρα ἡμᾶς ὁσημέραι διαβεβαιωτῆ.

γ'. Α' παρατετήρηται ἐν τῷ ἀναζέοντι ὕδατι αἰε-  
ποτε κατὰ τὸ μᾶλλον ἐ ἥττον ἐπισυμβαίνοντα καθορᾶται  
τῇ ἀτμοσφαίρᾳ· φ. γὰρ φωτὴρ ἐκ διαδοχῆς δι' ὠρῶν τεσ-  
σάρων πρὸς τὰς εἴκοσι, διαφόροις τῆς γῆς τόποις ἐπερ-  
ειδόμενος, ἐ ἐπομένως διαφόροις τῆς ἀτμοσφαίρας τόποις,  
τοῖς ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς κειμένοις, διαθερμαίνει ἄλ-  
λον ἐξ ἄλλου· ἡ σήλης ἄρα ἀερώδους, χώρα τινὶ ἀντισοιχέ-  
σης, θερμότης αἰεὶ προχωρεῖ, πρῶτον μὲν αὐξήσασα, εἴτα  
μειυμένη, ἐπὶ τῷ ὠρῶν 24 χρονικῷ διαστήματι· ἐντεῦθεν  
ἄρα, α'. ἡ τῆς ἀτμοσφαίρας ἐπιφάνεια ὑδέπεται κυρτῇ  
ἀκριβῶς εἶναι δύναται, καθὰ δὴ ἐ ἡ τῷ ἀναζέοντος ὕδα-  
τος· β'. τῶν κατὰ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν αἴρα σήλων αἰεὶ  
τῆς ἀντιρροπίας ἐκπιπτουσῶν, αἰεὶ κίνησιν ἐν αὐταῖς εἰκὸς  
διεγείρεσθαι, ἥτοι ὅτι ἐκάσῃ σήλῃ, κυφωτέρα γινομένη,  
ἀκείσῃ, ἐ τρίβει τὰς ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατιύσας προσ-  
εχεῖς οἱ σήλας, ἢ ὅτι ἡ κορυφὴ αὐτῆς, ὑψηλοτέρα γι-  
νομένη, ῥέει ἐπὶ τῶν προτεχῶν οἱ ταπεινοτέρων σήλων, τῶν  
ἐκείνην συνεχῶς αἰρυσῶν· ἢ τελευταίων, ὅτι τὰ κατὰ  
τὰς προτεχεῖς σήλας μόρια κινῶνται εἰς τὸ καταχεῖν τὸν  
χώρον τῶν ἀνιόντων, ὡσπερ ἀμέλει συμβαίνει τῇ ἐκτὸς  
ΑΒ σήλῃ, ἥτις σπεύδει ἀντικατασταθῆναι τῶν ἀπερχομέ-

νων μορίων τῆς ἐν τῇ καμίνῳ ΔΓ σήλης, πυρὸς ἀνακτο-  
 μένῃ γ'. ἄνεμον ἀποτελεσθῆναι εἰκὸς, εἴτ' ἔν μεταβάσει  
 ἀέρος ἀπὸ τόκου εἰς τόπον, ἐν τῇ ἀτμοσφαίρᾳ, ὡσπερ ἀπο-  
 τελείται ἔντε τῇ Ε θυρίδι, καὶ τῇ καμίνῳ.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῆς ἀπὸ τῶν δοχείων, οἷς ἔνεσιν, ἐκρεύ-  
 σεως τῶν ὑγρῶν.

53. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν δοχεῖον, ὁποῖον ἐν τῷ σχῆμα, τὸ ψΒτυ (σχ. 89), ὅπου πῶτ' ἂν διατρηθῇ, εἴτε ἐν τῇ βί-  
 σει κατὰ τὸ Δ, εἴτε ἐν τῇ πλευρᾷ κατὰ τὸ Κ, ἢ ο, ὅσον ἂν εἴη τὸ τῆς ὀπῆς μέγεθος, τὸ ποσὸν τῆς τῆς ἐκ τῆς ὀπῆς ἐξιόντος ὑγρῆ κινήσεως, ἔσαι αἰεὶ ἴσον τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆ τῇ ὀπῇ συσφιχέντος ὕψους, καὶ τῆς τῆς ὑγρῆ πυκνότητος, καὶ τῆς κατὰ τὴν ὀπὴν ἐπιφανείας.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ ἐφ' ἐκάστῃ τῶν κατὰ τὰς ἐσωτε-  
 ρικὰς ἐπιφανείας τῆς δοχείου σημείων ὑπὸ τῆς ὑγρῆς τελευ-  
 μένῃ καταθλίψις ἰσῆται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς καθέτε τῆς ἀπὸ τῆς τῆς ὑγρῆς ἐπιφανείας ἐπὶ τὸ σημεῖον τῆτος ἀγο-  
 μένης, καὶ τῆς τῆς ὑγρῆς πυκνότητος (39). ἄρα δύναται ἡ καταθλίψις αὕτη τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆ τῇ σημείῳ τῆτος ἀντισφιχέντος ὕψους, καὶ τῆς τῆς ὑγρῆς πυκνότητος, καὶ τῆς ἀριθμῆ τῶν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὀπῆς συσφιθέντων σημείων, εἴτ' ἔν τῆς κατὰ ὀπὴν ἐπιφανείας· ἀλλὰ μὴν ποσὸν κινήσεως ὑγρῆ, ἐξ ὀπῆς τῆς Θ ἐξιόντος, ἢ τῆς καταθλίψεως εἶν ἐνέργεια, ἢ περὶ δῆλον· ἄρα τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως κατὰ Ο. Ε. Δ.

54. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Η ποσότης τῆς κινήσεως ὑγρῶ, ὃ δοχεῖον ἐκρέει, ἐν λόγῳ ἐσὶ συνθέτῳ ἐκ τῆ ὕψους τῆ τῆ ὀπῆ ἀντιστοιχῆντος, καὶ τῆς τῆ ὑγρῶ πυκνότητος, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ὀπῆς. ἔστι γὰρ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆτων τῶν τρῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α').

55. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν μὲν τὰ ὕψη καὶ αἱ πυκνότητες ὡσιν αἱ αὐταί, αἱ ποσότητες τῶν κινήσεων ἔσονται ὡς αἱ ὀπαι· ἔὰν δὲ τὰ ὕψη καὶ αἱ ὀπαι, ὡς αἱ πυκνότητες· ἔὰν δὲ αἱ ὀπαι καὶ αἱ πυκνότητες, ὡς τὰ ὕψη· δύο γὰρ ἐκ τριῶν ποιητῶν γινόμενα, ἔὰν, πλὴν ἐνός, ἰσάλληλοι ὡσιν οἱ ποιηταί, εἰσὶν ὡς οἱ ἄνισοι ποιηταί· καὶ γὰρ  $\alpha\delta : \alpha\alpha\beta :: \delta : \beta$  (Συμβ. Λογ. 233, 307. Τόμ. Α').

56. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν τὰ δοχεῖα ἀκριβῶς ὡσιν τεπληρωμένα ὁμογενῆς ὑγρῶ, ἡ ποσότης τῆ ἐκρέοντος, ἐν λόγῳ ἐσὶ συνθέτῳ ἐκ τῆ τῶν ὀπῶν, καὶ τῆ ὑποδιπλασίονος τῶν ὑψῶν, καὶ τῆ τῶν χρίων.

α'. Η ποσότης τῆ ἐκρέοντος ὑγρῶ ἔστιν ὡς ἡ ὀπή· τὸ γὰρ ὑγρὸν ἐκ ἐκρέει τάχιον δι' ὀπῆς μείζονος, ἢ δι' ἐλάττονος, ὅτι ἡ ταχυτῆς ἐκάστου τῶν ἐκ τῆς ὀπῆς ἐξιόντων μορίων ἀποτελέσμα ἐσὶ τῆς τῆ ὀπῆ ἐπιδρωμένης καταβλήσεως· ὅσῳ ἄρα μείζων ἡ ὀπή, τοσούτῳ ἀναλόγως ἐκρέουσι μόρια πλείω ὑδατώδη· τῶν ἄλλων ἔν τῶν αὐτῶν μερόντων, τὰ ἐκδιαφόριον ὀπῶν ἐκρέοντα τῶν ὑγρῶν ποσὰ ἔσονται ὡς αἱ ὀπαι.

β'. Τὰ ποσὰ τῶν ἐν διαφόροις ὕψεσιν ἐκρέοντων ὑγρῶν, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μερόντων, ἐν ὑποδιπλασίονι εἰσὶ λόγῳ τῶν ὑψῶν· εἶδομεν γὰρ, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως ὑγρῶ, ἐκρέοντος ὀπῆς δεδομένης, ἀνάλογον εἶη τοῖς ὕψεσι (53)· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ ποσὸν τῆ ὑγρῶ ἀναγκαίως ἔσται ἀνάλογον, τοῖς μὲν ὕψεσιν ὑψί, ταῖς δὲ

ται τετραγωνικαῖς τῶν ὑψῶν ῥίζαις· πάνυ εἰκότως· καὶ  
 γὰρ τὸ ποσὸν τῆς τῆ ὑγρῆ κινήσεως γίνεται ὑπὸ τῆς μί-  
 ζης, εἴτ' ἐν τῆς ποσότητος τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ, ἢ τῆς  
 αὐτῆ ταχυτήτος· τὸ ἄρα ποσὸν τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ ἔκ-  
 ἔστιν ὡς ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἢ ἐπομένως ὡς ἡ κα-  
 τὰθλιψις, ἢ τὸ ὕψος τῆς σήλης, ἀλλ' ὡς τὸ πηλίπον, τὸ  
 προῖον διαιρέσει τῆ τῆς κινήσεως ποσῆ διὰ τῆς ταχυτήτος  
 (Α' αριθμ. 108)· α'. ἄρα ἔδεν ξένον, εἰ τὸ ποσὸν τῆ ἐκ-  
 κρέοντος ὑγρῆ μὴ εἴη ἀνάλογον τοῖς ὑψεσι· β'. ἀριθμὸς  
 εἰμφαίνων τὴν τῆ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ ἐξ ὅπῃς τῆς αὐ-  
 τῆς ἐκρέοντος ὑγρῆ ποσότητα, ἢ τὴν αὐτῆ ταχύτητα, ἔ-  
 σαι ῥίζα τῆ ὑψος τετραγωνικῆ· ἔσω γὰρ τὸ ὕψος  $4\beta$   
 $= \Theta\beta$ · ἡ τοῖνον ποσότης τῆς κινήσεως τῆ τῆς  $\beta$  ὅπῃς  
 ἐξιόντος ὑγρῆ κατὰ τὴν  $\beta\beta$  κατάθλιψιν τετραπλάσιος ἔ-  
 σαι, προηγομένης ὑπὸ τῆς  $\Theta\beta$  κατάθλιψεως· φημί ἔν, ἔ-  
 ἔστι ἡ τῆ τῆς  $\beta$  ὅπῃς ἐκρέουσαντος ὑγρῆ ποσότης ἔσαι δι-  
 πλασία, ὡσαύτως δὲ ἢ ἡ ταχυτής αὐτῆ διπλασία, ἔ-  
 κατέρχεται ὡς ἡ τετραγωνικῆ τῆ  $4$  ῥίζα· εἴν γὰρ ἡ κα-  
 τὰθλιψις  $\Theta\beta$  ἐξάγη διὰ τῆς  $\beta$  ὅπῃς λίτραν φέρε ἕδατος  
 μίαν ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἵνα ἡ  $\beta\beta$  κατάθλιψις ἐξαγά-  
 γη δύο λίτρας ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἀνάγκη τὰς δύο  
 ταύτας λίτρας τῆς ὅπῃς ἐκρεῦσαι τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν  
 ἑτέραν· ἀλλὰ μὴν λίτρας δύο τῆς αὐτῆς ὅπῃς ἐκρεῦσαι  
 τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν ἑτέραν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ἢ  
 λίτρα μία, ἀδύνατον, εἰ μὴ ἔχοιεν ταχύτητα διπλασίαν  
 τῆς, ἢν ἔχει λίτρα μία· ἢ λίτραι δύο, πολλαπλασια-  
 ζόμεναι ἐπὶ ταχύτητα διπλασίαν, παρέχουσι ποσότητα τε-  
 τραπλάσιαν τῆς, ἢν παρέχει λίτρα μία, πολλαπλασιαζο-  
 μένη ἐπὶ ταχύτητα ὑποδιπλασίαν, εἴτ' ἐν  $1$ · ὁῦλον ἄρα  
 ὅτι ὁ ἀριθμὸς  $2$ , ὁ τῆς ποσότητος τῆ ὑγρῆ ἐκφαιτορικῶς,



εἰ ὁ 2, ὁ τῆς ταχυτήτος, τετραγωνικαί εἰσι ρίζαι τῆ ὕψους 4.

Ἐφόδω δὲ ὁμοία συλλογισμῷ πεισόμεθα, ὡς εἶπερ εἴη  $\beta\rho = \rho\Theta$ , τὸ ποσὸν τῆ τῆς  $\beta$  ὀπῆς ἐκρέουσαντος ὑγρῷ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν  $\beta\rho$ , εἶσαι τριπλάσιον τῷ ἐκρέοντος τῆς αὐτῆς ὀπῆς  $\beta$  ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν  $\Theta\beta$ . ἔ γὰρ ἐκρέουσαι ἂν τῆς  $\beta$  ὀπῆς ἕδωρ λίτρων τριῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ἐκρέει ἓ μίαι μόνη, εἰ μὴ ἐκάστη τῶν τριῶν λίτρων βαίνοι ταχυτῆτι τριπλασία τῆς, ἢ περ ἐξέρρουσαν ἢ μία· ὅθεν δῆλον, ὅτι ἢτε ποσότης τῆ ὑγρῷ εἰ ἢ ταχυτής εἰσιν ὡς ἢ τῆ ὕψους τετραγωνικὴ ρίζα· ὡσαύτως δὲ δείκνυται εἰ περὶ ἄλλων ὑψῶν, ἐχόντων πρὸς ἀλλήλα τὸν τυχόντα λόγον· τῆτ' εἰσιν ἐν γένει, ἢ ποσότης τῆ ὀπῆς τινος ἐκρέουσαντος ὑγρῷ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, εἰσιν ὡς ἢ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν ὑψῶν.

Ἐὰν ἄρα δοχείον τὸ  $\rho\beta\Delta\xi$ , αἰεὶ πλήρες ὑγρῷ, τετρημένον ἢ ἐν διαφόροις ὑψεσι  $\beta\rho$ ,  $\Theta\rho$ ,  $\Lambda\rho$ , ἔσι πρὸς ἀλλήλα, ὡς οἱ ἀριθμοὶ 9, 4, 1, ὡς εἶναι  $\rho\Theta = 4\Lambda\rho$ , εἰ  $\rho\beta = 9\Lambda\rho$ , τῶν ὀπῶν ἰσαλλήλων ὑποτιθεμένων, εἶπερ ἐκ τῆς ὀπῆς  $\Lambda$  λίτρα ὕδατος ἐκρέουσαι, ἐκ μὲν τῆς  $\Theta$  ἐκρέουσαι δύο, ἐκ δὲ τῆς  $\beta$  τρεῖς.

γ'. Ἡ ποσότης τῆ ἐκρέουσαντος ὑγρῷ εἰσιν, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ὡς οἱ χρόνοι· εἰ γὰρ τὸ δοχείον  $\rho\beta\Delta\xi$  αἰεὶ πλήρες ὑποτεθῆ, εἶπερ ἐν ἐνὶ λεπτῷ ἐκρέουσαι τῆς ὀπῆς  $\Theta$  ὕδωρ λίτρων 10, ἐν μὲν δυσὶν ἐκρέουσαι 20, ἐν δὲ τρισὶ, 30, κτλ.

Ἐκ τούτων ἄρα καταφανές, ὅτι αἱ ποσότητες τῶν ἐκρέουσαντων ὁμογενῶν ὑγρῶν ἐκ διαφόρων δοχείων, ἀκριβῶς πεπληρωμένων, ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέτῳ ἐκ τῆ τῶν ὀπῶν,

ἔ τῆ ὑποδιπλασίονος τῶν ὑψῶν, εἴτ' ἐν τῆ τῶν κατὰ τὰ ὑψη τετραγωνικῶν ῥιζῶν, ἔ τῆ τῶν χρόνων.

57. Πᾶσα ἐντεῦθεν συναγεται ὅ,τι χρή ποιεῖν, ἵνα τῶν τεσσάρων τέτων· α'. τῶν ὀπῶν, β'. τῶν ὑψῶν, ἔ ἐπομένως τῶν κατ' αὐτὰ τετραγωνικῶν ῥιζῶν, γ'. τῶν χρόνων, δ'. τῆς ποσότητος τῆ ἐκρέοντος ὕδατος, τριῶν δοθέντων, εὐρώμεν τὸ τέταρτον.

Ἐῶσιν ἔν δοχεια δύο ΨΒΡΞ, ΔΚρ, αἰεὶ πλήρη ὑγρᾷ ὁμογενῆς, ὕδατος φέρε, ἔ ἔσω ἢ ἐν τῷ Β ὀπή διπλασία τῆς ἐν τῷ τ, ἔ τὸ ὑψος ρΒ ἐκκαιδεκαπλάσιον τῆ ὑψους ΙΔ, ἔ ἐν μὲν τῷ Β ὑποτεθήτω δεξαμενὴ ἐν τρισὶ λεπτοῖς, ἐν δὲ τῷ τ ὑποτεθήτω ἑτέρα ἐν ἐνὶ μόνῳ λεπτῷ· εἰάν ἔν τὸ ἐν τῇ τ ὀπή δέξηται δέκα λιτρῶν ὕδατος, συναχθήσεται, ὅτι ἢ ἐν τῇ Β ἐν τρισὶ λεπτοῖς δέξηται  $10 \times 2 \times \sqrt{16} \times 3 = 140$  λίτρας.

58. ΠΟΡΙΣΜΑ. Αἱ ταχύτητες τῶν δι' ὀπῆς τινος ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι· εἶδομεν γὰρ, ὅτι ἐξ ἴσων ὑψῶν ἢ ἐκάστου τῶν σημείου ἐκάστου τῆς ὀπῆς ἐκρέοντων ὑγρῶν μορίων εἴη ἢ αὐτῆ, καὶν μικρὰ, καὶν μεγάλη ἢ ὀπή γένηται· ἔ ἐν γένει δέδεικται, ὅτι τὸ ποσὸν τῆ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἐκ τῶν αὐτῶν ὑψῶν ἐν λόγῳ εἴη συνθέτω τῆ τῶν ὀπῶν ἔ τῆ τῶν χρόνων (56)· ὅπερ ἐκ αὐτοῦ εἶχε γίνεσθαι, εἰ μὴ ταχυτῆς εἴη ἢ αὐτῆ ἐντε διαφόρου χρόνου, ἔ ἐν διαφερέσασιν ὀπαῖς· ἐδὲν ἄρα, ἀλλ' ἢ μόνον τὰ διαφέροντα ὑψη ποικίλλουσι τὴν ταχύτητα τῶν ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν· ἀλλὰ μὴν αἱ ἐκ διαφόρων ὑψῶν ταχύτητες τῶν ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν, ἔ δὴ ἔ αἱ ποσότητες αὐτῶν, εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν ὑψῶν (56. β'). ἄρα κτλ.

Ἐάν ἔν παραβληθῆ γραφῆ ἢ ΕΙΘ (χ. 91), ἔχουσα

ἄξονα μὲν τὸν τῷ δοχείῳ ΖΕ, κορυφὴν δὲ τὴν ὀπὴν Ε, αἱ τε ταχυτῆτες, ἔξ τὰ ποσὰ τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ ἀφ' ὑψῶν τῶν ΖΕ, ΚΕ, ΗΕ, κτλ. δηλωθήσονται ὑπὸ τῶν τῆς παραβολῆς τεταγμένων ΖΘ, ΚΛ, ΗΙ· ἔξ γὰρ ΕΖ : ΕΚ :: ΖΘ<sup>2</sup> : ΚΛ<sup>2</sup> (ΤΨ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ΄.)· ὅθεν  $\sqrt{ΕΖ} : \sqrt{ΕΚ} :: ΖΘ : ΚΛ$ · ἀλλὰ  $\sqrt{ΕΖ} : \sqrt{ΕΚ} :: Τ : τ :: Π : π$  (τῶν Τ, τ, ἔξ Π, π τὰς ταχύτητας ἐμφαινόντων ἔξ τὰ ὑγρά τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ) (56. β΄)· ἄρα Τ : τ :: Π : π :: ΖΘ : ΗΙ.

59. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐν τοῖς ἐς δεῦρο εἰρημένοις ἢ τῶν ὑγρῶν κατάθλιψις ὡς αἰτία ἐξεληφται, ἐπ' εὐθείας διαφοροῖς σημείοις τῶν δοχείων ἐπιδρῶσα· ἀλλὰ πολλὰ γὰρ εἰσι ἔξ ἄλλα, ἃ ποικίλλει ἐν τῇ πράξει τὴν ἀποδεδομένην ἡμῖν θεωρίαν.

α΄. Τ' ποτέθειται γὰρ τὰ ἐκ διαφορῶν ὀπῆς σημείων ἐκρέοντα μόρια, ἔξ τὰ κατὰ πλευρὰν, τάχει τῷ αὐτῷ ἐξιέναι· ἀλλ' ἔδέποτε ἀκριβῶς ἀληθεύει τῆτο λεγόμενον, ἔξ τοσούτῳ ἥττον, ὅσῳ μείζων ἔσιν ἢ ὀπή· κείῳ· σεν γὰρ πρὸς σαφήνειαν τρία μόρια, ἐκρέοντα διὰ τῆς κατὰ κάθετον διαμέτρου ὀπῆς, κατὰ τὴν πλευρὰν τῷ δοχείῳ ὕψους· ταῦτα τοίνυν ἀντιστοιχίσει τρισὶ διαφέρουσιν ὕψεσι· ἔξ τὸ μὲν ἔσχατον τάχιον, ἢ ἄλλα δύο, χωρήσει, τὸ δὲ μέσον μέσως· ἔξ τὸ μὲν ἔσχατον μόριον, τάχιον ἢ τὸ μέσον χωρῆν, ἐπιβραδυνθήσεται ὑπὸ τῷ μέσῳ, πρὸς ἐκεῖνα τριβόμενον· τὸ δὲ μέσον κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ὑπὸ τῷ πρώτῳ· ἢ ἄρα ταχύτης, ἔξ ἐπομένως ἢ πρῶτης τῷ ἐκρέουσιντος ὑγρῷ, ἀναγκαίως ἐλάττων ἔσαι τῆς, ἣτις ἂν ἐξέρρευσσε κατὰ τὴν προειρηθείσαν θεωρίαν.

β΄. Αἱ κατιῦσαι σῆλαι τρίβονται ὑπὸ τῶν σφίσι προσεχῶν· ὅπερ ἐπιβραδύνει αὐταῖς τὸ τάχος κατὰ τὸ μᾶλ-

λον εἰ ἦττον, ὡς ἂν ἦττον ἢ μᾶλλον ἔχει σφαιροειδῶς τὰ τῆ ὑγρῆ μέρια.

γ'. Τὰ τῆς ὀπῆς ἐξιόντα μέρια τριβὴν ὑπομένει ἐκ τῶν τῆς ὀπῆς ἐπιφανειῶν· α'. ἄρα τὰ πρὸς τῆ περιφερεία τῆς ὀπῆς ἐξιόντα, βραδύτερον, ἢ τὰ διὰ τῆ κέντρου, ἐξέρχεται· β'. ἢ ποσότης τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ, εἰ δὲ εἰ ἢ αὐτῆ ταχύτης, ἐλάττω καθίσανται, ἢ ὡς ἀποδέδεικται ἐν τῆ προπεθεμένη θεωρίᾳ.

δ'. Τοῖς ἐξῶσι μέρεισι ἐφελκνόμενα τὰ ἐκρέοντα, βραδύτερά τε καθίσανται, εἰ ἐλάττω τῆ ποσότητι ἐξίασι.

ε'. Αἱ κατὰ πλευρὰν σῆλαι, πλαγίως καταβλίβουσαι τὰ ἐξιόντα μέρια, δυσὶν αὐτῶν ἐκ τῶν κατὰ διάμετρον σημείων τῆς ὀπῆς ἐξιῦσι παρέχονται φοράς συγκληνέσας· ὅθεν α'. αἱ φοράι ἀλλήλας μετὰ διάσημά τι ὠρισμένην διατέμνουσι· β'. τὸ σφαιρῶν, τὸ ὑφ' ὅλης τῆς ποσότητος τῆ ὀπῆς κυκλικῆς ἐκρέοντος ὑγρῆ συνισάμενον, ἔκ ἐσι κύλινδρος, ἀλλὰ πε ὑφίσταται πίεσιν· ὁ δὲ μέγας Νεύτων διὰ πειραμάτων εὔρατο τὴν πεπιεσμένην ταύτην διάμετρον λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν τῆς ὀπῆς, ἐγγύς πε ::  $5\frac{1}{2} : 6\frac{1}{2}$ , εἰ τὸ πρὸς τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ ἐκτιμᾶσθαι δεῖν ἐκ τῆς πεπιεσμένης ταύτης διαμέτρου, εἰ τῆ μήκους τῆς καθέτου, τῆς ἀπὸ τῆς τῆ ὑγρῆ ἐπιφανείας ἀρχομένης, εἰ τελευτώσης εἰς τὴν εἰρημένην διάμετρον.

60. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὸ ἄριστον τῶν ἀποτελεσμάτων τέτων ὁ Μαρσίος συνιδῶν, κειράματα πολλὰ ἐκτελέσαι, εἰ πίνακα αὐτῶν ἐκθέσθαι, ἀνεβάλετο· ἀλλὰ γὰρ τῆ σωλήνος πραγῆς ὄντος, ἢ μακροτέρου, ἢ γωνιώδους, πλατυτέρου, ἢ στενωτέρου, ἢ τῆ ἰδατος ταχύτης, εἰ ἐπομένως ἢ ποσότης αὐτῆ, ἐλάττω ἐγίνετο, ἢ ὡσε βασιᾶσαι δύνασθαι τὸν Μαρσίον Πίνακα· ὅσω μὲν γὰρ ἐπιμηκέστερος,



ἢ γενώτερος ὁ σωλῆν, τοσούτω μᾶλλον ἐπιβραδύνει ἢ τριβῆ τὸ ὑγρὸν (Φυσ. 389). γωνιώδης δ' ὄντος τῆ σωλῆνος, τὸ ὕδωρ, προπαράσσει τὰς γωνίας, ἀπόλλυσι τῆς ἑαυτῆ κινήσεως· τὰ δὲ αἰριώδη μόρια, τὰ τῷ ὕδατι συναναμιγμένα, ἀγειρόμενα κατὰ βραχὺ ἐν τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις, ἢ διὰ τὸ ἐλασικὸν ἀντέφαλλόμενα τῷ ὕδατι, γενῆσιν αὐτῆ τὴν ἐξοδὸν, πολλάκις δὲ ἢ ἐπιπωματίζουσιν ὅλως τὸν σωλῆνα, εἴπερ εἴη λίαν γενός. Οἱ δὲ Κούπλετος ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν τῆς Βερσαιλλίας χαρίεντα διεπραξε πειράματα, ὧν ἡμῖν ἀναμνησέον εἶναι ἐνίων ἔδοξεν, ἵνα φανείη, ὅσον αἱ ἤδη εἰρημέται αἰτίαι τῆς γενικῆς θεωρίας ἀποτέμνουσαι, τὴν τῶν ὑγρῶν ἐλαττώσι κινήσιν.

Διὰ σιδηρῆ σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος = 4 δακτύλοις, μῆκος δὲ = 1800 ποσί, ἢ πολλαχῆ κεκαμπυλωμένη, τῆ δὲ ὕδατος ὑπὲρ τὴν ὀπὴν τῆ σωλῆνος εἰς ὕψος 9 δακτύλων ἐν τῷ δοχείῳ ἀναβλίνοντος, δάκτυλοι κυβικὸι δύο ἢ γραμμὰι τρεῖς ἢ ἐξήκοντα ὕδατος ἐξέρρεον ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ, τῆ σωλῆνος μικρῆ ἢ εὐθείας ὄντος κατὰ τὸν Μαρριότειον πίνακα, ἐρρέυσεν ἂν ὕδωρ ἐνός ἢ ἐξήκοντα κυβικῶν δακτύλων, ὅ ἐσι, τριακονταπλάσιον. Δι' ἑτέρας αὖθις σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος ἴσην πέντε δακτύλοις, μῆκος δὲ = 7014 ποσί, τῆ ὕδατος ἐν τῷ δοχείῳ ὑπὲρ τὴν ὀπὴν αἰρομένη εἰς ὕψος = 25 δακτύλοις, ἐξέρρευσεν ὕδωρ 9 δακτύλων κυβικῶν ἢ 115 γραμμῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ὁ Μαρριότειος πίναξ ἐξῆγε δακτύλους κυβικὸς 160, τῆτ' ἔστιν ὕδωρ ἑκκαίδεκαπλάσιον.

Τελευταῖον δὲ παρατήρησεν, ὅτι διὰ μολιβδίνης σωλῆνος, ἔχοντος διάμετρον μὲν = 8 δακτύλοις, μῆκος δὲ

= 11400 ποσί, πολλαχῆ μέντοι κεκαμπυλωμένῃ, τὸ ὕδωρ ἐκρεῦσαι ἔδύναται, ὅτι μὴ δι' ἡμερῶν 10· ἔδῃ τὸν αἶρα ἠτιάσατο, ἐμβάλλοντα τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις, ἐξ τῆν τῆ ὕδατος κίνησιν ἐκ ὀλίγων ἐπικωλύοντα· διὸ δῆ ἐν ταῖς καμπαῖς τῶν ὑδραγωγῶν ἐπισόμιόν τι ὑπανεωγμένον οἱ Μηχανουργοὶ κατασκευάζουσιν, ἵν' ἐκεῖθεν ἐξίη ὁ συναγειρόμενος αἶρ.

61. ΘΕΩΡΗΜΑ. Τὰ μήκη τῆ κρηνῆ, τῆ ῥέοντος ἐκ τῆς ὀπῆς Δ τῆ σωλῆνος ΚΔ, τῆ πλαγίε ἢ παραλλήλου πρὸς τὸν ὀρίζοντα, ἐν ὑποδιπλασίαι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὑψῶν τῆ ἐν τῷ δοχείῳ ῥευσῆ (α. 92).

ΔΕΙΞΙΣ. Μενέτω γὰρ πλήρες τὸ δοχεῖον ΖΑ, προσθεμένῃ ἀμέλει ὑγρῆ, ὅσον ἐκρεῖ τῆς ὀπῆς· ἐξ ὁ κρηνῆς, κινέμενος ὑπὸ τῆ ἐν τῷ δοχείῳ ὑγρῆ, τῆ ὕψος ἔχουσης τὸ ΘΑ, ἐκτεινέτω μέχρι τῆ Σ, ἐξ ἠχθῶ ἀπὸ τῆ Δ ἢ ΔΙ πρὸς ὀρθίς τῆ τῆ σωλῆνος πλευρᾶ ΚΔ, ἐξ εἰλήφθῶ ἢ μὲν ΔΙ = ΑΘ, ἢ δὲ Δδ = ΑΒ, ἐξ ἐπεξεύχθῶ ἢ ΣΙ, ἢ ἠχθῶ παράλληλος ἢ δ ε, τέμνεται τὸν κρηνὸν κατὰ τὸ ε, ἐξ πεπληρώτω τὰ παραλληλόγραμμα ΙΦ, δε· ἐπεὶ ἔν τὸ ὑγρὸν δισσαις κινεῖται δυνάμεσι, τῆ καταθλίψει τῆ ὑγρῆ, ἐξ τῆ ἰδία βαρύτητι, ὧν ἢ μὲν αὐτὸ κινεῖ ἰσομερῶς (πεπληρωμένοι γὰρ μένει τὸ δοχεῖον), ἢ δὲ ἰσοταχῶς, παραβολὴν καταγράφει, τῆν ἐμφανομένην τῷ ΔΣ κρηνῶ (Φυσικ. 230)· ἄρα  $ΙΣ^2 : δε^2 :: ΔΙ : Δδ$  (ΓΨ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ.)· ἀλλὰ  $ΔΙ = ΑΘ$ , ἐξ  $Δδ = ΑΒ$ · ἄρα  $ΙΣ^2 : δε^2 :: ΑΘ : ΑΒ$ · καὶ  $ΙΣ : δε :: \sqrt{ΑΘ} : \sqrt{ΑΒ}$ · ἀλλ' αἱ ΙΣ, δε τὰ μήκη τῆ κρηνῆ ἐμφαίνουσιν· ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

62. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ἄρα δυοῖν σκευῶν, τῆ αὐτῆ πεπληρωμένων ὑγρῆ, τὸ μὲν ὕψος ἔχη ποδῶν 16, 94.

τερον δὲ, 4, σωλήνων ἰσαλλήλων ἑκατέρω ὑποτιθεμέ-  
νων, τὸ μῆκος τῆ κατὰ τὸ πρῶτον κρηνῆ διπλάσιον ἔσαι  
τῆ κατὰ τὸ δεύτερον· ἀλλὰ γὰρ τῶν δοχείων κατὰ βρα-  
χὺ ἐποκενυμένων, ἢ τῶν καταβλίψεων συνεχῶς ἀπομει-  
μένων διὰ τὴν ὕψος ἐλάττωσιν, οἱ μὲν κρηνοὶ εἰς τὸ εὐ-  
θὲς ἐκ τῆ καμπύλης ἀποκλίνουσι· τὰ δὲ μῆκη αὐτῶν ἐνδε-  
λεχῶς συτέλλεται.

**63. ΘΕΩΡΗΜΑ.** Ἐν τοῖς ἀποκενυμένοις ἐκ τῆς τῆ  
ὑγρῆ ἀπορρέουσεως δοχείοις, τὰ ποσὰ τῆ ρέοντος ὑγρῆ  
ἐν τοῖς ἀλληλοδιαδόχοις χρόνοις ἀπομειῦνται κατὰ τὴν ἀ-  
ριθμητικὴν πρόοδον  $\div 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$ .

**ΔΕΙΞΙΣ.** Δέδεικται γὰρ α. ὅτι αἱ ταχύτητες ἴσαι  
εἶεν τοῖς τῆ ἐκ διαφόρων ὑψῶν ἐκρέοντος ὑγρῆ ποσῶς  
(36. β'). δυνατόν ἄρα ἀντικαταστήσαι τὰς ταχύτητας  
τῶν τῆ ὑγρῆ ποσοτήτων· β. αἱ τοῖς ὕψεσιν ἀντιστοιχῶσαι  
ταχύτητες ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς τετραγωνικαῖς αὐτῶν  
ρίζαις (αὐτ.)· τὰ δὲ διάφορα ὕψη εἰσὶ τὰ διανυόμενα  
διαστήματα· ἀλλὰ μὲν αἱ ταχύτητες, ἀνάλογον ἔχουσιν  
τοῖς διανυόμενοις χωρίοις, ἀπομειῦνται, ἐν κινήσει ἰσοβρα-  
δει, κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν πρόοδον  $\div 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$   
(Φυσ. 157)· ἄρα αἱ ἀλληλοδιάδοχοι ταχύτητες τῆ ἐκ  
δοχείων ἀποκενυμένων ἐκρέοντος ὑγρῆ ἐν ἀλληλοδιαδόχοις  
χρόνοις ἀπομειῦνται κατὰ ταύτην τὴν πρόοδον· ὡσαύτως  
ἄρα ἀπομειῦνται ἢ αἱ ἀλληλοδιάδοχοι ποσότητες τῆ ἐκ-  
ρέοντος ὑγρῆ. Ο. Ε. Δ.

**64. ΠΟΡΙΣΜΑ.** Ἐντεῦθεν ἄρα τοῖς πάλαι ἢ τῆς  
κλεψύδρας μεμηχάνηται κατασκευῆ· εἰλήφθω γὰρ κυ-  
λινδρικὸν δοχεῖον τὸ ΑΒΓΔ, ὅπερ ὅλον ἀποκενῆται τῆ ὕ-  
δατος ἐν 12 ὥραις· ἢ τετμήσθω τὸ ὕψος ΑΒ εἰς μό-  
ρια ἰσάλληλα 144, ὅς ἐστιν ἀριθμὸς τετράγωνος ἀπὸ τῆ

12 ἀριθμῶ τῆ χρόνου· εἰ μὲν ἔν ἢ κίνησις ἐπεταχύνεται, τὰ διακνόμενα διαστήματα ἐν ἐκάστῃ τῶν ἀλληλοδιαδόχων ὥρῶν ἐδηλῶντ' ἂν ὑπὸ τῆς ἀριθμητικῆς πρόδου  $\div 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 23$ · ἐπεὶ μέντοι ἢ τῶν σιλῶν καταβλίψις συνεχῶς ἀπομειῖται, ἢ πρόδου μειωθήσεται· ὁ ἄρα δωδέκατος ὅρος 23 (Συμβ. Λογ. 210. Τόμ. Α΄.) ἐμφαίνει, ὅτι τὸ ἐν τῇ πρώτῃ ὥρᾳ διακνόμενον χωρίον, ἢ τὸ μέρος τῆ κυλίνδρου τὸ κενωθὲν, ἐστὶ τῆ τῆ κατὰ τὸ δοχεῖον ὕψος AB· γεγραφθῶ ἄρα ἢ πρώτη ὥρα ἐπὶ τῆς 23 κατατομῆς· ὁ ἐνδέκατος ὅρος 21 τῆς πρόδου ἐμφαίνει, ὅτι ἐξέρρεισε τὸ τῆ τῆ ὅλη ἰγρῶ, ἢ ἢ ἐπιφάνεια τῆ ὕδατος κατήχθη εἰς τὸ τῆ τῆ AB ὕψος· ἐγχαράχθων ἔν ἐπὶ τῆς κατατομῆς  $23 + 21 = 44$  αἰ 2 ὥραι· διὰ δὲ τῶν αὐτῶν λόγων ἐγχαράχθησαν ὥραι 3 ἐπὶ τῆς 63 κατατομῆς, ἢ 4 ἐπὶ τῆς 80, ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τελευταῖον δὲ ἐπὶ τῆς 144 ἐγχαράχθησεται ἢ δωδεκάτη ὥρα (\*).

65. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν δοχείοις κυλινδρικοῖς ἀποκεννωμένοις οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἰγρῶν ὁμογενῶν λόγων πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι σύνθετον ἕκτε τῆ ἀντιστροφῶ τῶν ὀπῶν, ἢ τῆ ὀρθῆ τῶν βάσεων, ἢ τῆ τῶν κατὰ τὴ ὕψη τετραγωνικῶν ῥιζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. α. Οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἀντιπε-

(\*) Κλιψύδρα δὲ ἔκυσεν ἄς κρύπτουσα, ἢ οἶουσι κλίπτουσα, τὸν χρόνον τῆς ἀποκενώσεως· ὁ γὰρ ἰδὼν, ὅτι μετὰ τὴν πρώτην ὥραν ἀποκενώθησαν 23 κατατομαὶ, ἢ γνῶται ἢ μετ' ἐκείνην τῶν ἐξῆς 23 κενωθήσεσθαι, ἢ μετ' ὥρας 6 λιτ. 15 ἢ λιτ. δευτ. κινῶντι 39 ὅλον ἐκρῖνῶσιν τὸ μετὰ 12 ὥρας ἀποκενωθήσομενον.



πυθότως εἰσὶν ὡς αἱ ὀπαί· ἰσαλλήλων γὰρ ὑποτιθεμένων τῶν τε ὑψῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν κατὰ τὰς κυλίνδρους, τὰ ποσὰ τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ ἔσονται ὡς αἱ ὀπαί (56. α.)· ἐκρεύσει ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ δι' ἡπῆς διπλῆς, τριπλῆς, τετραπλῆς κτλ., ποτὸν ὑγρῆ διπλῆν, τριπλῆν, τετραπλῆν, κτλ.· ἄρα τὸ ὅλον ὑγρὸν, εἴτ' ἔν 1, ἐξ ἴσων δοχείων ἐκρεύσει ταχυτῆσι διπλῇ, τριπλῇ, τετραπλῇ κτλ.· οἱ χρόνοι ἄρα τῶν κενώσεων ἔσονται ἀντιπεπονητότως ὡς αἱ ὀπαί.

β'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ χρόνοι τῶν ἀποκενώσεων ἔσονται καὶ ἐν ὀρθῷ λόγῳ τῶν κατὰ τὰς κυλίνδρους βάσεων· ἰσοῦψῶν γὰρ ὄντων τῶν κυλίνδρων, αἱ τῶν αὐτοῖς ἐμπεριεχομένων ὑγρῶν ποσότητες ἔσονται ὡς αἱ βάσεις· ἔσω ἔν θ' ατέρου ἢ βάσις τῆς θ' ατέρου τριπλάσιος· ὑγρὸν ἔν τριπλάσιον τῷ πρώτῳ, ἢ τῷ δευτέρῳ, ἐμπεριχεθήσεται· ἀλλὰ διὰ τὰ ἴσα ὑψη, καὶ τὰς ἴσας ὀπάς, ἴσαι ποσότητες ὑγρῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐκρεύσονται· ἴν' ἄρ' ὅλον τὸ ἐν τῷ τριπλασίῳ δοχείῳ ὑγρὸν ἐκρεύσῃ, δεήσεται χρόνου τριπλασίῳ· οἱ ἄρα τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἔσονται ὡς αἱ βάσεις.

γ'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι· τῶν γὰρ βάσεων ἰσαλλήλων ὑψῶν, τὰ ἐμπεριεχόμενα ὑγρά ἔσονται ὡς αἱ βάσεις (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α').· ὑποτιθεμένων δὲ ἰσαλλήλων τῶν ὀπῶν, αἱ ποσότητες τῶν ἐκρέοντων ὑγρῶν ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι (56. β.).· δεήσει ἄρα πρὸς τὸ πᾶν τὸ ὑγρὸν, ὃ εἰσὶν ὡς τὸ ὑψος, ἐκρεῦσαι χρόνου ἐμφαινομένου ἀριθμῷ τοιῶνδε, ὅς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸ ῥέον ὑγρὸν ἐν χρόνῳ δεδομένῳ, καὶ ἐπομένως ἐπὶ τὴν τῆ ὑψος τετραγωνικὴν

ρίζαν (56. β'), ποιεί τὸ ὕψος· ὁ δὲ ἀριθμὸς ὕτας ὕδεις ἀν εἶη, ὅτι μὴ αὐτὴ πάλιν ἢ τῆ ὕψος τετραγωνικὴ ρίζα, ὡς καθ' ἑαυτὸ ὑπάρχει πρόδηλον. Ἐὰν φέρε ἰσάλληλοι μὲν ὕσιν αἱ βάσεις, τὸ δ' ὕψος ἐννεαπλάσιον, ἢ ποσότης τῆ ὑγρῆ εἶσαι ἐννεαπλάσιος· ἀλλ' ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τριπλῆν ὑγρὸν ἐκρεῦσει· τριπλασίως ἄρα χρόνον δεήσει πρὸς τὸ ὅλον ἐκρεῦσαι, εἴτ' ἐν χρόνῳ ἐμφαινόμενος ἀριθμῷ, ὅς ἂν εἶη τῆ 9 ὕψος ἢ ρίζα ἢ τετραγώνειος. Ο. Ε. Δ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

### Περὶ τῆς τῆ ὕδατος ἀναπηδήσεως.

66. Ἐῶς δοχεῖον τὸ ψρΑΒΕ (χ. 89), ὕδατος πλήρες, κοινῶν τῆ σίφωνος Δι διὰ τῆ μεταξὺ κειμένη ΒΔ· ἐπὶ πρὸς τῷ ἰ προσηρόνῳ σίφων ἄλλος, ἕ διάμετρος εἶη πολὺ ἐλάττων τῆς ΡΔ διαμέτρου τῆ ΡΔι σίφωνος, ἐςὼς πρὸς ὀρθὰς, ἢ βραχίτι πλαγίως τῆ ὀρίζοντι ΘΚ· τὸ τοῖνον ὑγρὸν, ἐκ τῆ ρ κατιὸν διὰ τῆς σήλης ρΒ, προσηκτῆσεται ταχύτητα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθαι εἰς τὸ ὕψος ΔΞ = ρΒ (Φυσ. 190)· ἢ, εἰ ἐ τῆτο βυλόμεθα, ἢ τῆς Δι ὑψηλότερα σήλη ρΒ κατιῦσα ἀνυψώσει τὴν Δι μέχρι τῆ ξ (41)· ὑποτιθεμένη δὲ φεὶ πλήρες τῆ δοχεῖε ψρΒΕ, τὴν μέχρι τῆ ξ ἀνελθῆσαν σήλην, πεσῦσαν κατὰ πλευράν, μετὰ τὸ ἀπολέσαι πᾶσαν τὴν ταχυτῆτα, διαδέξεται σήλη ἄλλη, ἐ ταύτην ἄλλη, ἐ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τετι τοῖνον τὸ ἐν τῷ ἀέρι ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἀλλόμενον ὕδωρ, ἀναπηδήμα τῆ ὕδατος ὀνομάζεται· ἢ δ' ὀπή τῆ μικρῆ σίφωνος, ὅθεν ἀφάλλεται, σόμιον τῆ ἀναπηδήματῶ.