653. Ἐὰν εἰδέναι βυλώμεθα πόσοις μέρη τῆς τετραγωνικῆς ὀργυᾶς, εὑρεθέντα διὰ τῆς τρίτης μεθόδυ, ἰσοδυναμοῦσι τετραγωνικοῖς μέρεσι, συλλογιύμεθα ὕτως· εἷς πῦς τετραγωνικῆς ὀργυᾶς ἰσοδυναμεῖ 36 ποσὶ τετραγωνικοῖς, διαιρεθεῖσι διὰ 6, εἴτ' ὖν 6 ποσὶ τετραγωνικοῖς· εἷς δάκτυλος τετραγωνικῆς ὀργυᾶς ἴσος ἐςὶ 584 δακτ. τετρ. διαιρεθεῖσι διὰ 72, εἴτ' ὖν ἴσος 72 δακ. τετ. ὁ γὰρ δάκτυλος ἔςιν $\frac{1}{72}$ τῆς ὀργυᾶς· μία δὲ γραμμὴ τῆς τετραγωνικῆς ὀργυᾶς ἴση ἐςὶ τῷ $\frac{46656}{864}$ = 864 γραμμαῖς τετραγωνικαῖς, εἴγε ἡ γραμμὴ ἔςιν = $\frac{1}{864}$ τῆς ὀργυᾶς (Ἀριθμ. 149)· ἓν ςίγμα τῆς τετραγωνικῆς ὀργυᾶς ἔςιν = $\frac{1074954}{1036}$ = 10368 τετραγωνικοῖς ςίγμασιν· ἐπεὶ τὸ ςίγμα ἔςιν = $\frac{1}{1036}$ τῆς ὀργυᾶς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ πρακτικῆς Στερεωμετρίας.

654. Ἐὰν κυβικῆς ὀργυᾶς τῆς ΑΒΓΔΕΖ (χ. 57) τμηθῇ ἡ ὕπερθεν βάσις ΑΟΕΖ, εἴτ' ὖν ἡ τετραγωνικὴ ὀργυὰ, εἰς ἓξ καὶ τριάκοντα τετραγωνικὰς πόδας, εἷς πῦς ὁ ΑΙ τῶν ἐν τῷ ὕψει ΑΒ παράξει ςερεὸν τὸ ΑΙΟτυΕΖ, συγκείμενον ἐκ ποδῶν κυβικῶν ἓξ· ἡ ἄρα κυβικὴ ὀργυὰ περιέξει κυβικὰς πόδας 6 × 36 = 216.

655. Ὡσαύτως, ἐπείπερ ὁ τετραγωνικὸς πῦς ΑδτΡ περιέχει 144 τετραγωνικὰς δακτύλυς, ἕκαςος τῶν δακτύλων Αν, τῶν ἐν ἑνὸς κυβικῦ ποδὸς ὕψει ΑΙ, παράξῃ ςερεὸν τὸ ΑνΛγδΡ 144 κυβικῶν δακτύλων· ὁ κυβικὸς ἄρα πῦς ἔςαι σύνθετος ἐκ κυβικῶν δακτύλων 144 × 12 = 1728· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ὁ μὲν κυβικὸς δάκτυλος περιέχει κυ-

βικὰς γραμμὰς 1728· ἡ δὲ κυβικὴ γραμμὴ, κυβικὰ σίγματα 1728.

656. Ἑν γένει δὲ κυβικόν τι στερεὸν περιέχει κυβικὰ μέρη, ἐκδηλούμενα ὑπὸ τοῦ κύβου τοῦ ἀριθμοῦ, τοῦ δηλοῦντος ὅσα κατὰ μῆκός τι μέτρον ὁμώνυμον τῷ στερεῷ περιέχει τοιάδε κατὰ μῆκος μέρη· οὕτως ὁ ἀριθμὸς τῶν κυβικῶν ποδῶν, τῶν τῇ κυβικῇ ὀργυᾷ ἐμπεριεχομένων, ἔστι 216 κύβος τοῦ 6· ἡ γὰρ ἡ κατὰ μῆκος ὀργυὰ περιέχει 6 πόδας κατὰ μῆκος· ὁ δὲ ἀριθμὸς τῶν κυβικῶν δακτύλων τῶν ἐμπεριεχομένων τῷ κυβικῷ ποδὶ ἔστιν 1728, κύβος τοῦ 12.

657. α΄. Ὥστε εὑρεῖν ἑξῆς πόσα σίγματα φέρ' εἰπεῖν κυβικὰ περιέχει ἡ κυβικὴ ὀργυὰ διττῶς, ἢ πολλαπλασιαζομένου τρὶς ἑξῆς τοῦ 216 ἀριθμοῦ τῶν ἐν αὐτῇ κυβικῶν ποδῶν ἐπὶ 1728. β΄. ἢ κυβιζομένου τοῦ 10368 ἀριθμοῦ τῶν κατὰ μῆκος σιγμάτων, ἃ περιέχει ἡ κατα μῆκος ὀργυά. ἑκατέρως ἂν εὑρεθήσεται ἡ κυβικὴ ὀργυὰ περιέχουσα κυβικὰ σίγματα 111451255603 2.

658. Ἵν' ἀναχθῇ εἶδός τι κατώτερον εἰς τὸ ἀμέσως ἀνώτερον, αἱ κυβικαὶ φέρε γραμμαὶ εἰς κυβικοὺς πόδας, διαιρετέον τὸν τὸ κατώτερον εἶδος ἐκδηλοῦντα ἀριθμὸν διὰ 1728, ἐξαιρουμένων τῶν κυβικῶν ποδῶν, ἢ διαιρεῖν δεῖ διὰ 216, ἵν' ἀναχθῶσιν εἰς κυβικὴν ὀργυάν (Αριθ. 169. Γ.).

659. Οὗτός ἐστιν ὁ ἀριθμὸς τῶν μερῶν, ἃ προλαβόντες ἐξεθέμεθα ἐν τῷ πίνακι τῶν κυβικῶν μέτρων (Αριθμ. 156), προσφυέστατα ἔχων τῇ, ἣν συνελάβομεν, ἰδέᾳ τοῦ στερεοῦ ὡς κύβου θεωρουμένου· ἐξεθέμεθα δὲ ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ καὶ δύω γενικὰς μεθόδους τοῦ λογίζεσθαι ταῦτα τὰ μέρη, ἢ τὴν τοῦ στερεοῦ χωρητικότητα (Ἀριθ. 217.) κτλ.

660. Ἀλλὰ γὰρ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δὲ τῶν κυβικῶν με-

ρῶν ἀεὶ ἄυξοντος (Αριθ. 156), ἀναγκαίως ἑκατέρα μέθοδος μακρὰ καθίσται καὶ ἐπίπονος· ταῦτ' ἄρα ἐπινενοήκασι περὶ τέτου, καθὰ δὴ καὶ περὶ τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν μέτρου (644), τρίτην τινὰ μέθοδον, ἣν οἵτε Γεωμέτραι καὶ οἱ Μηχάνικοὶ ἀεὶ προκρίνουσι τῶν ἄλλων ἐπὶ τῆς πράξεως.

661. Ὑποτεθείθω γὰρ ἡ τετραγωνικὴ ὀργυὰ ΛΜΚχ τετμημένη (χ. 58.) εἰς ἓξ πόδας τετραγωνικῆς ὀργυᾶς (645) αὕτη οὖν πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ τὴν τοῦ ὕψους ὀργυὰν ΜΘ παρέξει τὴν κυβικὴν ὀργυὰν ΛΜΘ ΗΠΚ· πολλαπλασιασθεῖσα δὲ ἐφ' ὕψος ἑνὸς ποδὸς τοῦ ΜΤ, παρέξει στερεὸν τὸ ΛΜΤοΖχΚ, ὅπερ καλεῖται ποῦς τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς, καὶ ἔστι προδήλως $\frac{1}{6}$ τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς· πολλαπλασιασθεῖσα δὲ ἐπὶ Μα = ἑνὶ δακτύλῳ ὕψους, παρέξει στερεὸν τὸ ΛΜαχιΚτ, ὃ ἔστιν $\frac{1}{12}$ τοῦ ποδὸς τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς, καὶ παρὰ τοῦτο καλεῖται δάκτυλος τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς· πολλαπλασιασθεῖσα δὲ ἐφ' ὕψος = ι γραμμῇ, ἀποδώσει στερεὸν = $\frac{1}{12}$ τοῦ δακτύλου τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς, καὶ οὕτως ἑξῆς.

662. Τὸ γινόμενον ὑπὸ ποδῶν ἐπὶ πόδας, διπλασιασθὲν, παρέξει δακτύλους τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς· τὸ δ' ὑπὸ ποδῶν ἐπὶ δακτύλους, γραμμὰς τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς· τὸ δ' ὑπὸ δακτύλων ἐπὶ δακτύλους, σίγματα, καθ' ὃν δὴ λόγον ἐδείκνυτο καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν (648. κτλ.).

663. ΠΟΔΕΙΓΜΑ. Οἰκίσκου τινὸς, ἔχοντος μῆκος μὲν 4 ὀργυὰς καὶ 1 πόδα, πλάτος δὲ 2 ὀργυὰς καὶ 5 πόδας, ὕψος δὲ τέλος 1 ὀργυὰν, καὶ 2 πόδας, καὶ 4 δακτύλους, πόση ἐστὶν ἡ χωρητικότης;

α. Ζητηθήτω καὶ ἐπιφάνεια τῆς βάσεως, ἢ τὸ ἔδαφος τοῦ οἰκίσκου κατὰ τὴν τρίτην τῶν περὶ ἐπιφανειῶν ἀποδοξεισῶν μέ-

θοδον (244, κτλ.), καὶ δὴ εὑρεθήσεται 11 ὀργ. τετραγωνικῶν, 4 ποδ. καὶ 10 δακτύλων τῆς τετραγωνικῆς ὀργυᾶς

11 ὀργ. τετραγ.	4 πόδ.	10 δακτ. τετρ. ὀρ.
1	2	4

	ὀργ. κυβ.	πόδ. τῆς κυβ. ὀρ.	δακτ. τῆς κυβ. ὀρ.	γραμ. τῆς κυβ. ὀργ.	σιγμ. κυβ. ὀρ.
	11	4	10		
		22	16	40	
			44	32	80
16		2	4	6	8

β'. Τὸ γινόμενον ὑπὸ 11 ὀργυῶν τετραγ. καὶ μιᾶς ὀργ. ἴψος δίδωσιν 11 ὀργ. κυβικὰς· τὸ δὲ ὑπὸ 4 ποδῶν καὶ μιᾶς ὀργυᾶς, 4 πόδας τῆς κυβ. ὀργ. τὸ δὲ ὑπὸ 10 δακτύλων καὶ 1 ὀργυᾶς, 11 ποδ. τῆς κυβ. ὀρ. ἑξῆς δὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ 19 ὀργ. καὶ 2 ποδ. δίδωσιν 22 ποδ. τῆς κυβ. ὀργ. τὸ δὲ ὑπὸ 10 δακτύλων καὶ 2 ποδῶν, 40 γραμμὰς τῆς κυβ. ὀργ· τέλος δὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ 11 ὀργ. καὶ 4 δακτ. δίδωσι 44 δακτύλας τῆς κυβικ. ὀργ. τὸ δ' ὑπὸ 4 ποδ καὶ 4 δακτ., 32 γραμμὰς τῆς κυβ. ὀργ· τὸ δ' ὑπὸ 10 δακτ. καὶ 4 δακτ. 80 σίγματα τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς (662).

Συνήφθωσαν δὲ ὡς ἔθος (Ἀριθ. 209), διαιρεμένα ἑκάστου εἴδους διά 12, τῶν δε ποδῶν δια ●, πρὸς τὴν ἐπὶ τὰ μείζω τῶν εἰδῶν ἀναγωγήν· καὶ δὴ εὑρεθήσεται ὁ οἰκίσκος περιέχων 16 κυβικὰς ὀργυὰς, καὶ 2 ποδ. καὶ 4 δακτ. καὶ 6 γραμ. καὶ 8 σίγμ. τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς.

664. ΣΧΟΛΙΟΝ. Πάντα τὰ ἐπὶ τῆς τρίτης μεθόδου τῆς τῶν ἐπιφανειῶν καταμετρήσεως (651, 652) παρατηρηθέντα κατὰ λέξιν ἐφαρμοστέον ἐνταῦθα· τιθεμένων μόνον ἐν κύβοις τῶν

δυνάμεων; αἵπερ ἐκεῖθι ἐν τετραγώνοις ἐτίθεντο. ὅτως εὑρεθήσεται ἡ δύναμις ποδὸς τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς ἐν ποσὶ κυβικοῖς, διαιρουμένου τοῦ 216 διὰ 6 (661), ἴση ποσὶ κυβικοῖς 36· ἡ δὲ τοῦ δακτύλου τῆς κυβικῆς ὀργυᾶς, διαιρουμένου τοῦ 373248 διὰ 72, καὶ ἑξῆς ὡσαύτως (Ἀριθ. 149, 156).

Περὶ Μετρητικῆς ῥάβδου.

665. Ἐπινοηθήτω κύλινδρος ὁ ΑΒΓΔΕ (χ. 59), οὗ ἡ χωρητικότης ἀκριβῶς ἐστι φέρ' εἰπεῖν σάμνος, καὶ γεγράφθω ἡ τῆς βάσεως αὐτοῦ διάμετρος ΑΓ (χ. 60) ἐπὶ πίνακος ὁμαλοῦ ἴση τῇ ΒΑ, καὶ ὑψούσθω ἐπὶ τοῦ Β πέρατος αὐτῆς κάθετος ἡ ἀπέραντος ΒΜ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΜ ἡ Βι = ΒΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ιΑ, ἡ δὴ ἔσται διάμετρος βάσεως κυλίνδρου νέου, ὃς, ἰσοϋψὴς ὢν τῷ προτέρῳ, περιέξει δύω σάμνους· τῶν γὰρ δύω τούτων κυλίνδρων ἰσοϋψῶν ὄντων, αἱ στερεότητες ἔσονται ὡς αἱ βάσεις, εἴτ' οὖν ὡς αἱ ἐπιφάνειαι τῶν κύκλων, οἵτινές εἰσιν αὐτῶν βάσεις (422), αἱ δὲ εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ΒΑ, ιΑ τετράγωνα (398)· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ιΑ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΑ (349)· ὁ κύλινδρος ἄρα ὁ ἔχων βάσιν, ἧς ἐστι διάμετρος ἡ ιΑ, διπλοῦς ἔσται τοῦ κυλίνδρου ΑΒΓΔΕ· περιέχει δὲ ἐκεῖνος σάμνον, οὐκοῦν ὅτος περιέξει δύω.

Ἐπιτεθείσθω δὲ ἡ ιΑ ἐπὶ τῆς ΒΜ, καὶ δὴ προκύψει Β2 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Α2, ἥτις ἔσται διάμετρος βάσεως ἄγγους τριῶν σάμνων περιεκτικοῦ· καὶ γὰρ $A2^2 = AB^2 + B2^2$· ἐκεῖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ Α2 ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, βάσεως ὄντος κυλίνδρου, ὃς περιέχει σάμνον, συνάμα τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ διάμετρον τὴν Β2 ἔχοντος κύκλου, ὃς ἐστι

βάσις κυλίνδρυ περιέχοντος δύω σάμνυς· ἄρα Α2 ἐς· διάμετρος κυλίνδρυ, τρεῖς περιέχοντος σάμνυς, καὶ ἑξῆς ὡσαύτως.

666. Ἐκ τῆς τῦ σχήματος κατασκευῆς, ἡ Β1 = ΒΑ ἐμφαίνει ἓν μέτρον· Β2 = Α1, δύω· Β3 = Α2, τρία, καὶ ὕτως ἑξῆς ὑποτιθεμένυ τῷ κυλίνδρῳ, ἃ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων αὔξυσι τῷ εἰρημένῳ λόγῳ, ὕψυς ἀεὶ τῦ αὐτῦ, ὃ εἶχε τὸ ἐν ἀρχῇ ληφθὲν ἄγγος, τὸ ἑνὸς μέτρυ περιεκτικόν.

667. Οὐκοῦν κατασκευασθήτω ῥάβδος σιδηρᾶ, ἡ ξυλίνη, ἡ ΒΓ, ἥτις οὐδὲν ἀλλ' ἢ παραλληλεπίπεδον κυρίως ἐστὶ λίαν ἐπίμηκες, ἔχον μῆκος ἀνάλογον τοῖς ἄγγεσιν, ἢ κάδοις, τοῖς πρὸς καταμέτρησιν ἀεὶ προβαλλομένοις· ἐγκεχαράχθω δὲ ἡ ῥάβδος ΒΓ τιθεμένων ἐπ' αὐτῆς ἀκριβῶς τῶν κατατομῶν Β1, Β2 κτλ. αἱ ἐσημειώθησαν ἐπὶ τῦ πίνακος· ὅθεν προκύψυσιν ἐπὶ τῆς ῥάβδυ β1, β2, β3 κτλ. ὅσῳ δὲ πλεονάκις ἡ ὑποτείνυσα λαμβάνεται ἐπὶ τῆς ΒΜ πλευρᾶς, καὶ ὅσῳ πληθύνονται αἱ κατατομαὶ Β1 κτ. ἐπὶ τῆς ΒΓ ῥάβδυ, τοσύτῳ ἐπιτηδειοτέρα γίνεται ἡ ῥάβδος πρὸς καταμέτρησιν μεγάλων ἄγγεων· καλέσομεν δὲ τυτὶ τὸ ἐπίμηκες εὐθύγραμμον βΟΓΙ πλευρὰν τῶν βάσεων.

668. Εἰλήφθω εἶτα τὸ ΑΕ ὕψος τῦ κυλίνδρυ, ὅσπερ, ἐκ τῆς διαμέτρυ ΒΑ, ἓν μέτρον περιέχει, καὶ διπλασιαθήτω, τριπλασιαθήτω κτ. κατὰ τὰ μῆκος ἑτέρας ῥάβδυ, ἥτις κληθήσεται πλευρὰ τῶν μηκῶν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Αὐτόθεν κατάδηλον, ὡς αἱ ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τῶν βάσεων κατατομαὶ, ὅσῳ ἄνισιν ἐς τὸ Μ, τοσύτῳ ἐλάττυς γίνονται, καὶ ἑπομένως, ὅσῳ ἀναβαίνυσιν ἐπὶ τὸ Γ· καὶ γὰρ ἡ ὑπεροχὴ τῦ Α2, ἥτις ἐστὶ ῥίζα τρι-

πλῦ τετραγώνυ, ὑπὲρ τὴν 1Α ὐκ ἔςιν ὕτω μεγάλη, ὡς ἡ τῆς 1Α αὐτῆς ῥίζης ὕσης τετραγώνυ διπλῦ ὑπὲρ τὴν ΒΑ = Β1 ῥίζαν τετραγώνυ περιέχοντος ἓν μέτρον· ἀλλὰ γὰρ αἱ κατατομαὶ, τὰ μήκη ἐκδηλῦσαι, ἀεὶ ὀφείλυσιν εἶναι αἱ αὐταὶ· αἱ γὰρ ςερεότητες δύω κυλίνδρων, τὴν αὐτὴν ἐχόντων βάσιν, εἰσὶν ἁπλῶς ὡς τὰ μήκη (460).

Ἡ τοίνυν ῥάβδος, ἡ ἑκατέρωθεν, ὡς εἴρηται, κατατετμημένη ἐςὶν, ὃ καλεῖται μετρητιμὴ ῥάβδος, ἣ χρησόμεθα ὕτω.

669. Καίτοι ἡ διάμετρος κάδου παντὸς οἰνοδόχου ἀεὶ μείζων ἐςὶ κατὰ τὸ μέσον, ἢ κατὰ τὰς δύω αὐτοῦ βάσεις τὰς κυκλικὰς, θεωρείσθω μέντοι ὡς κύλινδρος ἀκριβὴς, ἔχων ἀμέλει τὴν αὐτὴν διάμετρον διὰ παντὸς τοῦ μήκυς, τοιάνδε μέντοι, οἵαν εἶναι μέσην μεταξὺ τῆς κατὰ τὸ μέσον, καὶ τῆς κατὰ τὰς βάσεις· εἰλήφθω ἓν διὰ τῆς ῥάβδυ ταύτης ἐκ τῦ τῆς πλευρᾶς τῶν βάσεων μέρυς ἡ διάμετρος τῦ ἄγγυς, καὶ δὴ εὑρεθήσονται, ἐξ ὑποθέσεως τῆς ῥάβδυ ἐμβαπτιζομένης τῷ ἄγγει διὰ τῆς κατὰ τὸ μέσον γινομένης ὀπῆς, δι' ἧς ὁ οἶνος, ἢ ἕτερόν τι ὑγρὸν ἐγχέεται, καὶ καθέτυ ἐφιςαμένης τῇ ἐσωτερικῇ αὐτῦ κοιλότητι, 30 κατατομαὶ ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τῶν βάσεων· εἰλήφθω εἶτα ὁ ἀριθμὸς τῶν αὐτῶν κατατομῶν, αἳ ἐμπεριέχονται τῇ ῥάβδῳ, εἰς τὰς βάσεις τεθείσῃ τῦ κάδου· καὶ δὴ εὑρεθήσονται κατατομαὶ 28· τὸ δὲ ἡμιάθροισμα τύτων τῶν δύω ἀριθμῶν, εἴτ' ὖν 29, ἔςαι ἡ μέση διάμετρος, ἥτις ἐμφαίνει 29 μέτρα, ἀποδοθέντος τῷ κάδῳ τῦ μήκυς τῦ κυλινδρικῦ ἄγγυς, ᾧ ἐχρησάμεθα πρὸς κατασκευὴν τῆς ῥάβδυ, τῦ ἐκδηλυμένυ διὰ μιᾶς τῶν ἴσων κατατομῶν τῶν σεσημειωμένων ἐπὶ τῆς τῶν μηκῶν πλευρᾶς· ὐκῦν μετρη-

θήτω ὁ ἀριθμὸς τῶν δε τῶν ἴσων κατατομῶν, αἳ ἂν ἐμβαπτισθείησαν τῷ κάδῳ κατὰ μῆκος· καὶ δὴ εὑρεθήσονται ἐξ ὑποθέσεως 20· ἐντεῦθεν ἄρα συμπερανθήσεται, ὡς ὁ κάδος οὗτος ἐξισοῦται 20 κάδοις, ἢ κυλίνδροις, ἔχουσιν ἅπασι, διάμετρον μὲν ἴσην τῇ ἑαυτοῦ μέσῃ, μῆκος δὲ μίαν μόνην κατατομήν, ἣ ἐμφαίνει τὸ ὕψος ἄγγους ἑνὸς μέτρου· ἐπεὶ δὲ ἕκαστος τούτων τῶν κάδων, ἢ κυλίνδρων, περιέχει 29 μέτρα, ὁ προτεθεὶς περιέξει 29 × 20 = 580.

ΥΨΗΛΟΤΕΡΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Η"

Περὶ τῶν Καμπύλων γραμμῶν.

ΤΜΗΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῶν τῦ Κώνυ τομῶν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ γενέσεως αὐτῶν.

Ὑψηλοτέρα καλεῖται Γεωμετρία ἡ περὶ τὰς τῶν καμπύλων γραμμῶν ἀχολυμένη ἰδιότητας, ἐπιςήμη δήπυ, ὅσον εὑρεῖα, τοσῦτον ἔχυσα ϗ τὸ χρήσιμον· τῶν δὲ καμπύλων αἱ μᾶλλον ϑρυλλύμεναι, ϗ τῇ Μαθηματικωτέρᾳ Φυσικῇ λίαν συμβάλλυσαι, εἰσὶν αἱ καλύμεναι Κωνικαὶ τομαὶ, περὶ ἃς ἴσμεν οὐ βραχύτι μοχθήσαντας τὺς πάλαι Γεωμέτρας· τύτων ὖν ϗ ἡμεῖς τὰς κυριωτέρας ἐκθέμενοι ἰδιότητας, ϗ τῆς τῶν ἄλλων ϑεωρίας ἀκροθιγῶς ὕςερον ἐφαψόμεθα.

1. Κῶνος ἅπας δι' ἐπιπέδυ τενταχῶς ἂν ἔχοι διχῇ τμηθῆναι.

Η" γὰρ τὸ τέμνον ἐπίπεδον (χ. 61) ΑΒΓ διὰ τῆς τῦ Κώνυ κορυφῆς Α διήκει, ϗ τῇ βάσει ΒΜ' ΓΜ' τῦ

κώνου, εἴτε πρὸς ὀρθὰς, εἴτε πλαγίως, ἐφέστηκε· ἐν δὴ ἡ ἐντεῦθεν προϊοῦσα τομὴ ΑΒΓ ἀεὶ ἔσται τρίγωνον· ὅπερ καθ' ἑαυτὸ δῆλον· ἢ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, μὴ διὰ τῆς κορυφῆς διῆκον, κατά τινα τῶν ἑφεξῆς τεσσάρων τρόπων τὸν κῶνον τέμνει.

2. α'. Ἐὰν τὸ τέμνον ἐπίπεδον δΜΤΜ παράλληλον ᾖ τῇ τοῦ κώνου βάσει ΒΜ' ΓΜ', ἡ γινομένη τομὴ ΜΜΤ ἔσται κύκλος, ὡς ἐν τῶν τοῦ κώνου στοιχείων ὑπάρχουσα. (Γεωμ. 444).

3. β'. Ἐὰν τὸ τέμνον ἐπίπεδον δΜΤΜ κεκλιμένον ᾖ τῇ τοῦ κώνου βάσει ΗΜη, ποιῇ δὲ μετὰ τῆς βάσεως γωνίαν ἐλάττονα (σχ. 62), ἢ τὴν ὑπὸ μιᾶς τοῦ κώνου πλευρᾶς ΑΓ καὶ τῆς βάσεως περιεχομένην, ἡ καμπύλη ΗΜΜη ἔσεται καμπύλη πρὸς ἑαυτὴν ἀνακάμπτουσα (*), ἥτις Ἔλλειψις ὀνομάζεται· ἐπεὶ οὖν ὁ κυκλος δΜΜΤ (σχ. 16) οὐκ ἂν γένοιτο ἔλλειψις ΗΜηΜ (σχ. 62), εἰμὴ τὸ πρὶν τῇ βάσει παράλληλον ἐπίπεδον δΜΤΜ βραχύτι αὐτῇ προσκλιθείη, θεωρηθῆναι δύναται ὁ κύκλος ὡς ἔλλειψις, ἧς τὸ ἐπίπεδον ἀπειροστόντι τῇ βάσει προσκέκλιται.

4. γ'. Ἐὰν τὸ τέμνον ἐπίπεδον ΤΜδ διήκῃ ἐκ διαδοχῆς διὰ πασῶν τῶν πρὸς τὴν βάσιν ΒΜ' ΓΜ' τοῦ κώνου γενέσθαι δυναμένων ἐγκλίσεων (ὅθεν προκύψουσι πᾶσαι αἱ ποικίλαι ἐλλείψεις, αἱ ἐκ τοῦ κώνου προελθεῖν δυνάμεναι) ἔστ' ἂν τέλος οὕτω προσκλιθείη, ὡς ἓν μία τῶν τοῦ κώνου πλευρῶν ΑΒ· ὥσπερ κλίσεως ἔχει τὸ ἐπίπεδον ΗκΜ'Μ'·

(*) Καλῶ δὲ ἀνακάμπτουσαν καμπύλην, ἧς οἱ κλῶνες ΗΜη, ΗΜη, ἀπὸ τοῦ Η ἀρχόμενοι, συνίασιν ἀλλήλοις καθ' ἓν σημεῖον τὸ η.

σαφὲς τηνικαῦτα τὸ τέμνον ἐπίπεδον παράλληλον τῇ τοῦ κώνου πλευρᾷ ΑΒ γίνεσθαι, οὐδ' αὐτῇ συμπεσεῖν ποτε δύναιθαι· καὶ δὴ ὅσῳ μᾶλλον ὁ κῶνος ἂν προσεκβληθείη, τοσούτῳ οἱ κλῶνες ΗΜ', ΗΜ' τῆς εὐτεῦθεν ἀπογεννωμένης τομῆς ἀποχωροῦσιν ἀλλήλων· ἔσται ἄρα αὕτη τομὴ ἄπειρος, ἣ καλεῖται Παραβολή.

5. Ἐπεὶ τοίνυν οὐκ ἂν γένοιτο παραβολή, εἰμὴ τὸ πρὸν ἐπὶ μιᾶς τῶν τοῦ κώνου πλευρῶν κεκλιμένον ἐπίπεδον (σχ. 62), καὶ ἐντεῦθεν ἔλλειψιν προάγον, παραλλήλως ἀχθείη μιᾷ τινι πλευρᾷ τῇ ΑΒ (σχ. 61), θεωρηθῆναι δύναται καὶ ἡ παραβολὴ ὡς ἔλλειψις, συνισταμένη ἐπὶ ἐπιπέδου ἀπειροσόντι προσκεκλιμένου τῇ τοῦ κώνου πλευρᾷ ΑΒ, ὥσπερ ἔλλειψις ἑπομένως, ἥτις οὐδύναται συμπεσεῖν τῇ τοῦ κώνου πλευρᾷ ΑΒ, εἰμὴ μετὰ διάστημα ἄπειρον, κἀντεῦθεν ἐξ ἀνάγκης καθισταμένη ἄπειρος.

6. δ'. Τέλος δὲ, ἐὰν τὸ τέμνον ἐπίπεδον ΗΠΜ'Μ', τὸ πρὸν τῇ πλευρᾷ ΑΒ παράλληλον (σχ. 16), ἐγγίζῃ μᾶλλον τοῦ εἶναι κάθετον τῇ βάσει ΒΓ, ἢ ἡ πλευρὰ, εἴτ' οὖν ποιῇ τὴν ὑπὸ ΗΠΒ γωνίαν μείζονα τῆς ὑπὸ ΗΒΠ, οἷον τὸ ΗΠΜ (σχ. 64), ἢ καὶ κάθετον αὐτῇ ἐφεστήκῃ· ἡ ἐντεῦθεν παραγομένη τομὴ καὶ αὐτὴ ἄπειρος γίνεται· καλεῖται δὲ ὅμως Ὑπερβολή· ἐὰν δὲ ὑποτεθῇ κῶνος ἕτερος ὁ ΑδΔ, κατὰ τὴν κορυφὴν Α συνημμένος τῷ πρώτῳ, καὶ αὐτῷ ἴσος, τὸ τέμνον ἐπίπεδον προσκεχθὲν ἔσγ' ἐπ' αὐτὸν, καὶ τεμὸν κἀκεῖνον, ἀπογεννήσει νέαν ὑπερβολὴν ἴσην τῇ προτέρᾳ τὴν ηΧχ, ἥτις ἀκούει Ἀντικειμένη ὑπερβολή.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Δῆλον ἄρα ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων κωνικῶν τομῶν μόνα τὸ τρίγωνον καὶ ἡ ὑπερβολὴ δύναται ἔχειν ἀντικειμένην τομὴν, εἴτ' οὖν, ὧν τὸ ἐπίπεδον προ-

αγόμενον ἐς τὸν κατὰ κορυφὴν ἀντικείμενον κῶνον, παράγει τομὴν τῇ προτέρᾳ ἴσην· κἂν γὰρ ἀεὶ ἐπὶ πάσης τομῆς δύω νοηθῶσιν οἱ κῶνοι ἴσοι καὶ κατὰ κορυφὴν συνημμένοι, ὅτε μὴν τὸ τὸν κύκλον, οὐδὲ τὸ τὴν παραβολὴν, οὐδὲ τὸ τὴν ἔλλειψιν παράγον ἐπίπεδον δύναται προσχθῆναι ἐς τὸν ἕτερον κῶνον, οὐδ' ἅψασθαι αὐτοῦ, μήτιγε τεμεῖν, ὡς παντὶ τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι προφανές.

7. Ἡ εὐθεῖα (σχ. 61, 62, 64) Ηπ, περὶ ἣν δύναται ἡ τομὴ περιαχθῆναι, Ἄξων ἀκούει· τὸ δὲ σημεῖον Η, ᾗ τὰ Η, η, διῶν ὁ ἄξων συνάπτεται τῇ τομῇ, Κορυφὴ, ἢ Κορυφαὶ τῆς τομῆς· αἱ δὲ τῷ ἄξονι κάθεται ΠΜ, πΜ, Τεταγμέναι ἐπὶ τὸ ἄξονα· ὅλη δέ τις εὐθεῖα ἡ ΠΜΜ, Διπλῆ Τεταγμένη· Ἀποτετμημένη δὲ μέρος τοῦ ἄξονος τὸ ΗΠ τὸ ἀπὸ τῆς κορυφῆς Η καί τινος τεταγμένης τῆς ΠΜ ἀπολαμβανόμενον· οὐκοῦν ἡ ΗΠ ἔστιν ἀποτετμημένη ὑπὸ τεταγμένης τῆς ΠΜ, ἡ δὲ Ηπ ὑπὸ τῆς πΜ· Συναποτετμημένη δὲ, ἑτέρου μέρος τοῦ ἄξονος τὸ ἀπὸ τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἑτέρας κορυφῆς η ἀπολαμβανόμενον (σχ. 62)· ἔτως ἐν η ηΠ συναποτετμημένη ἐστὶ τῇ ΗΠ ὑπὸ τεταγμένης τῆς ΠΜ.

8. Οὐκοῦν παραβολὴ ἡ ΗΜ'Μ' (σχ. 16), μίαν μόνην ἔχουσα κορυφὴν Η, ἀμοιρεῖ συναποτετμημένων· ὑπερβολῆς δὲ (σχ. 64), τῶν δύω κορυφῶν Η, η, πρός γε τὴν αὐτὴν τεταγμένην ΠΜ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κειμένων, ἥτε ἀποτετμημένη ΠΗ καὶ ἡ συναποτετμημένη Πη ἐπὶ τῶν αὐτῶν λογιωθήσονται.

9. Εἰώθασι δὲ, διὰ μὲν υ τὰς τεταγμένας ΠΜ, διὰ δὲ χ τὰς ἀποτετμημένας ΗΠ, ἐμφαίνειν· δύω δὲ διάφοροι τεταγμέναι ἐκδηλοῦνται διὰ υ, Υ, διὰ δὲ χ, Χ δύω διάφοροι ἀποτετμημέναι.

10. ΟΡΙΣΜΟΣ. Συνέκθεσιν ποσότητος ἀποκαλῶ τὴν αὐτῆς ταύτης μετ' ἄλλων ποσοτήτων συνεπιπλοκήν· ὅτως 2υ, $\frac{\upsilon}{2}$, υ^2, $\upsilon^a + \upsilon$ τέτταρες διάφοροι συνεκθέσεις παρίσανται τῆς τεταγμένης υ.

11. Λόγος ἄτρεπτος ἐν τῇ αὐτῇ τομῇ ἐσιν, ὃν ἔχει ὡρισμένη τις καὶ μόνιμος συνέκθεσις τῶν τεταγμένων πρὸς ὡρισμένην καὶ μόνιμον συνέκθεσιν τῶν ὑπ' αὐτῶν ἀποτετμημένων· εὑρίσκεται δὲ ὅτος διὰ τῆς ἀνιχνεύσεως τῆς φύσεως καὶ τῶν ἰδιοτήτων τῆς τομῆς.

Ἡ ἐξίσωσις δὲ ἡ τοῦτον τὸν λόγον ἐκτιθεῖσα καλεῖ- ἐξίσωσις τῆς τομῆς· ὅτως (χ. 63) ἐν τριγώνῳ τῷ ΗΔΜ ληφθείσης ὡς ἄξονος τῆς Ππ, διὰ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΗΠΜ, ΗπΜ, ἔσαι ΠΜ : πΜ : : ΗΠ : Ηπ (Α)· ἀλλ' αἱ κάθετοι ΠΜ, πΜ εἰσὶ τεταγμέναι ἐπὶ τὸν ἄξονα (7), καὶ ΗΠ ἐσὶν ἀποτετμημένη ὑπὸ τῆς τεταγμένης ΠΜ, ἡ δὲ Ηπ ὑπὸ τῆς πΜ· ἄρα ἐν τριγώνῳ αἱ τεταγμέναι εἰσὶν ὡς αἱ ὑπ' αὐτῶν ἀποτετμημέναι· ἔσω ἓν ΠΜ $= \upsilon$, καὶ πΜ $=$ Υ, καὶ ΗΠ $= \chi$, καὶ Ηπ $=$ Χ· ὥκοῦν ἡ ἀναλογία Α γενήσεται υ : Υ : : χ : Χ· ἄρα (Συμβ. Λογ. 250) $\upsilon = \frac{\Upsilon \times \chi}{\mathrm{X}}$ (Β)· τοιγαροῦν ἡ Β ἐξίσωσις, ἥτις παρίσησι τὸν λόγον τινὸς συνεκθέσεως τῆς τεταγμένης υ (ἥτις συνέκθεσις ἐνταῦθα ἡ αὐτὴ υ ἐσὶ, εἴτ' ἓν $\upsilon \times 1 = \upsilon$), ὃν ἔχει πρὸς τὴν ὑπ' αὐτῆς ἀποτετμημένην (ἔσι δὲ ὁ λόγος ὅτος ἡ ἰσότης τῆς τεταγμένης, καθ' ἣν αὕτη ἰσοῦται τῷ πηλίκῳ τῷ προκύπτοντι ἐκ τῆς διαιρέσεως τοῦ γινομένου ὑπὸ τῆς ἀποτετμημένης καὶ ἑτέρας τεταγμένης, διὰ τῆς Χ ἀποτετμημένης ὑπὸ τῆς συσοίχου αὐτῇ τεταγμένης), ἐσὶν ἡ τοῦ τριγώνου ἐξίσωσις.

12. Ὡσαύτως ἐπὶ τοῦ κύκλου. διὰ τὴν τῷ ἄξονι κάθετον ΠΜ, καὶ ἐπ' αὐτὸν τεταγμένην, ἔστι (Συμβ. Λογ. 248, καὶ Γεωμ. 343) $ΠΜ^2$ ($υ^2$) = ΠΗ × Πη (Ρ)· ἔστω ἓν Ηη = 2α, καὶ ΗΠ = χ· ἑπομένως ἔσται Πη = 2α — χ· ἡ δὲ Ρ ἐξίσωσις ἔσται $υ^2 = 2αχ - χ^2$, ἥτις ἔσται τοῦ κύκλου.

13. Καὶ αἱ μὲν τοῦ τε τριγώνου καὶ τοῦ κύκλου κυριώτεραι ἰδιότητες ἐκ τῆς στοιχειώδους Γεωμετρίας ἐγνώσθησαν· τὰς δὲ τῆς παραβολῆς, καὶ ἐλλείψεως, καὶ ὑπερβολῆς, ἑξῆς ἂν εἴη ἐκθέσθαι.

14. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐν παραβολῇ τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλά εἰσιν, ὡς αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, εἴτ' ἓν $ΠΜ^2 : πΜ'^2$ :: ΗΠ : Ηπ (σ. 61).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἔστω κύκλος ὁ ΔΤΜΜ παράλληλος τῇ βάσει ΒΓΜ'Μ', καὶ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἐστάθω τῷ κύκλῳ τῷδε κάθετον· αἱ ἓν διάμετροι Τδ, ΒΓ τῶν δύω κύκλων, αἵ εἰσιν ἅμα καὶ στοιχεῖα τοῦ τριγώνου, ἔσονται παράλληλοι· ἄρα αἱ ἐν τοῖς δυσὶ κύκλοις τεταγμέναι ΠΜ, πΜ', κάθετοι ὦσαι ταῖς διαμέτροις Τδ, ΒΓ, ἔσονται ὡσαύτως καὶ τοῖς τριγωνικοῖς στοιχείοις Τδ, ΒΓ, καὶ ἑπομένως ἁπάσῃ γραμμῇ τοῦ τριγωνικοῦ ἐπιπέδου, εἴτ' ἓν τῇ ΗΠπ, ἐφ' ἣν ταῦτα πίπτουσι (Γεωμετρ. 400)· ἐπεὶ γὰρ ΗΠπ καὶ Τδ ἐμφότεραί εἰσιν, ὡς εἴδομεν, ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τριγωνικοῦ ἐπιπέδου, ἡ ΠΜ, κάθετος οὖσα τῇ Τδ κατὰ τὸ σημεῖον Π, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλας αὗται αἱ δύω γραμμαί, ἔσται κάθετος καὶ τῇ ΗΠπ· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ πΜ' κάθετος ἐφέστηκε τῇ ΗΠπ κατὰ τὸ π· ἐχέτω ἓν ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἀρχομένη παραβολὴ ΗΜ'Μ' τὸ ἑαυτῆς ἐπίπεδον κάθετον τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἀ. τοίνυν ἡ

ἄξων ΗΠπ, παράλληλος ὢν κατὰ τὴν τῆς παραβολῆς ἰδιότητα τῇ πλευρᾷ ΑΒ, διελεύσεται ἀναγκαίως διὰ τῶν σημείων Π, π τοῦ ΗΠπ τριγωνικοῦ στοιχείου· β'. αἱ τεταγμέναι ΠΜ ἐν τοῖς κύκλοις, ἃς καθέτους εἴδομεν κατὰ τὰ Π, π τῷ τριγωνικῷ στοιχείῳ ΗΠπ, ἔσονται κάθετοι καὶ τῷ τῆς παραβολῆς ἄξονι ΗΠπ· οὐκοῦν αἱ ἐν τοῖς κύκλοις τεταγμέναι ΠΜ, πΜ', ἔσονται οὐδὲν ἧττον τεταγμέναι καὶ τῇ παραβολῇ (7).

Παρὰ ταῦτα, διὰ τὴν φύσιν τοῦ κύκλου, ἔστι ΠΜ² = δΠ × ΠΓ (Συμβ. Λογ. 248, καὶ Γεωμετρ. 343) καὶ πΜ'² = πΓ × Βπ· ἄρα ΠΜ² : πΜ'² : : δΠ × ΠΓ : πΓ × Βπ· ἀλλὰ, διὰ τὸν τῇ ΑΒ πλευρᾷ παράλληλον ἄξονα, ΗΠπ, ἔστι ΠΓ = Βπ· οὐκοῦν ΠΜ² : πΜ² : : δΠ × Βπ : πΓ × Βπ, καὶ δὴ ΜΠ² : πΜ'² : : δΠ : πΓ (Συμβ. Λογ. 247).

Τελευταῖον δὲ ἐν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ΗΠδ, ΗπΓ, ἔστι δΠ : πΓ : : ΗΠ : Ηπ· ἄρα ΜΠ² : πΜ'² : : δΠ : πΓ· ἔστι δὲ, ὡς εἴδομεν, καὶ δΠ : πΓ : : ΗΠ : Ηπ· ἄρα ΠΜ² : πΜ'² : : ΗΠ : Ηπ. Ο. Ε. Δ.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐν ἐλλείψει (χ. 62) τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλά εἰσιν, ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν συζυγῶν ἀποτετμημένων καὶ συναποτετμημένων, εἴτ' οὖν ΠΜ² : πΜ'² : : ΗΠ × ηΠ : Ηπ × ηπ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἁπάντων ἀνελλειπῶς προκατασκευασθέντων, ὥσπερ ἐπὶ τοῦ προτεχῶς ἐκτεθέντος θεωρήματος, ἔσται ἐν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ΗΠδ, ΗπΓ, Πδ : πΓ : : ΗΠ : Ηπ, ἐν δὲ τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ηΠΟ, ηπχ, ΠΟ : πχ : : ηΠ : ηπ· πολλαπλασιασθεισῶν δὲ τούτων τῶν δύο ἀναλογιῶν ἐπ' ἀλλήλας (Συμβ. Λογ. 262), ἔσται Πδ × ΠΟ : πΓ × πχ : : ΗΠ × ηΠ : Ηπ × ηπ· διὰ δὲ

τὴν φύσιν τȣ̃ κύκλȣ ἔςι ΠΜ² = Πδ × ΠΟ, ϗ πΜ² = πΤ × πχ (Γεωμ. 343)· ἄρα ΠΜ² : πΜ² : : ΗΠ × ηΠ : Ηπ × ηπ. Ο. Ε. Δ.

16. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Ἐν ὑπερβολῇ τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετράγωνά εἰσιν, ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν συςοιχȣσῶν ἀποτετμημένων ϗ συναποτετμημένων, εἴτ' ȣ̃ν ΠΜ² : πΜ² : : ΗΠ × ηΠ : Ηπ × πη.

ΔΕΙΞΙΣ. α΄. Ἔςω κύκλος ὁ ΤΜΜΟ παράλληλος τῇ βάσει ΒΜΜΓ, ϗ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κάθετον τῇ βάσει, ἡ δὲ ὑπερβολὴ ΗΜΜ κάθετος τῷ τȣ̃ τριγώνȣ ἐπιπέδῳ· ὡς ϗ ἀνωτέρω, δείκνυται ὅτι ἡ ΠΜ κοινή ἐςι τεταγμένη ἔντε τῷ κύκλῳ ϗ ἐν τῇ ὑπερβολῇ.

β΄. Ἐν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ΗΠΤ, Ηπ Β, ἔςιν ΗΠ : ΠΤ : : ΗΠ : πΒ· ἐν δὲ τοῖς ηΠΟ, ηπΓ ὁμοίοις ϗ αὐτοῖς τριγώνοις ἔςιν ηΠ : ΠΟ : : ηπ : ΠΓ· πολλαπλασιασμῷ δὲ, ΗΠ × ηΠ : ΠΤ × ΠΟ : : Ηπ × ηπ : πΒ × πΓ· ἀλλὰ, διὰ τὴν κυκλικὴν ἰδιότητα, ἔςι ΠΜ² = ΠΤ × ΠΟ, ϗ πΜ² = πΒ × πΓ· ἄρα ΗΠ × ηΠ : ΠΜ² : : πΒ × πΓ : πΜ²· ἄρα (Συμβ. Λογ. 242) ΠΜ² : πΜ² : : ΗΠ × ηΠ : πΒ × πΓ. Ο. Ε. Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ φύσεως τῶν Κωνικῶν τομῶν ἐν ἐπιπέδῳ καταγεγραμμένων.

17. Πᾶσα καμπύλη (σχ. 66, 67, 68) ΗΜΜ, ΗΜΜη, ἐν ᾗ δύω ἀποςήματα, καθ' ἃ ἀπέχȣσι δύω τινὰ σημεῖα αὐτῆς Η, μ, ἀπό τινος ἐντὸς κειμένȣ σημείȣ, ὃ καλεῖται Ἑςία, ἀνάλογα εἰσὶ δυσὶν ἀποςήματι, καθ'