

βαρὺ σῶμα κάτεισι κινήσει ἰσομερεῖ, ἔ ἰσομερῶς τὸν ὀ-  
βελὸν περιτρέφει.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

### Περὶ Σφηνός.

106. Σφήν ἐστὶ πρίσμα τριγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔΕΖ  
(ἄ. 75), ὅπερ ἐννοῶμεν ἀπογεννώμενον ὑπὸ τῆ ἰσοσκε-  
λῆς τριγώνου ΓΔΖ, παραλλήλως ἑαυτῷ κινήθέντος κατὰ  
τὴν φοράν τῆς εὐθείας ΖΕ = ΓΑ· ἔ τὸ μὲν ἄθροισμα  
τῶν σημείων, ἅπερ ἔγραψε τὸ Ζ σημεῖον, εἴτ' ἔν ἡ εὐ-  
θεῖα ΕΖ κορυφή, ἡ ῥάχις, ἡ γῶν ἀκμή καλεῖται  
τῆ σφηνός· τὸ δὲ παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ, κεφαλὴ  
τῆ σφηνός· ἡ δὲ τῆ γεννήτορος τριγώνου πλευρὰ ΓΔ,  
βάσις τῆ σφηνός· ἡ δὲ κάθετος ΖΗ, ἡ ἀπὸ τῆς γωνίας  
Ζ ἐπὶ τὴν βάσιν ΓΔ καθιεμένη, ὕψος τῆ σφηνός· τῆ  
δὲ γεννήτορος τριγώνου ἰσοσκελῆς ὑποτεθέντος, τὸ ὕψος  
ΖΗ δίχα τεμεῖ τὴν βάσιν ΓΔ, εἴτ' ἔν ἔσαι ΓΗ = ΗΔ  
(Γεωμ. 217. Τόμ. Β').· χρῶνται δὲ τῷ σφηνῷ ὡς τὰ  
πολλὰ πρὸς φοράν τῆς συνοχῆς τῶν μερῶν σώματος, ὃ  
ἂν διελεῖν βύλωνται· ἐντιθέασι γὰρ τὴν ἀκμὴν ΕΖ τῷ  
ἤδη ἀρξαμένῳ γίνεσθαι ῥήγματι· πλήττησι δὲ καθέτως,  
εἴτ' ἔν κατὰ τὴν τῆ ὕψους φοράν ΗΖ, διὰ σφύρας, ἡ ῥο-  
τάλι, ἡ τοιῆτε τινός, ἵνα τῆ διαρρήγματος κατὰ βραχὺ  
αὐξομένη δισχωριθῶσιν ἀλλήλων τὰ τῆ διαχωιθῆναι προ-  
κειμένη σώματος μέρη.

107. Ἡ τῆ κατελείσει τῆ σφηνός ἀντικειμένη ἀν-  
τίστασις ἔκτε τῆς συνοχῆς ἔ τῆς ἀδρανείας τῆ ὑποκειμέ-

νε σώματος ἀποτελείται· παραβληθῆναι δὲ αὕτη δύναται τῇ ὀλικῇ ἰχύϊ, ἣν προβάλλει σῶμα βαρὺ κατιόν· ταύτην τοίνυν τὴν ἀντίστασιν διαφθεῖραι ἐπείγεται τὸ πλήτερον σῶμα.

108. **ΘΕΩΡΗΜΑ.** Ἐν τῷ σφηνί ἀντιρροπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχη, ὃν τὸ ἥμισυ τῆς τῆ σφηνὸς βάσεως ΓΗ πρὸς τὸ αὐτῆ ὕψος ΖΗ.

**ΔΕΙΞΙΣ.** Ὑποθεσείτω γὰρ τὸ ὅλον βάρος κατὰ τὸ Η, ὅπερ τεμεῖ δίχα ἡ τῆ σφηνὸς ἀκμὴ Ζ· ὁ τοίνυν σφὴν, ὁ κατ' ἀρχὰς ὅλος ὑπεράνω τῆ Η κείμενος, ἢ μὴ ἀφίξεται μέχρι τῆ Ζ, εἰ μὴ ἡ πλήττωσα δύναμις κατὰ τὴν ΗΖ φοράν διέλθοι ἰσομερῶς χωρίον ἴσον τῷ ΗΖ, τῆ δὲ ὅλης βάρος τῆς κατὰ τὸ Η κειμένης ἀντιστάσεως τὸ μὲν ἥμισυ ἀφίκοιτο πρὸς τὸ Δ, διανύον τὰ τῆς βάσεως ἥμισυ ΗΔ, θάτερον δὲ εἰς τὸ Γ, διανύον τὸ ΓΗ· τὰ δύο τοίνυν τῆς ἀντιστάσεως ἥμισυ, εἴτ' ἔν ἡ ὅλη ἀντίστασις, τὴν αὐτὴν ἔξουσι ταχυτῆτα, ἣν ἂν εἴπερ ἄμφω ἐκινῶντο πρὸς θάτερον τῶν τῆς βάσεως μερῶν, οἷον, πρὸς τὸ Γ· τὴν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα τῆ σφηνὸς ὕψος ΗΖ ἐμφαίνοντος, τὴν τῆς ὅλης ἀντιστάσεως ἐκδηλοῖ τὸ τῆς βάσεως ἥμισυ ΓΗ· εἰάν ἄρα ὑπάρχη  $\Delta : \Lambda :: \Gamma\text{H} : \text{H}\text{Z}$  ἀντιρροπία ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

109. **ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.** Ἐνιοὶ δὲ τῶν Μαθηματικῶν ἀντιρροπίαν ἐν τῷ σφηνί φασὶν ἔσεσθαι τῆς δυνάμεως ἐχέσης πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς ἡ ὅλη βᾶσις ΓΔ πρὸς τὸ ὕψος ΗΖ· τὰ γὰρ τῆς ἀντιστάσεως μέρη (ἐπιφέρουσι πρὸς ἐμπέδωσιν τῆ σφίσι δοξαζομένε) ἀπχωρίζονται ἀλλήλων ὅλω τῷ ΓΔ διαστήματι· ἄμφω δὲ τὰ ἄκρα Γ, Δ διανύουσι τὸ διάστημα ΓΗΔ, τῆτ' ἔσι τὸ ὅλον διάστημα ΓΔ, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ δύναμις διανύει τὸ διάστημα ΗΖ· ἀλλὰ μὲν

αἱ ταχύτητες, φασὶν, ἀνάλογον ἔχουσι τοῖς διανυομένοις χωρίοις· ἢ μὲν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆς ἐστὶ ΖΗ, ἢ δὲ τῆς ἀντιστάσεως ΓΔ.

Ἀναμφήρισον μὲν ὅλως μὴ ἔχει τὴν τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφαίνεσθαι ὑπὸ τῆ ΕΖ ὕψους, ἐπεὶ διέρχεται πᾶν τὸ ΕΖ χωρίον· ἔδεν δ' ἦσσαν ἀναμφίβολόν μοι δοκεῖ μὴ ἔχει τὴν τῆς ὅλης ἀντιστάσεως ταχυτῆτα ἐκδηλεῦσθαι τῷ τῆς βάσεως ἡμίσει ΓΗ, ἢ ΗΔ, ἐ τῆ ὅλη βάσει ΓΔ· εἴγε ἐκάτερον τῶν τῆς ἀντιστάσεως ἡμίσεων μερῶν μόνον τῆς βάσεως ἡμισυ ΓΗ, ἢ ΗΔ διέρχεται· ἐλκέτω γὰρ ἢ ὅλη ἀντίστασις λίτραν μίαν, ἢ δ' ὅλη βάση ἐσω = ποδί· δῆλον ἔν, ὅτι τὸ ἡμιλίτριον, κινήθην κατὰ τὴν ΓΗ φρεῖν, ἡμιποδιαίου χωρίου διελεύσεται· τοιγαρῶν τὸ τῆς κινήσεως αὐτῆ ποσὸν ἔσται  $\frac{1}{2}$  μάζης πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ  $\frac{1}{2}$  ταχυτῆτος, εἴτ' ἔν  $\frac{1}{4}$ · ἐ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ἢ τῆς κινήσεως πωρότης θάτερον ἡμιλίτριον ἔσται  $\frac{1}{4}$ · τὸ δὲ τῶν δυοῶν ἄθροισμα =  $\frac{1}{2}$ · εἴαν ἔν ἢ ἀντίστασις, ὡς ἐκεῖνοι φασὶ, πᾶσαν τὴν βάση διέλθῃ, ἔψεται ἐντεῦθεν τὴν ὅλην τῆς κινήσεως πωρότητα, εἴτ' ἔν τὴν ἀντίστασιν ὅλην ὑπάρχειν 1, ἔχ  $\frac{1}{2}$ , εἴγε λίτρα μάζης 1, πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ ταχυτῆτα 1, ποιεῖ αὐθὶς 1· ἵνα δὲ τῆς ἀντιστάσεως ταχυτῆς ἰσωθῆ τῇ ΓΔ, ἔκ ἀπόχρη τῶν τῆς ἀντιστάσεως ἡμίσεων τὸ μὲν διελθεῖν τὸ χωρίον ΓΗ, θάτερον δὲ, τὸ ΗΔ· ἄμ;ω δὲ συλλήβδην τὸ χωρίον ΓΔ· δεῖ δὲ ἐ ἐκάτερον τῶν τῆς ἀντιστάσεως μερῶν διελθεῖν τὴν ὅλην εὐθείαν ΓΔ, ὡς συνιδεῖν πάρεστιν ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῆ ποσῆ τῆς κινήσεως (Φυσ. 104, 115).

110. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ὅσον ὀξυτέρω γίνεται ἢ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία, τοσῶτον ἐλάσσονος δεητόμεθα δυνάμεως· ἔσφ γὰρ ὀξυτέρω γίνεται ἢ γωνία, τοσῶτον ἐλαττωτάται

ἡ ΓΗ, ἣτις ἐστὶ τὸ ταύτης ἡμίτονον (Γεωμ. 496. Τόμ. Γ.). εἰ δὲ ἡ γωνία Ζ ἀναλλοίωτος μείνη, δυνατόν τὸ μῆκος τῆ σφηνός, ὅσον ποτ' ἂν βεβλώμεθα, μείζον ἀπεργάσασθαι· διὰ γὰρ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΖΓΔ, Ζγδ ἐστὶ ΓΗ : ΗΖ :: γΓ : ΙΖ (Γεωμ. 324. Τόμ. Β.). ἐπεὶ τοίνυν ὁ τῆς κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτῆτος πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως λόγος ἀμετάβλητος ἔσται ἐπὶ τῆς αὐτῆς δεδομένης γωνίας Ζ, ὅσον ἂν εἴη τὸ τῆ σφηνός μῆκος, καὶ τὸν τῶν μαζῶν λόγον ἐκείνου εἶναι τὸν αὐτόν.

Πολλὴ δὲ τις ὑπάρχει τῆ σφηνός ἡ χρῆσις· ἔχ' ὅπως γὰρ πρὸς διάχρισιν ξύλων τέτρω χρώμεθα, ἀλλὰ καὶ ἐν ἀκείροις μονοῦ περιστάσεσιν ἄλλαις· μάχαιρα γὰρ καὶ πέλεκυς καὶ σκέπαρον καὶ πάντα τὰ πρὸς τμήσιν χρήσιμα, καὶ ἦλος, καὶ πάσσαλος, καὶ βελόνη δὲ καὶ πρίων, καὶ πάντα τὰ εἰς ὅξυ λήγοντα, τὰ τῆ σφηνός ἐκτελέσαι δύνανται· εἰ δὲ τῆ φύσει παρακολληθεῖν δυναίμεθα ἐν τοῖς λεπτογυήμασιν αὐτῆς, πολλὰ τῶν φαινομένων ἐκ τῆ τὴν ὕλην τὰ τῆ σφηνός ἀποτελεῖν παρήγεσθαι κατείδομεν ἂν· τὰς τῆς ζωῆς ἕστας αὐξήσεις φέρ' εἶπεν παραγομένας ἂν κατείδομεν ἐκ τῆ τῆς θρεπτικῆς χυλῆς παρεισδύεσθαι τοῖς τῶν ζώων μέρεσι δίκην σφηνός, καὶ ταῦτα ἐπεκτείνοντας αὐξεῖν τὸν ὅλον ὄγκον· τὰ τῶν σκληροτάτων σωμάτων διαλυτικὰ ἄλατα, οἷά εἰσι τὰ ἐξ ὧν συγκεῖται τὰ ἰσχυρὰ λεγόμενα ὕδατα, οἷς τὰ μέταλλα διαλύεται, ἐν σφηνός χήματι τοῖς τῶν διαλυομένων σωμάτων μορίοις εἰσίσαι· ταυτὸν ἐστὶ ρητέον καὶ περὶ τῶν ἀλάτων, οἷς πάσσεται τὰ κρέατα, ἵνα μὴ σήψῃ ὑποπέσῃσι.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

## Περί συνθέτων μηχανῶν ἢ περὶ Πολυστάσεων.

111. Αἱ σύνθετοι μηχαναὶ κοικίλευθαι ἐπ' ἄπειραν δύναται κατὰ τὰς παντοίας, ἃς παρέχονται, χρήσεις, καίτοι τῶν ἀπλῶν, ἐξ ὧν αὐταί, ὀλιγαριθμῶν τινῶν ἑστῶν (10).

Τῶν δὲ χρησιμωτέρων συνθέτων μηχανῶν, αἱ μὲν ἐκ πολλῶν συγκεῖνται μοχλῶν, οἷς ἐκ διαδοχῆς μεταδίδοται ἡ ἐνέργεια τῆς δυνάμεως· τοιαῦτά εἰσι τὰ λεγόμενα πολύμοχλα, ἢ τὰ πολύσπασα· αἱ δὲ, ἐκ μοχλοῦ ἢ ἐντροχίε ἀξονος, ἢ κοχλίου· εὐκρινῶς δ' ἡμῖν ἐνταῦθα ἐκτεθήσεται ἡ τῶν χρησιμωτέρων θεωρία, ἵν' ὁ μετιῶν αὐτὸς τὰ ῥηθησόμενα ἐφαρμόσαι ἔχοι, αἷς ἂν ἀπαντήσῃ μηχαναῖς, ἢ αἷς ἂν οἱ κατασκευάσαι προκίηται.

112. ΟΡΙΣΜΟΣ. Πολύσπασον ἐν γένει καλεῖται τὸ ἐκ πολλῶν τροχιλαίων συγκείμενον μηχανικὸν ὄργανον· τύπε δὲ, ἥτοι ἐκάστη τροχιλαία περιάγεται περὶ ἴδιον καλώδιον, ἢ τὸ μὲν τῶν ἄκρων μονίμῳ σημείῳ τῷ Α, Β, Γ (σχ. 76) προσήλωται, θάτερον δὲ δυνάμει κατέχεται, ἢ καλεῖται τροχιλαία σύνθετος.

113. Ἡ καλώδιόν ἐσιν ἐν κοινὸν ἀπάσαις ταῖς τροχιλαίαις· πάνταῖθα πάλιν, ἥτοι πᾶσαι μὲν αἱ ἀκίνητοι τροχιλαίαι Α, Β, Γ (σχ. 77) ἐντὸς κεκλιωμένῃ ξύλῳ ἢ σιδήρῳ τῷ ΔΕ περιέχονται, προσηρημένῃ ἐκ τῶν μονίμων σημείων Ξ, πᾶσαι δὲ αἱ κινηταὶ Ζ, Θ, Η, ἐν ἐ-

τέρω τῷ ΙΚ παραλλήλῳ πρὸς τὸ πρῶτον, ἢ τῆνικαῦτα τὸ ὄργανον παραλληλοπολύσπασον ὀνομάζεται· ἢ τὸ ξύλον, ᾧ ἐμπεριέχονται αἱ κινηταί, ἢ τὸ, ᾧ αἱ ἀκίνηται πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι, θάτερον θατέρω ὑπερβει (σχ. 78, 79), ἢ ὀρθοπολύσπασον ἢ μηχανὴ ὀνομάζεται· ἢ ἢν μὲν τὸ τῆς δυνάμεως Π ἀπέχον ἄκρον τῆ καλωδίου προσηρμοσμένον ἢ τῆ τῆς ἐσχάτης ἀκινήτου τροχιλαίας λαβῆ Ο (σχ. 78), πρῶτον ὀρθοπολύσπασον· ἢν δὲ τῆ τῆς πρώτης ὑπερβει κινήτης λαβῆ ρ, δεύτερον ὀρθοπολύσπασον (σχ. 79).

114. ΣΧΟΛΙΟΝ. Αἱ ἀκίνητοι τροχιλαίαι, ὅσαι πῶτ' ἂν ὦσι, ἔτ' αὔξουσαι, ἕτε μὴν ἀπομειῦσαι τὴν ἰσχῦν τῆς δυνάμεως, ἐδόλως μετατρέψουσι τὸν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον· χρώμεθα δὲ ταύταις ἐν τοῖς πολυσπάσοις εἰς ὑπελάττωσιν τῆς τριβῆς ἢ εὐμάρειαν τῆς τῶν κινήτων κινήσεως· ταύτας ἔν ἐν τῷ ὑπολογισμῷ παραλαμβάνειν ἔδει.

115. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐν τῇ κινήτῃ συνθέτῳ τροχιλαίᾳ ἀντιρροκία εἶσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχῃ, ὅν ἢ 1 πρὸς τὸν ἀπὸ τῆ 2 βαθμὸν, ἢ δείκτης ὁ τῶν κινήτων τροχιλαιῶν ἀριθμὸς (σχ. 76).

ΔΕΙΞΙΣ. Ρ' ἄρα συνιδεῖν τὴν τῆ θεωρήματος ἀλήθειαν δυνασόμεθα ἐποπτεῖα μόνῃ τῆ σχήματος· τὸ μὲν γὰρ μέγαν σημεῖον Α' ἀνέχει διὰ τῆ καλωδίου ΑΗ τὸ ἡμισυ τῆ Ρ βάρους· τὸ δὲ καλώδιον Ζμ μεταδίδωσι τῇ Εμ τροχιλαίᾳ θατέρω μόνῃ τῆ ἡμίσεως· τύτῃ δ' αὖ τῆ ἡμίσεως τῆ μεταδοθέντος τῇ τροχιλαίᾳ Βμ, τὸ μὲν ἡμισυ ἀνέχεται ὑπὸ τῆ μένοντος σημείῳ Β, τὸ δὲ ΕΔ καλώδιον μεταδίδωσι τῇ τροχιλαίᾳ Δ θατέρω ἡμίσεως, εἴτ' ἔν τῆ κατὰ τὸ βάρους Ρ τεταρτημορίῳ· εἴαν ἔν δύο μόναι

ὡσιν αἰ κινηταὶ τροχιλαῖαι Z, E, ἢ τῷ Δ προσηρμοσμένη δύναμις, ἢ τὸ καλώδιον ΔΕ κατασπῶσα, τεταρτημῖον τῆς Π βάρος βασάσει· ἔστιν ἄρα ἡ δύναμις πρὸς τὸ βάρος :: 1 : 4.

Ὡσαύτως τὸ σημεῖον Γ βασάσει ἢ αὐτὸ  $\frac{1}{2}$  τῆς κατὰ λοιπὸν  $\frac{1}{2}$ , ἢ δὴ τῆς ἀκινήτου τροχιλαῖα O, ἢ ἐπομένως τῆς ἐν τῷ Π κειμένη δυνάμει, τὸ ἡμισυ τῆς τεταρτημυρίας μεταδοθήσεται, εἴτ' ἐν  $\frac{1}{4}$  τῆς ὅλης βάρος· εἰάν ἄρα τρεῖς ὡσιν αἰ κινηταὶ τροχιλαῖαι, ἀντιρροπίας ἕσης, ἔσαι Δ : Α :: 1 : 8· ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως. Ο. Ε. Δ.

116. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τῆς κατὰ τὴν ἐκτεθείσαν μηχανὴν τῶν τροχιλαιῶν διαθέσεως δυσχρήστου ἐπὶ τῆς πράξεως ἕσης, ταύτης ἀνθαιρῶνται τὰ λεπτὰ τρία τῆς πολυστάσου εἶδη.

117. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐντε τῷ παραλληλοπολυστάσῳ, κἄν ἐκατέρῳ τῶν ὀρθοπολυστάσων ἀντιρροπία ἔσαι, τῆς δυνάμεως ἐχέσης πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ὡς 1 πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν καλωδίων, παραλλήλων ἀπάντων ὑποτιθεμένων (σ. 77, 78, 79).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἰ'ν' ἡ ἀντίστασις P πόδα ἕνα ἀνσκαθῆ, ἐπάναγκες ἕκαστον καλώδιον πόδα ἕνα συσπαθῆναι· εἰάν μὲν ὡσὶ δύο καλώδια, ἡ δύναμις κατασπαθῆσεται δύο πόδας, ἢ ἐπομένως ἔξει ταχυτῆτα διπλασίαν τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν· εἰάν δ' ὡσὶ τέσσαρα, τετραπλασίαν· ὁθεν ἐν γένει δῆλον τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα πρὸς τὴν τῆς ἀντίστασεως ὑπάρχειν ὡς 1 πρὸς τὸν τῶν καλωδίων ἀριθμὸν· ἀντιρροπία ἄρα ἔσαι κτλ. Ο. Ε. Δ.

118. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἰ'ν' ἡ ἀντιρροπία ἐν τῷ παραλληλοπολυστάσῳ, κἄν τῷ πρώτῳ ὀρθοπολυστάσῳ, ἐπάναγκες ἔχειν τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς 1 πρὸς

τὸν διπλῆν ἀριθμὸν τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν, εἴτ' ἔν τῶν ἐμπεριεχομένων τῷ ἔνερθεν ξύλω τῷ διηυλακισμένῳ· ἐν τέτοις γὰρ τοῖς ὀργάνοις (χ. 77, 78) ὁ ἀριθμὸς τῶν καλωδίων αἰεὶ διπλάσιός ἐστι τῆ τῶν τροχιλαιῶν· ἄρα (117) κτλ.

119. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν τῷ δευτέρῳ ὀρθοπολυσπᾶσῳ ἀντιρῥοπία ἔσται, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχη, ὃν ἡ μονὰς πρὸς τὸν διπλῆν τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν ἀριθμὸν, ἠυξημένον μονάδι· ἐν γὰρ τέτῳ τῷ ὀργάνῳ ὁ τῶν καλωδίων ἀριθμὸς τῆ τῶν τροχιλαιῶν ὑπέρκειται μονάδι· ἕτως ἐπὶ τῆ 39 γήματος τροχιλαῖται μὲν κινηταὶ εἰσὶ δῖο, καλωδία δὲ πέντε· ἀλλ' ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν τῶν καλωδίων ἀριθμὸν (117)· ἄρα κτλ. ....

120. ΣΧΟΛΙΟΝ. Οὐδὲν δὲ κωλύει τὸς εἰρημένους λόγους, καὶν ἡ τῆς δυνάμεως  $\pi$  φορὰ μὴ εἶη παράλληλος τοῖς καλωδίοις, ἢ τῆ φορᾶ τῆς ἀντίσάσεως  $P$ · ὅποια γὰρ ἂν εἶη ἡ τῆς  $\Pi$  δυνάμεως φορὰ, ἐφάπτεται αἰεὶ τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας, πρὸς ἣ περατῆται (73).

121. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐν τοῖς πολυσπᾶσαις ἡ δύναμις, ὅπερ ἀπόλλυσιν ἐκ τῆ χρόνου, τῆτο προσλαμβάνει ἐκ τῆς ἰσχύος· ἵνα γὰρ ἀνασπᾶση βάρους τι πόδα ἕνα, τεσσάρων παρόντων καλωδίων, τέσσαρας αὐτὴ πόδας διαδραμεῖται.

122. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐκ τῶν τριῶν τέτων, τῆ ἀριθμῆ τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν, τῆς δυνάμεως, ἢ τῆς ἀντίσάσεως, δυοῖν δοθέντων, εὐμαρῶς τὸ τρίτον πρῆσειρεῖσκειται.

Ἐςω γὰρ ἡ ἀντίσασις  $P = 100$  λίτραις, ἢ τροχιλαῖται τρεῖς ἐπίτε τῆ παραλληλοπολυσπᾶσε, ἢ τῆ πρώ.



τῆ ὀρθοπολυσπάσῃ· ἔκῃν ἡ δύναμις εὐρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας  $6 : 1 :: 100 : \chi = 16\frac{2}{3}$  λίτραις· ἔσω αὐθις ἐπὶ τῆ δευτέρῃ ὀρθοπολυσπάσῃ ἡ δύναμις  $= 20$ , καὶ ὁ τῶν κινητῶν τροχιλαίων ἀριθμὸς  $= 2$ · ἔκῃν ἵνα γένηται ἀντιρροπία ἡ ἀπαιτημένη ἀντίστασις εὐρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας  $1 : 5 :: 20 : \chi = 100$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΩΔΕΚΑΤΟΝ.

### Περὶ Παγκρατίου.

123. Ἔστιν ὅτε τῆς δυνάμεως Π προσαρμοζομένης ἐδόντι τῷ τ τροχῷ ὀδοντωτῆ τῆ Ατ ( $\chi$ . 80), ἡ ἀντίστασις ἐτίθεται ἐπὶ τῆ κατ' αὐτὸν ἄξονος Α, ἀλλὰ ἐπὶ τῆς τῆ ἄξονος περιφερείας, ὀδοντωτῆς καὶ αὐτῆς γενομένης, καὶ ἄλλων ὀδοντωτῶν καλυμμένης, τοῖς δὲ ὀδύσι τῆ ὀδοντωτῆ ἄξονος Α ἐναρμόζεται τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος ὁ Βσ, καὶ τῷ αὐτῷ ὀδοντωτῷ ἄξονι τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· τελευταῖον δὲ ἡ ἀντίστασις Τ προσαρτάται τῷ τῆ ἐσχάτῃ τροχῷ ἄξονι Δ· τὸ δὲ συμπλήρωμα πάντων τούτων τῶν τροχῶν, ὧν ἄλλος ἄλλου ἄξονι ὀδοντωτῷ εἰσέρχεται, παγκρατίον μὲν καλεῖται, ὅταν δι' αὐτῆ βάρεια σώματα ἄραι βυλώμεθα, πολυτρόχιον δὲ, ὅταν πρὸς ἄλλα χρώμεθα αὐτῷ, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς ἔσαι καταφανές· ἐκατέρων μὲντοι ἡ θεωρία μία

124. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ παγκρατίῳ ἀντιρροπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις ἢ πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τῆς ὀδοντωτῆς ἄξονος ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τῆς ὀδοντωτῆς τροχῆς.

**ΔΕΙΞΙΣ.** Παγκράτιον τὸ ΑΒΓΔ ἔστι συμπλήρωμα πολλῶν τροχῶν, δι' ὧν ἢ τῷ ἄκρῳ τ τῆς μηχανῆς ἐνηρμοσμένη δύναμις μεταδίδωσιν ἐκ διαδοχῆς διὰ τῶν μεταξὺ τροχῶν τὴν ἑαυτῆς ἰσχύϊ τῇ ἀντιτάσει Δ, τῇ ἐπὶ τῷ ἄξονος τῷ ἐσχάτῳ τροχῷ· ἀλλὰ μὴν ἡ δύναμις ἢ δύναται μεταδέναι τῆς ἑαυτῆς ἐνεργείας τῇ ἀντιτάσει δι' ἑκάστη τῶν τροχῶν, εἴμῃ ὁ ὀδὺς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, ἐφ' ἧ διὰ τῷ πρώτῳ ἐπιστηρίζεται ἡ δύναμις, ἀντιτάσεως τόπον ἐπέχων, γένοιτο δύναμις πρὸς τὸν ὀδόντα χ τῷ τρίτῳ τροχῷ, ἐφ' ἧ ὁ δεύτερος ἐπερείδεται, ἢ ἐφεξῆς ὁμοίως.

α'. Κληθέντος ἄρα Τ' τῷ κατὰ τὸν δεύτερον τροχόν, τὸν ἀντιτάσεως δίκην ἐκλαμβανόμενον, ὀδόντος σ, ὃ ἐπερείδεται διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ Ατ ἡ δύναμις, ἢ Α τῆς κατὰ τὸν Ατ τροχὸν ἀκτίνας, ἢ α τῆς τῷ Α ἄξονος, ἵνα γένηται ἐν τούτῳ τῷ τροχῷ ἀντιρροπία, ἐπάναγκες, εἶναι ταύτην τὴν ἀναλογίαν· ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίτασιν Τ' ὡς ἡ α ἀκτίς τῷ ἄξονος πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτίνα Α (66), εἴτ' ἔν Π : Τ' :: α : Α.

β'. Ο' ὀδὺς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, πρὸς ὃν μεταβιβάζεται ἡ τῆς δυνάμεως ἐνεργεία διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ, γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν χ ὀδόντα τῷ τρίτῳ τροχῷ, ὃ ἐπερείδεται ὀδὺς τις τῷ δευτέρῳ τροχῷ· ἐκλαμβανομένη ἄρα τῷ ὀδόντος σ ὡς δυνάμεως, ἢ καλυμένῃ Τ' ὡς ἢ πρότερον, ἢ Τ'' τῷ χ ὀδόντος τῷ τρίτῳ τροχῷ, τῷ ἐνστάσεως χώρον πληρῦντος, ἢ Α' τῆς τῷ δευτέρῳ τροχῷ ἀκτίνας, ἢ α' τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος, ποριοθήσεται ἡ ἀναλογία Τ' : Τ'' :: α' : Α'.

γ'. Ο' ὀδὺς χ = Τ'' γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν ὀδόντα υ τῷ τετάρτῳ τροχῷ, ἢ τῷ υ ὀδόντος τῷ εἰς ἀντίτασιν ὑπηρετῦντος καλυμένῃ Τ''' , ἢ Α'' τῆς ἀκτίνας τῷ

τροχῆ Γχ, εἰς αἴ τῆς τῆ ἄξονος Γ, πρόεισι τρίτη ἀνα-  
λογία·  $T'' : T''' :: α'' : Α''$ .

δ'. Ο' ὁδὸς  $υ = T'''$  τῆ τετάρτη τροχῆ γίνεται δύ-  
ναμις ὡς πρὸς τὴν ἀληθῆ ἀντίστασιν Τ, ἣτις ἐστὶ προσηρ-  
μοσμένη τῷ ἄκρῳ ψ τῆ ἄξονος Δ· κληθεισῶν ἄρα Α''',  
αἴ τῶν τῆ τροχῆ Δψ εἰς τῆ κατ' αὐτὸν ἄξονος Δ ἀκτί-  
νων, προελεύσεται ἡ ἀναλογία  $T''' : T :: α''' : Α'''$ .

Τελευταίον δὲ εἰάν ἐξῆς πολλαπλασιασῶσιν αἱ τέσ-  
σαρες αὗται ἀναλογίαι, προκύψει ἡ κεινὴ αὕτη ἀναλο-  
γία·  $\Pi T' T'' T''' : T' T'' T''' T :: α α' α'' α''' : ΑΑ' Α'' Α'''$ .  
Διαιρεθέντων δὲ τῶν δύο πρώτων ὄρων διὰ  $T'$   
 $T'' T'''$ , γενήσεται  $\Pi : T :: α α' α'' α''' : ΑΑ' Α'' Α'''$ .  
Ἐφ' ἧς ἀναγινώσκομεν ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίστασιν  
Τ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ὀδοντωτῆς ἄξο-  
νας ἀκτίνων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ὀδο-  
τωτῆς τροχῆς· Ο. Ε. Δ.

125. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰάν δοθῶσιν ἡ ἀντίστασις εἰς  
αἱ τῶν τροχῶν εἰς ἄξόνων ἀκτίνες, εὐρεθήσεται ἡ δύναμις·  
ἡ γὰρ δύναμις χ ἐστὶ πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς τὸ γινόμενον  
ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ἄξονας ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κα-  
τὰ τὴς τροχῆς·

Ἔσω ἡ ἀκτὶς τῆ πρώτης τροχῆ τετραπλασία τῆς τῆ  
κατ' αὐτὸν ἄξονος· εἰς ἡ τῆ δευτέρου ἑξαπλασία τῆς τῆ  
κατ' αὐτὸν ἄξονος· εἰς ἡ τῆ τρίτου δεκαπλασία τῆς τῆ  
κατ' αὐτὸν ἄξονος· ὡσαύτως εἰς ἡ τῆ τετάρτου· ἡ δὲ τῆ  
πέμπτης ἐχέτω λόγον πρὸς τὴν τῆ κατ' αὐτὴν ἄξονος ἀ-  
κτίναν ::  $12 \frac{1}{2} : 1$ · τὸ τοίνυν γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς  
ἄξονας ἀκτίνων ἐστὶν  $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ · τὸ δὲ  
ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς  $4 \times 7 \times 10 \times 10 \times 2 \frac{1}{2} =$   
 $35000$ · ἔσω δὲ ἡ ἀντίστασις = 100000 λίτρας· ται-

γαρὲν συγκροτηθήσεται ἤδε ἡ ἀναλογία  $\chi : 100000 :: 1 : 35000$ · ἔνθα δῆλον γίνεται, ὅτι ἐν γένει πρὸς εὐρεσιν τῆς δυνάμεως διαιρετέον ἐς τὸν τὴν ἀντίστασιν ἐκδηλῶντα ἀριθμὸν διὰ τῆ γινόμενου ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς ἀκτίνων, εἰ μόνον, τῷ δ' ὅπερ αἰεὶ ποιεῖν δυνατόν, λαμβάνοντες τὸν τῆς τῆς τῆς τροχῆς ἀκτίνος πρὸς τὴν τῆς ἀξονος λόγον, ὑποθείημεν τὴν τῆς ἀξονος ἀκτίνα = 1· ἐν ᾧ τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι, διελόντες τὸν 100000 διὰ 35000, εὐρίσκωμεν, ὅτι διὰ πέντε τροχῶν ἀπόχρη ἀντιρροπον ποιῆσαι βάρος = 10000 λίτραις βάρει =  $3 + \frac{1}{2}$  λίτραις· βάρος δὲ = 4 λίτραις ἀναγκαίως ἀνασπάσει βάρος = 10000 λίτραις, ἐξαιρουμένων μέντοι αἰεὶ τῆς τε τριβῆς, καὶ ἄλλων κωλυμάτων.

126. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐντεῦθεν ἔν δῆλον, ὅτι τὸ παγκράτιον αὐξεί θαυμασίως τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως· ἀλλ', ὅπερ αὐξεί ἡ ἰσχύς, τύτῳ καταναλίσκεται ὁ χρόνος· εἰ γὰρ ἐν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι 4 λίτραι βαρῶσι βάρος = 10000, τούτῳ μέντοι βραδείως αὐτὸ ἀνασπάσσειν, ὥστε αὐταὶ κατελεύσονται χωρίον = 85000 δακτύλοις, ἢ ἀνασπάσσει δάκτυλον ἓνα τὸ βάρος.

127. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν τὴναντίον δοθῶσιν ἡ δύναμις, καὶ ὁ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς ἀκτίνων πρὸς τὰς τῶν ἀξόνων λόγος, ῥαδίως εὐρίσκεται ἡ πρὸς ἀντιρρόπῃσιν απαιτημένη ἀντίστασις· ἡ γὰρ δύναμις  $\chi$  πρὸς τὸ βάρος λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ἀξονος ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς· ἔσω τοίνυν ἡ δύναμις = 10 λίτραις, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ἀξονος ἀκτίνων γινόμενον = 1, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς γινόμενον = 100· τοιγαρὲν ἐς  $10 : \chi :: 1 : 100$ · εἶτα δῆλον, ὅτι πρὸς εὐρεσιν τῆς ἀντιστάσεως πολλαπλα-

σιασέον ἐσὶ τὸν τὴν δύναμιν παρεμφαίνοντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων (Α'ριθμ. 252).

128. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν δοθῶσιν ἡ δύναμις  $\zeta$  ἢ ἀντίσασις, εὐρεθήσεται ὁ ἀριθμὸς τῶν τροχῶν, ὁ ἀπὸ χρωῶν πρὸς ἀντιρρόπῃσιν ἐκ τῆς ἀναλογίας· ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς ἡ 1 πρὸς  $\chi$ , γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων· ἔστω ἡ μὲν δύναμις = 10 λίτρις, ἡ δ' ἀντίσασις = 1000· ὅθεν  $10 : 1000 :: 1 : \chi = \frac{1000}{10} = 100$ · δεῖ ἔν με χρῆσασθαι παγκρατίῳ, ἔστω μὲν ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς ἄξονας ἀκτίνων γινόμενον εἶναι = 1, τὸ δ' ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς, = 100· ἀλλὰ μὲν, ἢ πε δῆλον, πολλαχῶς ἂν συγκρηθῆι τὸ γινόμενον 100· ἄρα  $\zeta$  τὸ πρόβλημα πολλαχῶς ἐπιλυθήσεται.

Ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον „ἐν γένει πρὸς εὐρεσιν τῶν τροχῶν, δοθεισῶν τῆς τε οὐνάμεως  $\zeta$  τῆς ἀντισάσεως, διαιρετέον εἶναι τὸν τὴν ἀντίσασιν ἐκδηλῶντα ἀριθμὸν διὰ τῆ δῆλῶντος τὴν δύναμιν,  $\zeta$  ζητητέον ἅπαντας τὰς τῆς πηλίκου ποιητάς, οἷ, πολλαπλασιασθέντες ἐπ' ἀλλήλους, ποιοῖεν αὐτὸ κατ' ἀκρίβειαν“· οἱ δὲ, τόν τε ἀριθμὸν τῶν τροχῶν ἐμφανῶσι,  $\zeta$  ὃν ἡ ἐκάστη τροχῆ ἀκτὶς πρὸς τὴν τῆ κατ' αὐτὸν ἄξονος ἔχει λόγον.

Ἐν ἔν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι α'. ποιηταὶ τῆ 100 εἰσὶν ὁ 100  $\zeta$  ἢ ἡ 1, εἶγε  $100 \times 1 = 100$ · β'. ὁ 2  $\zeta$  ὁ 50, ὅτι  $2 \times 50 = 100$ · γ'. 4  $\zeta$  25· δ'. 5  $\zeta$  20· ε'. 10  $\zeta$  10· ἐπιλυθήσεται ἄρα τὸ πρόβλημα, ἢ ται ἐνὸς μόνου τροχῆ ληφθέντος, ἔπερ ὁ τῆς ἀκτίνος πρὸς τὴν τῆ κατ' αὐτὸν ἄξονος λόγον ἔχει  $:: 100 : 1$ , ἢ ληφθέντων δύο τροχῶν, ὡν τῆ μὲν ἡ ἀκτὶς ἔχει λόγον πρὸς τὴν τῆ ἄξονος αὐτῆ  $:: 2 : 1$ · στατέρου δὲ, ὡς  $50 : 1$ · ἢ τῆ μὲν ὡς  $4 : 1$ , τῆ δὲ ὡς  $25 : 1$ · ἢ τῆ μὲν

ὡς 5 : 1, τῆ δὲ ὡς 20 : 1 ἢ τελευταίον τῆ μὲν ὡς 10 : 1, πατέρου δὲ ἑ αὐτῆ ὡς 10 : 1 ἄει γὰρ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ἀκτίνων ἐξισῆται τῷ 100.

Ἐὰν δὲ ἑ αὐτοὶ οἱ ποιηταὶ ἀναλυθῶσιν ἔτι εἰς ποιητὰς 4, 10, 20, 25, 50, ἢ εἰς τῆς αὐτῶν πρώτης ποιητὰς 2, 5, ἐπιλυθήσεται τὸ πρόβλημα ἑ διὰ τριῶν τροχῶν, ὧν οἱ λόγοι εἶεν φέρ' εἶπειν 2, 5, 10, ἢ 4, 5, 5 κτλ., ἑ διὰ τεσσάρων δὲ ὧν οἱ λόγοι εἶεν 2, 2, 5, 5 κτλ.

129. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν ἦτοι ἡ ἀντίστασις μὴ ἦ διαίρεσιμος ἀκριβῶς διὰ τῆς δυνάμεως, ἢ τὸ προϊὸν πηλίκον ἀριθμὸς ἢ πρῶτος, αὐξητέον τὸ διαίρετέον, ἢ τὸ πηλίκον, μονάδι, ἢ ἀριθμῷ, μέχρις ἂν γένωνται διαίρεσιμοι· τὸ τοίνυν ἔτω γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ἀκτίνων, ἔσεται τι μείζον τῆ δίκαιε· ὅθεν ἡ δύναμις ὑπερέξει τῆς ἀντίστασεως· τῆ δ' ὅπερ, ὅταν γῆν πρὸς ἄρσιν βαρέων χρώματα τῷ παγκρατίῳ, ὑδραμίαν ἐμποιεῖ τῇ χρήσει δυσχέρειαν.

130. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐπει δὲ αἱ ἀκτίνες τῶν κύκλων εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'). ὁ ἄρα τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ὀδόντων ἀριθμὸς πρὸς τὸν τῶν ἀξόνων λόγον ἔχει, ὃν ἡ ἀκτις τῆ τροχῆ πρὸς τὴν τῆ ἄξονος· δυνατὸν ἄρα ἐν τῇ ἀναλογίᾳ ἀντὶ τῶν ἀκτίνων ἀντικαταστήσαι τῆς ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων· ἑ δὲ, ἀντιρροπίας ἔσης, ἡ δύναμις ἔσαι πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τῆς ἄξονος ὀδόντων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν δηλύντων τῆς τῶν τροχῶν.

131. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ἐντεῦθεν ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῆ τῆ Α τάχιον φερομένε, ἢ ὁ ἐφεξῆς Β,

N 2

τῷ Β ἅπαξ περιφερόμενος, δηλεῖται ὑπὸ τῷ ἀριθμῷ τῶν ὀδόντων τῷ Β, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ, ὅς ἐμφαίνει τὴν ὀδόντας τῷ ἄξονος τῷ κατὰ τὸν τροχὸν Α· ἐπιεικῶς γὰρ ὁ τῶν περιφορῶν τῷ τροχῷ Ατ ἀριθμὸς ἀναμφηρίως ταυτίζεται τῷ τῶν περιφορῶν τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος Α· ἀλλὰ λαμῆν ὁ τῶν περιφορῶν τῷ ἄξονος Α ἀριθμὸς ἐμφαίνεται ὑπὸ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ τροχῷ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἄξονος Α ὀδόντων· εἰ γὰρ τῷ μὲν ἄξονι Α πάρεσι φέρε 10 ὀδόντες, τῷ δὲ τροχῷ Β 50, ὁδηλοῦν ὅτι ὁ ἄξων Α, ἢ ἐπομένως ὁ τροχὸς Ατ, πεντάκις περιεγεχθήσεται, τῷ τροχῷ Β περιεγεχθέντος ἅπαξ· ἔρα ὁ ἀριθμὸς τῶν τῷ τροχῷ Α περιφορῶν, τῷ ἐφεξῆς Β ἅπαξ περιεγεχθέντος, δηλωθήσεται διὰ  $\frac{1}{5}$ , εἴτ' ἔν διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἐφεξῆς τροχῷ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἄξονος Α, ὧ εἰσεῖσιν ὁ Β τροχὸς, ὀδόντων.

132. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐν γένει ἔρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῷ τῷ Α, τάχιον φερόμενος, ἐν ᾧ τροχὸς ὁ Δ, βραδύτερον περιφερόμενος, ἅπαξ περιφέρεται, ἐκδηλεῖται ὑπὸ τῷ γινόμενον ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴν τροχῶν Β, Γ, Δ, ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ γινόμενον ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἄξόνων Α, Β, Γ, οἷς ἐναρμόζονται οἱ τροχοὶ Β, Γ, Δ· ἔσωσαν γὰρ 80 οἱ τῷ Γ τροχῷ ὀδόντες, ἢ 8 οἱ τῷ Β ἄξονος, ὧπερ ὁ Γ ἐναρμόζεται· ἔκέν ὁ ἄξων Β, ἢ ἐπομένως ὁ τροχὸς Βτ, δεκάκις περιεγεχθήσεται, τῷ τροχῷ Γ ἅπαξ περιεγεχθέντος· ὁ τοίνυν ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τῷ τροχῷ Β, τῷ τροχῷ Γ ἅπαξ περιεγεχθέντος, ἔσαι  $\frac{2}{5}$ · ἀλλὰ μὲν τῷ τροχῷ Β ἅπαξ περιεγεχθέντος, ὁ ἀριθμὸς τῶν τῷ τροχῷ Α περιφορῶν ἔστιν  $\frac{1}{5}$ , ὡς εἶδομεν (131)· ὁ ἔρα ἀριθμὸς τῶν τῷ

τροχῷ Α περιφορῶν, τῷ τρίτῳ τροχῷ Γ ἅπαξ περιφερο-  
 μένῃ, ἐκδηλεῖται διὰ  $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$ , τῷτ' ἔστι διὰ τῷ γινο-  
 μένῃ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴς τροχῶς Β, Γ ὀδόντων,  
 διαιρεθέντος διὰ τῷ γινομένου ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων  
 τῶν ἀξόνων, οἷς οἱ τροχοὶ Β, Γ ἐναρμόζονται· ὡσαύτως  
 δὲ δείκνυται καὶ τῷ τροχῷ Α, παραβαλλόμενον πρὸς ὀν-  
 τισαῦν τροχὸν Δ, βραδύτερον φερόμενον τῷ Α.

**133. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄.** Ἐν γένει ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν  
 περιφορῶν τροχῷ, τάχιον φερόμενῃ, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν  
 περιφορῶν τροχῷ βραδύτερῃ λόγον ἔχει, ὅν τὸ γινόμε-  
 νον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων ἐκάστῃ τῶν ἐναρμοζομέ-  
 νων τροχῶν, διαιρεθὲν διὰ τῷ γινομένου ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν  
 τῶν ὀδόντων τῶν κατὰ τὴς ἀξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἔτσι  
 ἐναρμόζονται, πρὸς τὴν μονάδα· ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφο-  
 ρῶν τροχῷ, τάχιον περιφερομένη, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν  
 περιφορῶν τροχῷ βραδύτερῃ ἔχει λόγον σύνθετον, ἔκτε  
 τῷ ὀρθῷ λόγῳ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴς ἐναρμοζομένης  
 τροχῶς ὀδόντων, καὶ ἐκ τῷ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀριθμῶν τῶν κα-  
 τὰ τὴς ἀξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἔτσι ἐναρμόζονται, ὀδόντων.

**134. ΠΡΟΒΛΗΜΑ.** Ὁ μέγας Ἀρχιμήδης διὰ παγ-  
 κρατίου, ὁμοίῳ τῷ ἐν (9. 81), ἐσῶτος ἐν μονίμῳ σημείῳ,  
 ἐκτὸς κειμένῳ τῆς γῆς, ἀνασπάσαι ἔφη δύναθαι ὅλην τὴν  
 ὑδρόγειον σφαίραν· πόσας ἄρα τροχῶς ἐπάναγκες ἔχειν  
 κατὰ τὸ παγκράτιον, ὑποτιθεμένου ἐν ἅπασιν τῷ λόγῳ τῆς τῷ  
 τροχῷ ἀκτίνος πρὸς τὴν τῷ ἀξονος :: 10 : 1, ἵνα βάρος  
 λίτρας μιᾶς ἀνασπάσῃ τὴν γῆν;

**ΛΥΣΙΣ.** Ἐν τῷ δε τῷ προβλήματι ἡ δύναμις μόνου  
 γινώσκεται ἕσα λίτρα μία· ἐν ἔν γινωθῆ καὶ ἡ ἀντίστασις,  
 ἀνάγκη μαθεῖν τὸ τῆς ὅλης γῆς βάρος, ὅσον ἔστιν, ὅπερ  
 λίτρα μία βασάσει.



Τῆ τοίνυν τῆς ἀργίλων βάρους πρὸς τὸ τῆ ὕδατος λόγον ἔχοντος ::  $1\frac{1}{2} : 1$ , καὶ τῆ τῆς πυρίτιδος, ἢ μέρος εἶναι τῆς γῆς δύναται, πρὸς τὸ τῆ ὕδατος ::  $2\frac{1}{2} : 1$ , εἰάν ἅπαντα ἢ σφαῖρα ὑποτεθῆ συγκειμένη ἐξ ὕλης ὁμογενῆς, τῆ ἀργίλων ἰσοβαρῆς, ἀποτελεθῆσεται ὄγκος ἰσοβαρῆς ὡς ἔγγιστα τῆ ὑδρογείῳ σφαίρᾳ· τῆ ὑποτεθίντος, ἐπεὶ κυβικός πῆς ὕδατος ἔλκει βάρους λίτρων 70, εἴτ' ἔν ἔγγιστος ἐκκαίδεκα, κυβικός πῆς ἀργίλων, ἢ τῆς ὁμογενῆς ὕλης, ἐξ ἧς σύγκειται ἡ γῆ ἐξ ὑποθέσεως, ἔλξει βάρους ὡς ἔγγιστα λίτρων 100· εἰάν ἄρα γνωθῆ, ὅσους κυβικὰς πόδας περιέχει ἡ ὑδρογείῳ σφαῖρα, πολλαπλασιαθέντων ἐπὶ 100, ποριθῆσεται ἀριθμὸς ἐκδηλῶν τὸ βᾶρος τῆς γῆς, εἴτ' ἔν τὴν ἀνασπαθησομένην ὑπὸ λίτρας μιᾶς ἀντίστασιν· ζητητέον τοίνυν τὰς κυβικὰς πόδας, ὅς περιέχει ἡ ὑδρογείῳ σφαῖρα.

Τῆς κυκλικῆς περιφερείας τῆ τῆς γῆς ἰσημερινῆ ὕσης = 9000 λεύγαις (ὡς ἐν τῆ ἀστρονομίᾳ ὀψόμεθα), ἢ αὐτῆς διάμετρος εἶσαι ὡς ἔγγιστα = 2865 λεύγαις (Γεωμ. 376. Τόμ. Β').· ἢ ἄρα ταύτης τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια εἶσαι =  $9000 \times 2865$  (Γεωμ. 451. Τόμ. Β') = 25785000 λεύγαις τετραγωνικαῖς· ἢ δ' αὐτῆς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας εἶσαι =  $25785000 \times \frac{2}{3}$  (Γεωμ. 463. Τόμ. Β') = 12312337500 κυβικαῖς λεύγαις. Πολλαπλασιασθέντων δὲ ὁ τῶν κυβικῶν λευγῶν ἀριθμὸς ἐπὶ 11883569768 (Ἀριθμ. 156)· καὶ δὴ εὐρεθῆσεται ἡ ὑδρογείῳ σφαῖρα περιέχουσα κυβικὰς ὀργμὰς 146314521688412700000, ὅς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ 216 (Ἀριθμ. 156) ποιεῖ 316039366846971432000000 κυβικὰς πόδας, τῆ γῆ ἔμπεριεχομένης· τελευταῖον δὲ ὁ ἀριθμὸς ἦτος, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ 100, παρέχει ἐν λίτραις τὸ βᾶρος, ὃ ἔλκειν ὡς ἔγγιστα ἡ γῆ ὅλη δύναται, εἴτ' ἔν

3160393668469714320000000 (P), ὅς ἀριθμὸς ἐκ  
 χαρακτηρῶν πέντε ἢ εἰκοσι σύγκειται.

Ἐπεὶ δὲ ὁ τῆς ἐκάστη τροχῆ ἀκτῖνος πρὸς τὴν τῆ ἄ-  
 ξονος λόγος αἰεὶ ἐστὶ 10 : 1, ζητητέον βαθμὸν τῆ 10 τοι-  
 ῶτον, οἷον περιέχει τὸν ἀριθμὸν P· ὁ δὲ δείκτης τῆ βα-  
 θμῆ τέττε ἐμφανεῖ τὸν ἀριθμὸν τῶν πρὸς ἐπίλυσιν τῆ προ-  
 ελήματος ἐξικανόντων τροχῶν· ἐπεὶ δὲ ὁ ἀριθμὸς P χαρα-  
 κτηρᾶς περιέχει πέντε πρὸς τοῖς εἰκοσιν, ἀρτέον τὸν 10 ἐπὶ  
 τὸν εἰκοσὸν πέμπτον βαθμὸν· ὁ δὲ προκύπτων ἐντεῦθεν ἀρι-  
 θμὸς, ὅς ἐμφαίνει τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα, τὴν μο-  
 νάδα ἔχων συγγεγραμμένην πέντε ἢ εἰκοσι μηδενικοῖς, εἴτ'  
 ἔν περιέχων ἕξ ἢ εἰκοσι χαρακτηρᾶς, πολὺ ὑπέρκειται τῆ  
 ἀριθμῷ P, τῆ τὴν ἀντίσασιν, εἴτ' ἔν τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐμ-  
 φαίνοντος.

Ἐὰν ἄρα παγκρατίῳ, ἕξ εἰκοσι ἢ πέντε τροχῶν συγ-  
 κειμένῳ, χρησώμεθα, ἐν ᾧ τροχῆ ἐκάστη ἢ ἀκτὶς δεκαπλα-  
 σία εἴη τῆς τῆ κατ' αὐτὸν ἄξονος, τὸ λίτρας βάρος ἢ μὴ  
 ἀντιρρόπησιν τῆ ἀντίσασιν, ἀλλ' εὐχερῶς πάνυ αὐτὴν ἀνα-  
 σπάσει· ἀπέχρη μὲν γὰρ πρὸς ἀντιρρόπησιν τὸ βάρος πρὸς  
 τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχειν ἀντίστροφον τῆ τῶν μαζῶν, ἢ τῆ  
 τῶν ταχυτήτων· ὁ δὲ ἀριθμὸς ὁ τὴν τῆς δυνάμεως ἐμφαι-  
 των ταχυτήτα, εἴτ' ἔν ἢ 1 συγγεγραμμένη πέντε ἢ εἰκοσι  
 μηδενικοῖς, ἔσιν ὡς ἕγγιστα τριπλάσιος τῆ ἀριθμῷ P, τῆ τὴν  
 ἀντίσασιν, ἢ τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐκδηλῶντος· τέσσαρες δὲ  
 ἢ εἰκοσι τροχοὶ ἔκ ἐξικανῶσιν· εἴγε ἢ 1, συγγεγραμμένη 24  
 μηδενικοῖς, ἔσιν ἀριθμὸς ἐλάττων τῆ P. Ο. Ε. Π. ἢ Δ.

135. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰ δέ τις ἕκθραμος εὐθύς γίνε-  
 ται καθορῶν, ὅσον τὸ παγκράτιον αὐξεί τὴν ἰχῦν τῆς δυ-  
 νάμεως, παύσεται ἐκπληττόμενος, ἢ γὰρ ἐπ' ἄλλο τρέψει  
 τὰ τῆς ἀπορίας, ἐννοήσας, ὅσον ὁ χρόνος ἐν τῷ ἀπόλυται·

ὑποτεθείτω γὰρ ἡ δύναμις, ἢ τὸ λίτρατον βάρος, ὅπερ διὰ τῶν πέντε καὶ εἰκοσι τροχῶν κινεῖ πᾶσαν τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν, φέρεται ταχυτῆτι μετρία πυροβολικῆς σφαίρας κανονίᾳ, καὶ ἐπομένως διανύειν πόδας 1000 ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῇ· πόσων ἄρα δεῖσεται λεπτῶν δευτέρων, ἵν' ἀνασπάσῃ τὴν γῆν χωρὶς ποδιαίῳ; Διηρήθω ὁ ἀριθμὸς P διὰ 1000· πηλίκον ἔσ' προκύψει, συγκείμενον ἐξ 22 χαρακτήρων· περιέχει δὲ ὁ ἐνιαυτὸς λεπτὰ δεύτερα 31556940 (Ἀριθ. 167). ἔτι δὲ διηρήθω τὸ εὐρεθὲν πηλίκον διὰ τῶν δευτέρων τῶν λεπτῶν· εἴτ' ἔσ' συντομίας χάριν, ἀποτεμήθων ὀκτώ χαρακτήρες, ἐκ τῶν δεξιῶν τῷ πηλίκῳ τῷτα· τὸ τοίνυν πηλίκον ἔσ'αι συγκείμενον ἐκ 14 χαρακτήρων, εἴτ' ἔσ' 31603936684697, τῷτ' ἔσ'ι 31 διδυονίων, ἑξακοσίων τριῶν χιλιάδων μυριάδιων, ἑνεακοσίων τριάκοντα ἑξ μυριάδιων, ἑξακοσίων ὀγδοήκοντα τεσσάρων χιλιάδων, καὶ ἑξακοσίων ἑνεακοσίων ἑπτὰ ἐνιαυτῶν, δεῖσεται τὸ μίᾳς λίτρας βάρος ταχυτῆτι φερόμενον ἴση τῇ τῷ κανονίᾳ πυροβολικῆς σφαίρας, ἵν' ἀνασπάσῃ τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν χωρὶς ποδιαίῳ.

136. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Ἐξαιρεῖται δὲ ἐνταῦθα ἡ καινὴ ταχυτῆς, ἣν ἂν ἡ λίτρας δύναμις προσκτήσαστο ἐξ ἰσχύος αὐτῆς ἐπιδρώσης αἰεὶ καὶ ταχυτύσης· συνελόντι δ' εἰπεῖν, ἦτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίστασις ἰσομερῶς κινεῖσθαι ὑποτίθενται.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ὅταν δὲ ἐ βύλωνται μέγα ἄραι βάρος, ἀλλὰ τάχιστα τι περισρέψαι, ἐναντίως, ἢ ὡς ἤδη εἴρηται, χρῶνται τῷ παγκρατίῳ, εἴτ' ἔσ' τιθέασι τὴν μὲν κινῦσαν δύναμιν ἐπὶ τῷ ΚΙ κύλινδρῳ· τὸ δὲ περισρεφθησόμενον ἐπὶ τῷ Β· τὸ γὰρ ἐπὶ τῷ Β χιλιεπλασίᾳ ταχυτῆτι περιάγεται, ἢ ὁ κύλινδρος ΚΙ, εἰ τρεῖς ὑποτεθεῖεν οἱ τροχοὶ, καὶ τόσαι ἄξονες, καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων ἐκάστῃ τρο-

ἔχῃ πρὸς τὸν τῶν ἐκάστου ἄξιος εἶη :: 10 : 1 · χρῶνται δὲ τῷ τοιούτῳ ὄργάνῳ εἰς τὸ νήθειν, ἢ κλώθειν, τὰ ἔρια, τὸς πάμβακας, τὰ λίνα, ἢ μάλισα εἰς τὸ τροφαλίζειν τὰ καλώδια.

137. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ'. Τοῖς πολυτροχίοις πολλαχῆ μὲν χρώμεθα, μάλισα δὲ εἰς τὸ ἐπιβραδύναι τὴν τῆς δυνάμεως ἐνέργειαν, ἵνα πλείων διαρκέσῃ χρόνος (4), ἢ ἐντακτος δὲ ἀποτελεσθῆ κίνησις, οἷα μετρεῖν ἔχειν τὸν χρόνον, ἢ τηρικαῦτα ὠρολόγιον ὄνομα τῷ πολυτροχίῳ· ἢ εἰς τὸ μετρηῆσαι δὲ τὸ, ὅπερ ἄντις βαδίσεις χωρίον, ἢ ὁδομέτρον οἱ τηρικαῦτα προσφυῆς ἀπονέμεται ὄνομα· περὶ δὲ τῶν ἀρματείων τροχῶν κτλ. ὅθεν ἡμῖν ἐνταῦθα εἰρήσεται· ἢ γὰρ αὐτοῖς τῷ ὀνόματι τῶν πολυτροχίων ἐφαρμόζει· ἐπεὶ μὴδ' αὔξουσιν ὅλως τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, χρήσιμα δὲ γίνεται μόνον, ὅτι τὴν τριεὴν τῶν κατὰ γῆν ἐλκυσθησομένων σωμάτων διακωλύουσιν· ἀλλὰ γὰρ περὶ τε τῷ ὠρολογίῳ ἢ τῷ ὁδομέτρῳ ρητέον ἐν τοῖς ἐφεξῆς δυσὶ κεφαλαίοις, ἀμέλειτοι περὶ ἐκατέρου ἰδίῳ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

### Περὶ Ὠρολογίου.

138. Εἴδ' ὅτε μὲν εἰς καταμέτρησιν τῷ χρόνῳ τῷ ἐξ ὕδατος ὠρολογίῳ, ὃ καλεῖται Κλεψύδρα, χρῶνται οἱ ἄθροποι· εἴδ' ὅτε δὲ ἄγγυσι δυσὶν ὑελίνοις συγκεκολλημένοις, κοινὴν ὀπήν ἔχουσιν, ὧν ἐκ τῷ ἑτέρῳ εἰς θάτερον ψάμμος ἐμπίπτει, διὰ τῶν πληρωμάτων τὸν χρόνον καταμετρῶν· ἀλλὰ γὰρ τὰ τοιούτῳ ὠρολόγια