$= 0$, ἢ $= \infty$, προσεχέσι σημείοις συςοιχῦσαι Α μὴ εἶεν διαφόρων συμβόλων.

187. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄. Δοθείσης τῆς ἐξισώσεως κλωνὸς καμπύλης, ἧς αἱ τεταγμέναι εἶεν κάθετοι τῇ τῶν ἀποτετμημένων γραμμῇ, ἢ, ἧς αἱ τεταγμέναι ἐκπηγάζωσιν ἀφ᾽ ἑςίας, εὑρεῖν αὐτῆς τὰ σημεῖα τῆς ἀνακάμψεως, ϗ τὰ σημεῖα τῆς καμπῆς.

ΛΥΣΙΣ. Ζητηθήτω ἡ Α διά τινος τῶν προαποδεδομένων τύπων, ὡς ἂν ᾖ ἡ καμπύλη γεγραμμένη διὰ τῦ ἄξονος, ἢ διὰ τῆς ἑςίας· ϗ ὑποτεθείσθω $A = 0$, εἶτα $A = \infty$, καὶ ζητηθήτω ὁ χ· ζητηθήτωσαν εἶτα αἱ Α ὡς πρὸς τὰ σημεῖα μ, Μ τὰ προσεχῆ τῦ εὑρεθέντος σημείυ Δ· ϗ εἰ μὲν τὰ κατ᾽ αὐτὰς σύμβολα ταυτίζοιντο, ὐκ ἔςαι πρὸς τῷ σημείῳ Δ, ὔτε καμπὴ, ὔτε ἀνάκαμψις· εἰ δὲ διαφέροιεν, ἔςαι ἤτοι καμπὴ, ἢ ἀνάκαμψις· ἵνα δὲ διακριβείῃ, ὁπότερόν ἐςι, ζητηθήτω ἡ δύναμις τῆς τῷ ξ δηλωθείσης γωνίας πρὸς τοῖς σημείοις μ, Μ· ϗ εἰ μὲν τὰ σύμβολα τῆς ξ ταυτίζοιντο, πορισθήσεται σημεῖον ἀνακάμψεως· διαφερόντων δὲ, καμπῆς· ὄντος δὲ τῦ τῆς ξ σημείυ, τῦ συςοιχῦντος τῷ Μ, ὑπαρκτικῦ, ἡ καμπύλη (σχ. 64) ἔςαι, κοίλη μὲν πρὸς τὰ κάτω, κυρτὴ δὲ πρὸς τὰ ἄνω· ἐὰν δὲ τὸ σύμβολον τῆς ξ, τῆς συςοιχέσης τῷ σημείῳ μ (σχ. 67), ᾖ λειπτικὸν, τὸ τόξον Δμ ἔςαι, κυρτὸν μὲν πρὸς τὰ κάτω, κοῖλον δὲ πρὸς τὰ ἄνω· τὸ πᾶν εὐξύνετον γίνεται τὸν νῦν τοῖς προειρημένοις ἐπιςήσασι.

138. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ε΄. Εὑρεῖν τὰ σημεῖα τῆς καμπῆς ϗ τῆς ἀνακάμψεως τῦ κλωνὸς καμπύλης, ἧς ἐξίσωσις $\upsilon = \sqrt[3]{(\alpha^3 + \chi^3)}$, ἢ $\upsilon^3 = \alpha^3 + \chi^3$· ἑκατέρα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γὰρ ἐξίσωσις τὸν αὐτὸν κλῶνα ἐμφαίνει· εἴγε μιᾷ ἀποτετμημένῃ μία μόνη υ συστοιχεῖ. (*)

ΛΥΣΙΣ. Ληφθέντων τῶν ἀπειροστῶν, γίνεται $3\upsilon^2\delta\upsilon = \chi\chi\delta\chi$, $\upsilon^4\delta\upsilon^2 = \chi^4\delta\chi^2$, $\delta\upsilon^2 = \frac{\chi^4\delta\chi^2}{\upsilon^4}$ (II)· ληφθέντων δὲ τῶν ἀπειροστῶν τῆς ἐξισώσεως $\upsilon^2\delta\upsilon = \chi\chi\delta\chi$, ὑποτιθεμένου ἀτρέπτου τοῦ $\delta\chi$, προέρχεται $2\upsilon\delta\upsilon^2 + \upsilon^2\delta\delta\upsilon = 2\chi\delta\chi^2$, καὶ $\upsilon^2\delta\delta\upsilon = 2\chi\delta\chi^2 - 2\upsilon\delta\upsilon^2$, ἢ $\upsilon^2\delta\delta\upsilon = 2\chi\delta\chi^2 - \frac{2\chi^4\delta\chi^2}{\upsilon^3}$, ἀντικατασταθείσης τῆς τοῦ $\delta\upsilon^2$ δυνάμεως, τῆς ἐκ τῆς ἐξισώσεως II πορίζομένης· ἀφανιζομένου δὲ τοῦ κλάσματος, εὑρίσκεται $\upsilon^5\delta\delta\upsilon = 2\chi\upsilon^3\delta\chi^2 - 2\chi^4\delta\chi^2$· ἐὰν δὲ ἀντικατασταθῇ ἐν τῷ δευτέρῳ μέλει ἡ τοῦ υ^{3} δύναμις, πορίζομένη ἐκ τῆς κατὰ τὴν καμπύλην ἐξισώσεως, πορισθήσεται $\upsilon^5\delta\delta\upsilon = 2\alpha^3\chi\delta\chi^2 + 2\chi^4\delta\chi^2 - 2\chi^4\delta\chi^2 = 2\alpha^3\chi\delta\chi^2$, καὶ ἑπομένως $\delta\delta\upsilon = \frac{2\alpha^3\chi\delta\chi^2}{\upsilon^5}$· εἰλήφθωσαν δὲ, ὅ,τε τύπος τῆς φιλύσης ἀκτῖνος $\frac{\delta\sigma^3}{-\delta\chi\delta\delta\upsilon}$, καὶ ἡ τῆς $\xi = \frac{-\delta\chi\delta\delta\upsilon}{\delta\sigma^2}$, οἱ εὑρεθέντες ἐν τῇ αὐτῇ ὑποθέσει·

(*) Εἰ γὰρ εἴη ἐξίσωσις προκειμένη ἡ $\upsilon^2 = \alpha^4 + \chi^4$, ἦν ἂν $\upsilon = \pm\sqrt{(\alpha^4 + \chi^4)}$· καὶ τηνικαῦτα ἑκάστῃ μὲν ἀποτετμημένῃ δύω συνεστοίχουν τεταγμέναι· ἡ δὲ καμπύλη δύω κλῶνας ἂν εἶχε, τὸν μὲν παριστάμενον διὰ τῆς ἐξισώσεως $\upsilon = +\sqrt{(\alpha^4 + \chi^4)}$, τὸν δ' ἕτερον διὰ τῆς $\upsilon = -\sqrt{(\alpha^4 + \chi^4)}$· καὶ ἰδίᾳ τὰς πράξεις ἐφ' ἑκατέρου κλωνὸς ἐκτελεσθῆναι ἂν ἔδει.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ϗ δὴ πορισθήσεται διὰ τῶν εὑρεθεισῶν δυνάμεων, $\delta\sigma^2 = \delta\chi^2 + \delta\upsilon^2 = \delta\chi^2 + \frac{\chi^4\delta\chi^2}{\upsilon^4} = \frac{(\upsilon^4 + \chi^4).\delta\chi^2}{\upsilon^4}$, ϗ $\delta\chi\delta\delta\upsilon = \frac{2\alpha^3\chi\delta\chi^3}{\upsilon^5}$· ἄρα $A = \frac{-\sqrt{(\upsilon^4+\chi^4)}}{2\alpha^3\chi\upsilon}$, καὶ $\xi = \frac{-2\alpha^3\chi\delta\chi}{\upsilon^5+\chi^4\upsilon}$.

Ἐὰν ὑποτεθῇ $A = 0$, ἔςαι $\sqrt{(\upsilon^4 + \chi^4)} = 0$, ἢ $\upsilon^4 = -\chi^4$, $\upsilon = \pm\sqrt{(-\chi^4)}$, ποσότης ἀνύπαρκτος· ἀδύνατον ἄρα ὑποτεθῆναι $A = 0$· οὐκοῦν ὑποτεθείσθω $A = \infty$· ϗ δὴ ἔςαι $2\alpha^3\chi\upsilon = 0$, ἢ $\chi\upsilon = 0$, ἧς ποιηταὶ $\chi = 0$, ϗ $\upsilon = 0$· ἀντικαταςαθείσης δὲ τῆς δυνάμεως τοῦ $\chi = 0$ ἐν τῇ τῆς καμπύλης ἐξισώσει, εὑρίσκεται $\upsilon^3 = \alpha^3$, $\upsilon = \alpha$· ἐὰν δὲ ἐν τῇ αὐτῇ ἐξισώσει ἀντικαταςαθῇ ἡ δύναμις τοῦ $\upsilon = 0$, εὑρίσκεται $\chi^3 + \alpha^3 = 0$, $\chi^3 = -\alpha^3$, $\chi = -\alpha$· ἐξεταςέον ἄρα τὰ σημεῖα, τὰ συςοιχοῦντα, τῇ τε $\chi = 0$, ϗ τῇ $\chi = -\alpha$· ϗ ὑπὲρ μὲν τοῦ πρώτου, ὑποτεθείσθω τὸ χ αὐξηθὲν, ἢ μειωθὲν, ποσότητι ἐλαχίςῃ τῇ ζ, τοῦτ᾽ ἔςιν, ὑποτεθείσθω $\chi = 0 \pm \zeta$, εἴτ᾽ οὖν $\chi = \pm\zeta$· ϗ δὴ ἔςαι $\upsilon^3 = \pm\zeta^3 + \alpha^3$, $\upsilon^3 = \alpha^3$, παρορωμένου τοῦ ζ^3· τοῦτ᾽ ἔςι τὸ σύμβολον τοῦ υ ἀμετάβλητον διαμένει ἐν ταύτῃ τῇ ὑποθέσει· δῆλον δὲ, ὡς εἴπερ ἐν τῇ δυνάμει τῆς $A = \frac{-\sqrt{(\upsilon^4+\chi^4)^3}}{2\alpha^3\chi\upsilon}$ τεθείη α ἀντὶ τοῦ υ, λειπτικὸν μὲν ἔςαι τὸ A, ὑπαρκτικοῦ ὑποτεθέντος τοῦ χ ($\eta = \zeta$), ὑπαρκτικὸν δὲ, ὑποτεθέντος λειπτικοῦ τοῦ χ· ἄρα, καθ᾽ ὃ σημεῖον ἔςι $\chi = 0$, ἔςαι καμπὴ, ἢ ἀνάκαμψις· ἵνα δὲ, ὁπότερόν ἐςι, γνῶμεν, ἐξεταςέον

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὴν ζ ποσότητα· ἀλλαμὴν $\xi = \frac{-2a^3\chi^3\chi}{\upsilon^5+\upsilon\chi^4}$, λειπτικὸν μὲν γίνεται, ὑποτιθεμένε ὑπαρκτικῦ τῦ χ, ὑπαρκτικὸν δὲ, ὑποτιθεμένου τοῦ χ λειπτικοῦ (*)· ἄρα πρὸς τῷ σημείῳ τῷ συςοιχῦντι τῇ $\chi = 0$ ἔςαι, ἤτοι καμπὴ, ἢ ἀνάκαμψις.

Ἐξετάζωσι δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ $\chi = -a$, εἴπερ ἀντικαταςαθείη $-a + \zeta$ ἀντὶ χ, ἡ τῆς καμπύλης ἐξίσωσις δίδωσιν $\upsilon^3 = a^3 - a^3 + 3a^2\zeta$ (παρορωμένων τῶν ἐσχάτων τῦ ζ βαθμῶν, ὅτι ζ ἔςιν ἀπειροςὸν) $= 3a^2\zeta$, ἢ $\upsilon = \sqrt{(3a^2\zeta)}$· ἐν ταύτῃ ἄρα τῇ περιπτώσει ἔςιν $A = \frac{-\sqrt{(\upsilon^4 + \chi^4)}}{-2a^4\sqrt[3]{a^2\zeta}}$, παρορωμένε ἐν τῷ παρονομαςῇ τῦ περιέχοντος ζ^2 ὅρυ· καὶ ὁ μὲν ἀριθμητὴς τηρήσει ἀεὶ τὸ αὐτὸ σύμβολον, ὁποία ἂν ᾖ ἡ τῦ υ δύναμις, ὁ δὲ παρονομαςὴς γενήσεται ὑπαρκτικὸς, ὑποτιθεμένε λειπτικῦ τῦ ζ· ἄρα, καθ' ὃ σημεῖον ἔςι $\chi = -a$, ἔςαι, ἤτοι καμπὴ, ἢ ἀνάκαμψις· ἀλλ' ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἔςι

$$\xi = \frac{2a^4\delta\chi}{(\upsilon^4+\chi^4)\cdot\sqrt[3]{3a^2\zeta}}, \text{ ἢ } \frac{\xi}{\delta\chi} = \frac{2a^4}{(\upsilon^4+\chi^4)\sqrt[3]{3a^2\zeta}}.$$

δῆλον δὲ, ὅτι, ὑπαρκτικῦ μὲν ὑποτεθέντος τῦ ζ, ἔςαι καὶ ξ ὑπαρκτικόν· λειπτικῦ δὲ, λειπτικόν, τῦτ' ἔςιν, αὐξηθείσης μὲν τῆς χ ποσότητι ἐλαχίςῃ, εὑρεθήσεται τοῦ ξ ἡ δύναμις ποσότης ὑπαρκτική· αὐξηθείσης δὲ τῆς χ

(*) Οὐ παρατηρεῖται τὸ δχ, ὅπερ ἐκλαμβάνεται ὡς μὴ τρέπον τὸ σύμβολον, εἴτ' ἂν ὡς ἔχον τὸ σύμβολον +.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ποσότητι ἐλαχίστῃ λειπτικῇ, εὑρεθήσεται πρὸς τῷ σημείῳ (ὃ κληθήτω μ), τῷ συστοιχοῦντι τῇ οὕτως αὐξηθείσῃ χ, δύναμις τοῦ ξ λειπτική· ἔσται ἄρα ἐπὶ τοῦ σημείου, τοῦ συστοιχοῦντος τῇ $\chi = -\alpha$, καμπή, ἀλλ' οὐκ ἀνάκαμψις.

189. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ. Ἀλλ' ἅλις ἔστω καὶ τούτων, κἂν ᾖ λίαν βραχέα· τὰ γὰρ περί τε τῶν εἰρημένων σημείων τῆς καμπῆς, καὶ τῆς ἀνακάμψεως, καὶ τῶν ἐν τῷ πρὸ τούτου κεφαλαίῳ περὶ τῶν καυστικῶν καμπύλων, πέλαγος ἀτεχνῶς ἐστιν ἀνεξάντλητον, οἷς ἐφεῖται ἐπ' ἀδείας ἐνασχολεῖσθαι μόνοις τοῖς μόνα τὰ Μαθηματικὰ διὰ βίου μελετᾶν ᾑρημένοις· ἡμῖν δὲ καὶ ταῦτα ἱκανὰ παρασχεῖν ἔννοιάν τινα τῶν ὑψηλοτέρων τοῦ τῶν ἀπειροστῶν λογισμοῦ ζητημάτων· ἴωμεν δὲ ἤδη ἐπὶ τὴν ἐναντίως τούτῳ βαίνουσαν ἐπιστήμην τοῦ τῶν Ὁλοκλήρων καλουμένου λογισμοῦ.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΩΣ ΑΠΕΙΡΟΥ ΘΕΩΡΟΥΜΕΝΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΟΣ.

ΤΜΗΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ τῦ Ὁλοκληρωτικοῦ Λογισμοῦ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῶν μίαν ἐχόντων τρεπτὴν ποσότητα ἀπειροςῶν, ὧν τὸ ὁλόκληρον ἐςὶ Γεωμετρικὸν, ϗ πρῶτον περὶ τῶν μονωνύμων ἀπειροςῶν.

190. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὁ Ὁλοκληρωτικὸς λογισμὸς, ἐναντίως ἔχων τῷ τῶν ἀπειροςῶν, μέθοδός ἐςι, καθ' ἣν, ἀπειροςῦ δοθέντος, πεπερασμένη ποσότης εὑρίσκεται, ἧς ἐςιν ἀπειροςὸν τὸ δοθέν.

191. Δι' αὐτῦ δὲ ποσότης ἀπειροςὴ ὁλοκληρῦσθαι λέγεται τὸ εὑρεῖν πάντων τῶν ἀπειροςῶν τὸ ἄθροισμα (1), ὅπερ ἀποτελεῖ τὴν πεπερασμένην ποσότητα, ἧς ἐςιν ἀπειροςὸν τὸ προτιθέμενον ποσόν.

192. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ. Οὐδεμία ἐςὶ ποσότης τρεπτὴ γεωμετρικῶς ἐκκειμένη, ἧς ὐκ ἔςιν εὑρεῖν τὸ ἀπει-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ροςόν· εἰσὶ μέντοι πολυάριθμοι ποσότητες ἀπειροςαὶ (*), ἃς ὁλοκληρῶσαι ἀμήχανον, τὰς μὲν, ὡς μὴ παραχθείσας ἐκ λήψεως ἀπειροςῶν· οἷαι αἱ χδυ, χδυ — υδχ κτ· τὰς δὲ, ἅτε μήπω μεθόδου τῆς αὐτῶν ὁλοκληρώσεως εὑρεθείσης· εἰσὶ δέ τινες αὐτῶν, ὧν οὐδ' εὑρεθήσεται τυχὸν τῆς ὁλοκληρώσεως μέθοδος.

193. Ποσότης, **Γεωμετρικὴ** μὲν ἡμῖν ἀκούει, ἧς ἡ δύναμις ἀκριβῶς παρασταθῆναι δύναται, προϊοῦσα ἐκ πράξεων τοῦτε Συμβολικοῦ λογισμοῦ ϗ τῆς Ἀριθμητικῆς· **μὴ Γεωμετρικὴ** δὲ, ἧς ἡ δύναμις ἀτελῶς διὰ προσεγγίσεως ἐκτίθεται· οἷοί εἰσιν οἵτε λογάριθμοι, ϗ πολλαὶ ἄλλαι ποσότητες.

194. Εἰς δήλωσιν τοῦ ἁπάσης ἀπειροςῆς ποσότητος ὁλοκλήρου χρησόμεθα τῷ γράμματι Ο, προτιθέντες αὐτὸ τῆς ὁλοκληρωτέας ἀπειροςῆς ποσότητος· ἰσοδυναμήσει δὲ τὸ γράμμα τόδε τῇ λέξει ὁλόκληρον.

195. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. Ἀπειροςὸν, συνεργοῦ τε ϗ δείκτου ἄμοιρον, ὁλοκληρῶσαι.

ΛΥΣΙΣ. Ἔςω δχ, ἢ δυ, τὰ προβαλλόμενα· ἀπηλείφθω τοίνυν τὸ δ· ϗ δὴ ἔςαι χ, υ· ἐπεὶ γὰρ δχ, δυ ἐμφαίνει τὰ ἀπειροςὰ μέρη τῶν χ, υ· αὐτὰ ἄρα τὰ πεπερασμένα ποσὰ ἔςαι προδήλως τὰ υ, χ· Ο. Ε. Π.

196. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄. Ποσότητα, δείκτου εὐμοιροῦσαν, ὁλοκληρῶσαι.

ΛΥΣΙΣ. ά. Ηὐξήθω μονάδι ὁ τῆς μεταβλητῆς ποσό-

(*) *Ποσότητα ἀπειροςὴν ἐκδεχόμεθα ἐνταῦθα, οὐ μόνον τὴν ἐκ λήψεως ἀπειροςῶν ἀποτελεσμένην· ἀλλ' ἐν γένει πᾶσαν ποσότητα, ᾗ ἐνυπάρχουσι τὰ ἀπειροςὰ δχ, δυ κτ μιᾶς τρεπτῆς, ἢ ϗ πλειόνων.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τητος δείκτης· β΄. διῃρήσθω τὸ προτεθὲν ἀπειροστὸν διά τε τοῦ οὕτω γεγονότος δείκτου, καὶ διὰ τοῦ τῆς τρεπτῆς ἀπειροστοῦ, εἶτ' οὖν διὰ τοῦ γενομένου ἔκ τε τοῦ νέου δείκτου, καὶ τοῦ τῆς τρεπτῆς ποσότητος ἀπειροστοῦ· ὁ δὲ τούτων λόγος ἔσται συμφανὴς, ἀναπολησαμένοις, ὅτι ἡ τοῦ ὁλοκληροῦν μέθοδος ἐστὶν ἀντίστροφος τῆς τοῦ λαμβάνειν τὰ ἀπειροστὰ (190), καὶ ὅπως δείκτου εὐμοιρούσης τρεπτῆς εὑρίσκονται τὰ ἀπειροστά (12).

Ὑποδείγματα.

$O2\chi\delta\chi$, ἢ $O2\chi^1\delta\chi = \frac{2\chi^{1+1}\delta\chi}{(1+1)\delta\chi} = \frac{2\chi^2\delta\chi}{2\delta\chi} = \chi^2$ · $O\chi\delta\chi = \frac{\chi^2\delta\chi}{2\delta\chi} = \frac{\chi^2}{2}$ · καὶ γὰρ $\delta(\chi^2) = 2\chi\delta\chi$ (12), καὶ $\delta(\frac{\chi^2}{2}) = \frac{2\chi\delta\chi}{2} = \chi\delta\chi$ · ὡσαύτως $O a\chi^{\frac{2}{3}}\delta\chi = \frac{a\chi^{\frac{2}{3}+1}\delta\chi}{(\frac{2}{3}+1)\delta\chi} = \frac{a\chi^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}a\chi^{\frac{5}{3}}$ · ὁμοίως $O\frac{a\delta\chi}{\chi^3}$, εἶτ' οὖν $Oa\chi^{-3}\delta\chi = \frac{a\chi^{-3+1}\delta\chi}{(-3+1)\delta\chi} = \frac{a\chi^{-2}}{-2} = \frac{-a}{2\chi^2}$.

ἐν γένει δὲ, τοῦ μ ὑπάρχοντος δείκτου ὑπαρκτικοῦ ἢ λειπτικοῦ, ὁλοχεροῦς, ἢ κεκλασμένου, πορισθήσεται $Oa\chi^\mu\delta\chi = \frac{a\chi^{\mu+1}\delta\chi}{(\mu+1)\delta\chi} = \frac{a\chi^{\mu+1}}{\mu+1}$.

197. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ. Μία μόνη ἐστὶ περίπτωσις, καθ' ἣν ἡ γενικὴ αὕτη μέθοδος ταράττει τοὺς πρωτοπείρους, ἀμέλει τοῦ δείκτου μ ὑπάρχοντος $= -1$. τηνικαῦτα γὰρ τὸ ὁλόκληρον γίνεται $= \frac{a\chi^{-1+1}}{-1+1} = \frac{a\chi^0}{0}$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\frac{\alpha}{0}$, ποσότης ἀδιόριστος, ἅτε ἄπειρος ἔστα (Συμβολ. Λογ. 539)· ἐν τοῖς ἐφεξῆς μέντοι τὸν τέτε ἀποδώσομεν λόγον, προσημειῦντες μόνον ἐνταῦθα, ὅτι τὸ προτιθέμενον ἀπειροστὸν $\alpha\chi^{\mu}\delta\chi$, ὃ τηνικαῦτα καθίσαται $\alpha\chi^{-1}\delta\chi$, ἢ $\frac{\alpha\delta\chi}{\chi}$, ἐστιν ἀπειροστὸν λογαρίθμε τῦ $\alpha\lambda\chi$, ἢ τῦ $\lambda\chi^{\alpha}$, ὡς ἄντις εὐχερῶς γνοίη, τὰ ἀπειροστὰ αὐτῦ λαβών (48).

198. Ἐὰν τῷ μονωνύμῳ ἀπειροστῷ ῥιζικὸν ἐνυπάρχῃ, θετέον δείκτην κεκλασμένον ἀντὶ τῦ ῥιζικῦ· ὕτως εἰς ὁλοκλήρωσιν τῦ $\alpha\delta\chi\sqrt[3]{\chi^2}$, ὁλοκληρωθήσεται τὸ $\alpha\delta\chi\chi^{\frac{2}{3}}$, ἢ $\alpha\chi^{\frac{2}{3}}\delta\chi$· ὅπερ διὰ τῆς γενικῆς μεθόδε (196) τελεσθήσεται.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἴδομεν ἐν τῷ τῶν ἀπειροστῶν λογισμῷ (3), ὅτι οἱ σαθερὰς ποσότητας περιέχοντες ὅροι τῶν ἀπειροστῶν ἀπαλείφονται· ὁλοκληρῦντες ἄρα προσθήσομεν ποσότητα ἀμετάβλητον τῇ τῦ ὁλοκλήρε ἐκθέσει· αὕτη δὲ ἡ ἄτρεπτος, οἵαν ἄντις βέλοιτο, ἕξει δύναμιν. ὅταν τις μόνον ὁλοκληρῶσαι ἐπιβάλληται, τῦτ' ἔστιν εὑρεῖν ποσότητα, ἧς λαβὼν τὸ ἀπειροστὸν, ἀπολήψεται τὸ προτεθὲν ἀπειροστόν· καὶ γὰρ $\frac{\alpha\chi^{\mu+1}}{\mu+1}$ καὶ $\frac{\alpha\chi^{\mu+1}}{\mu+1}+\Gamma$ (τῦ Γ ποσότητα ἄτρεπτον ἡντιναῦν δηλῦντος) ἕξεσιν ἐπίσης ἀπειροστὸν τὸ ποσὸν $\alpha\chi^{\mu}\delta\chi$, ὁποίαν ὄντις ἀπονείμαι τῇ Γ δύναμιν· ἀλλ' ὅταν ἐπὶ ζητήματός τινος ἡ ὁλοκλήρωσις τελῆται, τηνικαῦτα ἡ ἀμετά-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τρεπτος ἐκ τῆς φύσεως τȣ̃ ζητήματος διορισθήσεται, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀψόμεθα·

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Π. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ ἀπειροςῶν συνεζευγμένων, ὧν ἡ ὁλοκλήρωσις ἐκ τȣ̃ γενικȣ̃ κανόνος (196) ἀποτελεῖται.

199. **ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄.** Ὁλοκληρῶσαι ποσότητα, ᾗ ἐκ ἐνυπάρχȣσι βαθμοὶ πολυωνύμων ποσῶν, ἔτε διαιρέται πολυώνυμοι, πλὴν εἰμὴ εἶεν ποσότητες ἄτρεπτοι.

ΛΥΣΙΣ. Κείσθω ὁλοκληρωτέα ἡ ποσότης $\alpha\chi^3\delta\chi + \frac{\beta\chi^2\delta\chi}{\gamma} + \epsilon\delta\chi$· ὁλοκληρώσθω ἐν ἰδίᾳ ἕκαςος ὅρος ὡς δέδεικται (196)· ϗ δὴ πορισθήσεται $\frac{\alpha\chi^4}{4} + \frac{\beta\chi^3}{3\gamma} + \epsilon\chi + \Gamma$· ὡσαύτως τὸ ὁλόκληρον τȣ̃ $\alpha\chi^3\delta\chi + \frac{\beta\delta\chi}{\chi^4}$, εἴτ' οὖν $\alpha\chi^3\delta\chi + \beta\chi^{-4}\delta\chi$ ἐςὶν $\frac{\alpha\chi^4}{4} + \frac{\beta\chi^{-3}}{-3} + \Gamma$, ἢ $\frac{\alpha\chi^4}{4} - \frac{\beta}{3\chi^3} + \Gamma$.

200. Ἀλλὰ ϗ βαθμῶν ἐκ πολυωνύμων τοῖς ἀπειροςοῖς ἐνυπαρχόντων, εἰ μόνον οἱ αὐτῶν δεῖκται ὑπάρχοιεν ἀριθμοὶ ὁλοχερεῖς ὑπαρκτικοί, ϗ εἰμὴ εὑρίσκοιντο ἐν τῷ παρονομαςῇ, διὰ τῆς γενικῆς αὖ (196) μεθόδȣ ἡ ὁλοκλήρωσις ἔσεται· τὸ γὰρ $(\alpha+\beta\chi^2)^3\,\chi\delta\chi$ ὁλοκληρω-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

θήσεται διὰ τῆς εἰρημένης μεθόδε, ἐνεργείᾳ ὑψωθέντος τῦ $(\alpha+\beta\chi^2)^3$ εἰς τρίτον βαθμὸν, ἢ γενομένε $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta\chi^2 + 3\alpha\beta^2\chi^4 + \beta^3\chi^6$· ὅθεν $(\alpha+\beta\chi^2)^3 \times \delta\chi = \alpha^3\delta\chi + 3\alpha^2\beta\chi^2\delta\chi + 3\alpha\beta^2\chi^4\delta\chi + \beta^3\chi^6\delta\chi$, ἧ ἡ ὁλοκληρία, καθ' ὅρον γινομένη, ἐστὶν $\alpha^3 + \dfrac{3\alpha^2\beta\chi^3}{3} + \dfrac{3\alpha\beta^2\chi^5}{5} + \dfrac{\beta^3\chi^7}{7} + \Gamma$.

201. Ἐπεὶ δὲ πᾶσα ποσότης πολυώνυμος εὐχερῶς ὑψῦται εἰς βαθμὸν δείκτε ὁλοχερῆς ὑπαρκτικῦ διὰ τῆς ἀποδοθείσης μεθόδε (Συμβ. Λογ. 106, κτ.) εὐπετῶς ἄρα ὁλοκληρωθήσεται ποσότης ἅπασα πολυώνυμος, μηδὲν περιέχεσα ἄλλο, ὅτι μὴ βαθμὲς, ὧν οἱ δεῖκται εἶεν ἀριθμοὶ ὁλοχερεῖς ὑπαρκτικοί· ὅτω προκειμένε εἰς ὁλοκλήρωσιν τῦ $\vartheta\chi^3\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi^2)^2 + \alpha^2\chi^7\delta\chi\,(\gamma+\varepsilon\chi^2+\zeta\chi^3)^4$, διὰ τῆς ἀνακληθείσης μεθόδε ἀναπτυχθήσεται ἡ δύναμις τῦ $(\alpha+\beta\chi^2)^2$, ἢ πολλαπλασιαθήσεται ἕκαςος ὅρος αὐτῦ ἐπὶ $\vartheta\chi^3\delta\chi$, εἶτα ἀναπτυχθήσεται ἡ δύναμις τῦ $(\gamma+\varepsilon\chi^2+\zeta\chi^3)^4$, ἢ ἕκαςος αὐτῦ ὅρος πολλαπλασιαθήσεται ἐπὶ $\alpha^2\chi^7\delta\chi$· τηνικαῦτα ἓν σειρᾷ μονωνύμων ὁλοκληρωθήσεται, ὅπερ ἐςὶν ἔργον τῆς εἰρημένης γενικῆς μεθόδε (196).

202. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Α'. Ἐξαιρετέον μέντοι τὰς ποσότητας, ἐν αἷς δεικτῶν τινων λειπτικῶν ὄντων, συμβαίνει μετὰ τὴν ἀνάπτυξιν ἢ τὸν πολλαπλασιασμὸν, τὸν τῆς τρεπτῆς δείκτην ἔντισιν ὅροις ὑπάρχειν -1· ἀλλὰ γὰρ ὡς εἴρηται (197) τηνικαῦτα λογάριθμοι ὁλοκληρωθήσονται· ἔςω γὰρ $\dfrac{\alpha\beta\chi}{\chi^3}(+\beta\chi^2)^2$, εἴτ' ἓν $\alpha\chi^{-3}\delta\chi$

$(\alpha+\beta\chi^2)^2$· μεταβεβλήσθω εἰς $\alpha\chi^{-3}\delta\chi\,(\alpha^2+2\alpha\beta\chi^2+\beta^2\chi^4)$, ὅπερ γίνεται $\alpha^3\chi^{-3}\delta\chi+2\alpha^2\beta\chi^{-1}\delta\chi+\alpha\beta^2\chi\delta\chi$, ὧ οἱ μὲν δύω ὅροι $\alpha^3\chi^{-3}\delta\chi+\alpha\beta^2\chi\delta\chi$ ἔχουσιν ὁλόκληρον τὸ $\frac{-\alpha^3\chi^{-2}}{2}+\frac{\alpha\beta^2\chi^2}{2}$, ὁ δὲ ὅρος $2\alpha^2\beta\chi^{-1}\delta\chi$, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ $2\alpha^2\beta\frac{\delta\chi}{\chi}$, ἐςι λογαριθμικὸν ἀπειροςὸν, (48) τοῦ $2\alpha^2\beta\lambda\chi$· ὡς τὸ ὁλικὸν ὁλόκληρον εἶναι $-\frac{\alpha^3\chi^{-2}}{2}+\frac{\alpha\beta^2\chi^2}{2}+\alpha^2\beta\lambda\chi+\Gamma$.

203. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Β΄. Ἐὰν ἡ προκειμένη ἀπειροςὴ ποσότης περιέχῃ ποσότητα πολυώνυμον, ὑψωμένην εἰς βαθμὸν ὁντιναοῦν (ὁ δείκτης εἴη, εἴτε ὁλοχερὴς, εἴτε κλασματίας, εἴτε ὑπαρκτικὸς, εἴτε λειπτικὸς) καὶ οὕτως ὁλοκληρωθήσεται, εἴπερ αἱ τὴν πολυώνυμον πολλαπλασιάζουσαι ποσότητες εἶεν τὸ ἀπειροςὸν τῆς πολλαπλασιαζομένης ποσότητος, θεωρουμένης ἄνευ τοῦ κατ' αὐτὴν ὁλικοῦ δείκτου· ἢ εἰ τὸ ἀπειροςὸν εἴη πεπολλαπλασιασμένον, ἢ διῃρημένον δι' ἀριθμοῦ ἀτρέπτου· ἐκληπτέον οὖν τηνικαῦτα τὴν πολυώνυμον ποσότητα ὥσπερ μίαν μόνην τρεπτὴν, καὶ ἐφαρμοςέον αὐτῇ κατὰ λέξιν τὰ εἰρημένα (196)· ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἐςὶ τὸ $\vartheta\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi)^\pi$, εἴγε τὸ $\vartheta\delta\chi$ ἀπειροςόν ἐςι τοῦ $\alpha+\beta\chi$, πεπολλαπλασιασμένον ἐπὶ $\frac{\vartheta}{\beta}$, ὅπερ ἐςὶ ποσὸν ἄτρεπτον· εἰς οὖν τὴν τούτου ὁλοκλήρωσιν γραπτέον $O\vartheta\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi)^\pi=\frac{\vartheta\delta\chi(\alpha+\beta\chi)^{\pi+1}}{(\pi+1).\delta(\alpha+\beta\chi)}+$

$$\Gamma=\frac{\vartheta\delta\chi(\alpha+\beta\chi)^{\pi+1}}{(\pi+1).\beta\delta\chi}+\Gamma=\frac{\vartheta(\alpha+\beta\chi)^{\pi+1}}{(\pi+1).\beta}+$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Γ· ϗ γὰρ ἐὰν ταύτης τῆς ποσότητος ληφθῶσι τὰ ἀπειροςὰ, ἀναδίδοται $\vartheta\delta\chi(\alpha+\beta\chi)^{\pi}$.

Ὡσαύτως ἐξεταζόμενον τὸ ἀπειροςὸν $\frac{\alpha^2\delta\chi+2\alpha\chi\delta\chi}{\sqrt{(\alpha\chi+\chi\chi)}}$, εἴτ' ἦν $(\alpha^2\delta\chi+2\alpha\chi\delta\chi)(\alpha\chi+\chi\chi)^{-\frac{1}{2}}$ ὁλοκληρώσεως εὑρεθήσεται ἐπιδεκτικὸν, εἴγε τὸ $\alpha^2\delta\chi+2\alpha\chi\delta\chi$ τὸ ἀπειροςὸν ἐςὶ τῆς $\alpha\chi+\chi\chi$, πολλαπλασιαθὲν ἐπὶ τὸ ἄτρεπτον α· ἐφαρμοζομένου ἄρα τοῦ κανόνος, πορισθήσεται $O(\alpha^2\delta\chi+2\alpha\chi\delta\chi)(\alpha\chi+\chi\chi)^{-\frac{1}{2}} = \frac{(\alpha^2\delta\chi+2\alpha\chi\delta\chi)(\alpha\chi+\chi\chi)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}(\alpha\delta\chi+2\chi\delta\chi)} + \Gamma = 2\alpha(\alpha\chi+\chi\chi)^{\frac{1}{2}} + \Gamma$· ἐξαίρεσιν δὲ ὑφίςαται ὁ κανὼν (196), ὅταν ὁ δείκτης τῆς πολυωνύμου ποσότητος ᾖ -1· τηνικαῦτα γὰρ διὰ τῶν λογαρίθμων γενήσεται ἡ ὁλοκλήρωσις, ὡς δὴ ϗ εἴρηται, ϗ ὀψόμεθα ἐφεξῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ ἀπειροςῶν δυωνύμων, γεωμετρικῶς ὁλοκληροῦσθαι δυναμένων.

204. Ἀπειροςὸν δυώνυμον ὀνομάζομεν, ᾧ ἐνυπάρχει ποσότης πολυώνυμος, βαθμός τις ὑπάρχουσα δυωνύμου τινός· οὕτω $\vartheta\chi^5\delta\chi(\alpha+\beta\chi^2)^{\frac{2}{3}}$ ἐςὶν ἀπειροςὸν δυώνυμον· ὡσαύτως τὸ $\vartheta\chi^{\mu}\delta\chi(\alpha+\beta\chi^{\nu})^{\pi}$, ὅπερ παριςῶν ἔχει ἅπαν δυώνυμον ἀπειροςὸν, ἐπεὶ διὰ ϑ, α, β, μ, ν, π ἐννοῆσαι δυνάμεθα πάντας τοὺς ἀριθμοὺς, ὑπαρκτικούς τε ϗ λειπτικοὺς, πραγματικούς ϗ ἐπιπλάςους.

Καὶ ἐν γένει μὲν τοῦ ἅπαν δυώνυμον ἀπειροςὸν ὁλο-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΓΙΩΝΗΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κληρῶσαι ὁ τρόπος εἰσέτι ἄγνωστος· ἐκ δὲ τῶν προῤῥηθέντων δῆλον, ὅτι ὁλοκληροῦν δυνάμεθα διώνυμον ἀπειροστὸν τὸ $\vartheta\chi^{\mu}\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi^{\nu})^{\pi}$.

α΄. Ὅταν π ᾖ ἀριθμὸς ὁλοσχερὴς ὑπαρκτικὸς ὁστισοῦν, ὁποῖοι ἂν ὦσιν οἱ δεῖκται μ, ν (200), ἐξαιρουμένης μόνης τῆς σημειωθείσης (202) περιπτώσεως.

β΄. Ὅταν ὁ δείκτης μ τῆς ἐκτὸς τοῦ διωνύμου χ ᾖ μονάδι ἐλάττων τοῦ τῆς ἐν τῷ διωνύμῳ χ δείκτου ν, τοῦτ' ἔστιν ἐν γένει ὁλοκληρῶσαι δυνατὸν τὸ $\vartheta\chi^{\nu-1}\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi^{\nu})^{\pi}$, ὁποῖοι ἂν ὦσιν οἱ ν, π, πλὴν εἰ μὴ εἴη $\pi=-1$· καὶ γὰρ $\vartheta\chi^{\nu-1}\delta\chi$ ἀπειροστόν ἐστι τῆς $\alpha+\beta\chi^{\nu}$, πολλαπλασιασθείσης ἐπὶ $\frac{\vartheta}{\nu\beta}$, τοῦτ' ἔστιν ἐπὶ ποσὸν ἄτρεπτον· ἀνάγεται ἄρα εἰς τὴν δειχθεῖσαν (203) περίπτωσιν, καὶ δὴ ὁλοκληροῦται διὰ τοῦ γενικοῦ θεωρήματος, ἐκλαμβανομένης τῆς $\alpha+\beta\chi$ ὡς μιᾶς μόνης ποσότητος.

γ΄. Ὁλοκληρῶσαι δυνάμεθα ἅπαν ἀπειροστὸν διώνυμον, ἐν ᾧ ὁ τῆς χ τῆς ἐκτὸς τοῦ διωνύμου δείκτης, μονάδι αὐξηθεὶς, διαιρέσιμος εἴη ἐπ' ἀκριβὲς διὰ τοῦ δείκτου τῆς ἐντὸς τοῦ διωνύμου χ, πηλίκον διδοὺς ἀριθμὸν ὁλοσχερῆ ὑπαρκτικόν· τηνικαῦτα οὖν ἥτε ὁλοκλήρωσις καὶ ἡ δεῖξις αὐτῆς διαπραχθήσονται, τῆς διωνύμου ποσότητος (δίχα τοῦ κατ' αὐτὴν ὁλικοῦ δείκτου) μιᾷ μόνῃ τρεπτῇ ποσότητι ἰσωθείσης, καὶ τοῦ προκειμένου ἀπειροστοῦ ἐκτεθέντος διὰ μόνης ταύτης τῆς τρεπτῆς, καὶ ἀτρέπτων ἅμα ποσοτήτων· φανήσεται δὲ τὸ λεγόμενον ἐκ τῶν ἐφεξῆς.

205. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. Ὁλοκληρῶσαι ἀπειροστὸν τὸ $\vartheta\chi^{3}\delta\chi\,(\alpha+\beta\chi^{2})^{\frac{4}{3}}$, οὗ ὁ ἐκτὸς τοῦ διωνύμου τῆς χ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ... ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ... ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ...
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

δείκτης, μονάδι αὐξηθεὶς, διαιρέσιμος εἴη διὰ τοῦ δείκτου τῆς ἐντὸς χ, διδοὺς πηλίκον ὁλοσχερὲς ὑπαρκτικόν.

ΛΥΣΙΣ. Γενέσθω $\alpha + \beta\chi^2 = \psi$· ὅθεν $\chi^2 = \frac{\psi - \alpha}{\beta}$. καὶ ἐπεὶ τὸ $\chi^3 \delta\chi$, τὸ τῆς δυωνύμου ποσότητος ἡγούμενον, πρόεισιν ἐκ τῆς λήψεως τοῦ ἀπειροστοῦ τῆς χ^4, τετραγώνου ἀπὸ χ^2 (ἐκτὸς τοῦ ἀτρέπτου πολλαπλασιαστοῦ)· τετραγωνισθήτω ἡ ἐξίσωσις $\chi^2 = \frac{\psi - \alpha}{\beta}$· ὅθεν ἔσται $\chi^4 = \left(\frac{\psi - \alpha}{\beta}\right)^2$, $4\chi^3 \delta\chi = 2\left(\frac{\psi-\alpha}{\beta}\right) \cdot \frac{\delta\psi}{\beta}$, $\chi^3 \delta\chi = \left(\frac{\psi-\alpha}{\beta}\right) \cdot \frac{\delta\psi}{2\beta} = \frac{(\psi-\alpha)\delta\psi}{2\beta^2}$· ἀντικαθισταμένων ἄρα ἀντὶ $\chi^3\delta\chi$, καὶ $(\alpha + \beta\chi^2)$ τῶν κατ' αὐτὰς διὰ ψ δυνάμεων ἐν $\vartheta\chi^3\delta\chi(\alpha + \beta\chi^2)^{\frac{4}{5}}$, εὑρεθήσεται $\frac{\vartheta.(\psi - \alpha)\delta\psi}{2\beta^2} \times \psi^{\frac{4}{5}}$, εἴτ' οὖν $\frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+1}\delta\psi}{2\beta^2} - \frac{\vartheta\alpha\psi^{\frac{4}{5}}\delta\psi}{2\beta^2}$· ἄρα $O\vartheta\chi^3\delta\chi(\alpha+\beta\chi^2)^{\frac{4}{5}}$

$$= O\frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+1}\delta\psi}{2\beta^2} - O\frac{\vartheta\alpha\psi^{\frac{4}{5}}\delta\psi}{2\beta^2} = \frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+2}}{(\frac{4}{5}+2)2\beta^2} - \frac{\vartheta\alpha\psi^{\frac{4}{5}+1}}{(\frac{4}{5}+1)2\beta^2} + \Gamma,$$

εἴτ' οὖν (ἐπεὶ $\frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+1}}{2\beta^2}$ κοινός ἐστι πολλαπλασιαστής) $= \frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+1}}{2\beta^2}\left(\frac{\psi}{(\frac{4}{5}+2)} - \frac{\alpha}{\frac{4}{5}+1}\right) + \Gamma = \frac{\vartheta\psi^{\frac{4}{5}+1}}{2\beta^2}\left(\tfrac{5}{14}\psi - \tfrac{5}{9}\alpha\right) + \Gamma$· ἀντὶ ψ ἄρα εἰσα-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γαγόντες τὸ $\alpha + \beta\chi$, ἕξομεν $\frac{\vartheta}{2\beta^2}(\alpha + \beta\chi^2)^{\frac{1}{5}+1}$ $[\frac{5}{11}(\alpha + \beta\chi^2) - \frac{5}{6}\alpha] + \Gamma$.

206. **ΠΟΡΙΣΜΑ.** Ὡσαύτως δὲ διαπραξόμεθα καὶ ἐπὶ πάσης ἄλλης ὁμοίας περιπτώσεως· κείσθω γὰρ $\vartheta\chi^8\delta\chi$ $(\alpha + \beta\chi^3)^{-\frac{2}{3}}$, ὅπερ ἐςὶν ὁλοκληρώσιμον, εἴγε ὁ δείκτης 8, μονάδι αὐξηθεὶς, διαιρεθείη ἂν διὰ τῦ 3, τηλίκον προβάλλων ἀριθμὸν ὁλοχερῆ ὑπαρκτικόν· γενέσθω τοίνυν $\alpha + \beta\chi^3 = \psi$, ὅθεν $\chi^3 = \frac{\psi - \alpha}{\beta}$, ϗ ἐπεὶ τὸ $\chi^2\delta\chi$, τὸ τῦ συνωνύμυ ποσῦ ἡγύμενον, πρόεισι (πλὴν τῦ ἀτρέπτυ πολλαπλασιαςῦ) ἐκ τῆς λήψεως τῶν ἀπειροςῶν τῦ χ^9. κυβιθήτω ἡ ἐξίσωσις $\chi^3 = \frac{\vartheta - \alpha}{\beta}$· ὑκῦν ἔςαι $\chi^9 = (\frac{\psi - \alpha}{\beta})^3$, $9\chi^8\delta\chi = 3 \cdot (\frac{\psi - \alpha}{\beta})^2 \frac{\delta\psi}{\beta}$, ϗ $\chi^8\delta\chi = (\frac{\psi - \alpha}{\beta})^2 \frac{\delta\psi}{3\beta}$· τὸ ἄρα ἀπειροςὸν $\vartheta\chi^8\delta\chi(\alpha + \beta\chi^3)^{-\frac{2}{3}}$ τρέψεται εἰς $\vartheta(\frac{\psi - \alpha}{\beta})^2 \cdot \frac{\delta\psi}{3\beta} \cdot \psi^{-\frac{2}{3}}$, εἴτ' ὖν (περανθεισῶν τῶν σεσημειωμένων πράξεων, τῦτ' ἔςι τετραγωνιθέντος τῦ $\frac{\psi - \alpha}{\beta}$, ϗ πολλαπλασιαθέντος ἐπὶ $\psi^{-\frac{2}{3}}$)

$$\frac{\vartheta\psi^{2-\frac{2}{3}}}{3\beta^3}\delta\psi - \frac{2\vartheta\alpha\psi^{1-\frac{2}{3}}\delta\psi}{3\beta^3} + \frac{\vartheta\alpha^2\psi^{-\frac{2}{3}}\delta\psi}{3\beta^3},$$

ὗ τὸ ὁλόκληρον ἔςι $\frac{\vartheta\psi^{3-\frac{2}{3}}}{3\beta^3(3 - \frac{2}{3})} - \frac{2\vartheta\alpha\psi^{2-\frac{2}{3}}}{3\beta^3(2 + \frac{2}{3})} +$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\frac{\vartheta \alpha^2 \psi^{1-\frac{2}{3}}}{3\beta^3 (1-\frac{2}{3})} + \Gamma$, ὅπερ, διὰ τὸν κοινὸν πολλαπλασιασὴν $\frac{\vartheta}{3\beta^3}\psi^{1-\frac{2}{3}}$, ἀνάγεται εἰς $\frac{\vartheta}{3\beta^3}\psi^{1-\frac{2}{3}}(\frac{\psi^2}{3-\frac{2}{3}} - \frac{2\alpha\psi}{2-\frac{2}{3}} + \frac{\alpha^2}{1-\frac{2}{3}}) + \Gamma$, ἢ $\frac{\vartheta}{3\beta^3}\psi^{1-\frac{2}{3}}(\frac{3\psi^2}{7} - \frac{6\alpha\psi}{4} + 3\alpha^2) + \Gamma$, ἢ τελευταῖον, ἀντεισαγομένου ἀντὶ ψ τοῦ $\alpha + \beta\chi^3$, τὸ ὁλόκληρον ἔσαι $\frac{\vartheta}{3\beta^3}(\alpha+\beta\chi^3)^{1-\frac{2}{3}}(\frac{3}{7}(\alpha + \beta\chi^3)^2 - \frac{6\alpha}{4}(\alpha+\beta\chi^3) + 2\alpha^2) + \Gamma$.

207. δ΄. Καὶ δυωνύμου δὲ ἀπειροσῆς ποσότητος μὴ ὕσης ἐν τῇ εἰρημένῃ περιπτώσει, συμβαίνει μέντοι πολλάκις ἀνάγεσθαι εἰς ἐκείνην δι' ἁπλῆς τινος προπαρασκευῆς, δι' ἧς ὁ τῆς ἐν τῷ δυωνύμῳ χ δείκτης, λειπτικὸς μὲν, εἰ εἴη ὑπαρκτικὸς, ὑπαρκτικὸς δὲ, εἰ λειπτικὸς, γίνεται· πρὸς δὲ τοῦτο, διαιρετέον μὲν τοὺς δύω τοῦ δυωνύμου ὅρους διὰ τοῦ τῆς χ βαθμοῦ, τοῦ τῷ δυωνύμῳ ἐνυπάρχοντος, καὶ πολλαπλασιασέον τὰ ἐκτὸς τοῦ δυωνύμου ἐπὶ τὸν αὐτὸν βαθμὸν, ἀρθέντα εἰς βαθμὸν ἐμφαινόμενον ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸ δυώνυμον ὁλικοῦ δείκτου· ἔσω γὰρ δυώνυμον τὸ $\vartheta\chi^4 \delta\chi (\alpha + \beta\chi^2)^5$· ἵν' οὖν λειπτικὸς γένηται ὁ ἐν τῷ δυωνύμῳ δείκτης 2 τοῦ χ, διῃρήσθω $\alpha + \beta\chi^2$ διὰ χ^2· ὅθεν προκύπτει $\vartheta\chi^4 \delta\chi (\frac{\alpha}{\chi^2} + \beta)^5$, εἴτ' οὖν $\vartheta\chi^4\delta\chi (\alpha\chi^{-2} + \beta)^5$· ἀλλ' ἐπεὶ ἡ, δι' ἧς διῄρηται, ποσότης χ^2 ἐκλαμβάνεται ὡς ἐπηρμένη εἰς βαθμὸν πέμπτον, ὡς ἐμπεριεχομένη τῷ τοῦ δυωνύμου ὁλικῷ δείκτῃ 5, εἰς ἀναπλήρωσιν,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

πολλαπλασιαστέον τὰ ἐκτὸς τοῦ δυωνύμου ἐπὶ $(\chi^2)^5 = \chi^{10}$· ὅθεν γίνεται $\vartheta\chi^{14}\delta\chi\,(\alpha\chi^{-2}+\beta)^5$.

208. Ἐφαρμοζομένης οὖν ταύτης τῆς προπαρασκευῆς, εὑρεθήσονται πλεῖστα διώνυμα ἀπειροστὰ, τῇ εἰρημένῃ μὲν περιπτώσει ἥκιστα ἐμπεριλαμβανόμενα, ταύτῃ μέντοι καθυπαγόμενα· κείσθω γὰρ φέρε εἰς ὁλοκλήρωσιν τὸ $\frac{\alpha\alpha\delta\chi}{(\alpha\alpha+\chi\chi)^{\frac{1}{2}}}$, εἴτ' οὖν τὸ $\alpha\alpha\delta\chi\,(\alpha\alpha+\chi\chi)^{-\frac{1}{2}}$· καταφανὲς οὖν, ὅτι ὁ ἐκτὸς τοῦ δυωνύμου δείκτης τῆς χ, τουτέστι 0, αὐξηθεὶς μονάδι, καὶ γενόμενος 1, οὐκ ἂν διαιρεθείη ἀκριβῶς διὰ τοῦ ἐντὸς δείκτου 2 τῆς χ· ἀλλ' ἐπισφαλῶς ἂν ἐντεῦθεν συναχθείη τὴν προτεθεῖσαν ποσότητα ἀνεπίδεκτον ὑπάρχειν ὁλοκληρώσεως· ἐὰν γὰρ λειπτικὸς ὁ ἐντὸς τοῦ δυωνύμου δείκτης τοῦ χ γένηται, καὶ ἡ ἔκθεσις μεταβάλῃ εἰς $\alpha\alpha\,(\chi^2)^{-\frac{1}{2}}\delta\chi\,(\alpha\alpha\chi^{-2}+1)^{-\frac{1}{2}}$, ὅπερ ἀνάγεται εἰς $\alpha\alpha\chi^{-3}\delta\chi\,(\alpha\alpha\chi^{-2}+1)^{\frac{3}{2}}$, δῆλον, ὅτι -3, αὐξηθεὶς μονάδι τουτέστι $-3+1$, εἴτ' οὖν -2, διαιρεθεὶς διὰ τοῦ δείκτου -2 τῆς ἐν τῷ δυωνύμῳ χ, δίδωσι πηλίκον ἀριθμὸν ὁλοσχερῆ· τοιγαροῦν γενομένου $\alpha\alpha\chi^{-2}+1=\psi$, ἐκ τούτου πορισθήσεται $\chi^{-2}=\frac{\psi-1}{\alpha\alpha}$, καὶ ἐπεὶ $\chi^{-3}\delta\chi$ ἐστι (πλὴν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ) ἀπειροστὸν τοῦ χ^{-2}, ληφθέντων τῶν ἀπειροστῶν $-2\chi^{-3}\delta\chi=\frac{\delta\psi}{\alpha\alpha}$· ἐντεῦθεν ἀποφέρεται $\chi^{-3}\delta\chi=\frac{-\delta\psi}{2\alpha\alpha}$· τὸ ἄρα ἀπειροστὸν $\alpha\alpha\chi^{-3}\delta\chi(\alpha\alpha\chi^{-2}+1)^{-\frac{3}{2}}$ τρέπεται εἰς $\frac{-\alpha\alpha.\delta\psi}{2\alpha\alpha}.\psi^{\frac{3}{2}}$, εἴτ' οὖν $\frac{-\psi^{-\frac{3}{2}}\delta\psi}{2}$, οὗ τὸ ὁλόκληρόν ἐστι $\frac{-\psi^{1-\frac{3}{2}}}{2.(1-\frac{3}{2})}$

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$+\Gamma$, ἢ $\psi^{-\frac{1}{2}}+\Gamma$, ἢ (ἀντικαθισταμένου ἀντὶ ψ τοῦ αὐτῷ ἴσου) $(\alpha\alpha\chi^{-2}+1)^{-\frac{1}{2}}+\Gamma$, εἴτ' οὖν $\frac{1}{\sqrt{(\alpha\alpha\chi^{-2}+1)}}$ $+\Gamma$, ὅπερ ἀνάγεται εἰς $\frac{\chi}{\sqrt{(\alpha\alpha+\chi\chi)}}+\Gamma$· τὸ ἄρα εἰς ὁλοκλήρωσιν προτεθὲν ἐν τῇ αὐτῇ καὶ αὐτό ἐστι περιπτώσει, ἐν ᾗ καὶ τὰ προειρημένα.

209. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Ὁλοκληρῶσαι ἀπειροστὸν διώνυμον, ἑκατέρῳ ὅρῳ ἔχον ἐγκείμενον τὸ χ.

ΛΥΣΙΣ. Διῃρήσθω τὸ διώνυμον διὰ θατέρου τῶν τῆς χ βαθμῶν· καὶ δὴ λειφθήσεται ἐκ τούτου ἓν μόνον χ· πολλαπλασιασθήτω δὲ ἐκτὸς ἐπὶ τὸν αὐτὸν βαθμὸν, ἐπαρθέντα εἰς βαθμὸν τὸν ἐμφαινόμενον τῷ τοῦ διωνύμου δείκτῃ, ἵνα γένηται λειπτικὸς ὁ δείκτης (207)· κείσθω εἰς ὁλοκλήρωσιν τὸ $\frac{\alpha\alpha\delta\chi}{\chi\sqrt{(\alpha\chi+\chi\chi)}}$, εἴτ' οὖν $\alpha\alpha\chi^{-1}\delta\chi\,(\alpha\chi+\chi\chi)^{-\frac{1}{2}}$, ὅπερ μεταβληθήτω εἰς $\alpha\alpha\chi^{-1}\,(\chi)^{-\frac{1}{2}}\delta\chi\,(\alpha+\chi)^{-\frac{1}{2}}$, διαιρουμένου τοῦ διωνύμου διὰ χ, καὶ πολλαπλασιαζομένου ἐκτὸς ἐπὶ χ ἀρθεῖσαν εἰς βαθμὸν $-\frac{1}{2}$, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ διωνύμου· αὕτη δὲ ἡ ποσότης ἀνάγεται εἰς $\alpha\alpha\chi^{-\frac{3}{2}}\delta\chi\,(\alpha+\chi)^{-\frac{1}{2}}$· ἐὰν οὖν αὐτῇ ἐφαρμοσθῇ ὁ κανὼν (205), εὑρεθήσεται ποσότης, ὁλοκληρώσεως ἀνεπίδεκτος· γενομένου δὲ λειπτικοῦ τοῦ ἐν τῷ διωνύμῳ δείκτου τῆς χ, πορισθήσεται $\alpha\alpha\chi^{-\frac{3}{2}}.(\chi)^{-\frac{1}{2}}\delta\chi(\alpha\chi^{-2}+1)^{-\frac{1}{2}}$, εἴτ' οὖν $\alpha\alpha\chi^{-2}\delta\chi\,(\alpha\chi^{-1}+1)^{-\frac{1}{2}}$, ἥτις (205) ὁλοκλήρωσιν ἐπιδέχεται· γενέσθω τοίνυν $\alpha\chi^{-1}+1=\psi$,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ὅθεν προκύψει $\chi^{-1} = \frac{\psi - 1}{\alpha}$, $-\chi^{-2}\delta\chi = \frac{\delta\psi}{\alpha}$, $\chi^{-2}\delta\chi = \frac{-\delta\psi}{\alpha}$· ἄρα τὸ $\alpha\chi^{-2}\delta\chi\,(\alpha\chi^{-1}+1)^{-\frac{1}{2}}$ μεταβάλλει εἰς $-\alpha\delta\psi \cdot \psi^{-\frac{1}{2}}$, εἴτ' οὖν $-\alpha\psi^{-\frac{1}{2}}\delta\psi$, ἧς ὁλόκληρόν ἐστι τὸ $\frac{-\alpha\psi^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \Gamma$, εἴτ' οὖν $-2\alpha\psi^{\frac{1}{2}} + \Gamma$, ἢ (ἀντικαθισαμένου τοῦ τῷ ψ ἴσου) $-2\alpha\,(\alpha\chi^{-1}+1)^{\frac{1}{2}} + \Gamma$, ἢ τελευταῖον $-2\alpha\sqrt{(\frac{\alpha}{\chi}+1)} + \Gamma$.

210. **ΣΧΟΛΙΟΝ.** Ὁλοκληρώσεως οὖν γινομένης ἐπὶ δυωνύμου ἀπειροστοῦ, εἰ οὐδεμιᾷ τῶν εἰρημένων περιπτώσεων ἐφαρμόζοιτο, γεωμετρικὴ ὁλοκλήρωσις οὐ γενήσεται· τὰ δὲ τριώνυμα, τετραώνυμα κτ. ἀπειροστά, ὧν δηλονότι ἡ συνεζευγμένη ποσότης τρεῖς, τέσσαρας, κτ. ὅρους περιέχει, ὁλοκληροῦται ἐν ταῖς εἰρημέναις περιπτώσεσι (109 κτ). ἐπιδέχονται δὲ καὶ ἄλλοτέ ποτε ὁλοκλήρωσιν γεωμετρικὴν, σπανίως ἀλλ' οὖν· δι' ὃ οὐδεμία αὐτῶν ἐν τῷ παρόντι ἡμῖν ἐκτεθήσεται· παρακατιοῦσι μέντοι ἥτε μέθοδος τοῦ τὰς ὁλοκληρωσίμους ἀνακαλύπτειν, καὶ ὧν τὸ ὁλόκληρον εἰς δεδομένον ὁλόκληρον ἀνάγεται, ἀποδοθήσεται.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006