

ΣΕΙΡΑΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΕΩΝ

ΕΚ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΤΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΛΚΕΩΣ

ΥΠΟ Κ. Μ. ΚΟΥΜΑ

ΛΑΡΙΣΣΑΙΟΥ

ΤΟΜΟΣ ΠΕΜΠΤΟΣ

Περιέχων τῆς ἐν γένει Φυσικῆς τὰ ἐχόμενα, τὴν
Μηχανικὴν, ἢ τὴν Ἵδρωστατικὴν.



ΕΝ ΒΙΕΝΝῃ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΕΝΔΑΤΟΥ.

Α Ω Ζ.



Σ Ε Ι Ρ Α

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ

ΤΩΝ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ.

Τῆς ἐν γένει Φυσικῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων.

256. **Ε**ἴν παντὶ σώματι τῷ A , κυκλικῶς κινημένῳ περὶ τι σημεῖον (σχ. 1), δύο διάφοροι εἰσι δυνάμεις, καὶ πῶς ἐναντίαι· α. ἡ προβλητικὴ δύναμις, ἣν ἐμφαινέτω ἡ AB , κατεπείγουσα αἰείποτε τὸ κινητὸν ἀποχωρῆσαι τῷ T κέντρῳ κατὰ τὴν φοράν τῆς ἀπτομένης AB · καλεῖσθω δὲ αὕτη A' πό κεντρος· β. ἡ δύναμις $BT = AT$, καθ' ἣν τὸ κινητὸν ἀναγκάζεται κατελθεῖν πρὸς τὸ κέντρον τῆς ἑαυτῆ κινήσεως κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καθ' ὃν σπεύδει διαδραμεῖν τὴν ἀπτομένην εὐθεΐαν, εἴτ' ἐν πειθαρχῆσαι τῇ προβλητικῇ δυνάμει AB · καλεῖσθω δὲ αὐ-

τη E' π(κεντρος· κοινῶ δὲ ὀνόματι αὐτῆτε κακεῖνη ἀκκέτωσαν δυνάμεις Κεντρικάι.

257. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. ἢ Σεμελιῶδες. Ἀπαν σῶμα, περί τι σημεῖον περιαγόμενον, κτάται ἀναγκαίως δύναμιν ἀπόκεντρον.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἀπαν σῶμα A , περί σημεῖον τὸ T κινούμενον, τείνει συνεχῶς εἰς τὸ κατ' εὐθείαν γραμμὴν κινηθῆναι (102)· εἰάν ἔν ἀπὸ τῆ Δ , φέρε, γένηται κατὰ τὸ A , σπεύσει χωρῆσαι τὴν ἀπτομένην AB · ἀλλ' ἐδύναται διαδραμεῖν τὴν AB ἀπτομένην, μὴ ἀποχωρῆσαι τῆ κέντρον T ποσότητι τῆ BZ · ἄρα πᾶν κινητὸν, ὃ κινεῖται περί τι σημεῖον, τείνει εἰς τὸ ἀποσῆναι τῆδε τῆ σημεῖον, ἢ δὴ κτάται δύναμιν ἀπόκεντρον· δῆλον δὲ ἢ ἐκ πείρας.

α. Λίθος σφενδόνη περιαγόμενος, ἢν ὑπεκχωρήτη, κατ' εὐθείαν δραμεῖται τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιαγωγῆς τὴν AB · ἀποσῆσεται ἔν τῆς χειρὸς T , ἢ ἀντὶ κέντρον ὑπάρχει τῆς περιόδου, τῆ ἀποκέντρον δυνάμει BZ , ἢν ἀφίκηται κατὰ τὸ B , ὅθεν ἐπ' ἄπειρον προαχθήσεται φερόμενος τὴν ἀπτομένην AB .

β. Σκεῦος ὕδατος πλήρες, τετριμένον πρὸς τῷ πυθμένι, σφενδόνη περιαγόμενον ἰσχυρῶς, α. ἢνίκα ὑπερθεν τῆς χειρὸς γένηται κατὰ τὸ A κατὰ θέσιν ἀντίθετον, ἢκ ἐκρεύσει τὸ ὕδωρ, καί τοι τῆ βαρύτητι ἐκυχθῆναι κατεπειγόμενον· ἀνάγκη ἄρα προσεῖναι αὐτῷ δύναμιν τῆ βαρύτητι ἀντίθετον, ἰκανὴν καταργῆσαι πᾶν τὸ τῆς βαρύτητος, δύναμιν, καδ' ἢν κινηθῆναι ἐπεύγεται κατὰ φοράν τὴν OA , ἐναντίαν τῆ ἐκ τῆς βαρύτητος OT , δύναμιν, καδ' ἢν ἀποσῆναι τῆς χειρὸς T σπεύδει, εἴτ' ἔν δύναμιν ἀπόκεντρον.

Τετριμένον δὲ τῆ κατὰ τὸ ἄγυγις πυθμένον ἐν τῷ

Α, εἰν τάχιστα τὸ ἄγγος περιάγεται, ὡς τὴν κατὰ τὴν φορὰν ΟΑ δύναμιν τῆ ὕδατος μείζω εἶναι τῆς διὰ τὴν βαρυτητα ΟΤ, τοσαύτας προέσεις ὕδατος προβαλεῖ εἰς τὸν αἶρα ὑπερθεν τῆς ΟΑ, ὅσας ἂν ἔχοι ὅπας πρὸς τῷ πυθμένι τὸ ἄγγος· καὶ ἐν γένει ἀναλόγως τῇ ταχύτητι τῆς περιαγωγῆς φανήσεται τὸ ὕδωρ ἐνδελεχῶς προϊέμενον βολίδας κατ' εὐθείαν γραμμὴν καὶ ἀπτομένην τῆς κυκλικῆς περιαγωγῆς.

Γ. Ἰδεῖν πάρεσιν ἐν ἀναφλεγόμενῳ ῥευστῷ, ὅσῳ τὸ τεχνητὸν πῦρ περίτι σημεῖον περιστρέφεται, προϊέμενον συνεχῶς βολίδας πυρίνας κατ' εὐθείας ἀπτομένας τῆς καμπύλης, ἣν διαγράφει περιστρεφόμενον· ὡσαύτως ῥανίδες ὕδατος ἐκ διαφόρων σημείων τροχῆς μυλικῆς περιδινυμένης προβάλλονται εἰς αἶρα κατ' εὐθείας ἀπτομένας τῆς τροχῆς ἐν τοῖς σημείοις, ἀφ' ὧν αἱ ῥανίδες ἀποτινάσσονται. Ο. Ε. Δ.

258. Εἰν σφαῖρα (σχ. 2) ἡ ΤΟΤΧ περί τὸν ἐκ αὐτῆς σρέφεται ἄξονα ΤΧ, ἕκαστον τῶν σημείων ταύτης, ἐν ὅλῃ τῇ περιαγωγῇ, καταγράφει κύκλον, ἢ ἢ ἀπὸ τῆς ἄξονος ἀπόστασις ἴση τῇ ἀκτίνι· τὸ Ο φέρει καταγράφει κύκλον, ἢ ἀκτὶς ἔσαι ἡ ΟΚ· τὸ Β κύκλον, ἢ ἀκτὶς ἡ ΒΑ, κ.τ.λ.· ἕκαστον ἄρα τύτων τῶν σημείων προσκλήσεται ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς σφαίρας δύναμιν, δι' ἧς ἐπείγεται ἀποχωρῆσαι τῆς σημείον τῆς ἄξονος τῆς σφαίρας, ὧ ἀντιστοιχεῖ κατὰ κάθετον· καὶ δὴ τὸ μὲν Ο, κείμενον ἐν τῷ ἰσῳτῇ τῆς σφαίρας, ἀποχωρῆσαι σκεύσει αὐτῆς τῆς κέντρου Κ, περί ὃ σρέφεται· τὸ δὲ Β, τῆς Α σημείον τῆς ἄξονος, περί ὃ σρέφεται, καὶ ὡσαύτως τὰλλα· ἄρα μόνον τὰ ἐπὶ τῆς κύκλου τῆς ἐξισῳτῆς ἐπείγονται ἀποχωρῆσαι τῆς κέντρου τῆς σφαίρας· τὰ δ' ἄλλα πάντα, ἀπὸ

σημείων τῆ ἀξονος· ἡ δύναμις ἔν αὐτῇ, καθ' ἣν σπένδει ἀποχωρῆσαι τὰ σώματα τῆ ἀξονος, καλεῖσθω ἀπαξώνιος.

Ἄλλα πάντα τὰ μεταξύ τῆ ἐξισωτῆ καὶ τῶν πόλων κείμενα σημεία, οἷον τὸ Β, εἰ μὴ δυνήσονται ἀποσῆναι τῆ κέντρο τῆς ἐαυτῶν κινήσεως, εἰ μὴ ἅμα ἀποχωρήσειαν τῆ Κ κέντρο τῆς σφαίρας· τὸ Β φέρε ἀποσῆναι τῆ Α εἰ δυνήσεται διὰ τῆς ἀπαξωνίε τῆ ποσότητι ΒΕ, εἰ μὴ ἅμα ἀποσῆ τῆ Κ κέντρο τῆς σφαίρας τῆ ποσότητι ΔΕ.

259. α. Ἄρα ἅπαν σημεῖον, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα, ἔξει ἀναγκαίως μετὰ τὴν ἀπαξώνιον καὶ δύναμιν τὴν ἀπόκεντρον· β. μόνα τὰ ὑπὸ τὸν ἐξισωτὴν σημεία ἔξει τὴν ἀπαξώνιον ἴσην τῆ ἀποκέντρῳ· παντὸς δὲ ἄλλω σημείῳ, οἷον τῆ Β, ἡ ἀπόκεντρος ΕΔ ἔσαι ἀναγκαίως ἐλάττων τῆς ἀπαξωνίε ΒΒ, καὶ τοσούτω μᾶλλον, ὅσῳ τοῖς πόλοις ἔγγιον ἂν ἢ τὸ σημεῖον (Γεωμ. 430)· διὰ δύο δὲ λόγους· α. καὶ γὰρ ἡ ἀκτίς ΡΠ κύκλου, ὃν καταγράφει τὸ σημεῖον Ρ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀκτίνοσ ΑΒ κύκλου γραφομένη ὑπὸ τῆ Β κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καὶ δὴ τὸ Ρ ἔχει δύναμιν ἀπαξώνιον ἥττονα ἢ τὸ Β· β. ἐπεὶ, καὶ τὰ δύο ταῦτα σημεία τὴν αὐτὴν ἔχοιεν ἀπαξώνιον δύναμιν, ἡ ἐντεῦθεν ἀποτελεσμένη ἀπόκεντρος ἐλάττων ἔσαι ἐν τῷ Ρ, ἢ ἐν τῷ Β.

Ἐὰν ἄρα ὑποτεθῆ ἡ ΟΤΤΧ (α. 2) σφαῖρα, ἡ περιεγχομένη περὶ τὸν ἀξονα ΤΧ, συγκειμένη ἐκ ψάμμου κόκκων βραχύτι συγκεκολλημένων, πάντες οἱ ψαμμῶδεις κόκκοι, οἱ ἐν τῆ περιφερείᾳ τῆ ἐξισωτῆ, ἀποσπαυθήσονται τῆς σφαίρας, καὶ ἀποχωρήσουσιν εἰς ἀέρα, τὴν ἀπτομένην φερόμενοι· καὶ γὰρ ἀναλόγως τῆ ταχείᾳ τῆς σφαίρας περιεγωγῇ, τὰ σημεία τὰ τῷ ἐξισωτῇ ἐγγύτερα τὰ ε.

κατέρωθεν τῆ ἐξισωτῆ ἀποχωρήσῃσι πρῶτα· τὰ δὲ πρὸς τοῖς πόλοις, ἔχοντα· τέλος δὲ αὐξομένης αἰ τῆς ταχυτῆτος τῆς κινήσεως, πάντα τὰ σημεῖα, ἀφ' ὧν σύγκεινται αἱ διάφοροι εἰσάδες τῆς σφαίρας, ἀποχωρήσῃσιν ἐκ διαδοχῆς, ἔχοντων τῆ ἀποχωρήσει γινομένων τῶν πρὸς τοῖς πόλοις, ἢ ἡ ἄλλη σφαῖρα κατὰ ταύτην τὴν τάξιν ἐξαφανιωθήσεται.

260. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πᾶν σῶμα A , περίτι σημεῖον τὸ T εὐρεθόμενον, ἀναγκαίως ἔχει δύναμιν ἐπίκεντρον ($\chi. 1$).

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰ γὰρ ἀπὸ τῆ κέντρον T ὑπ' ἕδεμιᾶς εἴλητο δυνάμεως, διὰ τῆς ἀποκέντρῃ δυνάμεως ἀπεχώρει ἂν φερόμενον τὴν ἀπτομένην AB , ἢ δὴ ἀφίστατο τῆ κέντρον ἀπάσῃ τῆ ποσότητι BZ . τὸ ἄρα κινητὸν ἴσασθαι ἢ δύναται εἰς τὸ Z , εἰ μὴ δυνάμεις τις ἄλλη καταναγκάζοι αὐτὸ χωρεῖν πρὸς τὸ κέντρον ποσότητι τῆ BZ , ἢ μᾶλλον εἰπεῖν, εἰ μὴ, δυνάμεως τῆς AB περιαγύσεως αὐτὸ ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ εὐθεία τῆ $AB = TG$, δύναμις ἄλλη ἢ AT ἀπὸ τῆ κέντρον προϊῶσα περιάγοι αὐτὸ εὐθεία τῆ $AT = BG$. ἄλλ' ἡ δύναμις αὕτη, ἢ ἀπαύτως τὸ κινητὸν πρὸς τὸ κέντρον ὠθῶσα, καλεῖται ἐπίκεντρον· ἄρα κ.τ.λ.
Ο. Ε. Δ.

261. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ τῶν προεκτεθέντων δύο θεωρημάτων δῆλον, ὡς σῶμα ἅπαν, περίτι σημεῖον περιαγόμενον, ὑπὸ δύο κινεῖται δυνάμεων, τῆς μὲν προβλητικῆς, ὅθεν γεννᾶται ἢ ἀπόκεντρον, τῆς δ' ἐπίκεντρον.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Χρῶνται δὲ ἀπειροσφ' τόξω καμπύλης εἰς διορισμὸν τῶν ἐν αὐτῇ κεντρικῶν δυνάμεων· ἐν γὰρ καμπύλῃ τὸ τοιοῦτον ἰσομερῶς θεωρεῖται διατρεχόμενον.

262. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον (α. 1) ΑΟ ἐμφαίνει τὴν ἐπίκεντρον δύναμιν, καθ' ἣν γέγραπται τὸ ΑΠ ἀπειροσὸν τόξον τῆ κύκλου· ἀλλ' ἐμφαίνει ἔτι τὴν ἀπόκεντρον, ἀναγκαίαν εἰς τὸ καταγραφῆναι τὸ τόξον τὸδε· ἐσι μὲν γὰρ τῷ ὄντι ΒΠ ἡ ἀπόκεντρος· ἀλλὰ ΒΠ = ΑΟ, εἴγε ΒΠ, ΑΟ ἐμπεριέχονται δυσὶ παραλλήλοις ταῖς ΑΒ, ΟΠ, ἔτι διὰ τὸ ἀπειροσὸν τόξον ΑΠ, ἡ ΒΠ ἀπειροσὸν ὅσον προσκέκλιται τῇ ΟΠ· ἄρα ἔστι διενήνοχε τῆς ΑΟ, εἰ μὴ ἀπειροσῶ δευτεροταγεῖ· ἄρα ΒΠ = ΑΟ (Συμβ. Λογ. 528).

263. Πᾶν σῶμα, ἀγόμενον ὑπὸ δύο δυνάμεων κεντρικῶν (261) ΑΒ, ΑΔ (α. 3), ὧν αἱ φοραὶ γωνίαν περιέχουσιν, οἰσθήσεται τὴν ΑΓ διαγώνιον παραλληλογράμμου τῆ ΑΒΓΔ τῆ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΒ, ΑΔ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων, καθ' ὃν χρόνον ἂν διέδραμε μίαν μόνην πλευρὰν τὴν ΑΒ, ἢ ΑΔ, εἰ ἤγετο ὑπὸ μόνης τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ΑΒ, ἢ ὑπὸ μόνης τῆς ἐπικέντρον ΑΔ (131)· ἐν δὲ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης τὸ κινητὸν διεδραμεῖται τὴν διαγώνιον, ἢ τετραγώνου ἐντελῆς, ἢ ὀρθογωνίου ἐπιμήκους, ἢ ῥόμβου, ἢ ῥομβοειδῆς, τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν φορῶν τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ἴσης ὀρθῆς, ἢ ὀξείας, ἢ ἀμβλείας, ἔτι τῶν δυνάμεων τέτων ἰσχυμένων, ἢ ἀνίσων ἕσῶν ἀλλήλαις (132).

264. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐῶ κινητὸν τὸ Τ, ἀγόμενον ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς σταθερᾶς, ἔτι ὑφ' ἐτέρας ὁθέσης αὐτὸ ἀεὶ πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον Σ, ἣν διὰ τῆτο καλέμεν δύναμιν ἐπίκεντρον· λέγω δὴ ὡς ἡ ὀρθία ἀκτίς

(*) Διαδραμεῖται ἔμβαδὰ ΣΤΑ, ΣΑΓ κτ. ἀνάλογα τοῖς χρόνοις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐῶς ΤΑ διάστημα, διατρεχόμενον ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. ἐν τῷ ἐφ. εξῆς διαδραμεῖται τὸ ΑΒ, = ΤΑ, εἰ μὴ ἐπενεργοῖη ἢ ἐπίκεντρος (98). τὰ δὲ δύο τριγωνικὰ ἔμβαδὰ, ΣΤΑ, ΣΑΒ εἰσὶν ἴσα (Γεωμ. 292).

Ἄλλ. εἴπερ ἐπενεργοῖη ἢ ἐπίκεντρος, κατερχέωω τὸ κινητὸν πρὸς τὸ Σ ποσότητι τῆ ΑΔ, ὅτε ἡ προβλητικὴ ἀπάθει αὐτὸ πρὸς τὸ Β καθ' ὅλον τὸ διάστημα ΑΒ· ἔκέν τὸ κινητὸν διαδραμεῖται τὴν διαγώνιον ΑΓ (131). εἰ δὴ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ διαδραμεῖται τὸ τρίγωνον ΣΑΓ, ὃ φημι ἴσον εἶναι τριγώνῳ τῷ ΣΑΒ, τῷ διανυομένῳ κατὰ τὸ αὐτὸ δευτ. λεπτόν ὑπὸ μόνης τῆς ἐνεργείας τῆς προβλητικῆς δυνάμεως, εἰ δὴ ἴσον τῷ ΣΑΓ, ὅτι τὰ ΣΑΒ, ΣΑΓ τρίγωνα, τὴν αὐτὴν βάσιν ΣΑ ἔχοντα, ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ΑΣ, ΒΓ (***) (Γεωμ. 292).

265. Τῆτ' αὐτό ἐσι, κἄν, ὡς συνήθως συμβαίνει (172), ἢ ὑπὸ τῆς ἐπικέντρον δυνάμεως ἐγχειρομένη ταχυτῆς αὔξει· εἰ γὰρ ἐν τῇ προηγησαμένη περιπτώσει, ληξάσης τῆς ἐπικέντρον δυνάμεως, τὸ κινητὸν διαδράμοι

(*) Ὀρθίαν ἐνταῦθα ἐκδεχόμεθα ἀκτίνα, γραμμὴν εὐθεΐαν τὴν ΣΤ, ἐπιζευγνυμένην ἐκ τῆ σημείῳ Σ, περὶ ὃ τὸ κινητὸν Τ περιφέρεται, πρὸς αὐτὸ τὸ κινητὸν, αἰτίποτε τῷ κινητῷ ἀναποστᾶσως ἀκολουθεῖσαν ἐν ἀπάσῃ τῇ περιαγωγῇ αὐτῆ.

(**) Εἰσὶ γὰρ παράλληλοι αἱ εὐθεΐαι ΑΣ, ΒΓ ὡς ἀπεναντίον πλευραὶ τῆ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ τῆ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΔ, ΑΒ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων.

ἂν τὸ $\Gamma\Theta = \Lambda\Gamma$ ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως (98)· ἀλλ' εἰ ἢ ἐπικέντρος καταφέρει τὸ κινητὸν κατὰ τὴν $\Gamma\Theta = \beta\Lambda\Delta$ (177), τὸν κινητὸν ἀφίξεται εἰς τὸ Z · ὁμοίω ἄρα συλλογισμῶ ἴδοιται ἂν, ὡς τὸ $\Sigma\Gamma\Theta = \Sigma\Lambda\Gamma$ ἔστιν $= \Sigma\Gamma Z$ · ἄρα ἐν γένει ἢ ὀρθία ἀκτὶς διαδραμεῖται ἐμβαδὰ ἴσα ἐν ἴσοις χρόνοις, εἴτ' ἐν ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα. Ο. Ε. Δ.

266. Φημί, ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς σταθερῆς, εἴτ' ἢ μὴ κωλυομένης ἔτε παρὰ τῆς τῆ μέσης ἀντιστάσεως, ἢ τε παρ' ἄλλης αἰτίας, ἢ τῆς ἐπικέντρος· εἰ γὰρ αἰτίαι τις ἐπιβραδύνοι ἐν τῷ δευτέρῳ λεπτῷ τὴν προβλητικὴν δυνάμιν AB , τὸ κινητὸν ἢ μὴ ἀφίξεται εἰς τὸ Γ τελευταῖος τῆ δευτέρου λεπτοῦ, ἢ τὸ καταγραφόμενον ἐμβαδὸν ἀναγκαίως ἔσαι ἔλαττον τῆ $\Sigma\Lambda\Gamma$, ἢ δὴ ἔλαττον τῆ $\Sigma\Gamma A$ · τὴναντίου δὲ, εἰ ἢ προβλητικὴ δυνάμις AB αὔξειτο, τὰ ἐμβαδὰ ἔκ ἔσονται τοῖς χρόνοις ἀνάλογα· αἰ μέντοι ἐκ τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως ἐπακυβληῖσαι μεταβολαί, ὡς ἤδη εἶδομεν, ἔδόλως ἀλλοιῶσι τὴν ἀναλογίαν.

267. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅλος ὁ χεῖνος τῆς περιόδου ἔσαι ὡς τὸ πηλίκον τῆ ὄλου ἐμβαδῆ τῆς καταγραφόμενης καμπύλης, διηρημένον ὑπὸ τῆ διανυθέντος τομέως ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ.

268. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ταχύτης κινήσεως ἐν διαφοραῖς σημείοις τῆς καμπύλης ἐν λόγῳ ἔστιν ἀντιθέτω τῶν καθέτων, τῶν ἀγομένων ἐκ τῆ τῶν δυνάμεων κέντρος Σ ἐπὶ τὰς ἀπτομένας ΓA , $\Lambda\Gamma$, ΓZ κτ, αἵ εἰσι τὰ σοιχεῖα τῆς καμπύλης. Τὸ γὰρ κινητὸν ἐν ἴσῳ χρόνῳ διανύσει τὰς πλευρὰς $\Lambda\Gamma$, ΓZ τῶν ἴσων τριγώνων $\Sigma\Lambda\Gamma$, $\Sigma\Gamma Z$ (264)· ἀλλ' ἵνα ταῦτα τὰ τρίγωνα ἴσα ᾖσιν, ἀνάγκη τὰς βάσεις αὐτῶν $\Lambda\Gamma$, ΓZ (εἴτ' ἢ τὰς ἐκ δια-

δοχῆς δύο ταχυτήτας τῆ κινήτῃ) ἐν λόγῳ εἶναι ἀντιτρό-
φο τῶν κατ' αὐτὰ ὕψεων (Συμβ. Λογ. 303). τὰ δὲ, αὐ-
ταίεσιν αἱ κάθετοι αἱ ἀπὸ τῆ κέντρο τῶν δυνάμεων Σ
ἐπὶ τὰς ἀπτομένας ΑΓ, ΓΖ (Γεωμ. 196) ἀγόμεναι ἄ-
ρα. κτ.

269. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐν κύκλῳ αἱ ἀπὸ τῆ κέντρο
ἐπὶ τὰς ἀπτομένας ἀγόμεναι εἰσὶν ἴσαι (Γεωμ. 41)· κι-
νητὸν ἄρα, καταγράφει κύκλον διὰ τῶν κεντρικῶν δυνά-
μεων, ἔξει αἰ ταχυτήτα ἰσομερῆ.

270. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Οἱ πλανήτες κινῶνται περὶ
τὸν ἥλιον δι' ἐνεργείας δυνάμεως προβλητικῆς σταθερᾶς,
καὶ ἑτέρας δυνάμεως ἐπικέντρο (261)· ἐντεῦθεν ἄρα, α'.
πρῶτος νόμος, ὃν παρατετήρηκεν ὁ περίπυτος Κέπλερος,
τὴς πλανήτας καταγράφει ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλο-
γα, β'. ἐπεὶ ἐν τῇ παρηλιότητι Α (*), ἢ τῇ ἀφηλιό-
τητι Β (χ. 4), ἢ προβλητικῆ δυνάμει ἢ τῆς ἐλλείψεως
ΑΒΓΔ ἀπτομένη ἐστὶ κάθετος τῇ ὀρθῆς ἀκτίνι ΣΑ, ἢ
ΣΒ· αὕτη δὲ ἢ κάθετος ἔσεται ἢ ἀπόσημα· ἢ περιηλια-
κῆ ἄρα ταχύτης πλανήτε τινὸς πρὸς τὴν αὐτῆ ἀφηλιακὴν
ἔσιν ὡς τὸ ἀφηλιακὸν ἀπόσημα ΣΒ πρὸς τὸ περιηλιακὸν
ΣΑ· ἢ ἐπεὶπερ αἱ κάθετοι αἱ ἐκ τῆ Σ ἐπὶ τὰς ἀπτομέ-
νας ἀγόμεναι αὐξοσιν ἐκ τῆ Α μέχρι τῆ Β, ἢ ἐλαττωθῶνται ἐκ
τῆ Β μέχρι τῆ Α, ἢ ταχύτης τῆ πλανήτε αἰ ἐλαττωθή-
σεται μὲν ἐκ τῆ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπὶ τῆ τόξου ΑΓΒ, αὐξη-

(*) Παρηλιότης μὲν ἐστὶ σημεῖον τὸ Α τῆς τροχιάς
ἢ καμπύλης, ἢ πλανήτης, ὃ Ζεὺς φέρει, καταγράφει πε-
ρὶ τὴν ἑστίαν (ΤΨ. Γ. 17) Σ, ἐν ᾧ ἐστὶν ἥλιος, τὸ προσε-
χέστερον τῷ ἡλίῳ παντὸς ἄλλου σημείου· ἀφηλιότης δὲ
τὸ μᾶλλον τῶν ἄλλων τῆ ἡλικ ἀφεσῶς σημεῖον Β.

θήσεται δὲ αἰεὶ ἐκ τῆ Β ἐπὶ τὸ Α πρὸς τὸ τόξον ΒΔΑ, καὶ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον· ἄρα ὁ πλανήτης ἔξει αἰεὶ, μηδεμιᾶς ἐξωτερικῆς αἰτίας κωλύσεως αὐτῆ τὴν κίνησιν, τὴν αὐτὴν ταχύτητα ἐφ' ἐκάστης περιαγωγῆς ἐν τῷ αὐτῷ σημείῳ τῆς ἑαυτῆ καμπύλης, καὶ ἐν δυσὶ πέρασι τῆς αὐτῆς τεταγμένης ἐπὶ τὸν μείζω ἄξονα ἑαυτῆς.

271. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὴναντίον δὲ, εἰ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΤ (9. 3) διανύει περίτι σημεῖον Σ ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις φέρεται πρὸς τῆ τὸ τόξον· καὶ γὰρ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ, ἔδύναται ἀκριβῶς διαδρομεῖν τὸ ἐμβαδὸν ΣΑΓ, εἰ μὴ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ΑΔ φέροιτο πρὸς τὸ Σ.

272. ΠΟΡΙΣΜΑ. Καίπερ οἱ πλανῆται περὶ τὴν γῆν κινεῖσθαι φαίνονται, διατρέχεσι μέντοι ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ἔπερὶ τὴν γῆν, ἀλλὰ τὸν ἥλιον· ἄρα κινῶνται περὶ τῆτον τὸν ἀστέρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων τῶν ἐν τῷ κύκλῳ.

273. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ΠΤ (9. 2) τόξον ἀπειροσῆ τῆ ΤΡ ἴσον ἐστὶ τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆδε τῆ τόξου, διαιρεθέντι διὰ τῆς διαμέτρου.

$$\text{ΔΕΙΞΙΣ. } \Pi T = \frac{\Pi P^2}{T X} \text{ (ΤΨ. Γεωμ. 238)· ἀλλὰ δι}$$

ὅτι ἀπειροσὸν τὸ ΤΡ τόξον, συμπίπτει τῷ ἡμίτονῳ ΤΡ· ἄρα

$$\Pi T = \frac{\Pi P^2}{T X} \text{ . Ο. Ε. Δ.}$$

274. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α'. Εἰν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ τὴν εὐστάθειαν τῆς ΤΧ τὰ πλάγια ἡμίτονα τῶν ἀπειροσῶν τόξων ἔσονται ἀνάλογα τῷ $\frac{ΤΡ^2}{1}$, εἴτ' ἔν τοῖς ἀπὸ τέτων τῶν τόξων τετραγώνοις.

275. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ἐμφαίνει τὰς κεντρικὰς δυνάμεις (262)· αἱ δὲ ταχύτητες, ἔσαι ὡς τὰ τόξα τὰ διανυόμενα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ (112 Τόμ. Δ'), δηλωθήσονται ὑπ' αὐτῶν τῶν τόξων· δυνατὸν ἄρα ἀντὶ μὲν τῷ πλαγίῳ ἡμίτονῳ ΠΤ ἀντικαταστήσαι τὰς κεντρικὰς δυνάμεις Δ, ἀντὶ δὲ τῷ τόξῳ ΤΡ τὴν ταχύτητα Τ· ἔκῃν γενομένης τῆς διαμέτρου ΤΧ = 2Α, ἔ ΠΤ = Δ, ἀντὶ $\frac{ΤΡ^2}{ΤΧ}$, ἔσαι Δ = $\frac{ΤΤ}{2Α}$ · ἄρα παρατιθεμένοις διαφό-

ρουσ κεντρικὰς δυνάμεις ἔσαι Δ : δ :: $\frac{ΤΤ}{2Α}$: $\frac{ττ}{2Α}$:: ΤΤ :

ττ (Συμβ. Λογ. 247)· τετέσιν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγωνα· ἴν' ἔν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ ἡ ταχύτης τριπλασιασῶν, ἐννεαπλασιασθῆναι ἀνάγκη τὰς δυνάμεις.

276. Τελευταῖον δὲ τῶν ἀκτίκων Α ἔσῶν, ὡς αἱ διάμετροι 2Α, ὁ λόγος Δ = $\frac{ΤΤ}{2Α}$ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων

παρασθῆναι δύναται διὰ Δ = $\frac{ΤΤ}{Α}$

277. ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ'. Τῶν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ ταχυτῆτος ἴσης διατρεχομένων τόξων ὄντων ὡς οἱ χρόνοι (110 Τόμ. Δ'), οἱ χρόνοι σημαυθῆναι δύνανται διὰ τέτων τῶν τόξων· ἔ κληθέντος τῷ χρόνῳ Χ, διὰ συλλογισμῶ δ'

μοίς τῷ προτέρῳ ἔσαι $\Delta = \frac{\chi\chi}{2\Lambda}$, τῆσιν αἱ κεντρικαὶ

δυνάμεις, εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν χρόνων τετράγωνα.

278. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δύω κινήτων διατρεχόντων ἄμα δύο κύκλους διαφόρου τοῦ μεγέθους, αἱ κεντρικαὶ αὐτῶν δυνάμεις ἔσονται ὡς αἱ τῶν κύκλων ἀκτίνες· αἱ μὲν γὰρ αὐτῶν ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ περιφέρειαι (110. Τόμ. Δ'). αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτίνες $\Lambda. \alpha$ (Γεωμ. 393), ἢ ἡ ἑκ-

θεσις $\Delta = \frac{\Gamma\Gamma}{2\Lambda}$ γενήσεται $\Delta = \frac{\Lambda^2}{2\Lambda} = \frac{\Lambda}{2}$. ἄρα $\Delta : \delta$

$:: \frac{\Lambda}{2} : \frac{\alpha}{2} :: \Lambda : \alpha$. ὅθεν δυνατόν ἀναγαγεῖν τὴν ἀπό-

κεντρον δύναμιν, ἣν ἐπιδέξαιντ' ἂν διάφορα σημεῖα σφαι-
ρας ἐν τῇ περὶ τὸν ἀξονά αὐτῆς περιόδῳ.

279. Σῶμά τι τὸ O (χ. 2), κείμενον ἐν τῷ τῆς γῆς ἰσημερινῷ, καταγράφει ἐν ὥραις 23 λεπ. 56 κύκλον ὅλον $= 360^\circ$, ἢ ἀκτίς $= 1432\frac{1}{2}$ λεύγαις· 360° ἀναχθέντων εἰς λεπτά δευτέρα κυκλικὰ, ἢ 23 ὥρῶν ἢ 56 λεπτῶν εἰς λεπ. δευτ. χρονικὰ, εἰάν ἐκεῖνα διὰ τῶν τῶν διαιρεθῆ, εὐρεθήσεται τὸ σῶμα O διανύον ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. τόξον $15'', 0417$. τὸ ἐν πλάγιον ἡμίτονον τοιούτου τόξου ληφθὲν ἐκ τῶν πινάκων περιέξει δεκαδικὰ σύμμετρα τῇ γῆινῃ ἀκτίνι λαμβανομένη ἀντὶ μονάδος, ἢ ὅλοκλήρου ἡμίτονου· ἀνάγοντες ἔν εἰς γραμμὰς ἢ τὴν γῆινῃ ἀκτίνα $= 1432\frac{1}{2}$ λεύγαις, εὐρήσασθαι τὴν δύναμιν (Ἀριθμ. 243) τῶν δεκαδικῶν $= 7,55$ γραμμαῖς περί πρ.

280. α. Ἄρα σῶμα O , κείμενον ἐν τῷ ἰσημερινῷ, ἀποσῆσεται τῆς γῆς ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. γραμμὰς 7,55, εἰ μὴ καταχευεῖται τῇ τῆς βαρύτητος δυνάμει· ἢ τριαύτη τίς

ἔσιν ἢ ἀπόκεντρος δύναμις, ἢν πᾶν σῶμα τοῖετο λαμβάνει ἐκ τῆς περιόδου τῆς γῆς· ἀλλὰ β'. τῇ βαρύτητι τὰ σώματα διατρέχει ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. πόδας 15, ποσότης ἔχουσα πρὸς 7,55 γραμ. περίπεως 287:1· ἄρα ἢ ἀπόκεντρος δύναμις, ἢν κτάται τὰ γήινα σώματα ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν ἔστι $\frac{2}{3}$ τῆς βαρύτητος αὐτῶν, καὶ δὴ $\frac{1}{3}$ περίπεως τῆς, ἢς ἀνείχον, εἰ μὴ περί τὴν γῆν ἐκινῶντο. γ'. τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ἕσῶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγῶνα (275), ἵνα ἢ περιοδικὴ τῆς γῆς κίνησις κατασβέσῃ πᾶσαν τὴν βαρύτητα τῶν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν κειμένων σωμάτων, ἑπτακαιδεκάπλασιά περίπεως γενέσθαι ὀφείλει.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐς τὸ ἰσημερινὸς γήινος, καὶ ττροχ εἰς τῶν μεσημβρινῶν· αἱ κεντρικαὶ ἔν δυνάμεις, ἃς ἐκτίσαντο ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς γῆς τὰ σώματα O, B, P, ἀναφερόμενα πρὸς κέντρα κινήσεως τὰ K, A, Π, φθίνουσιν ὡςπερ αἱ ἀκτῖνες KO, AB, ΠP (278), καὶ δὴ ὡςπερ τὰ συνημίτονα KO, AB, ΠP τῶν κατ' αὐτὰς γήινων πλάτεων O, BO, PO (*).

281. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐν τοῖς κινητοῖς τοῖς περί τι σημεῖον κινῶν κύκλῳ διαφόρῳ ὁμοκέντρῳ καταγράφου-

(*) Πλάτος τόπου καλεῖται ἢ αὐτὸ ἀπὸ τῆ ἰσημερινῆ ΤΚΟ ἀπόκασις, λαμβανόμενον ἐπὶ τῆ μεσημβρινῆ ττροχ· ἕκῃν πλάτος μὲν τῆ τόπου O ἔστιν = O· τὸ δὲ τῆ μεσημβρινῆ τόπου, ὃ ἔστι παραπλήρωμα τῆ τόπου τὸ πλάτος καταμετρεῖντος τόπου, ἔστι τὸ τεταρτημόριον OT, ἢ τὸ ἡμίτονον, καὶ ἐπομένως τὸ συνημίτονον τῆ κατὰ τὸν O τόπου πλάτης, ἔστιν ἢ ἀκτῖς OK· ἄρα τοῖνον καταφαίνεται, ὅτι τὸ μὲν AB ἔστι συνημίτονον τῆ πλάτης BO, τὸ δὲ ΠP συνημίτονον τῆ πλάτης PO.

σιν, ἐπεὶ αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντισρό-
φω τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων, αἱ ταχύτη-
τες εἰσὶν ἐν λόγῳ ἀντισρόφω τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν
τῶν ἀποσημάτων· ἔστω γὰρ τὸ μὲν ἐλάχισον ἀποσημα
 $= 1$, τὸ δὲ μέγιστον $= A$, ἢ ἡ μὲν ἐλάχιστη κεντρικὴ
δύναμις $= 1$, ἢ δὲ μέγιστη $= \Delta$. φημι δὴ ὡς ἔστι $\Delta :$
 $1 :: \sqrt{1} : \sqrt{A}$. ἔστι γὰρ ἐξ ὑποθέσεως $\Delta : 1 :: 1^2 :$

$$A^2 \cdot \text{ἄρα } \Delta = \frac{1}{A} \text{ (Συμβ. Λογ. 248). Ἀλλὰ } \Delta = \frac{T^2}{A}$$

(276)· παραθέσει ἄρα τῶν δύο δυνάμεων τῆς Δ ἔστι

$$\frac{T^2}{A} = \frac{1}{A^2} \cdot \text{ἄρα } T^2 = \frac{A}{A^2} \text{ (Ἀριθ. 107)} = \frac{1}{A} \text{ (Συμ.}$$

$$\text{Λογ. 58)} \cdot \text{ἄρα } T = \sqrt{\frac{1}{A}} \cdot \text{ἄρα } T : 1 :: \sqrt{1} : \sqrt{A}$$

(Συμ. Λογ. 240).

282. ΠΟΡΙΣΜΑ 5'. Ὄταν αἱ ταχύτητες ὦσιν ἐν
λόγῳ ἀντισρόφω τῶν ἀποσημάτων, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις
 Δ ἔσονται ἐν ἀντισρόφω λόγῳ τῶν κατὰ τὰ ἀποσηματα
κύβων.

Καὶ γὰρ τηρεμένων τῶν αἰτῶν ὀνομάτων, ἂ ἢ ἐν
τῷ ἠγησαμένῳ πορίσματι, ἐκ τῆς ἀναλογίας $T : 1 ::$

$$1 : A, \text{ ἔσται } T = \frac{1}{A} \text{ ἢ } T^2 = \frac{1}{A^2} \cdot \text{ἄρα } \Delta = \frac{1}{A^2} : A$$

$$(276) = \frac{1}{A^3} \text{ (Ἀριθ. 203)} \cdot \text{ἄρα } \Delta : 1 :: 1^3 : A^3.$$

283. ΠΟΡΙΣΜΑ 2'. Ὄταν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις
ὦσιν ἐν λόγῳ ἀντισρόφω τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τε-
τραγώνων, τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα
εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβου, εἴτ' ἐν $X^2 : 1^2 :: A^3 :$

1³. ἢ γὰρ αἱ διανυθεῖσαι περιφέρειαι διὰ κινήσεως ἰσομερῆς (266), εἰσὶν ὡς $T \times X$ (107). αἱ δὲ εἰσὶν ὡς αἱ ἀκτῖνες, εἴτ' ἔν τὰ ἀποσήματα A . ἄρα αἱ ἀκτῖνες, ἢ τὰ ἀποσήματα A , εἰσὶν ἀνάλογα τοῖς $T \times X$. ἔξέσαι ἄρα τὰντα ἐμφῆναι διὰ $A = TX$. ὅθεν $A^2 = T^2 X^2$ (Δ).

Ἀντικαταστάσει δὲ ἐν τῇ Δ, $\frac{1}{A}$ ἀντὶ T^2 (281) ἔσαι

$$A^2 = \frac{1}{A} \times X^2 = \frac{X^2}{A} \cdot \text{ἄρα } X^2 = A^3 \text{ (Ἀριθμ. 107).}$$

ἄρα $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$ (Συμ. Λογ. 240).

284. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Ὅταν τὸναντίον τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα ὡσιν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβοι, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἔσονται ἐν λόγῳ ἀντιτρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων. ἔσι γὰρ (283) $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$, ὅθεν (Συμ. Λογ. 238) $X^2 = A^3$. ἔκῃν ἢ ἐξίσωσις $A^2 = T^2 X^2$ (283) γενήσεται

$$A^2 = T^2 A^3 \cdot \text{ὅθεν } T^2 = \frac{A^2}{A^3}, \text{ ἢ } T^2 = \frac{1}{A} \cdot \text{ἀλλὰ}$$

$$\Delta = \frac{T^2}{A} \text{ (276). ἄρα } \Delta = \frac{1}{A} : A = \frac{1}{A^2} \cdot \text{ὅθεν πρόει-$$

σιν ἢ προεκφραθεῖσα ἀναλογία $\Delta : 1 :: 1^2 : A^2$.

285. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Η' ταχύτης, ἣς δεῖται σῶμα, ἵνα περίτι σημεῖον κύκλον καταγράψῃ· ἴση ἐστὶ τῇ, ἣν ἂν προσκλήσαιοτο ἐκ τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως, ἐλευθέρως καταπίπτον διὰ τῆς ἡμισείας ἀκτίνος.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ διανυθεῖν διάστημα ὑπὸ τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως ἔσι καθ' ὑπόθεσιν $\frac{A}{2}$, ὅπερ ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆ

δαπανηθέντος εἰς τὸτο χρόνον τετράγωνον (151)· ἔστιν ἄρα

$$\frac{A}{2} = X^2.$$

Παρά ταῦτα δὲ ἐν διαφόροις ἐπικέντροις δυνάμεσι ταῖς κατὰ κύκλους διαφόρους ὁμοκέντρος, τὸ διάστημα $\frac{A}{2}$

ἴσον ἔσται τῷ γινομένῳ ἐκ τῆ ἀπὸ τῆ χρόνου τετραγώνου, καὶ τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως· δῆλον γάρ, ὡς τῶν ἄλλων μενόντων τῶν αὐτῶν, τὸ διανυόμενον διάστημα ἔσται διπλῆν, τριπλῆν κτ. τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως ἕσης διπλῆς,

τριπλῆς κτ· ἔκέν ἔσται $\frac{A}{2} = X^2 \times \Delta^2 = X^2 \Delta$ · ἄρα

$$(Συμβ. Λογ. 393) A = 2\Delta X^2. (A).$$

Ἀλλὰ α'. ἐν κινήσει ἰσομερεῖ τὸ διανυόμενον διά-

στημα $\frac{A}{2}$ ἔστιν $= TX$ (107)· ἄρα $T = \frac{A}{2X}$ (Ἀριθμ. 108)·

β'. ἡ ταχύτης T , ἣν ἔχει τὸ κινητὸν κατελθὸν τὸ $\frac{A}{2}$,

ἔστιν ἴση τῇ, ἣς ἀν αὐτῷ ἔδει, ἵνα διανύσειε τὴν ὅλην ἀκτίνα (155)· ἄρα ἡ ταχύτης αὕτη παρασθῆσεται διὰ

$$T = \frac{A}{X}.$$

Ἀντικαταστάσει ἀντὶ A τῆς δυνάμεως $2TX^2$, καὶ ἀνα-

γωγῆ, ἔσται $T = 2\Delta X$ · ἄρα $X = \frac{T}{2\Delta}$ · ἄρα $X^2 = \frac{T^2}{4\Delta^2}$.

Ἀντικαταστάσει νῦν ἐν τῇ A ἐξισώσει ταύτης τῆς δυνά-

μεως ἀντὶ X^2 , ἔσται $A = \frac{T^2}{2X}$ · ἄρα $T^2 = 2\Delta A$, καὶ T

$$= \sqrt{2\Delta A}.$$

Φημί ἔν ὡς ἡ ἐν τῷ κύκλῳ ἀναγκαία ταχύτης ἐστὶ
 $\sqrt{2\Delta A}$. ἢ γὰρ ἐκ $\Delta = \frac{T^2}{2A}$ (276) ἀποφέρεται $T^2 =$
 $2\Delta A$, ἢ $T = \sqrt{2\Delta A}$. ὅθεν κτ. Ο.Ε. Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κωνικαῖς τομαῖς κινήσεως.

286. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ὄταν σῶμα καμπύλην κα-
 ταγράφῃ τὴν ΣΜΔ (χ. 5), ἢ ἡ βαρύτης αὐτῆ, ἢ ἡ
 ἐπίκεντρος δύναμις Δ, αἰεὶ φέρεται πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον
 ε, αὕτη ἡ δύναμις Δ ἐν ἐκάσῳ σημείῳ Μ τῆς καμπύ-
 λης παρασθῆσεται διὰ τῆς ὀρθίας ἀκτίνος εΜ = ρ, δι-
 αιρεθείσης διὰ τῆ παραγομένης ἐκ τῆ κύβου (ψ³) τῆς καθ-
 έτου εΓ (ψ), τῆς ἐπιζευγνυμένης ἐκ τῆ σημείῳ ε ἐπὶ
 τὴν ἀπτομένην ΜΓ κατὰ τὸ σημεῖον Μ, ἢ ἐκ τῆ διπλῆ
 τῆς ἀκτίνος τῆς καμπυλότητος Μτ = 2ξ· τῆτέσι Δ =
 $\frac{p}{2\psi^3\xi}$, τηρημένων ἀμέλει τῶν ὀνομάτων ὡς ἐν ΤΨ. Γ. 239.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐὰν τῶν δύο ταχυτήτων, ὧν ἔχει τὸ
 κινήτὸν ἐν δυσὶ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, ἡ μὲν
 ἐλάττων ἐκληφθῆ ὡς 1, ἡ δὲ μείζων κληθῆ Τ, ἢ τῶν
 δύο καθέτων τῶν ἐκ τῆτων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς ἀπτο-
 μένας ἀγομένων, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῆ 1, ἡ δὲ μεί-
 ζων Ψ, ἐπεὶ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιστρόφῳ
 (268) τῆτων τῶν καθέτων, ἔσαι ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία ἢ
 μείζων ταχύτης Τ πρὸς τὴν ἐλάττω 1, ὡς ἡ ἐλάττων
 κάθετος 1 πρὸς τὴν μείζω ψ, εἴτ' ἐν Τ : 1 :: 1 : ψ· ἄρα