

ξῆς πεφορτισμένης· καλείωθω δὲ τῦτο, εἶδοκεῖ, Ε' γ' ε' ρ. της, ἔ κατασκευή ἐσιν ἢ ἐφεξῆς· ἢ μὲν λαβὴ ξο (σ. 66) προσαρμόζεται κατὰ τὸ ο' ἄξονι σιδηρῶ, διήκοντι διὰ τῆ ξυλίνῃ σερῖῦ σώματος ΑΒΓΔ· ὁ δὲ ἄξων διήκει διὰ τροχῆ ὀδοντωτῆ, ἐν τῷ κίλῳ σερῖῦ σώματι ΑΒΓΔ κειμένῃ, ἔτινος οἱ ὀδόντες εἴσισι τοῖς ὀδῦσι σκυτάλης ὀδοντωτῆς ἢ αὐτῆς τῆς Π· τὸ μὲν ἔν σώμα ΑΒΓΔ τῆ γῆ ἐπερείδεται· τῆ δὲ κορυφῇ Π τῆς ὀδοντωτῆς σκυτάλης ἐπιτίθεται τὸ ἀρθησόμενον βάρος· δυνάμεως ἔν περιαιγύσης διὰ τῆς λαβῆς τὸν ἄξονα, ἕκασος ὀδὸς τῆ ὀδοντωτῆ τροχῆ ἀνάγει ἕκασον τῶν τῆς σκυτάλης, ἢ ἔτως αἶρεται τὸ ἐπὶ τῆ Π βάρος· ἀντιρροπία ἔν ἔσαι, ὅταν ἢ δυνάμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχη, ὃν ἢ ἀκτὶς τῆ ὀδοντωτῆ τροχῆ πρὸς τὴν τῆς λαβῆς ἀκτῖνα ξο, ἐπειμένται αἰείποτε ἢ ξο ἀκτὶς λίαν ἐσὶ μείζων τῆς τῆ τροχῆ ἀκτίνος, εἰς ἄνθρωπος διὰ ταύτης τῆς μηχανῆς μέγιστη ἄραι βάρος δύναται.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

### Περὶ Τροχιλαίας.

68. Διττόντι εἶδος τροχιλαίας ὑπάρχει· ἀκίνητος ἀμέλει, ἢ μηδόλως τόπον ἀμείβουσα, ἢ κινητῆ, ἢ ἀμείβουσα, ἢ τῆ ἀντίστασει συγκινεμένη.

69. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐν τῆ ἀκινήτῳ τροχιλαία, ἐφ' ἧς αἰ φοραὶ τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντίστασεως ἄπτονται τῆς κατὰ τὴν τροχιλαίαν κυκλικῆς περιφερείας ΖΘΕΤ,

(9. 67) ἀντιρροπία ἔσται, εἰάν ἡ τῆς δυνάμεως μάζα ἰσῶται τῇ τῆς ἀντιστάσεως.

**ΔΕΙΞΙΣ.** Ἐπομόχλιον γάρ ἐσιν ὁ τῆς λαβῆς  $ΑΒΔ$  ἄξων  $Κ$ , περὶ ὃν σρέφεται ὁ τροχὸς  $ΕΖΘ$ , κινούμενος ὑπὸ τῆ καλωδίου  $ΗΤΡ$ , ἔπερ ἐλκύει ἡ ἐν τῷ  $Η$  δύναμις· τὸ δὲ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου  $Κ$  ἀπόστημα ἐσιν ἡ κάθετος  $ΚΖ$ , ἡ ἀγόμενή ἐκ τῆ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως· ὡσαύτως τὸ ἀπὸ τῆ αὐτῆ τῆς  $P$  ἀντιστάσεως ἀπόστημα ἐσιν ἡ κάθετος  $ΚΕ$  (12)· ἀλλὰ τῶν φορῶν τῶν ἀπτομένων τῆ κύκλου  $ΕΘΖΤ$ , αἱ ταύταις κάθετοι εἰσὶν αἱ ἀκτίνες αὐταὶ  $ΕΚ$ ,  $ΚΖ$  (Γεωμ. 151. Τόμ. Β΄)· τὰ ἄρα τῆς τε δυνάμεως ἔ τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀποστήματα εἰσὶν ἴσα, ἔ ἐπομένως ἴσαι αἱ αὐτῶν ταχυτήτες· ἴν' ἄρα γένηται ἀντιρροπία, τὰς αὐτῶν μάζας ἰσαλλήλους εἶναι ἐπάναγκες (Φυσ. 410, 115) Ο. Ε. Δ.

**70. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.** Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία μοχλός ἐσιν πρωτογενής, ἔ τὰ μέρη  $ΕΚ$ ,  $ΖΚ$  εἰσὶν ἰσαλλήλα· ἀλλὰ ἔ ζυγός, ἔ ῥάβδος μὲν ἐσιν ἡ τὰ δύο, δι ἧν κινεῖται τῷ καλωδίῳ ἡ τροχιλαία, σημεῖα αὐτῆς ἐπιζευγνύσα διάμετρος  $ΕΖ$  (36)· ἡ δὲ δύναμις ἔ ἡ ἀντίσασις τοῖς ἐπὶ τῶν πλασίγγων τιθεμένοις σώμασιν ἀναλογῶσι.

**71. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.** Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία καθ' ἐαυτὴν μὲν ἔτ' αὖξει, ἔτ' ἐλάττωσιν τὴν ἰσχῦν τῆς ἀντιστάσεως, ἔ τῆς δυνάμεως· ἴσαι γὰρ εἶναι τὰς μάζας ἀπαιτῶνται, ἴν' ἀντιρροπία γένηται· διὰ δὲ τὴν τῆ κινουμένην τροχῶ  $ΕΖΘΤ$  ἀδράνειαν, ἔ τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν, ἐλάττωσιν τὴν ἰσχῦν· δεῖ γὰρ ἔ ταύταις πρὸς τῷ τῆς ἀντιστάσεως βάρει ἀντιπαρταχθῆναι τὴν δύναμιν· ἡ δὲ γὰ τριβὴ τὸ πλεῖον ἀποτελεῖ τῆ κωλύματος· ἡ μὲν γὰρ

ἀδράνεια ἀντίκειται τῇ τῷ τροχῷ κινήσει, πρὶν ἄρξῃται κινεῖσθαι· ἀρξαμένους δὲ, καύεται· ἡ δὲ τριβὴ διαμένει ἀδιάλειπτος· χρησέον ἔν ταῖς ἐπὶ τῷ ζυγῷ εἰρημέναις προφυλακαῖς πρὸς ὑπομείωσιν τῆς τριβῆς (38).

72. Εἰς ἡ ἀκίνητος τροχιλαία ὑπελαττοῖ τὴν ἰσχύον τῆς δυνάμεως, χρησιμώτατον ἔμπης ὑπάχει ὄργανον· ἂ. γὰρ εἰν ἀνασπᾶσαι βυληθῶ αὐτὸς ἄνευ τῆς τροχιλαίας τὸ βᾶρος P κατὰ τὴν φορὰν PE, βασιᾶσαι ἀναγκασθῆσθαι τὸ τῷ ἐμαυτῷ σώματος βᾶρος, ἢ τὸ τῷ ἀνασπᾶμένῳ πράγματι· τῇ μέντοι τροχιλαίᾳ χρησαμένῳ τῇ ἀκινήτῳ, τὸ ἐμὸν βᾶρος προσαρτώμενον τῷ H, δύναμις κηθ. ἴσεται, ἀνασπᾶσαι τὸ βᾶρος P πρὸς τὸ E· β'. ἐν γένει δὲ τὸ τῆς ἀκινήτης τροχιλαίας χρησιμόν ἐστιν, ὅτι τὴν τῆς κινήσεως φορὰν πρὸς τὸ δεξιὸν ποικίλειν δυναμέθῃ· τῆς γὰρ λαβῆς ABΔ σημείῳ μονίμῳ ὑπερθεῖν τῷ A διὰ καλωδίου προσαρτηθείσης, τὸ τῷ τροχῷ EΘΖT ἐπίπεδον αἰεῖ εἶσαι παράλληλον τῇ φορᾷ ZH, καθ' ἣν ἔλκει ἡ δύναμις· ἢ ἔτω καὶ παντοίως ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ ποικίλλεται, ἔμπαιῆσαι τῇ ἀντιτάσει δυνάμεθῃ, ἢ ἂν βυλιώμεθῃ κίνησιν.

73. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Οὐδὲν δὲ κώλυμα γίνεται, καὶ αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιτάσεως μὴ ὡς παράλληλοι· ἐλκνέτω γὰρ ἡ δύναμις τὴν ἀντίτασιν κατὰ τὴν φορὰν OΨ· αὕτη ἔν καίτοι πλαγιαζομένη τῇ διαμέτρῳ EZ, ἐφίσεται μέντοι πρὸς ὀρθὰς ἀκτίνι τινι τῇ OK, ἣτις ἐμφαίνει τὸ ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίου K τῆς δυνάμεως ἀπόσημα, ἔτινος ἴσῳ μένῃ αἰεῖ τῷ KZ τῆς ἀντιτάσεως ἀποσηματι ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίου K, ἀντιῶροπία εἶσαι, ὅταν αἱ μάζαι τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιτάσεως ὡς ἴσῳ παράλληλοι (21).

74. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐντῆ κινητῆ τροχιλαία, ἀφαιρημένων τῶν ἄλλων κωλυμάτων, ἀντιρροπία ἔσται, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχη, ὃν ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιλαίας πρὸς τὴν χορδὴν τῆ τούτου, ὡς προσαρμίζεται τὸ καλώδιον (σ. 68).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐν ταύτῃ γὰρ, τὸ μὲν βάρος Ρ ἐξαρτάται τῆ τῆς λαβῆς ἄξονος Κ. Φατέρου δὲ ἄκρου τῆ καλωδίου σημείῳ μονίμῳ τῷ Β προσδεθέντος, Φίτερον ἡ δύναμις Π ἀναστᾶ πρὸς τὰ ἄνω· ἐννοητέον ἢν μοχλὸν τὸν Ε Δ ἀρχόμενον ἀπὸ τῆ σημείῳ Δ, καθ' ὃ τὸ καλώδιον ἀρχεται κινεῖν τὴν τροχιλαίαν, ἐ τελευταῖοντα εἰς τὸ Ε, καθ' ὃ παύεται· ἡ δύναμις ἢν ἔλκει πρὸς τὰ ἄνω τὸ τῆ μοχλῆ Ε Δ ἄκρου Ε, Φατέρου τῆ Δ ἠρεμῆντος· ἐντεῦθεν ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἡ μὲν ἐξηρητημένη ἀντίστασις τούτου γράφει περὶ τὸ Δ δι' ἀκτίνος τῆς Κ Δ, ἡ δὲ δύναμις τούτου ὅμοιον περὶ τὸ αὐτὸ Δ δι' ἀκτίνος τῆς Ε Δ διαμέτρου τῆς τροχιλαίας, εἴπερ αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως ἐ τῆς ἀντιστάσεως παράλληλοι εἶεν, ἢ δι' ἀκτίνος τῆς χορδῆς Ε Δ, πρὸς ἢ περὶ τῆ τῆς δυνάμεως φορᾶ, εἰ μὴ εἴη τῆ ἀντιστάσει παράλληλος· τοιγαρῶν τῆς μὲν ἀντιστάσεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀπόσημά εἰσιν ἡ ἀκτὶς Κ Δ· τῆς δὲ δυνάμεως τὸ ἀπὸ τῆ αὐτῆ ὑπομοχλίου Δ ἀπόσημα ἢ κήθετος ἔσται, ἢ ἀπὸ τῆ Δ ἐπὶ τὴν αὐτῆς φορᾶν ἀγομένη (12) ἔδεν ἄλλο εἶναι, ὅτι μὴ ἡ χορδὴ Δ Ε, ἢ Δ ε τῆ τῆ καλωδίου ἐνεκλιγμένον τούτου· ἢ ἄρα ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως εἰσιν ὡς ἡ χορδὴ τῆ ἐνεκλιγμένον τούτου πρὸς τὴν ἀκτίναν· ἵνα ἄρα γένηται ἀντιρροπία, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ἀνάγκη λόγον ἔχειν, ὃν ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιλαίας

πρὸς τὴν χορδὴν τῆ τόξου, ᾧ προσαρμόζεται τὸ καλώδιον  
(15). Ο. Ε. Δ.

75. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ κινητὴ τροχιλαία μοχλὸς ἐστὶ δευτερογενής· ἐν ταύτῃ γὰρ ἡ ἀντίστασις Ρ μεταξὺ κεῖται τῆ ὑπομοχλίου Δ ἐκ τῆς ἀντιστάσεως Ρ.

76. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τῶν δὲ φορῶν τῆς δυνάμεως ἐκ τῆς ἀντιστάσεως παραλλήλων ἕσων, ἀντιρροπία ἔσται, εἴαν ἡ  $\Delta : \Lambda :: 1 : 2$ · χορδῆς γὰρ τῆνικαῦτα τῆ ἐνελιγμένης τόξου αὐτῆς ἕσσης τῆς διαμέτρου ΕΔ, τὸ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀπόστημα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆ αὐτῆ τῆς ἀντιστάσεως ἔσιν :: ΕΔ : ΚΔ :: 2 : 1· ἢν ἄρτι γένηται ἰσορροπία, δεῖ εἶναι  $\Delta : \Lambda :: 1 : 2$ .

77. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ὅσον ἡ γωνία τῆ πλαγισμῆς ΠΚ, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν φορῶν τῆς δυνάμεως ἐκ τῆς ἀντιστάσεως, μεγαλύνεται, τοσῦτον ἕλαττον βοηθεῖται ἡ δύναμις· ὅσῳ γὰρ μεγαλύνεται, τοσῦτον ἕλαττον τόξον ΕΧΔ ἐνελίσσεται, ἐκ ἐπομένως τοσῦτον ἕλαττῶνται ἡ χορδὴ ΕΔ, ἡ ἐμφαινῶσα τὸ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου τῆς δυνάμεως ἀπόστημα· ὅταν φέρε ἡ ὑπὸ ΠΚ γένηται ΕΚ, ἡ τῆ τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφανῶσα χορδὴ ἔσται ἡ ΔΙ· τελευταῖον δὲ, εἴαν τιαύτη ὑποτεθῆ ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ ΝΧΔ, ὡς εἶναι τὸ ἐνελιγμένον τόξον  $\Delta\mu\chi = 60^\circ$ , ἡ χορδὴ ΔΧ ἰσωθήσεται τῇ ἀκτίνι ΚΔ (Γεωμ. 352. Τόμ. Β'), ἐκ τῆνικαῦτα ἡ δύναμις ἦκιστα βοηθεῖται.

78. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Βυλομένοις δὲ πολλῶν βάρων ἄλλο μετ' ἄλλο εἰς τόπον τινὰ τὸν ΜΙ διὰ τροχιλαίας ἀναβιάσαι, ῥᾶσα διακυδῆσεται, προσαρτηθέντος μὲν τῆ βάρους τῇ λαβῇ τῆς κινητῆς τροχιλαίας, τῆ δὲ καλώδιον ΕΥΧΞ διαβιβαθέντος διὰ τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας Υ· ἔτω γὰρ εὐμαρῶς ἐκ τῶν κάτω κθελκιδῆσεται τῆ

καλώδιον ΧΞ, τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας μετατρέψεως τὴν τῆς δυνάμεως φοράν.

79. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐπὶ τῆς κινήτου τροχιλαίας, ὡσπερ καὶ τῶν ἄλλων μηχανῶν, ὧ διαφθείρεται ὁ χρόνος, τὴν μείζων καθίσταται ἡ ἰσχύς· δῆλον δὲ τὸ γίνεσθαι ἐκ τῶν προειρημένων, εἰ γὰρ ἡ δύναμις, ἀμέσως ἐφαρμολογῆσα τῇ ἀντιστάσει Ρ, ἀνασπάσῃ αὐτὴν ἐφ' ἐνὸς λεπτοῦ πόδα ἓνα, ἰσχύϊν ἔχουσα διπλασίαν τῆς, ἣν εἶχεν ἐν τῷ Π, χρωμένη τῇ τροχιλαίᾳ, δεήσει κατὰ τὸ Π κειμένην χρῆσασθαι ἰσχύϊ τῆς προτέρας ὑποδιπλασίας, ἢ ἐφεξῆς ἀνασπάσῃ δύο πόδας καλωδίου· δεήσει ἄρα δυσὶ χρῆσασθαι ἰσχύσιν, ἑκατέρᾳ διαρκύσῃ λεπτόν ἓν· διαρκύσει ἄρα διπλὴν χρόνον, ἵνα παραγάγῃ τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα δι' ἰσχύος ὑποδιπλασίας.

80. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν πολλαὶ συλλήβδην τροχιλαίαι συναπαρτῶσι τὴν μηχανήν, ὀνομάζεται Πολύσπασον, περὶ ἧς ἐρῶμεν ἐν τῷ περὶ τῶν συνθέτων μηχανῶν κεφαλαίῳ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

### Περί πρανῆς ἐπιπέδου.

81. Τὰ προσηνέκοντα τῇ θεωρίᾳ τῆς πρανῆς ἐπιπέδου εἰρηται κατὰ Πλάτος (Φυσ. 191. κτλ.)· λοιπὸν δὲ βραχεία διελθεῖν ἐνταῦθα περὶ τῆς, ὅπως τὰκει δεχθέντα ἐφαρμόζεται τῇ τῆς ἐπὶ τῆς πρανῆς ἐπιπέδου κειμένης ἐνστάσεως πρὸς τὴν δύναμιν ἀντιρροπία· ἢ τὰ περὶ τῆς χρήσεως ταύτης τῆς μηχανῆς.

82. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τῶν τριῶν τῶν δε, τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάξης, ἔ τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν, ἔ τῆς ἡμίτουσ τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας, δυοῖν δοθέντων, εὔρειν τὸ τρίτον ἐν τῇ ἀντιρροπία.

ΛΥΣΙΣ. Ἀντιρροπείτω ἡ δύναμις Π (φ. 69) τῇ ἀντίστασι Ρ, ἢν ἀνασπᾶ κατὰ τὴν φορὰν ΓΡ τῷ πρᾶνεί ἐπίπεδῳ ΒΓ παράλληλον· τοιγαρῶν ἡ ἀπόλυτος βαρύτης τῆς σώματος Ρ πρὸς τὴν σχετικὴν αὐτῆ λόγον ἔχει, ὡν τὸ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Δ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας ΓΒΔ (Φυσ. 195)· ἀλλ ἡ μὲν δύναμις Π ἐνεργεῖ κατ' ὅλην αὐτῆς τὴν ἰσχύον, εἴτ' ἐν κατὰ τὴν ἀπόλυτον βαρύτητα· εἴγε σπεύδει πρὸς ὀρθῆς τῷ ὀρίζοντι καταβῆναι· ἡ δ' ἀντίστασις Ρ κατὰ τὴν ἑαυτῆς σχετικὴν· ἴν' ἄρα γένηται ἀντιρροπία, δεῖσει τὴν μάξαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντίστασεως λόγον ἔχειν, ὡν τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας πρὸς τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον.

Ἐῶ τῶν τῆς κλίσεως γωνία  $B = 10^\circ$ , ἔ ἡ ἀντίστασις = 100 λίτραις· ἔκῶν τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ γωνίας =  $10^\circ :: 100$  λίτραι :  $\chi = 17,36$  λίτραις· εἰάν δὲ γνωσθῶ ὡσιν ἢτε μάξα τῆς δυνάμεως = 20 λίτραις, ἔ ἡ τῆς ἀντίστασεως = 100 λίτραις, εὔρεθῆσεται ἡ γωνία τῆς κλίσεως· ἔ γὰρ  $100 : 20 :: \text{ὀρθ. ἡμ.} : \chi = \text{ἡμίτονῳ τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας}$ · εἰάν δὲ τελευταῖον γνωσθῶ ὡσιν ἡ δύναμις = 100, ἔ ἡ τῆς κλίσεως γωνία =  $30^\circ$ , εὔρεθῆσεται ἡ ἀντίστασις· ἔ γὰρ ἡμ.  $30^\circ : \text{ὀρθ. ἡμ.} :: 100 : \chi$ .

83. ΣΧΟΛΙΟΝ. Παντοίας παρέχεται τὰς χρήσεσ τὸ πρᾶνές ἐπίπεδον· ἂ. ὅταν φορτίσαι βελώμεθα ἄμυξιν, ἢ ἐκφορτίσαι πραγμάτων ἄγαν βρέων, ὡν τὴν

κάθεδον ἡρέμα ὑενέσθαι προσήκει· β'. ὅταν ἡρέμα βάρη-  
 ἀναβιάσαι βυλώμεθα, ἡνίκα ἐ πολλοῖς χρώμεθα πρα-  
 γέσιν ἐπιπέδοις κλιμάκων δίκην· γ'. δύο ἰδιαίτεροι χρή-  
 σεις αὐτῆ εἰσιν ὁ Κοχλίας, ἐ ὁ Σφήν, περὶ ὧν ἑκάτερον,  
 εἴτε ἰδιαν ἀπαιτῶντος θεωρίαν, ἐρῶμεν ἐν τοῖς ἐφεξῆς κε-  
 ραλαίοις.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

### Περὶ Κοχλίου.

84. Ἐὰν, κυλίνδρον τῆ ΑΒΓΔ (σχ. 70) περιεγχο-  
 μένῃ ἰσομερῶς περὶ τὸν αὐτῆ ἄξονα ΑΒ, ἀκίνητον μένοντα,  
 ἐ ἅμα παραλλήλως αὐτῷ τῷ ἄξονι κινούμενον κατὰ τὴν  
 φοράν τῆ ἄξονος ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, τὸ αὐτῆ ἄ-  
 κρον Α, ὅπερ ἔκειτο κατὰ τὸ α, ἀφίκηται ἐπὶ τῆ ρ,  
 βῆτερρον δὲ τὸ Β, ὅπερ ἔκειτο ἐπὶ τῆ β, γένηται κατὰ τὸ  
 α· ἐν δὲ ταύτῃ τῇ κινήσει ὑποτεθῆ πρὸς τῷ ἄκρῳ τῆ κί-  
 νημένῃ τὴν διττὴν κίνησιν κυλίνδρον βελόνῃ μόνιμος ἢ σΕ,  
 ἢς ἢ ἀκωκῆ ἐγχερίπτοι τὴν τῆ ἄξονος ἐπιφάνειαν· ἢ ὑπὸ  
 τῆς βελόνης γραφομένη γραμμὴ ἐ ὑπὸ τῶν σημείων  
 ο, υ λαμβανομένη σχιψυ, καλεῖται σπειρα (\*).

(\*) Δῆλον αὐτίκα καθίσταται τὴν σπειραν ταύτην μα-  
 κρῷ διαφέρειν τῶν εἰρημένων (ΤΨηλ. Γεωμ. 331. Τόμ. Γ'.)  
 ἐκεῖνοι μὲν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ ἐπιφανείᾳ γράφονται· αἱ δὲ ταύ-  
 τε ὁμοειδεῖς ἐν καμπύλῃ, οἷα ἢ τῆ κυλινδρική ἄξονος, ἐφ'  
 ἧ κινεῖται ὁ ἐπικείμενος κύλινδρος· αἱ δὲ ἐπὶ τῶν τοιούτων  
 ἐπιφανειῶν γραφομένης καμπύλαι γραμμαὶ διτλῆς καμ-  
 τυλότητος ὀνομάζονται, ἂν τῆς ιδιότητος ἰδεῖν πάρεσιν



85. Ἐὰν δὲ πρίσμα τριγωνικὸν εὐλίγυσον ἔμπεριελιχθῆ τῷ κυλίνδρῳ ἐκ τῆς  $o$  ἀρχάμενον, καὶ ἐς τὸ  $υ$  τελευτήσῃ, ὡς ἐν τῶν αὐτῆ παραλληλογράμμων προσαρμοζοῦνται ἀκριβῶς τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι, τὴν δ' ἀντιθετοῦ ῥάχιν τῆς πρίσματος αἰεὶ συστοιχεῖν τῇ σπείρᾳ σχιτυ· ἢ, βέλτιον εἰπεῖν, ἐὰν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἐγγλυφῆ τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι κενόντι σπειροειδῆς, καὶ πρισματικὸν μεταξὺ τῶν προσεχῶν γραμμῶν σχ, ιτ, καὶ μέχρι τῆς  $A$  κορυφῆς· προκύψει ἐντεῦθεν ὁ καλούμενος **Κοχλίας**.

86. Ἐὰν δὲ γραμμὴ εὐθεῖα ἢ τυπὴ ἀχθῆ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω κάθετος ἑκατέρω τῶν τῆς κυλίνδρου βάσεων, διατεμεῖ τὴν ὅλην σπείραν εἰς τσαῦτα μέρη ἰσάλληλα τὰ σχτ, τιψ, κτλ., ὅσακις περιήνεκται ὁ κύλινδρος περὶ τὸν αὐτῆ ἄξονα· διὸ δὴ τὰ μέρη ταῦτα ἐλιγμοὶ ὀνομάζονται· τὸ δὲ μέρος οτ τῆς εὐθείας γραμμῆς, τὸ ἀπολαμβάνομενον ὑπὸ τῆς  $o$  ἀρχῆς ἐλιγμοῦ τινος, καὶ τῆς κατ' αὐτὸν τέραςτος  $t$ , διάστημα τῆς κοχλίας προσαγορεύεται· ἐμφαίνει γὰρ ἢ οτ τὸ διάστημα, ὃ διήνυσεν ὁ κύλινδρος, κινούμενος πρὸς τὸ  $A$  ἐκ τῆς  $B$ , μέχρις  $ε$  ἢ γραμμῆς  $υψι$ , ὑπελθῆσα τὴν βελόνην  $B$ , ἀπαντήσῃ ταύτῃ καὶ δεύτερην· ἐντεῦθεν ἄρα, ὅσῳ τάχιον ὁ κύλινδρος περιεφέρεται περὶ τὸν αὐτῆ ἄξονα, τῆς κατὰ τὴν φοράν  $AB$  ταχυτήτος αὐτῆ ἀμεταβλήτου σωζομένης, τσαῦτοι ἔλαττον ἔσαι τὸ τῆς κοχλίας διάστημα οτ· ἢ, ὃ ταυτὸν, τσαῦτον οἱ ἐλιγμοὶ προσεχέςτεροι ἀλλήλων ἔσονται.

ἐν ταῖς βίβλοις τῶν κατὰ πλάτος περὶ τῆς ὑψηλοτέρας Γεωμετρίας περιλαμβανόμενων.

87. Παρὰ δὲ τῆτον τὸν κοχλίαν, ὃς καλεῖται ἄρσην, τῆς ἐλιγμῆς ἐξέχοντας φέρων ἐπὶ τῆς τῆ κυλίνδρου ἐπιφανείας, καὶ ἄλλος κατασκευάζεται θήλυς ὀνομαζόμενος, ἔνθα οἱ ἐλιγμοὶ κατ' εἰσοχὰς τῷ κυλίνδρῳ ἐγκολάπτονται· κατασκευάζονται δὲ ἕτως ἐκάτεροι, ὡς τῆς εἰσέχοντας τῆς ἐλιγμῆς ὑπείσέρχουσαι ἀραρότως τοῖς ἐκείνῃ· καὶ τῆς συναρμογῆς τῆτων καὶ συναφείας μίαν ἀποτελεῖσθαι μηχανήν.

88. Ἐποτεθείωθω ἔνθα ἤδη ὁ θήλυς κοχλίας ΑΒΓΔ μένων προσκεκολλημένος τοῖς σύλοις ΕΖ, ΔΗ (σχ. 71)· εἰάν ἔνθα προσαρτηθῆ βάρος τὸ Π τῷ διαστήματι τῆ κοχλίας ΘΙ, τῆς τριβῆς ἐξαιρουμένης, οἱ ἐλιγμοὶ λμ τῆ κοχλίας, ἐπερειδόμενοι τοῖς τῆ θήλεως, κατελεύσονται δι' αὐτῶν, ὡς διὰ πρανῆς ἐπιπέδου, ἕκαστος ἄρα τῶν τῆ θήλεως ἐλιγμῶν πρανῆς εἶναι ἐπίπεδον, ἔνθα μήκος μὲν αὐτὸ τὸ τῆ μλτ ἐλιγμῆς μήκος, ὕψος δὲ τὸ τῆ κοχλίας διάστημα τμ· τὸ δὲ βάρος Π, δι' ἔνθα τὴν βαρύτητα ὁ τῆ κοχλίας ἐλιγμῆς θλίβει τὸ ἐπίπεδον τῆ κατὰ τὸν θήλυν ἐλιγμῆ, ἐκλαμβάνεται ὡς κείμενον καὶ αὐτὸ ἐπὶ τῆ αὐτῆ πρανῆς ἐπιπέδου, εἴτ' ἔνθα κατὰ τὸν θήλυν ἐλιγμῆ· ταιγαρῶν ἢ βαρύτης ἢ κατέχουσα τῆτο τὸ βάρος, εἴτ' ἔνθα ἢ σχετικῆ αὐτῆ κείμενον ἐν τῷ κοχλίῳ βαρύτης πρὸς τὴν ἀπόλυτον αὐτῆ λόγον ἔχει, ὅν τὸ τῆ κοχλίας διάστημα πρὸς τὸ μήκος τῆ ἐπιπέδου, εἴτ' ἔνθα τὸ ἐνὸς τῶν ἐλιγμῶν (Φυσ. 193).

89. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ὁ κοχλίας ἄρα καθ' ἑαυτὸν ἔδεν εἶναι ἄλλο, ἢ πρανῆς ἐπίπεδον.

90. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διὰ δὲ τὴν, ἣν παρέχεται χρῆσιν, μηχανὴ ἀποτελεῖται ὁ κοχλίας ἐκ πρανῆς ἐπιπέδου, καὶ μοχλῆ συγκειμένη· χρῶνται γὰρ ἄνθρωποι τῷ κοχλίῳ, ἥτοι πρὸς ἀνύψωσιν σώματος τῆ Π, σρέφοντες τὴν σκν.

τάλην, ἢ τὸν μοχλὸν ΙΚ, εἰ ἔτω τὸν κοχλίαν ΙΘ ἀνα-  
 βῆναι ἀναγκάζοντες διὰ τῶν ἐλιγμῶν μλτ τῆ θήλεως  
 κοχλίας ΑΒΓΔ τῆ σερόως προσηκολλημένε τοῖς σύλοις  
 ΕΖ, ΓΗ, ἢ πρὸς κατάθλιψιν σώματος, ὁ διττῶς ἀν-  
 διαπραχθείη· α. τίθεται κατὰ τὸ Π μεταξύ τῆ ἐπιπέδου  
 αδβρ, εἰ τῆ εζθη, τὸ πιεζήσομενον, εἰ ὁ κοχλίας κατ-  
 ελθεῖν ἀναγκάζεται διὰ τῆ μοχλῆ ΙΚ· β. ἐνίστε δὲ  
 τὸν αὐτίον, μένει μὲν ἀκίνητος ὁ κοχλίας ΙΘ· τίθεμένε  
 δὲ τῆ πιεζήσομένε σώματος μεταξύ τινος ἐπιπέδου τῆ α  
 βδρ, καὶ τῆ θήλεως κοχλίας ΑΒΓΔ, περιάγασα τὸν  
 θήλην κοχλίαν ἐκ τῶν ἄκρων αὐτῆ Δ, Β, ὅτε ὁ αὐτὸς  
 θήλος κοχλίας εἰ μοχλὸς διπλῆς καθίσταται ΒχΔ.

91. Ἄλλ' εἰ εἰ ὁ κοχλίας ἔτιωσ ἀεὶ γίνεται σύνθε-  
 τος μηχανή, ἀλλὰ τὴν ἐπ' αὐτῆ θεωρίαν τῆς ἀντιρρο-  
 πίας ἐνταῦθα ἐκδησόμεθα, περὶ τὰς ἀπλᾶς ἐτι τῶν μη-  
 χανῶν ἀχολέμενοι· τὴν μὲν ἔν ἀντίστασιν, ἣν προίχε-  
 ται σῶμάτι πιεζόμενον, ἐκδεξόμεθα ὡς τὴν τῆ ἀνασπῶ-  
 μένε σώματος· τὴν δὲ δύναμιν, ὡς τὴν τῆ ἀνασπῶντος·  
 τὰ μάζας ἄρα τῆς δυνάμεως εἰ τῆς ἀντιστάσεως κἀνταῦ-  
 θα ἐκληψόμεθα, ὡς καὶ ταῖς προεκτεθείσαις μηχαναῖς.

92. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ κοχλίᾳ ἀντιρροπία ἔστι,  
 ἔταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἔχη λόγον, ὃν τὸ τῆ  
 κοχλίας διαστήμα πρὸς τὴν κυκλικὴν περιφέρειαν, ἣν ἡ τῷ  
 ἄκρω Κ, ἢ Δ προσηρημισμένη δύναμις καταγράφει.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς γὰρ τῷ Κ προσηρημισμένης δυνάμεως  
 ὅλην περιφέρειαν γραφύσης περὶ τὸ Ι σημεῖον τῆ ΙΘ ἄ-  
 ξιος, ὁ κοχλίας ἀνιῶν διανύσει ἐλιγμὸν ἕνα, εἰ ἐπομέ-  
 νως τὸ βαρὺ σῶμα Π, τὸ προσηρημισμένον τῷ τῆ κοχλίας  
 ἄξιοι, ἀνασπασθήσεται εἰς ὕψος ἴσον ἐνὶ τῆ κοχλίας διαστή-  
 ματι τῷ Ιρ· ὡσαύτως, εἰ προκέοιτο σῶμα καταπιέσαι

ἐν τῷ Π, ὅπερ ὡς ἀντίσασιν ἐκλαμβάνομεν, τῆς πρὸς τῷ Κ δυνάμεως ἅπαξ περιαγομένης, ὁ τῷ κοχλίῳ ἄξων, ἔπομένως ἢ ἀντίσασις, κατελείσεται ἐλιγμὸν ἓνα· ἢ ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆς πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως, λόγον ἔχει, ὃν ἢ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη κυκλικὴ περιφέρεια πρὸς τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα· ἢ ἄρα γένηται ἀντιρρόπια, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ἐπάναγκες λόγον ἔχειν, ὃν τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν (Φυσ. 115). Ο. Ε. Δ.

93. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐν τῷ αὐτῷ κοχλίῳ ὅσῳ μείζων ἂν ἢ ὁ μοχλὸς ΙΚ, πρὸς ἔ τῷ ἄκρῳ ἐφαρμόζεται ἢ δύναμις, τοσούτον ἀναλόγως αὔξει ἢ δύναμις. αἱ γὰρ κυκλικαὶ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς οἱ μοχλοὶ, τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος, ἔπομένως τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν ταχυτῆτος τῆς αὐτῆς μενέσης.

94. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν διαφόροις κοχλίαις τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκους ἀναλλαιώτε μόνοντος, τοσούτον αὔξει ἢ τῆς δυνάμεως ἰχὺς, ὅσον ἂν ἢ ἔλαττον τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα, ἢ, ὁ ταυτὸν, ὅσον οἱ ἐλιγμοὶ εἶεν προσεχέςεροι.

95. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐντεῦθεν ἔπεται τὴν ἐνέργειαν, ἢν ἢ δύναμις ἐπιδρᾷ τῇ ἀντιστάσει ἐν τῷ κοχλίῳ, λόγον ἔχειν σύνθετον ἔκτε τῷ ὀρθῷ λόγῳ τῶν περιφερειῶν, ἔπομένως τῶν κατὰ τῆς μοχλῆς μηκῶν, ἅτινα εἰσὶν αἱ τῶν περιφερειῶν ἀκτῖνες, ἔκ τῷ ἀντιρρόφῳ τῶν τῷ κοχλίῳ διαστημάτων, ἔπομένως ἢ δύναμις αὕτη ἔστιν ὡς τὸ πηλίκον τὸ διαίρεσει τῆς περιφερείας διὰ τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος προερχόμενον (\*).

(\*) Ὅταν μὲν γὰρ ποσὰ δύο Π, π ἀντιτεταχθῶνται

96. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Ἐκ τῶν τεσσάρων τέτων, τῆ κατά τὸν μοχλὸν μήκους, τῆ κατά τὸν κοχλίαν δια-

λόγον ἔχουσι δυοῖν ἐτέρων  $\Xi$ ,  $\xi$ , τὴν ἀναλογίαν ταύτην ἐκ-  
 δηλῶσαι δυνατόμεθα ἢτοι διὰ  $\Pi = \frac{1}{\Xi}$ , ἢ διὰ  $\Xi = \frac{1}{\Pi}$  (Σημ.  
 286 τῆς Φυσ.). ὅταν δὲ τῶναντίον δύο ποσὰ  $\Pi$ ,  $\pi$  ἐν ὁρ-  
 θῶ λόγῳ ᾧσι δυοῖν ἐτέρων ποσῶν  $\Xi$ ,  $\xi$ , δυνατόν ἐν τῇ ὁρθῇ  
 ἀναλογίᾳ  $\Pi : \pi :: \Xi : \xi$ , ὑποθεῖναι = 1 τὴν ἐλάττω πο-  
 σότητα ἐκατέρου εἶδους ὅθεν  $\Pi : 1 :: \Xi : 1$  ἄρα (Συμβ.  
 Λογ. 238. Τόμ. Α'.)  $\Pi = \frac{\Xi}{1}$ , ἢ  $\Xi = \frac{\Pi}{1}$ , εἴτ' ἔν  $\Pi =$   
 $\Xi$ · διὸ δὴ ἐμφαίνειν εἰώσασιν, ὅτι δύο ἑτεροειδεῖς ποσότη-  
 τες  $\Pi$ ,  $\Xi$  ἐν ὁρθῇ εἰσιν ἀναλογία, γράφοντες  $\Pi = \frac{\Xi}{1}$ , ἢ  
 $\Pi = \Xi$ · τῶναντίον δὲ ἵνα δηλώσασιν, ὅτι δύο ποσὰ ἐν ἀντι-  
 κρότῳ εἰσιν ἀναλογία, γράψασιν  $\Pi = \frac{1}{\Xi}$ , ἢ  $\Xi = \frac{1}{\Pi}$ · εἰάν  
 ἄρα δύο γινόμενα ᾧσιν, ἐν λόγῳ μὲν ὁρθῶ δύο περιφερειῶν  
 $\Gamma$ , 1, εἴτ' ἔν ἐν λόγῳ δηλεμένη διὰ  $\frac{\Gamma}{1}$ , ἢ διὰ  $\Gamma$ , ἐν λόγῳ  
 δὲ ἀντικρότῳ δυοῖν δικημηάτῳ τῆ κοχλίᾳ,  $\Pi$ , 1, εἴτ' ἔν ἐν  
 λόγῳ  $\frac{1}{\Pi}$ , ἢ δὲ ὁ πρὸς ἄλληλα αὐτῶν λόγος σύνθετος ἐκ  
 τῶν δυοῖν τέτων λόγων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α'), ἴ-  
 σονται ταῦτα ἐν τῷ λόγῳ  $\frac{\Gamma}{1} \times \frac{1}{\Pi} = \frac{\Gamma}{\Pi}$ , εἴτ' ἔν ὡς ἡ πε-  
 ριφέρεια διηρημένη διὰ τῆ κατά τὸν κοχλίαν διαστήματος.

Ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον ἐν γίνεαι, ὅταν δύο ποσότητες ἐν  
 ὁρθῶ μὲν ᾧσι λόγῳ ποσότητός τινος, ἀντικρότῳ δὲ ἐτέρας,  
 δυνατόν ἐμῆναι τὸν ἐκ τέτων σύνθετον λόγον διὰ τῆ τη-  
 λίου τῆ διαιρέσει τῆς πρώτης διὰ τῆς δευτέρας προσερχομένη.

σήματος, τῆς δυνάμεως ἔ τῆς ἀντιστάσεως, τριῶν δοθέντων, εὔρειν τὸ τέταρτον ἐν τῇ ἀντιρροπίᾳ.

ΛΤΣΙΣ. Μία μόνη περίπτωσις ἔ τὰς ἄλλας εὐκίλως ἐπιλύσει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον· ἔσω γὰρ ἡ ἀντίστασις = 1000 λίτρας, ἔ τὸ τῆ κοχλίας διάστημα = 1 δακτύλῳ, ἔ τὸ τῆ μοχλῆ μήκος = 10 δακτύλοις· ἴν' ἐν εὐρεθῇ ἡ τῆ ἀντιστάσει ἰσορροπήσῃσα δύναμις, ἀ. ζητηθῆτω κυκλικὴ περιφέρεια, ἧς ἡ ἀκτὺς εἶη = 10 δακτύλοις διὰ τῆς ἀναλογίας  $7 : 22 :: 20 \text{ δακτύλοι} : \chi = 62\frac{2}{7}$  δακτύλοις (Γεωμ. 375. Τόμ. Β'.) β'. εὐρεθῆτω ἡ δύναμις ἐκ τῆς ἀναλογίας·  $\chi : 1000 \text{ λίτρας} :: 1 \text{ δακτύλος} : 62\frac{2}{7} \text{ δακτύλους}$ · ὅθεν  $\chi = \frac{1000}{\frac{7}{62}} = 15\frac{1}{7}$  λίτρας (Α'.

ριθ. 205)· σῶμα τοίνυν ἰσοβαρὲς 16 λίτρας ἐν ταύτῃ τῇ μηχανῇ βασάσει ἀντίστασιν ἰσοβαρῆ λίτρας 1000.

97. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Ἐν δυοῖ κοχλίαις δοθέντων τῶν διασημάτων, ἔ τῶν κατὰ τὴς μοχλῆς μηκῶν, εὔρειν ἐν ἑκατέρῳ τὸν τῶν κατὰ τὰς δυνάμεις μαζῶν λόγον, ἴνα γένηται ἀντιρροπία ἐν ἑκατέρῳ.

ΛΤΣΙΣ. Ἐσω τῆ μὲν τὸ διάστημα = 1 δακτύλῳ, ἔ τὸ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκος = 10 δακτύλοις· ἑατέρῃ δὲ τὸ μὲν διάστημα = 2, τὸ δὲ τῆ μοχλῆ μήκος = 40· ἔσι τοίνυν  $\frac{1}{1} = 10$ , ἔ  $\frac{1}{2} = 20$ · ἡ ἄρα ἰσχὺς τῆς δυνάμεως τῆς ἐν τῷ πρώτῳ κοχλίᾳ, ἔσι πρὸς τὴν ἰσχὺν αὐτῆς ἐν τῷ δευτέρῳ ἐνεργύσης :: 10 : 20 :: 1 : 2· ἴν' ἄρα γένηται ἐν ἑκατέρῳ ἀντιρροπία, ἀντιστάσεως τῆς αὐτῆς ἐν ἑκατέρῳ ἔσης, ἡ ἐν τῷ πρώτῳ μάζα τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἐν τῷ δευτέρῳ ὀφείλει ἔχειν :: 2 : 1, εἴτ' ἔν ἀντιστρόφως ὡς τὰ κατὰ τὴς μοχλῆς μήκη διαί-

ρεθέντα διὰ τῶν κατὰ τὴν κοχλίας διαστημάτων (95, ε  
Γεωμ. 393. Τόμ. Β΄.)

98. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ἐν τῷ κοχλίῳ, ὡς καὶ ταῖς  
ἄλλαις μηχαναῖς, ὧν καταναλίσκεται ὁ χρόνος, τέτρω  
ξαι ἡ δύναμις.

99. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ὁ κοχλίας, πρηνὲς ἐπίπεδων  
ῶν, κάτεισί τε ἐξ ἀνεισι, καθ' ὃν αὐτῷ ἐπενεργοῖη λόγος ἡ  
δύναμις, ὡς ἤδη εἶδομεν· ἀλλ' οἱ λόγοι τῆς θεωρίας  
ταύτης ἤκιστα κρατῆσιν, εἰ προσλογισθῆι τῇ ἀντίστασι  
τῶν ἀνελκομένων ἢ κατασπωμένων σωμάτων καὶ ἡ ἐκ  
τῆς τριβῆς ἀντίστασις.

Ἀλλὰ καὶ ἡ τριβὴ ζημιώδης γίνηται τῷ κοχλίῳ,  
κωλύουσα τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, τὰ πολλὰ μάλιστα ἀφέ-  
λιμος γίνεται, ὅτι τῆς δυνάμεως τῆ ἐνεργεῖν παυομένης,  
ἢ ἔτι τὸ ἐνδύσιμον ἔχουσα τῆς ἀντίστασεως κίνησις ἐδείται  
κωλύματος, τῆς τριβῆς αὐτὴν ἰσώσης.

Φημι δὲ τὰ πολλὰ· πολλάκις γὰρ ἡ τριβὴ ἐκ  
ἀφανίζει τὴν κίνησιν τῆς ἀντίστασεως, εἴτ' ἔν ὅταν μεγά-  
λα μὲν ὦσι τὰ διαστήματα, ὀλιγάριθμοι δὲ οἱ ἐλιγμοὶ,  
ἐξ ἔτι ἐλαίῳ καταληλειμμένοι· καθορᾶται τοιγαρῶν ἐν  
τοῖς πιεσηρίοις ὁ μοχλός, ὃν ἰσχυρῶς ἂν περιαγάγοιτις,  
μεθ' ὁρμῆς περισρεφόμενος, ἐξ τῆς παρατυχόντας πέριξ  
καταλυμαινόμενος.

100. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ΄. Πολλοὶς δὲ ἐξ ἄλλοις παρὰ  
τὰ εἰρημένα χρήσιμός ἐστιν ὁ κοχλίας· κινήσεις γὰρ δι  
αὐτῷ οἷον ἀκατάληπτοι μὲν, ἰσάλληλοι δὲ, σώμασιν ἐμπρι-  
ῶνται· ἐπιπώματά τε παντοίοις σκεύεσι γίνεται, δυσχερῶς  
ἢ ἕδύλως τῶν σκευῶν ἐκπίπτουσα, εἰμήτις περιαγωγῇ  
ταῦτα βεληθεῖη ἀφελεῖν· ἀλλὰ ἐξ τὰ σμικρότατα δια-  
στήματα δι' αὐτῷ μετρῶνται, ἠνίκα ἐξ ὀνόματι ἰδίῳ ὁ κο-

χλίας μικρόμετρον ὀνομάζεται· κείθω γὰρ ἀπὸ τῆς μικρᾶς γραμμῆς  $AB$  (α. 72) τεμείν γραμμὴν ἐτι ἐλάσσω τὴν  $AG$ , ἥτις εἶη πρὸς τὴν πρώτην ἐν λόγῳ δεδομένῳ, οἶον :: 1 : 100· εἰλήθω ἔν ὃ  $DE$  κοχλίας, ἔπερ εἶεν οἱ ἐλιγμοὶ ἰσάλληλοί τε ἔ προσεχέςατοι· καὶ πρὸς τῷ ἄκρῳ αὐτῷ προσηρμόθω κύκλος, διηρημένος εἰς τὰς αὐτῷ μοίρας, ἔ βαθμοδείκτης ὃ  $EZ$ , κινούμενος περὶ τὸν κύκλον, ἔ ὡς μοχλὸς ἅμα τὸν κοχλίαν περὶ τὸν αὐτῷ ἄξονα κινῶν· τῷ  $\Phi$  ἡλεως ἔν  $\Theta H$  ἀκινήτε μένοντος, περιήθω ὃ ἄρῃην διὰ τῷ βαθμοδείκτῳ  $EZ$ · ἔ μετρηθήτωσαν αἱ περὶ τὸν κύκλον περίοδοι τῷ βαθμοδείκτῳ, ἔ αἱ μοίραι μίας, ἐστ' ἂν ὃ κοχλίας ἐκ τῷ  $A$  μέχρι τῷ  $B$  ἀνέλθῃ, ἔ διηρήθω ὃ 100 ἀριθμὸς διὰ τῶν κατὰ τὰς περιόδους μοιρῶν· εἶτα δὲ τῷ σημείῳ  $\Delta$  τεθέντος ἀκριβῶς ἐπὶ τῷ  $A$ , περιηνέθω ὃ βαθμοδείκτης ἐπὶ τῷ διηρημένῳ κύκλῳ, μέχρις ἂν τόσας μοίρας αὐτῷ διέλθῃ, ὅσας ἔχει μονάδας τὸ προκύψαν πηλίκον.

Βυλομένοις δὲ μαθεῖν τὴναντίον, πόσον μέρος ἐσὶν ἡ  $AG$  τῆς  $AB$ , μετρηθήτωσαν τὰ ἐπὶ τῷ κύκλῳ μέρη, ἃ σημαίνει ὃ βαθμοδείκτης ἐστ' ἂν ἐπὶ τῷ  $\Gamma$  γένηται ὃ κοχλίας· ἐξῆς δὲ, ἃ σημαίνει, μέχρις ἂν ἀνέλθῃ ἐπὶ τὸ  $B$ · ἔ ὃ ἀριθμὸς ἔτος διηρήθω δι' ἐκεῖνῳ· τὸ δὲ πηλίκον δηλώσει, ὅπόσον ἐσὶν ἡ  $AG$  τῆς  $AB$  μέρος.

Τὸν δὲ κύκλον τὸν ὑποκείμενον διελεῖν ἔχομεν ἔ εἰς μέρη ὀλιγαριθμα, εἶτ' ἔν 4 ἢ 8, ἢ 16, εἰ μόνον εἶη ἰσάλληλα.

101. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὁ ἄρῃην κοχλίας  $\Gamma\Delta$  (α. 73), ὃ ἐνηρμωσμένος τροχῷ ὀδοντωτῷ τῷ  $E$ , ἔ τῷ κυλίνδρῳ  $EZ$  ἐνελίσσεται καλώδιον τὸ  $EP$ , ἀνασπῶν τὴν ἀντίσασιν  $P$ , ἔ λαβὴν ἔχων τὴν  $AB$  τῷ τῷ κοχλίῳ ἄξονι  $B\Theta$  προσ-

Τόμ. Ε΄.

M



ηλωμένην, ἥς ἐπιλαμβανομένη δύναμις ἢ  $A$ , περιστρέφει, ὡστε τὴς ἐλιγμῆς τοῖς ὀδῶσι τῷ τροχῷ εἰσδυομένης ἐκ διαδοχῆς περιάγειν τὸν τροχόν, ἔξ ἐκ τύτῃ τῆς χορδῆς τῷ κυλίνδρῳ ἐνελισσομένης, ἀνασπᾶσθαι τὴν ἀντίστασιν  $P$ , καλεῖται κοχλία ἀπέραντος· εἶγε ὑδέποτε ἢ ἐν αὐτῷ κίνησις παύεται, ἀεὶ ἄλλων ἔξ ἄλλων ὀδόντων τοῖς ἐλιγμοῖς εἰσερχομένων ἐπ' ἀπειρον (\*). Σύνθετος δέ ἐστιν αὕτη ἢ μηχανή· ἀλλ' ὅσον ἤκει εἰς τὴν θεωρίαν τῆς ἀντιρρόπιας, ἐνταῦθα ἐκθησόμεθα πρὸς πλείω ἐνμάρειαν.

102. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ ἀντιρρόπια εἶναι, ὅταν ἢ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἐν λίγῳ ἢ συνθέτῳ ἔκτε τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς τῆ λαβῆ προσηρμοσμένης δυνάμεως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν, ἔξ τῷ, ὃν ἔχει ἢ τῷ κυλίνδρῳ, ὡ τὸ καλώδιον τὸ τὴν ἀντίστασιν ἀνασπᾶν ἐνελίσσεται, ἀκτὶς πρὸς τὴν τῷ ὀδοντωτῷ τροχῷ ἀκτίνᾳ.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Ὅταν ἢ τῷ  $A$  προσηρμοσμένη δύναμις γράφῃ κυκλικὴν περιφέρειαν, ἥς ἀκτὶς εἶσιν ἢ  $AB$ , ὁ κοχλίας ἕνα περιάγεται ἐλιγμὸν, ὅς τὸν ὀδόντα  $\Delta$  τῷ τροχῷ κινεῖ τοσούτον διάστημα, ὅσον εἰς τὸ διάστημα τῷ κοχλίῳ· ἀλλ' ὁ ὀδὸς  $\Delta$ , ὃν ἢ δύναμις κινεῖ εἶσιν αὕτη ἢ ἀντίστασις, ἢν ἔλκει ἢ ἐν τῷ  $A$  τιθεμένη δύναμις· εἰάν ἔν κληθῶσι  $P'$  ἢ ἀντίστασις, ἔξ  $\Pi$  ἢ δύναμις, ἔξ  $\Xi$  τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα, ἔξ  $\Gamma$  ἢ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη πε-

(\*) Ὅ μὲν γὰρ προεκτεθεὶς ἀπλῆς κοχλίας περιελθὼν ἅπαντας τὴς ἐλιγμῆς τῷ, περὶ ὃν εἴρεται, κοχλίῳ καταπαύεται· ἔτος δὲ αἰείποτε ἔχει περιάγεσθαι περὶ τὸν ὀδοντωτὸν τροχόν.

ριφέρεια, αντιρροπίας ἕσης τῆ δυνάμει ἔ τῷ ὀδόντι  $P'$ , ἔσαι  $\Pi : P' :: \Xi : \Gamma$  (Φυσ. 115).

β'. Ο' ὀδὺς  $\Delta$ , ὃν ἐκαλέσαμεν  $P'$ , δύναμις γίνεται πρὸς γε τὴν ἀντίστασιν αὐτὴν  $P$ . ὁ γὰρ ὀδὺς  $\Delta$ , ἢ  $P'$  ἀναγκασθεὶς πρὸς κίνησιν ὑπὸ τῆς δυνάμεως, ἀναγκάζει ἔ αὐτὸς πρὸς κίνησιν τὸν κύλινδρον τῷ τροχῷ, ἔ ἐπομένως τὴν  $P$  ἀντίστασιν, κατὰ πᾶσαν, ἣν ἐδέξατο ἐκ τῆς δυνάμεως ἰσχύϊν. ἀλλαμὴν ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς ἄξων ἐστὶν ἐντρόχιος, ἐφ' ἧ δέδεικται ἀντιρροπίαν εἶναι τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίστασιν, λόγον ἐχούσης, ὃν ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίς  $a$  πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτίνα  $A$ . ἐντεῦθεν ἄρα προκύπτει ἡ ἀναλογία (66)  $P' : P :: a : A$ .

Πολλαπλασιασθεῖσῶν ἔν τῶν δύο ἀναλογιῶν  $\Pi : P' :: \Xi : \Gamma$ , ἔ  $P' : P :: a : A$  προέισι  $\Pi P' : P' P :: \Xi a : A \Gamma$ . διαιρεθέντος δὲ τῷ πρώτῳ λόγῳ διὰ  $P'$  (Συμ. Λογ. 247. Τόμ. Α'.) προέρχεται  $\Pi : P :: \Xi a : A \Gamma$ , τῷτ' ἔστιν, ἐν ὅλῃ τῇ μηχανῇ ἀντιρροπίας ἕσης, ἢ δυνάμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος  $\Xi$ , ἔ τῆς τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίνας  $a$ , πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς κυκλικῆς περιφερείας  $\Gamma$ , ἔ τῆς τῷ τροχῷ ἀκτίνας  $A$ . ἀλλαμὴν δύο γινόμενα πρὸς ἀλλήλα εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῶν λόγων τῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α'.), εἴτ' ἔν ἐκ τῷ λόγῳ  $\Xi : \Gamma$ , ἔ ἐκ τῷ λόγῳ  $a : A$ . ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

103. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Δοθέντων α'. τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος = 1. β'. τῆς τῆ δυνάμει γραφομένης κυκλικῆς περιφερείας = 30. γ'. τῆς τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίνας = 1. δ'. τῆς τῷ ὀδοντωτῷ τροχῷ ἀκτίνας = 10. εὔρεται, ὃν ἔχει λόγον ἢ δυνάμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ἵνα γένηται ἀντιρροπία.

**ΛΥΣΙΣ.** Οἱ μὲν δύο συνθετικοὶ λόγοι εἰσὶ  $\frac{1}{300}$ ,  $\frac{1}{30}$  ὁ δ' ἀπ' αὐτῶν παραγόμενος  $\frac{1}{300}$ . Ἰν' ἄρα γένηται ἀντιρροπία, τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἐπάναγκες ἔχειν :: 1 : 300. τῆτ' ἔστιν εἰάν ἡ δύναμις λίτραν ἔλκη καί τι πρὸς, ἀνασπᾶσαι δυνήσεται σῶμα, ἔλκον λίτρας 300.

Ἰδὲ δὲ τέτθ ὁ λόγος ἐκ τῆς ἐκ τῆ λογισμῶ δειξέως ἐλεύθερος. τῆς γὰρ περιφερείας, ἣν γράφει ἡ δύναμις, ἕσθς τριακοσιταπλασίας τῆ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος, τῆ ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως P διανυθέντος, εἴπερ εἴη ἐπὶ τῆ Δ ἡ ἀντίστασις, ἡ δύναμις ἐκινεῖτο ἀν ταχυτῆτι τριακοσιταπλασίῳ τῆς, ἢ κινεῖται ἡ ἐν τῷ Δ κειμένη ἀντίστασις, θεωρημένων μόνων τῆς λαβῆς ἐκ τῆ κοχλίου. ἀλλαμὴν εἴπερ ἦν ἡ εἰς δύναμιν μεταβάλλουσα ἀντίστασις ἐπὶ τῆ Δ, ἐκινεῖτο ἀν ταχυτῆτι δεκαπλασίῳ τῆς, ἢ κινεῖται κειμένη ἐν τῷ P (66). ἄρα ἡ ἐν τῷ A κειμένη δύναμις ἔσαι 30x10, εἴτ' ἔν τριακοσιοπλασίῳ τῆς κατὰ τὸ P κειμένης ἀντιστάσεως κατὰ τὴν ταχύτητα. τῆς ἄρα κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτῆτος ἕσθς τριακοσιοπλασίῳ, ἢ ἡ ἀντίστασις, ἡ αὐτῆς μάζα ὀφείλει εἶναι τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν ὑποτριακοσιοπλασίῳ, ἵνα γένηται ἀντιρροπία (Φυσ. 115).

**104. ΠΟΡΙΣΜΑ.** Κἂν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ, ὡς καὶ πὶ τῶν ἄλλων μηχανῶν εὐχερὲς συνιδεῖν, ὅτι ὡπερ ὁ χρόνος ὀλλυται, τῆτῳ ἡ ἰσχὺς κρατύνεται. Δέσθι γὰρ 300 δακτύλης διανύσαι τὴν δύναμιν, ἵνα δάκτυλον ἔνα τὴν ἀντίστασιν ἀνασπᾶσθ, μίλις μὲν ἀν γνωσθεῖη ἡ τῆς ἀντιστάσεως κίνησις, τῆ κατὰ τὴν δύναμιν τάχες προφανέστατα καθορωμένῃ.

**105. ΣΧΟΛΙΟΝ.** Δυνατὸν δὲ προσεφαρμόσαι τὴν ἀντίστασιν ἐκ τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ, ὡς γίνεται ἐν τῷ ὁ-

βελοτροφίω· τὴν γὰρ κορυφὴν  $A$  (σχ. 74) ἀπεράντως κοχλίω τῷ  $AB$  διηκέτω παραλλήλως πρὸς τὸν ὀρίζοντα ὁμοχλὸς  $\Gamma\Delta$ , ὡς ἐσάφωσαν πρὸς ὀρθὰς συλίσκοι δύο οἱ  $\Gamma E$ ,  $\Delta Z$ , φέροντες ἑκάτερος ἐπὶ τὴν ἑαυτῷ κορυφὴν τῶν δισκίσκων  $E\Theta$ ,  $ZH$  ἔτω κειμένης, ὡς, τῷ ὅλῳ σχήματος  $\Gamma\Delta\Theta H$  περιστρεφομένη περὶ τὸν νοητὸν ἄξονα  $AT$ , τῶν δισκίσκων προίχεσθαι αἰετὰ ἑαυτῶν ἐπίπεδα  $ZHI$ ,  $\Theta EL$  ἀμέσως τῷ αἰέρι, ὃν διελεῖν ὀφείλουσι· τετὶ δὲ τὸ σχῆμα διὰ τῆς τῷ αἰέρος ἀντίστασεως μετριάξει πᾶσαν τῆς μηχανῆς τὴν κίνησιν, ὡς περὶ τὸ ἐκκρεμὲς σῶμα τὴν τῶν ὠρολογίων· ἀπόντος γὰρ τῷ ἀπεράντως κοχλίω, ἢ τῷ ὑλικῷ σχήματος  $\Gamma\Delta\Theta H$  τῷ ἐπ' αὐτὸν, τὸ βαρὺ σῶμα  $\Pi$ , ὅπερ διὰ τῷ τῷ τῷ τροχῷ ἄξονι ἐνελισσομένη καλωδίω  $\Pi\mu\nu$  ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τροχῷ  $O$ , ἢ τῷ αὐτῷ ἄξονι  $\tau$ , ἢ ἐπομένως τῇ ἀλίσει  $\xi\rho\sigma\upsilon$ , τῇ περιστροφῇ τὸν ὀβελὸν, αὔξασαν κατὰ τὴν πρόοδον  $\div 1 \cdot 2 \cdot 3$  κτλ.· τοιγαρῶν α. τὸ βάρος τάχιστα καταπεσεῖται· β. διὰ τῆς ταχύτης καταπτώσεως κατακλονιωθήσεται, ἢ ἐν μέρει βλαθήσεται πάντα τὰ μέρη τῆς μηχανῆς· ὅπερ ἐμφανῶς καθορᾶται συμβαῖνον, αἰρομένη πρὸς βραχὺ τῷ ὑλικῷ σχήματος  $\Gamma\Delta\Theta H$ .

Ἄλλὰ γὰρ ἔτις ἀρθέν τὸ βάρος, πρῶτον κινεῖται, ὡς περὶ βεβλόμεθα, ἵνα περιστρέφῃ τὸ τῷ ὀβελῷ περιπεπαρμένον κρέας· ἄλλοι δὲ ταχυθείσης αὐτῷ τῆς κινήσεως, ἢ, ἢν ὁ αἰὴρ ἀντιπαρατάσσει τοῖς δισκίσκοις ἀντίστασις αὔξασα, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (Φυσ. 390) ἐξισοῖ τὴν νέαν ταχυτῆτα, ἢν ἡ βαρύτης αἰετὶ σπεύδει προωθῆναι τῷ σώματι  $P$ · ἐκ δὲ τούτου, ὡς περὶ συμβαίνει πᾶσι τοῖς διὰ τῷ αἰέρος κατιῦσι σώμασι, διὰ τὴν κατ' εὐθείαν αὐτοῖς γινομένην ἐκ τῷ αἰέρος ἀντίστασιν, τὸ

βαρὺ σῶμα κάτεισι κινήσει ἰσομερεῖ, ἔ ἰσομερῶς τὸν ὀ-  
βελὸν περιτρέφει.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

### Περὶ Σφηνός.

106. Σφήν ἐστὶ πρίσμα τριγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔΕΖ  
(ἄ. 75), ὅπερ ἐννοῦμεν ἀπογεννώμενον ὑπὸ τῆ ἰσοσκε-  
λῆς τριγώνου ΓΔΖ, παραλλήλως ἑαυτῷ κινήθέντος κατὰ  
τὴν φοράν τῆς εὐθείας ΖΕ = ΓΑ· ἔ τὸ μὲν ἄθροισμα  
τῶν σημείων, ἅπερ ἔγραψε τὸ Ζ σημεῖον, εἴτ' ἔν ἡ εὐ-  
θεία ΕΖ κορυφή, ἡ ῥάχισ, ἡ γῶν ἀκμή καλεῖται  
τῆ σφηνός· τὸ δὲ παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ, κεφαλὴ  
τῆ σφηνός· ἡ δὲ τῆ γεννήτορος τριγώνου πλευρὰ ΓΔ,  
βάσις τῆ σφηνός· ἡ δὲ κάθετος ΖΗ, ἡ ἀπὸ τῆς γωνίας  
Ζ ἐπὶ τὴν βάσιν ΓΔ καθιεμένη, ὕψος τῆ σφηνός· τῆ  
δὲ γεννήτορος τριγώνου ἰσοσκελῆς ὑποτεθέντος, τὸ ὕψος  
ΖΗ δίχα τεμεῖ τὴν βάσιν ΓΔ, εἴτ' ἔν ἔσαι ΓΗ = ΗΔ  
(Γεωμ. 217. Τόμ. Β').· χρῶνται δὲ τῷ σφηνῷ ὡς τὰ  
πολλὰ πρὸς φοράν τῆς συνοχῆς τῶν μερῶν σώματος, ὃ  
ἂν διελεῖν βύλωνται· ἐντιθέασι γὰρ τὴν ἀκμὴν ΕΖ τῷ  
ἤδη ἀρξαμένῳ γίνεσθαι ῥήγματι· πλήττησι δὲ καθέτως,  
εἴτ' ἔν κατὰ τὴν τῆ ὕψος φοράν ΗΖ, διὰ σφύρας, ἡ ῥο-  
τάλι, ἡ τοιῆτε τινός, ἵνα τῆ διαρρήγματος κατὰ βραχὺ  
αὐξομένη δισχωριθῶσιν ἀλλήλων τὰ τῆ διαχωιθῆναι προ-  
κειμένη σώματος μέρη.

107. Ἡ τῆ κατελείσει τῆ σφηνός ἀντικειμένη ἀν-  
τίστασις ἔκτε τῆς συνοχῆς ἔ τῆς ἀδρανείας τῆ ὑποκειμέ-