579. „Ἐὰν μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, ἢ τῶν ποσοτή-„των, ὧν ὡς ἄγνωςος ἐκληφθεῖσα ἑκάςη δύναται ἐπίσης „συμβαλεῖν εἰς διορισμὸν ἁπασῶν τῶν ἄλλων, εὑρεθῶσι „δύω τὸν αὐτὸν τρόπον ἑκατέρα χρησιμεύουσα, ὡς εἰς „τὴν αὐτὴν φέρειν ἐξίσωσιν (μετὰ συμβόλων + ἢ —), „τηνικαῦτα δὴ οὐδετέρᾳ τούτων χρηςέον, ἀλλ' ἐκληπτέον „ὡς ἄγνωςον ἄλλην ποσότητα, ἑκατέρας τῶν δυεῖν ἐπί-„σης ἐξηρτημένην" ἐκληπτέον, δὸς εἰπεῖν, τὸ ἡμιάθροισμα, ἢ τὴν ἡμιδιαφορὰν, ἢ τὴν μέσην αὐτῶν ἀνάλογον κτλ. ἀεὶ γὰρ ἀφιξόμεθα εἰς ἐξίσωσιν ἁπλουςέραν, ἢ εἴπερ ἐ-χρώμεθα θατέρᾳ τῶν δυεῖν ποσοτήτων. Τὸ δ' ἐφεξῆς πρόβλημα πολλὰ ἡμῖν ἐπιδαψιλεύσεται ὑποδείγματα.

580. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ζ'. Ἀπὸ σημείου τοῦ Δ, κειμένου (χ. 31.) ἐν τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ ΙΑΕ, καὶ ἴσον ἀπέχοντος ἑκατέρας τῶν πλευρῶν ΙΑ, ΑΕ, ἀγαγεῖν εὐθεῖαν τὴν ΔΒ, ὅπως τὸ μέρος ΓΒ, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐν τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ ΕΑΒ, ἴσον ὑπάρχῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ.

ΛΥΣΙΣ Α'. Καταχθεισῶν τῶν καθέτων ΔΕ, ΔΙ ἀδιαφόρως ὡς ἄγνωςον δυνάμεθα ἐκλαβεῖν τὴν ΓΕ, ἢ ΑΒ, ΑΓ, ἢ ΙΒ, ΓΔ, ἢ ΔΒ· ἐὰν μὲν οὖν φέρε, ἐκλάβωμεν ὡς ἄγνωςον τὴν ΓΕ, τηνικαῦτα κληθείσης τῆς μὲν ΓΕ, χ, α δὲ ἑκατέρας τῶν δύω ἴσων εὐθειῶν ΔΕ, ΔΙ, ἅςπερ ἐκδεχόμεθα ὡς γνωςὰς, κληθείσης δὲ γ καὶ τῆς δεδομένης εὐθείας, ᾗ δεῖ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ, ἔξομεν ΑΓ = ΑΕ — ΓΕ = α — χ· ἐκ δὲ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΔΕΓ, ΓΑΒ προέρχεται ΓΕ : ΔΕ :: ΑΓ : ΑΒ τοῦτ' ἔςι χ : α :: α — χ : ΑΒ = $\frac{\alpha\alpha - \alpha\chi}{\chi}$· ἀλλὰ διὰ τὴν ἰδιότητα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου (349) ἔςιν $\text{ΑΓ}^2 + \text{ΑΒ}^2 = \text{ΒΓ}^2$· ἀντικαταςάσει ἄρα ἀντὶ τῶν εὐθειῶν τῶν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κατ' αὐτὰς συμβολικῶν δυνάμεων, ἕξομεν $(\alpha - \chi)^2 + (\frac{\alpha\alpha - \alpha\chi}{\chi})^2 = \gamma\gamma$, εἴτ' ἤν $\alpha\alpha - 2\alpha\chi + \chi\chi + \frac{\alpha^4 - 2\alpha^3\chi + \alpha^2\chi^2}{\chi\chi} = \gamma\gamma$, εἴτ' ἤν, ἀφανισμῷ τῦ παρονομαςῦ, μεταθέσειτε ϗ ἀναγωγῇ, $\chi^4 - 2\alpha\chi^3 + 2\alpha\alpha\chi\chi - \gamma\gamma\chi\chi - 2\alpha^3\chi + \alpha^4 = 0$, ἐξίσωσις τεταρτοβαθμιος, ἥτις ὐκ ἔςιν ἡ ἁπλυςέρα τῶν πρὸς ἐπίλυσιν τεινυσῶν τῦ προβλήματος, πολλῦ γε ϗ δεῖ.

Β. Ἐὰν δὲ ἀντὶ ΓΕ λάβωμεν ὡς ἄγνωςον τὴν ΙΒ, ϗ καλέσωμεν αὐτὴν χ, μιμύμενοι τὴν προεκτεθεῖσαν ἐπίλυσιν, ἕξομεν ἐξίσωσιν ὐδενὶ διενηνοχυῖαν τῆς προτέρας, πλὴν ὅτι ἐν ταύτῃ ἔςαι $\chi - \alpha$ ἀντὶ $\alpha - \chi$, τῦτ' ἔςιν ἀπολύτως τὴν αὐτὴν, εἴγε ταύτας τὰς ποσότητας τετραγωνίζειν αἰτεῖ ἡ φυσις τῦ προβλήματος· εἴτε δὲ $\alpha - \chi$, εἴτε $\chi - \alpha$ τετραγωνιῶθεῖεν, ἡ αὐτὴ, ὡς δῆλον, προκύψει ποσότης· ὡσαύτως τῷ θεμένῳ εἰς ἄγνωςον τὴν ΑΒ ὐδεμία διαφορὰ ἔςαι πρὸς τὸν λαβόντα ὡς τοιαύτην τὴν ΑΓ, ὅτι μὴ ἡ τῶν συμβόλων· ὡσαύτως ἐκ τῶν εὐθειῶν ΔΒ, ΔΓ ἡ ἑτέρα τῶν ἐξισώσεων τοῖς συμβόλοις τῆς ἑτέρας διοίσει· ὐδεμίαν ἄρα τύτων ληπτέον.

Γ. Ἀλλ' ἐὰν εἰς ἄγνωςον θῶμεν τὸ ἄθροισμα τῶν δύω εὐθειῶν ΔΒ, ΔΓ, ϗ τῦτο δηλώσωμεν διὰ 2χ, ἕξομεν (Συμβ. Λογ. 442) $\Delta B = \chi + \frac{1}{2}\gamma$, ϗ $\Delta\Gamma\ \Gamma\chi - \frac{1}{2}\gamma$· ἀλλ' ἐκ τῶν παραλλήλων ΔΙ, ΓΑ, τῶν εἰς εὕρεσιν τῶν ΑΒ, ΑΓ, προκύπτυσιν αἱ ἐφεξῆς ἀναλογίαι $\Delta\Gamma : \Gamma B :: \Gamma A$ ἢ $\Delta E : AB$, ϗ $\Delta B : \Gamma B :: \Delta I : A\Gamma$, τῦτ' ἔςι $\chi - \frac{1}{2}\gamma : \gamma :: \alpha : AB$, καὶ $\chi + \frac{1}{2}\gamma : \gamma :: \alpha : A\Gamma$· ἄρα $AB = \frac{\alpha\gamma}{\chi - \frac{1}{2}\gamma}$ ϗ $A\Gamma = \frac{\alpha\gamma}{\chi + \frac{1}{2}\gamma}$. ἄρα, ἐπεὶ ἐν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΚΕΝΤΡΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: Π. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΓΑΒ ἔστιν $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$, ἕξομεν $\frac{\alpha^2\gamma^2}{(\chi-\frac{1}{2}\gamma)^2} + \frac{\alpha^2\gamma^2}{(\chi+\frac{1}{2}\gamma)^2} = \gamma\gamma$, εἴτ' ἓν, ἄρσει τῶν κλασμάτων, καὶ διὰ γγ διαιρέσει, $\alpha^2(\chi+\frac{1}{2}\gamma)^2 + \alpha^2(\chi-\frac{1}{2}\gamma)^2 = (\chi+\frac{1}{2}\gamma)^2 + (\chi-\frac{1}{2}\gamma)^2$· ἐκτελέσει δὲ τῶν σεσημειωμένων πράξεων, μεταθάσει τε καὶ ἀναγωγῇ, γενήσεται $\chi^4 - (\frac{1}{2}\gamma\gamma + 2\alpha\alpha)\chi^2 = \frac{1}{2}\alpha\alpha\gamma\gamma - \frac{1}{16}\gamma^4$, ἐξίσωσις τεταρτοβάθμιος μὲν, ἐυμαρεστέρα δὲ τῆς πρὶν εἰς ἐπίλυσιν, ἅτε δὴ κατὰ τὰς δευτεροβαθμίυς ἐπιλύεσθαι δυναμένη (*).

Δ'. Δυνατὸν δὲ εἰς ἁπλυστέρας ἔτι ἐξισώσεις ἀφικέσθαι, εἰ δυσὶν ἀγνώστοις χρησαίμεθα, ὧν ἡ μὲν ἔστιν ἄθροισμα τῶν δύω εὐθειῶν ΑΒ, ΑΓ, ἑτέρα δὲ ἡ αὐτῶν διαφορὰ, τοῦτ' ἔστιν εἰ θείημεν $AB + A\Gamma = 2\chi$, καὶ $AB - A\Gamma = 2\upsilon$· ὅθεν (Συμβ. Λογ. 442) $AB = \chi + \upsilon$, καὶ $A\Gamma = \chi - \upsilon$· καὶ ἐν μὲν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΑΒΓ ἔστιν $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$· ἐν δὲ τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ΑΒΓ, ΙΒΔ, $AB : A\Gamma :: IB : I\Delta$· ὅθεν προΐασιν ἐξισώσεις δύω ἀναγκαῖαι πρὸς διορισμὸν τῆς χ καὶ υ· ἀπὸ τῆς ἑτέ-

---

(*) Διαιρεθεῖσα γὰρ διὰ χ^2 ἡ ἐξίσωσις, δευτεροβάθμιος ἀποκαθίσταται (Συμβ. Λογ. 470 Πρόβ. β'.) ἀλλὰ, κἂν μὴ γένοιτο αὕτη ἡ διαίρεσις, ἡ ἐξίσωσις, φέρ' εἰπεῖν, $\chi^4 + \chi^2 = 20$ ἐπιλυθῆναι ἔχει κατὰ τὰ δευτεροβάθμια προβλήματα εἴτ' ἓν $\chi^4 + \chi^2 + \frac{1}{4} = 20 + \frac{1}{4}$· ὅθεν $\chi^2 + \frac{1}{2} = \sqrt{20 + \frac{1}{4}}$ καὶ $\chi^2 = \frac{1}{2} \pm \sqrt{20 + \frac{1}{4}}$, καὶ $\chi = \pm\sqrt{(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{20 + \frac{1}{4}})}$· ὡσαύτως ἐπιλυθῆναι ἔχει καὶ πᾶσα ἐξίσωσις, ἧς ὁ πρῶτος ὅρος δείκτην ἔχει τὸν κατὰ τὸν δεύτερον διπλάσιον, οἱ δὲ ἄλλοι πάντες ἄπισιν, οἷα ἐστὶν ἡ $\chi^6 + \pi\chi^3 - \rho = 0$, κτλ.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΙΟΝΙΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΥ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΓΙΑΝΝΑΚΟΠΟΥΛΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ρας δὲ ἀποφέρεται ἡ δύναμις τοῦ χχ, ἧς ἀντικατασάσης ἐν θατέρᾳ, προκύπτει ὑπὲρ τῆς υ ἐξίσωσις δευτεροβάθμιος· ἀλλὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ δε τοῦ λογισμοῦ τοῖς πρωτοπείροις ἀφέντας πρὸς ἄσκησιν, ἐπανιτητέον ἐπὶ τὴν καθ' ἡμᾶς ἐξίσωσιν.

Ἔξομεν οὖν $\chi^4 - (\frac{1}{2}\gamma\gamma + 2\alpha\alpha)\chi^2 + (\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha)^2 = (\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha)^2 + \frac{1}{2}\alpha\alpha\gamma\gamma - \frac{1}{16}\gamma^4 = \alpha\alpha\gamma\gamma + \alpha^4$· τὴν δὲ τετράγωνον ῥίζαν ἐξαγαγόντες (*), $\chi^2 - (\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha) = \pm\sqrt{(\alpha\alpha\gamma\gamma + \alpha^4)}$ καὶ ἑπομένως $\chi^2 = \frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha \pm \sqrt{(\alpha\alpha\gamma\gamma + \alpha^4)}$· ἐξαγαγόντες δὲ πάλιν τὴν τετραγώνειον ῥίζαν ἔξομεν τελευταῖον $\chi = \pm\sqrt{[\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha \pm \sqrt{(\alpha\alpha\gamma\gamma + \alpha^4)}]}$, ἢ $\chi = \pm\sqrt{[\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha \pm \alpha\sqrt{(\gamma\gamma + \alpha\alpha)}]}$.

Τῶν δὲ τεττάρων τοῦ χ δυνάμεων, ὧν δίδωσιν ὁ διττὸς συνδυασμὸς τῶν συμβόλων ±, μία μόνη ἐξικανοῖ πρὸς ἐπίλυσιν τοῦ προτεθέντος ζητήματος· τοῦτ' ἔστι $\chi = +\sqrt{[\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha + \alpha\sqrt{(\gamma\gamma + \alpha\alpha)}]}$· ἡ δέγε δύναμις $\chi = +\sqrt{[\frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\alpha - \alpha\sqrt{(\gamma\gamma + \alpha\alpha)}]}$ ἐπιλύει τὸ πρόβλημα, ἐὰν ἡ εὐθεῖα ΓΒ ὑπάρχῃ ἐν τῇ αὐτῇ γωνίᾳ, ἔνθα καὶ τὸ σημεῖον Δ (ὅρα χ. 32)· καὶ τηνικαῦτα τὸ χ παρίστησιν οὐχὶ τὸ ἡμιάθροισμα, τὴν δὲ ἡμιδιαφορὰν τῶν δύω εὐθειῶν ΔΒ, ΔΓ· ῥᾳδίως δὲ τοῦτο ἐξελέγχεται κληθείσης 2χ ταύτης τῆς διαφορᾶς, καὶ τοῦ προβλήματος ἐπιλυθέντος, καθὰ καὶ πρότερον· ἔξομεν γὰρ $\Delta B = \frac{1}{2}\gamma + \chi$, καὶ $\Gamma\Delta = \frac{1}{2}\gamma - \chi$· ἐκ δὲ τῶν ΔΙ, ΓΑ παραλλήλων ΔΒ : ΓΒ :: ΔΙ : ΓΑ, καὶ ΔΓ : ΓΒ :: ΑΙ : ΑΒ, εἶτ' ἂν $\frac{1}{2}\gamma + \chi : \gamma :: \alpha : \Gamma A$, καὶ $\frac{1}{2}\gamma - \chi : \gamma :: \alpha :$

(*) Ἀμέλει κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν σημείωσιν.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΑΒ· ἄρα ΓΑ $= \frac{\alpha\gamma}{\frac{1}{2}\gamma+\chi}$, καὶ ΑΒ $= \frac{\alpha\gamma}{\frac{1}{2}\gamma-\chi}$· ἐπεὶ ἄρα τὸ τρίγωνον ΓΑΒ ἔςιν ὀρθογώνιον, ἔσεται $\frac{\alpha^2\gamma^2}{(\frac{1}{2}\gamma+\chi)^2} + \frac{\alpha^2\gamma^2}{(\frac{1}{2}\gamma-\chi)^2} = \gamma\gamma$, γενομένων δὲ τῶν αὐτῶν, ἃ καὶ ἀνωτέρω, προκύψει $\chi^4 - (\frac{1}{2}\gamma\gamma + 2\alpha\alpha)\chi^2 = \frac{1}{2}\alpha\alpha\gamma\gamma - \frac{1}{16}\gamma^4$, ἐξίσωσις ἀπολύτως ἡ αὐτὴ τῇ, ἣν εὕρομεν ἐπὶ τοῦ ἀθροίσματος τῶν δύω εὐθειῶν ΒΔ, ΓΔ (χ. 31)· ἄρα ἡ αὐτὴ ἐξίσωσις ἑκατέρᾳ ἀπόχρη περιπτώσει, ὧν θατέρᾳ μὲν τὰς ῥίζας τὸ ἄθροισμα, θατέρᾳ δὲ ἡ διαφορᾷ πορίζεται· ῥᾴδιον δὲ παντὶ συνιδεῖν τὰς δύω ταύτας ὑπάρχειν τὰς ἡμῖν ἤδη καταδειχθείσας, τῶν ἄλλων δύω ῥιζῶν λειπτικῶντε οὐσῶν, καὶ μόνον ἐπανηκουσῶν περιπτώσεσιν ἀντιθέτοις, ἢ ταῖς θεωρηθείσαις ἐφ' ἑκάςης ἐπιλύσεως.

581. Ἵνα δ' εὑρεθῶσιν, αἷς περιπτώσεσιν ἐπανήκουσιν αἱ δύω ἕτεραι αὗται ῥίζαι, παρατηρητέον, ὡς οὐδὲν διώρισαι ἐπὶ τοῦ ζητήματος, ἢ γοῦν ἐπὶ τῆς ἐξισώσεως, εἰ τὸ σημεῖον Δ (χ. 31) κέοιτο, ὡς ἐν ἀρχῇ ὑποτέθειται, ἔνερθεν τῆς ΑΙ καὶ ἐν ἀριςερᾷ τῆς ΑΕ, ἢ γοῦν ἐκείνης μὲν ὕπερθεν, πρὸς δεξιὰν δὲ ταύτης, ὥς περ φαίνεται ἐπὶ τῶν A^1I^1· A^1E^1· ἀλλὰ μὴν ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ ποσότης α πίπτουσα ἐν τοῖς ἀντιθέτοις, ἢ τὸ κατ' ἀρχὰς, γίνεται λειπτική· θηρευθήσεται ἄρα ἡ ταύτῃ τῇ περιπτώσει συνᾴδουσα ἐπίλυσις, τιθεμένης — α ἀντὶ + α ἐν τῇ προευρημένῃ ἐξισώσει $\chi^4 - (\frac{1}{2}\gamma\gamma + 2\alpha\alpha)\chi^2$ κτ. ἐπεὶ δὲ ἡ ἐξίσωσις αὕτη οὐδὲν μεταβάλλεται, ἡ αὐτὴ ἐπιλύσει τὸ πρόβλημα κἂν ἑκατέρᾳ τῶν καινῶν τούτων περιπτώσεων· τῶν δύω ἄρα τοῦ χ δυνάμεων, ἡ μὲν τὸ ἄθροισμά ἐςι τῶν

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΡΕΥΝΩΝ ΤΟΥ ΑΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

δύω εὐθειῶν ΔΕ', ΔΓ' (χ. 31)· ἡ δ' ἑτέρα ἡ αὐτῶν ὑπάρχει διαφορὰ (χ. 32). πᾶς δέ τις ἐπεικῶς ὁρᾷ ὡς ἐν ταύτῃ τῇ νέᾳ θέσει, τῶν σημείων Β, Γ ἐκ τῶν ἀντιθέτων πιπτόντων, τό, τε ἄθροισμα, καὶ δὴ καὶ ἡ διαφορὰ, τῶν δύω εὐθειῶν ΔΒ'. ΔΓ' λειπτικὰ ὀφείλουσιν εἶναι, καθὰ δὴ καὶ ἡ ἐξίσωσις αὐτὰ ἀποδείκνυσι.

582. Ἵνα δὲ κατασκευάσωμεν τὴν προευρημένην ἐπίλυσιν, ληπτέον ἐπὶ τῆς ΕΑ προαχθείσης (χ. 31, 32) ΑΝ = γ, καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΙΝ, καὶ μετενεχθείσης ἐπὶ τὴν ΔΙ προαχθεῖσαν ἐκ τοῦ Ι εἰς τὸ Κ, ἐπὶ τῆς ΔΚ, ὡς διαμέτρου, γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ ΚΛΔ, συμβάλλον κατὰ τὸ Λ τῇ ΑΙ προαχθείσῃ· καὶ ἐκ τοῦ τῆς ΑΝ μέσου Η ἐπεζεύχθω ἡ ΙΗ, ἥτις μετηνέχθω ἐκ τοῦ Ι ἐς τὸ Μ (χ. 31)· καὶ δὴ ἔσται ἡ ΛΜ πρώτη δύναμις τοῦ χ· ἐπὶ δὲ τοῦ 32 σχήμ. κέντρῳ μὲν τῷ Λ, διαστήματι δὲ τῷ ΙΗ, μικροῦ τόξου γραφέντος, ὃ τέμνει τὴν ΙΚ κατὰ τὸ Μ, ἔσται ἡ ΙΜ δευτέρα δύναμις τοῦ χ· καὶ ἐπείπερ ἔστι ΒΔ = χ + ½γ, ἔσται ΒΔ = ΛΜ + ΑΗ (χ. 31)· καὶ ΒΔ = ΙΜ + ΑΗ (χ. 32)· οὐκοῦν κέντρῳ μὲν τῷ Δ, διαστήματι δὲ τῇ οὕτως ὁριωθείσῃ ΒΔ, γεγράφθω τόξον τέμνον κατάτι σημεῖον τὸ Β τὴν ΙΑ προαχθεῖσαν· ἡ δὲ ΒΔ ἔσεται ἡ ζητουμένη εὐθεῖα· ἐστι γὰρ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΙΑΝ (χ. 31 καὶ 32). ΙΝ καὶ ΙΚ = $\sqrt{(IA^2 + AN^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}$, καὶ ἐπείπερ ἡ ΛΙ μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν ΔΙ, ΙΚ, ἀποφέρεται $IΛ^2 = ΔI \times IK = \alpha\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}$· οὐκοῦν ἐν μὲν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΙΑΗ ἔστιν ΙΗ, ἢ $MI = \sqrt{(IA^2 + AH^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + \frac{1}{4}\gamma\gamma)}$· ἐν δὲ τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΛΙΜ (χ. 31)· $ΛM = \sqrt{(MI^2 + IΛ^2)} = \sqrt{[\alpha\alpha \frac{1}{4}\gamma\gamma + \alpha\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}]} = \chi$, καὶ (χ. 32) $IM = \sqrt{(Λ-}$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΠΙ. ΚΑΙΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$M^2 - IA^2) = \sqrt{[\alpha\alpha + \frac{1}{4}\gamma\gamma - \alpha\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}]} = \chi$.

583. **ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄.** Ἰστέον δὲ ἐπὶ ταύτης τῆς ἐξάτης δυνάμεως, ὡς ἐν τῇ ἡμῖν ἀποδοθείσῃ κατασκευῇ (χ. 32) ὑποτίθεται ΙΗ >, ἢ γοῦν = ΛΙ, εἰ δ' εἴη <, ὑπῆρχεν ἂν ἀδύνατον τὸ ζήτημα ἐπὶ τῆς ἐξάτης περιπτώσεως, ὅπερ ἐξ ἐκ τοῦ συμβολικοῦ λογισμοῦ καταφαίνεται· ἐπὶ γὰρ τῆς ἐκθέσεως $\chi = \sqrt{[\alpha\alpha + \frac{1}{4}\gamma\gamma - \alpha\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}]} = \chi$, εἰ $\alpha\alpha + \frac{1}{4}\gamma\gamma$, ὅπερ ἐστὶν ΙΗ² εἴη $< \alpha\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma)}$, ὅπερ ἐστὶν ΙΛ², τὸ πρῶτον ὑπόρριζον ποσὸν ἔσεται λειπτικόν, καὶ ἡ τοῦ χ δύναμις ἐπίπλαστος.

584. **ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄.** Θέμενοι εἰς ἄγνωστον τὸ τῶν δυεῖν εὐθειῶν ΔΒ, ΔΓ ἄθροισμα (χ. 31), ἢ τὴν αὐτῶν διαφορὰν (χ. 32), ἐξίσωσιν ἔχομεν ἁπλουστέραν, ἢ εἴπερ ἐτιθέμεθα ΓΕ, ἢ ΑΓ, ἢ ΑΒ, ἢ ΙΒ· ἡ γὰρ τῶν ΔΒ, ΔΓ πρὸς τὰς ΙΒ, ΑΒ σχέσις ὁμοία ἐστὶ τῇ τῶν ΔΒ, ΔΓ πρὸς τὰς ΑΓ, ΓΕ, τοῦτ' ἔστιν ἐκεῖναι δι' ὁμοίων πράξεων ὁριωθῆναι δύνανται χρησαμένοις ταῖς ΙΒ, ΑΒ, ἢ ταῖς ΑΓ, ΓΕ· καθόλου δὲ εἰπεῖν, ἐπειδὴ ἡ ἐξίσωσις ἐμπεριέχειν ὀφείλει πάσας τὰς σχέσεις τῆς ζητουμένης ποσότητος πρὸς τὰς, ἐξ ὧν ἤρτηται, τοσοῦτον ἀεὶ ἁπλουστέρα ἔσεται, ὅσον ἐλάττους ἔχει σχέσεις πρὸς τὰς λοιπὰς ἡ εἰς ἄγνωστον ληφθεῖσα ποσότης.

585. **ΠΡΟΒΛΗΜΑ Η΄.** Ἐν σφαίρᾳ (χ. 33.) τῇ ΑΒΕΔ τῇ γεννωμένῃ ἐκ τῆς τοῦ ἡμικυκλίου ΑΒΕ περὶ τὴν ΑΕ διάμετρον περιαγωγῆς, ἐν ᾗ ὁ τομεὺς ὁ ΑΒΓ ἀπογεννᾷ τομέα σφαιρικόν, ὃς σύγκειται ἔκτε τοῦ σφαιρικοῦ τμήματος τοῦ γεννωμένου ἐκ τῆς περιαγωγῆς τοῦ ἡμιτμήματος ΑΒΠ, καὶ κώνου γεννωμένου ἐκ τοῦ ὀρθο-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΑΠΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γωνίȣ τριγώνȣ ΑΠΓ, εὑρεῖν τὸν τόπον, ἔνθα τὸ σφαιρικὸν τμῆμα ἴσον ἔσεται τῷ κώνω.

ΛΥΣΙΣ α΄. Ἀναμνηςέον ȣ̃ν (464), ὡς τομέως σφαιρικȣ̃ ἡ ςερεότης ἴση ἐςὶ τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας ΒΑΔ ϗ $\frac{1}{3}$ ΑΓ· β΄. ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια εὑρίσκεται (454) πολλαπλαςιαζομένης τῆς περιφερείας ΑΒΕΔ ἐπὶ τὸ ὕψος ΑΠ τȣ̃ τμήματος ΒΑΔ· ἐὰν ἄρα α : π ἐμφαίνῃ τὸν τῆς ἀκτῖνος πρὸς τὴν κυκλικὴν περιφέρειαν λόγον, ϗ κληθῇ ΑΚ = β, ϗ ΑΠ = χ, εὑρεθήσεται ἡ περιφέρεια ΑΒΔΕ διὰ τῆς ἀναλογίας α : π :: β : ΑΒΔΕ = $\frac{\pi\beta}{\alpha}$. ȣ̓κȣ̃ν ἡ ἐπιφάνεια τȣ̃ τμήματος ἔςαι $\frac{\varpi\beta\chi}{\alpha}$, ϗ δὴ ἡ τȣ̃ τομέως ςερεότης ἔςαι $= \frac{\varpi\beta\chi}{\alpha} \times \frac{1}{3}\beta = \frac{\pi\beta\beta\chi}{3\alpha}$.

γ΄. Εἰς εὕρεσιν δὲ τῆς ςερεότητος τȣ̃ κώνȣ, πολλαπλασιαςέον τὴν βάσιν, εἶτ' ȣ̃ν τὸν κύκλον, ȣ̃ ἀκτὶς ἡ ΒΠ, ἐπὶ $\frac{1}{3}$ τȣ̃ ὕψȣς ΚΠ· ἀλλ' ἐπεὶ ΚΠ = ΚΑ — ΑΠ = β — χ, ϗ ΚΒ = β ἔςαι ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΒΠΚ, ΒΠ = $\sqrt{(\Gamma B^2 - K\Pi^2)} = \sqrt{(\beta\beta - \beta\beta + 2\beta\chi - \chi\chi)} = \sqrt{(2\beta\chi - \chi\chi)}$· εἰς δὲ εὕρεσιν τȣ̃ κύκλȣ, ȣ̃ ἀκτὶς ἡ ΒΠ, πολλαπλασιαςέον τὴν περιφέρειαν ἐπὶ τὴν ἡμίσειαν ἀκτῖνα· τὴν δὲ περιφέρειαν εὑρετέον διὰ τῆς ἀναλογίας α : π :: $\sqrt{(2\beta\chi - \chi\chi)}$ πρὸς τέταρτον ὅρον, ὃς ἔςαι $\frac{\pi\sqrt{(2\beta\chi - \chi\chi)}}{\alpha}$. τοῦτον οὖν πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν ἡμίσειαν ἀκτῖνα $\frac{\sqrt{(2\beta\chi - \chi\chi)}}{2}$ ἕξομεν $\frac{\pi.(2\beta\chi - \chi\chi)}{2\alpha}$ ἐπιφάνειαν τῆς κωνικῆς βάσεως,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΠΕΩΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΠΙ. ΚΑΝΗΓΙΑΝΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΛΥΣΙΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἣν πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὸ τρίτον τοῦ ὕψους ΚΠ, εἶτ' ἂν ἐπὶ $\frac{\alpha-\chi}{3}$ ἕξομεν $\frac{\pi(2\beta\chi-\chi\chi)}{2\alpha}\times\frac{\alpha-\chi}{3}$ στερεότητα τοῦ κώνου· ἀλλ' ἵνα ὁ κῶνος ἴσος εἴη τῷ τμήματι, ἀνάγκη πᾶσα τὸν τομέα, ὃς ἐστι τὸ ἄθροισμα ἑκατέρων, διπλάσιον ὑπάρχειν ἑκατέρου τῶν δύω· ἀνάγκη ἄρα πᾶσα ὑπάρχειν $\frac{\pi\beta\beta\chi}{3\alpha}=2\pi\times\frac{2\beta\chi-\chi\chi}{2\alpha}\times\frac{\beta-\chi}{3}$, ἢ $\frac{\pi\beta\beta\chi}{3\alpha}=\frac{\pi.(2\beta\chi-\chi\chi).(\beta-\chi)}{3\alpha}$, (ἐκβλίψει τοῦ 2 κοινοῦ ποιητοῦ τοῦτε ἀριθμητοῦ καὶ τοῦ παρονομαστοῦ) ἐξίσωσις, ἣ ἐπιλύσει τὸ ζήτημα· δυνατὸν δὲ ἁπλουστέραν ἀπεργάσασθαι τὴν ἐξίσωσιν, ἐξάγοντας 3α κοινὸν διαιρέτην, καὶ πχ κοινὸν πολλαπλασιαστὴν ἑκατέρου τῶν δύω μελῶν· καὶ δὴ ἀπολειφθήσεται ββ = (2β — χ).(β — χ), ἢ χχ — 3βχ = — ββ· ἐντεῦθεν ἄρα εὑρίσκεται κατὰ τοὺς ἀλλαχόθι ἀποδοθέντας κανόνας $\chi=\frac{3}{2}\beta\pm\sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$· ἀλλὰ τῶν δύω τούτων ἐπιλύσεων μόνη ἐξαρκεῖ ἡ $\chi=\frac{3}{2}\beta-\sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$· ἐπεὶ γὰρ $\chi=\frac{3}{2}\beta+\sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$ δύναται πλέον ἢ 2β, εἶτ' ἂν πλέον ἢ τὴν διάμετρον, ἡ καταδεικνυμένη ἐπίλυσις οὐ συμβαίνει τῇ σφαίρᾳ.

Βουλομένοις δὲ κατασκευάσαι τὴν ἐπίλυσιν $\chi=\frac{3}{2}\beta-\sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$ ἀποδοτέον αὐτῇ τὸν τύπον $\chi=\frac{3}{2}\beta-\sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$, καὶ λαβόντας ΑΜ = $\frac{3}{2}$ β γραπτέον ὡς ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΑΜ ἡμικύκλιον τὸ ΑΟΜ, καὶ ἐναρμόσαντας τὴν χορδὴν ΑΟ = β ἐπιζευκτέον τὴν ΟΜ, ἣν μετευκτέον ἐκ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Π πρὸς τὸ Α· τὸ δὲ σημεῖον Π, εἰς ὃ ἀποτελεντᾷ, προδιορίσει τὸ ὕψος ΑΠ = χ· καὶ γὰρ τοῦ ΑΟΜ τριγώνου ὀρθογωνίου ὄντος, ἔστιν ΟΜ, ἢ ΠΜ =

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΡΑΝΤΙΝΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\sqrt{(AM^2 - AO^2)}\sqrt{(\frac{9}{4}\beta\beta - \beta\beta)}$· ἄρα $A\Pi = AM - \Pi M = \frac{3}{2}\alpha - \sqrt{(\frac{9}{4}\beta\beta - \beta\beta)} = \chi$.

586. Ἡ δὲ δευτέρα ἐπίλυσις $\chi = \frac{3}{2}\beta + \sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$, ὡς ἤδη εἴρηται, τῷ παρόντι ζητήματι ἀ προσανήκει· προσανήκει δὲ, καθὰ καὶ ἡ πρώτη, ἑτέρῳ τοιούτῳ ζητήματι, ὅπερ ἡ ἀνάγνωσις τῆς ἐξισώσεως $\chi\chi - 3\beta\chi = \beta\beta$, ἢ $3\beta\chi - \chi\chi = \beta\beta$ παρέχεται (κ. 34)· ἀμέλειτοι „εὐθείας δεδομένης τῆς AN εἰς τρία ἰσάλληλα μέρη διαι„ρεθείσης κατὰ τὰ σημεῖα B, Δ, εὑρεῖν ἐπ' αὐτῆς ση„μεῖον τὸ Π, ὅπως τὸ τμῆμα AΔ μέσον ὑπάρχῃ ἀνάλο„γον πρὸς τὰ τοῦ Π ἀπὸ τῶν περάτων A, N ἀποσήματα"· καὶ γὰρ ἐὰν κληθῇ β μὲν τὸ τρίτον μέρος AΔ τῆς ἐγνωσμένης εὐθείας AN, χ δὲ ἡ AΠ, ἀποφέρεται $\Pi N = 3\beta - \chi$· ἐκ δὲ τῶν τοῦ προβλήματος θέσεων πρόεισιν ἡ ἀναλογία $\chi : \beta :: \beta : 3\beta - \chi$, ὅθεν ἡ ἐξίσωσις $3\beta\chi - \chi\chi = \beta\beta$, ἧς ῥίζαι ὡς ἀνωτέρω $\chi = \frac{3}{2}\beta \pm \sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$, αἱ ἄμφω προίασι διὰ τῆς αὐτῆς κατασκευῆς, εἴτ' οὖν ὑπὲρ τῆς $\chi = \frac{3}{2}\beta + \sqrt{(\frac{5}{4}\beta\beta)}$ μετενεχθήσεται MO ἐκ τοῦ M ἐπὶ τὸ Π πρὸς τὸ N, καὶ τηνικαῦτα AΠ καὶ AΠ' ἔσονται αἱ δύω τοῦ χ δυνάμεις.

587. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ μὲν οὖν Γεωμετρικὴ Ἀνάλυσις, ὅσον αὐτῆς περὶ τὴν στοιχειώδη ἔχει Γεωμετρίαν, κεδόν τι αὕτη, ἣν οἱ μελετῶντες, καὶ ἐξ ἑαυτῶν ὑποδείγματα τοῖς ἐντεθεῖσιν ἀδελφὰ ἐπιλύειν πειράσθωσαν· τὴν αὐτὴν δὲ ὑψηλοτέραν ὀψόμεθα ἐν τῇ ὑψηλῇ Γεωμετρίᾳ· ἤδη δὲ ῥητέον ἅττα περὶ τῆς πρακτικῆς Γεωμετρίας πρὶν ἐκείνης ἐφάψασθαι.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΕΣ ΜΑΘΗΣΙΑΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΑΠΑΓΙΑΝΝΗΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Πρακτικὴ Γεωμετρία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ Χωροσαθμίσεως.

588. ΟΡΙΣΜΟΣ. Δύω τόποι (χ. 35) ὁμόσαθμοι, ἢ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ εἶναι, λέγονται, ἐὰν ἴσον τοῦ τῆς γῆς κέντρου Κ ἀπέχωσι· τὸ δ' εὑρίσκειν, εἰ δύω τόποι ἴσον ἀπέχουσι τοῦ τῆς γῆς κέντρου, ἢ γοῦν, ὅση τῶν ἑκατέρου ἀποσάσεων ἐστὶν ἡ διαφορὰ, τουτὶ καλεῖται χωροσάθμισις.

Ἐὰν οὖν θεατὴς, ἐπὶ τοῦ Δ καθήμενος, θεᾶται πρᾶγμα κατὰ τὸ Ε κείμενον διὰ τῆς εὐθείας ΔΕ, ἥτις ἅπτεται τῆς γηΐνης σφαίρας κατὰ τὸ Δ, καὶ ἰδίῳ ὀνόματι καλεῖται γραμμὴ ὁριζόντιος, οὗτος κρινεῖ ὡς τὸ ὁρώμενον πρᾶγμα τῷ Δ ὁμόσαθμον· διὰ ταῦτ' ἄρα τὸ μὲν σημεῖον Ε καλεῖται φαινομένη ὁμοσαθμία, τὸ δὲ ο ἀληθής· ἵν' οὖν ὁρισθῇ ἡ τῶν δύω τούτων ὁμοσαθμιῶν διαφορὰ, τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΚΔΕ παρέξει $KE^2 = K\Delta^2 + \Delta E^2$ (349)· ὁπόταν $KE = \sqrt{K\Delta^2 + \Delta E^2}$.

589. Ἐπεὶ τοίνυν ἡ τῆς γῆς ἀκτὶς ἐστι περίπου ποδῶν 19612344, ἐὰν τὸ μεταξὺ Δ καὶ Ε ἀπόσημα ὑπο-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΛΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τεθῇ = μιᾷ λεύγῃ = 2282 ὀργυιαῖς = 13692 ποσὶν, ἔςαι, $\sqrt{K\Delta^2 + \Delta E^2} = \sqrt{19612344^2 + 13692^2}$ = 19612348 ποσὶ σὺν περίπυ 9 δακτύλοις, ἀφ' ὗ ἀφαιρεθείσης τῆς ΚΟ ἀκτῖνος καταλειφθήσονται 4 πόδες καὶ σχεδὸν 9 δάκτυλοι, δύναμις τῆς οΕ διαφορᾶς τῆς ἀληθοῦς ὁμοςαθμίας πρὸς τὴν φαινομένην· εὑρεθήσεται δὲ ἡ αὐτὴ καὶ ἀναγομένων τῶν λευγῶν εἰς ἔτι ἐλάττονα εἴδη· καὶ οὕτως ἐπὶ ἀποςήματος = 600 οργ. προκύψει διαφορὰ = 4 δακ., ἐπὶ δὲ, = 100, μία γραμμὴ + $\frac{1}{3}$, ἐπὶ δὲ, = 20 ὀργυιαῖς, διαφορὰ ἔςαι ἐλάττων, ἢ ἡμίςιγμα.

590. Ἐν γένει ἄρα ἡ διαφορὰ τῆς φαινομένης ὁμοςαθμίας πρὸς τὴν ἀληθῆ ἐπὶ ἀποςήματος = 100 περίπυ ὀργυιῶν, ἐκληπτέα ἐν τῇ πρακτικῇ = 0.

591. ΟΡΙΣΜΟΣ. Χωροςάθμη ἐςὶν ὄργανον, δι' οὗ ἐξετάζεται ἡ δυοῖν τόπων ἀπὸ τοῦ τῆς γῆς κέντρυ ἀπόςασις· παντοῖα μὲν οὖν ἐςιν εἴδη χωροςάθμης· ἣν δ' ἡμεῖς ἁπλυςέραν τε καὶ εὐχρηςοτέραν τῶν ἄλλων κρίνομεν, ὑπάρχει, ἧς αὐτίκα τὴν κατασκευὴν ὑπογράψομεν.

592. Εἰλήφθω σίφων ὀρειχάλκειος ὁ ΑΒ, καὶ τοῖς πέρασιν αὐτοῦ Α, Β (σχ. 36) συγκεκολλήσθων σίφωνες δύω ὑέλινοι πρὸς ὀρθὰς γωνίας οἱ γδ, αζ ἀκριβῶς προσαρμοσθέντες, ὡς μὴ ἐκχέεσθαι τὸ ἐμβαλλόμενον ὕδωρ· οὐκοῦν συςαθήσεται ὁ δΑΒζ σίφων, συγκείμενος ἔκ τε τοῦ ΑΒ ὀρειχαλκείυ, καὶ τῶν δγ, αζ ὑελίνων σιφώνων· τὸ δ' αὐτῷ ἐνχεόμενον ὕδωρ, κατὰ τοὺς τῆς ὑδροςατικῆς νόμυς, κἂν μὴ τὸ ὄργανον ἀκριβῶς ἔχῃ θέσιν κάθετον, ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ ἐφ' ἑκατέρυ τῶν ὑελίνων σιφώνων ἔςαι, εἴτ' οὖν τὸ ὕψος αὐτοῦ ἐν ἑκατέρῳ ἴσον ἔςαι ἀπέχον τοῦ τῆς γῆς κέντρυ· περιτίθενται δὲ τοῖς ὑελίνοις σίφωσι διὰ δα-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΟΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κτυλιδίων καὶ διόπτραι δύω, ὡς εἶναι δι' αὐτῶν χρῆσθαι τῷ ὀργάνῳ εὐπετέστερον, ὡς δῆλον ἐκ τῶν εἰρημένων ἔσται· τοῦτο δὲ τὸ ὄργανον ἔστιν, ἣν ἀνωτέρω εἴπομεν, ἡ χωροστάθμη.

593. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Χωροσταθμῆσαι τὸ πρανὲς διάστημα ΑΒΟΗΜΤ.

ΛΥΣΙΣ. Εἰλήφθω δὴ πρῶτον τὸ ΑΟ (κ. 37), διάστημα = 20 ὀργυιαῖς περίπου, καὶ τεθείσθω ἡ ΒΓΔ χωροστάθμη κάθετος τῷ ὁρίζοντι κεδὸν κατὰ τὸ τοῦδε τοῦ διαστήματος μέσον Β.

Γινώσκεται δὲ, εἰ κάθετόν ἐστιν ἐπίπεδον τῷ ὁρίζοντι, διὰ νήματος μολύβδῳ κατὰ τὸ πέρας προσδεδεμένου· καὶ γὰρ τὸ τοῦ μολύβδου βάρος (ἢ ἑτέρου βάρος ἔχοντος τῷ τοῦ νήματος πέρατι προσηρτημένου) ἐκτείνον τὸ νῆμα, καθ' ἣν ἐλεύθερον κάτεισιν εἰς τὸν ὁρίζοντα φορὰν, φέρεται πρὸς τὸ τῆς γῆς κέντρον, ἢ, ὃ ταὐτὸν, κάθετον τῷ ὁρίζοντι ἐφίσταται.

Στάθμης ἐν τεκτονικῆς τεθείσης πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι τῆς Αβ διὰ τῆς ΔΓδ ὀπτικῆς ἀκτῖνος διοπτευθήτω τὸ Δ· ἕτερος δέ τις σημειούτω τὸ δ σημεῖον, ἐν ᾧ περατοῦται ἡ ὀπτικὴ ἀκτὶς, καὶ τῆς Αδ στάθμης ἀφαιρείτω τὸ ἐγνωσμένον τοῦ ὀργάνου ὕψος ΒΕ, τὸ δὲ κατάλοιπον ΑΚ ἔστιν ἡ διαφορὰ τοῦ ὑψώματος τῶν τόπων Β, Α.

Εἶτα ἐκ τοῦ Γ ληφθείσης ὡς ὀπτικῆς ἀκτῖνος τῆς ΓΔΖ, τῆς στάθμης τε τεθείσης κατὰ τὸ Ο, τὸ ΖΟ ἀφηρήσθω τοῦ ΒΕ, τὸ δὲ ΒΙ δείκνυσι τὴν διαφορὰν τῶν Ο, Β.

Τεθείσης ἑξῆς τῆς χωροστάθμης τῷ Η ἀπέχοντι τοῦ Ο ὀργυιὰς περὶ τὰς 10, τῆς δὲ στάθμης ἐν τῷ Ο, καὶ εἶτα ἐν τῷ Μ, εὑρεθήσεται, ὡς πρότερον, ἡ διαφορὰ τῶν Η, Ο τόπων, καὶ ἡ τῶν Μ, Η· τῆς δὲ πράξεως ἐπαναληφθείσης μέχρι τοῦ Τ, καὶ τῶν μερικῶν διαφορῶν συναφθεισῶν,

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑθΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

προκύψει τέλως ἡ ὁλικὴ διαφορὰ τοῦ ὕψους τῶν Υ, Α τόπων. Ο. Ε. Π.

594. ΠΟΡΙΣΜΑ. Δῆλον οὖν, ὡς εἰ κατ' ἀνάγκην παραλλὰξ ἐν ἀνόδοις καὶ καθόδοις τὰ τῆς πράξεως τελεσθῆναι δέοι, ἐπάναγκες κατέχειν τὸν κατάλογον τῶν μερικῶν διαφορῶν τῶν ἀνόδων καὶ τῶν καθόδων, καὶ ταύτας ἀφαιρεῖν ἀπ' ἐκείνων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Πρακτικῆς Μηκομετρίας.

595. Δυνάμεθα καταμετρῆσαι ἐπὶ τῆς γῆς ἢ μῆκος, ἢ ἐπιφάνειαν· τὸ δὲ μῆκος ἔστιν ἀεὶ εὐθεῖα γραμμή· οὐκοῦν ὅταν ἐξῇ περιπατῆσαι εὐθεῖαν, μετροῦμεν αὐτὴν ἐφαρμόζοντες ἅπαξ, ἢ πολλάκις, μῆκος ἐγνωσμένον, φέρ' εἰπεῖν, ὀργυιάν.

596. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Διάστημά τι μετρῆσαι, καθ' ἓν μόνον πέρας προσβάσιμον, ποταμοῦ φέρε, ἢ λίμνης, ἤτου τοιούτου τὸ πλάτος.

ΛΥΣΙΣ. Κείσθω μετρῆσαι τὸ πλάτος ΠΔ (χ. 38) λίμνης τινός· ἐν τῷ Π οὖν ἑστὼς ὁ Γεωμέτρης προσβλεψάτω σημείῳ τινὶ τῷ Δ πέραν τῆς λίμνης· καὶ πηξάτω δύω ῥάβδους τὰς Π, Τ, ὡς ἂν εἴη αἰσθητὸν τὸ αὐτῶν ἀπόστημα πρός γε τὸ ΠΔ διάστημα, καὶ ἐν ὀργυιαῖς μετρήσας τὸ ΠΤ ἀπόστημα, τιθέτω ἐν τῷ Π τὸ τοῦ γραφομέτρου ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, καὶ μετρείτω τὴν ὑπὸ ΔΠΤ γωνίαν (87)· ὡσαύτως τὸ γραφόμετρον ἐν τῷ Τ θεὶς, μετρείτω τὴν ὑπὸ ΠΤΔ· τέλος ζητησάτω τὴν ΠΔ πλευρὰν, ἢ γράφων ἐπὶ χάρτου τρίγωνον ὅμοιον τῷ κα-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Ο. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὰ γῆν ΠΔΤ (219), ϗ διὰ τῆς κλίμακος ἀναλογικῶς αὐτὴν ποριζόμενος (279), ἢ διὰ τῆς τριγωνομετρίας (516), λαμβάνων πρῶτον τὴν γωνίαν Δ = 180° — Π — Τ (210), ϗ ἐν ἀριθμοῖς συνιςῶν τὴν ἀριθμητικὴν τῶν τριῶν μέθοδον (516, 519) Δ. ΠΤ : ΤΠ. Δ.

597. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Η΄ ΠΤ γνωςὴ πλευρὰ τοῦ τριγώνου, ἥτις ὀνομάζεται βάσις τῆς πράξεως, ὀφείλει ἔχειν λόγον τινὰ πρὸς τὴν δι' αὐτῆς ζητουμένην πλευρὰν ἐπαισθητὸν, εἴτ' οὖν ὑπάρχειν αὐτῆς τὸ γοῦν πεμπτημόριον· ἄλλως γὰρ, ἀπάτη ἡτισοῦν τῷ τῶν γωνιῶν μέτρῳ παρεισφρήσασα λεληθότως, ϗ μάλα ἐπαισθητὴ ἔσεται πρὸς τὴν ζητουμένην πλευράν

Πολλάκις μέντοι τό,τε τῆς γῆς ἀνώμαλον, ϗ ἄλλα πλεῖςα οὐκ ἐῶσι μετρηθῆναι δι' ὀργυιᾶς τὴν βάσιν τὴν τῆς πράξεως· ἐν ταύτῃ οὖν τῇ περιπτώσει χρήζοντες τῆς ὅλης βάσεως ΤΔ, ἣν ὀργυιᾷ μετρῆσαι ἀδύνατον, λαμβάνομεν ὡς βάσιν ἄλλην πλευρὰν τὴν ΒΤ, ϗ ἐπὶ τῶν περάτων Β, Τ, πράττομεν, καθ' ὃν εἴρηται τρόπον πρὸς λύσιν τοῦ ΒΤΔ τριγώνου, ϗ εὕρεσιν τῆς ΔΤ πλευρᾶς· δυνατὸν δὲ ἀεὶ ἐπαναλαμβάνειν τὰς πράξεις, ζητοῦντας διὰ βάσεως ἥττονος βάσιν μείζονα.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Σημειωτέον μέντοι, ὡς ὅσῳ μᾶλλον ἂν πολλαπλασιασθῶσιν αἱ τοιάιδε πράξεις, τοσούτῳ ἔλαττον ἐφιξόμεθα τῆς ἀκριβείας τοῦ ἀποτελέσματος.

598. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄. Γραμμὴν εὐθεῖαν, ἢ τὸ ΑΒ (χ. 39) διάςημα, τὸ καθ' ἑκάτερον τῶν περάτων ἀπροσπέλαςον, καταμετρῆσαι.

ΛΥΣΙΣ. Ἐμπεπήχθωσαν δύω ῥάβδοι αἱ Π, Ε, ϗ ὀργυιᾷ μετρηθήτω τὸ αὐτῶν ἀπόςημα ΠΕ, ϗ ἐν τῷ Π εἰλήφθωσαν διὰ τοῦ ἡμικυκλίου αἱ γωνίαι ΑΠΒ, ΑΠΕ,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟ ΜΕΑΣΦΙΑΣΤΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΒΠΕ· ἐν δὲ τῷ Ε αἱ γωνίαι ΒΕΠ, ΑΕΠ· Τριγώνου οὖν τοῦ ΒΠΕ γνωστῶν ὄντων τῆς ΠΕ πλευρᾶς καὶ τῶν πρὸς αὐτῇ γωνιῶν Π, Ε, ἑπομένως δὲ καὶ τῆς Β γωνίας, εὑρίσκεται ἡ ΒΠ (516)· ὡσαύτως (210) τοῦ ΑΠΕ τριγώνου γνωστῶν ὄντων τῆς ΠΕ πλευρᾶς, καὶ τῶν γωνιῶν Π, Ζ, καὶ Α ἑπομένως, εὑρίσκεται καὶ ἡ ΑΠ· ἐντεῦθεν ἄρα τριγώνου τοῦ ΑΒΠ, δύω πλευρῶν τῶν ΑΠ, ΒΠ καὶ τῆς περιεχομένης ὑπ' αὐτῶν γωνίας Π γινωσκομένων, εὑρεθήσεται (522) ἡ ΑΒ πλευρὰ, εἴτ' οὖν τὸ ζητούμενον διάστημα.

599. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ λύσις τοῦδε τοῦ προβλήματος χορηγεῖ τὸν τρόπον, καθ' ὃν παράλληλος ἄγεται εὐθείᾳ ἀπροσπελάστῳ τῇ ΑΒ, ὡς ὅτε παράλληλον σειρὰν πυροβόλων ὅπλων θεῖναι βουλόμεθα τῇ κατ' ἐνώπιον ἐπ' εὐθείας ἱσταμένῃ ἐχθρικῇ στρατιᾷ· καὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΒΠ γνωστῶν ὄντων τῶν πλευρῶν ΑΠ, ΠΒ, καὶ τῆς Π γωνίας, γνωσθήσεται (522) ἡ ὑπὸ ΑΒΠ γωνία· ἀχθεῖσα οὖν διὰ τοῦ Π ἡ ΠΕ εὐθεῖα, μετὰ τῆς ΒΠ ποιήσασα τὴν ὑπὸ ΒΠΕ = ΑΒΠ, παράλληλος ἔσται τῇ ζητουμένῃ (137)· τέλος δὲ ἡ τῇ ΓΟ ἀνεγερθεῖσα κάθετος, ἔσεται τοῦτο καὶ τῇ ΟΒ

600. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὕψος τόπου τοῦ Δ καλεῖται ἡ αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ τῆς γῆς κέντρου ἀπόστασις ΔΚ (χ. 35)· οὐκοῦν ἡ ὑπεροχὴ ὕψους τόπου τοῦ Ε ὑπὲρ τὸ τοῦ Δ ἔστι ΚΕ — Κο = οΕ· ἐὰν οὖν κληθῇ ὕψος τοῦ τόπου Ε ἡ οΕ ὑπεροχὴ, τὸ Ηο ὕψος (χ. 40) πύργου τινὸς ἐκληφθήσεται ὡς προσιτὸν εἰ μόνον ἡ γῆ, εἴτ' οὖν ἡ ὁριζόντιος γραμμὴ ΔΟ, ἐπαισθητῶς οὖσα ἐπιμήκης πρὸς τὸ Ηο ὕψος, ἐκμετρηθείη δι' ὀργυιᾶς (597)· ἀλλὰ τὸ βΓ ὕψος αὐτοῦ τούτου τοῦ πύργου μέχρι τοῦ ἀεροδείκτου, ἢ τὸ ΓΔ ὕψος ὄρους τινὸς (χ. 42), ἔσται ἀπροσέγγιστον.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΤΕΟΕΑΝΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Ο. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

601. ΠΡΟΒΛΗΒΑ Γ΄. Προσιτὸν εὑρεῖν ὕψος (40).

ΛΥΣΙΣ. Κείσθω τὸ ΗΠ ὕψος πύργου τινός· οὐκοῦν ἐμπεπήχθω ῥάβδος ἡ Κα, καὶ μετρηθήτω τῇ ὀργυιᾷ τὸ ΑΠ διάστημα, καὶ τεθήτω κατὰ τὸ Κ τὸ ἐπίπεδον τοῦ γραφομέτρου κάθετον τῷ ὁρίζοντι, καὶ εἰλήφθω ἡ ΗΚο γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ δυεῖν ὀπτικῶν ἀκτίνων τῶν ΚΗ, ΚΟ· ἡ μὲν οὖν ο ὀρθή ἐστι· γνωσθείσης οὖν καὶ τῆς Κ, κἀκ τούτου καὶ τῆς Η (212), εὑρεθήσεται διὰ τῶν ἡμιτόνων ἐκ τῆς ἀνολογίας Η . Δο : Δ . ΗΟ (516, 519)· συναφθέντος δὲ τῇ ΗΟ καὶ τοῦ μέρους οΠ, ὃ δι' ὀργυιᾶς, πήχεως, κτ., μετρηθῆναι δύναται, ἕξομεν τὸ ζητούμενον. Ο. Ε. Π.

602. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄. Εὑρεῖν τὸ ἀπρόσιτον ὕψος τοῦ ΓΔ ὄρους (χ. 42).

ΛΥΣΙΣ. Ἐμπεπήχθωσαν δύω ῥάβδοι Ι, Τ καὶ μετρηθήτω τὸ αὐτῶν ἀπόστημα· α΄. οὖν τεθήτω ἐν αὐτοῖς τὸ γραφόμετρον, ὡς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΙΤΓ τριγώνου, καὶ εἰλήφθων αἱ γωνίαι ΓΙΤ, ΙΤΓ. β΄. τεθέντος ἐν τῷ Ι φέρ' εἰπεῖν τοῦ γραφομέτρου πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁριζοντι, μετρηθήτω ἡ ΓΙΔ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ὀπτικῆς ὁριζοντίου γραμμῆς ΙΔ, καὶ τῆς ὀπτικῆς ἀκτῖνος ΙΓ τῆς πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ ὄρους φερομένης.

Τριγώνου οὖν τοῦ ΙΓΤ γνωστῶν ὄντων τῆς ΙΤ πλευρᾶς, καὶ τῶν δύω γωνιῶν Ι, Τ, καὶ ἑπομένως τῆς Γ (210), εὑρεθήσεται τὸ ἀπὸ τοῦ Ι μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ ὄρους ἀπόστημα διὰ τῆς ἀριθμητικῆς τῶν τριῶν μεθόδου (516) Γ . ΤΙ : Τ . ΓΙ.

Τριγώνου τοίνυν τοῦ ΙΔΓ γνωστῆς οὔσης τῆς ΙΓ πλευρᾶς, καὶ τῆς ὑπὸ ΓΙΔ γωνίας μετρηθείσης, τῆς δὲ Δ ὀρθῆς οὔσης, τῆς ὑπὸ τοῦ ΓΔ ὕψους πρὸς ὀρθὰς ἱσταμένου τῷ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚΟΥΡΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΑΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ὁρίζοντι καὶ τῆς ΙΔ ὁριζοντίου περιεχομένης, γνωσθήσεται καὶ ἡ Γ γωνία· εὑρεθήσεται τοίνυν ἡ ζητουμένη ΓΔ πλευρὰ ἐκ τῆς μεθόδου Δ.ΙΓ : Ι.ΓΔ. Ο.Ε.Π.

603. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Καὶ ἄλως τὸ πρόβλημα τόδε ἐπιλυθήσεται· ἔστω γὰρ ἐπὶ χάρτου ἡ ΙΤ = ΙΤ τῇ ἐπὶ τῆς γῆς, καὶ ἐκ τῶν περάτων Ι, Τ ὑπὸ γωνίας τὰς ΓΤΙ, ΤΙΓ τὰς ἐπὶ τῆς γῆς εὑρεθείσας ἤχθωσαν δύω εὐθεῖαι· συσταθήσεται οὖν τὸ ΙΤΓ τρίγωνον· καὶ δὴ τεθείσθω ἡ ΙΓ πλευρὰ ἐπὶ τῆς κλίμακος, καὶ οὕτως ἀποληφθήσεται τὸ μεταξὺ τῆς ῥάβδου Ι ἀπόστημα καὶ τῆς τοῦ ὄρους κορυφῆς· τέλος δὲ ἐκ τοῦ Ι πέρατος συνεστάσθω ἡ ἐπὶ τῆς γῆς εὑρεθεῖσα ὑπὸ ΓΙΔ γωνία διὰ τῆς ἀπεράντου ΙΔ, καὶ ἑστάσθω ἐκ τοῦ Γ κάθετος τῇ ἀπεράντῳ ΙΔ ἡ ΓΔ, ἥτις ἐπιτεθεῖσα τῇ κλίμακι σημανεῖ τὸ τοῦ ὄρους ὕψος.

604. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Ὑποτέθειται (χ. 40, 42) ἐν τοῖς δυσὶ φθάσασι τῶν προβλημάτων ἡ ὑπὸ τοῦ ὕψους καὶ τῆς ὁριζοντίου γραμμῆς περιεχομένη γωνία ὀρθὴ, ὅπερ ἐστὶν ἀληθῶς προδηλότατον· ἔστω γὰρ (χ. 35) Κ τὸ κέντρον τῆς γῆς· αἱ ἀληθεῖς δὲ ὁμασταθμίαι ο, Δ σὺν τῷ Κ συνιστᾶσι τρίγωνον ἰσοσκελὲς, οὗ αἱ δύω ἴσαι πλευραὶ ΔΓ, οΓ εἰσὶ δύω τῶν τῆς γῆς ἀκτίνων· ἀλλ' ἡ διαφορὰ οΕ τῆς ἀληθοῦς ὁμοσταθμίας πρὸς τὴν φαινομένην οὐδέποτε μὲν ἔσται μείζων ἢ ἡμίστιγμα ἐπὶ ὕψους προσιτοῦ, ὃ μετρεῖν πρόκειται (589), πόδες δ' εὐάριθμοί τινες ἐπὶ ὕψους ἀπροσίτου· οὐκοῦν ἐπαυξήσει τὴν γηΐνην ἀκτῖνα Κο μόνον ἀπειροστῷ τινι μεγέθει· ἄρα τὸ ΚΔΕ τρίγωνον καὶ οὕτω προφανῶς ἔσται ἰσοσκελές· ἀλλ' ἐπεὶ τὸ (χ. 40, 42) Δο, ἢ ΔΙ ἀπόστημα, ἀφ' οὗ ἔθος μετρεῖσθαι τὸ προσιτὸν, ἢ ἀπρόσιτον ὕψος, ἀνεπαίσθητόν ἐστιν ὡς πρὸς τὴν γηΐνην ἀκτῖνα, ἡ ὑπὸ ΔΚο (χ. 35) γωνία, ὑφ' ἣν αὕτη ὑπο-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Ο ΠΕΤΡΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τείνει, ὡς ἀπειροσὴ ἐκληπτέα, καὶ ἑκατέρα τῶν δύω γωνιῶν Δ, ο ἔσται $= \frac{180}{2} = 90°$ (210), εἴτ' ἂν ἑκατέρα ἐκληπτέα ὡς ὀρθή.

605. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ε'. Εὑρεῖν τὸ ὁριζόντιον ἀπόσημα δύω τόπων κειμένων ἐπὶ τοῦ πρανοῦς.

ΛΥΣΙΣ. Ἐὰν τὸ διάσημα μὴ ᾖ ἀξιόλογον, ὡς ὅτε πρόκειται μετρῆσαι τὸ μῆκος ἢ πλάτος μικροῦ τινος τμήματος τῆς γῆς, ἵν' εὑρεθῇ (κ. 43) ἡ ΒΠ εὐθεῖα, τὸ ὁριζόντιον ἀπόσημα τῆς Α κορυφῆς ἀπὸ τοῦ Β σημείου, προσηρμόσθω τῷ πέρατι ὀργυιᾶς γνώμων καὶ σάθμη τεκτονική, καὶ διατεθείσθω ὁριζοντικῶς ἡ ὀργυιὰ διὰ τοῦ γνώμονος, καὶ τῆς σάθμης, ὡς ὁρᾶται ἐν τῷ ΒοΔ σχήματι, καὶ μεμετρήσθω διὰ τῆς ὀργυιᾶς, ἀναβαίνουσιν ἐκ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Α, ἡ ὁριζόντιος ΒΠ, ἥτις ἴσοῦται τοῖς μέρεσιν οΔ, κτλ.· ἀλλ' ἡνίκ' ἂν προκέηται μέγατι ἀπόσημα, ὡς τὸ ΙΔ (κ. 42) τὸ μεταξὺ τῆς Γ κορυφῆς ὄρους τινὸς, καὶ τοῦ τόπου Ι, ἐν ᾧ ἡ θέσις τῆς γῆς ἥκισα ἐπιτρέπει τὴν ἀνωτέρω πρᾶξιν· τότε δὴ εὑρήσομεν τὸ ὕψος Γ διὰ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΙΔΓ (602)· κἀν τούτῳ εὑρεθήσεται καὶ ἡ ζητουμένη ὁριζόντιος γραμμὴ ΙΔ (516). Ο. Ε. Π.

606. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ϛ'. Μετρῆσαι τὸ ὄρους τινὸς πρανὲς Γη.

ΛΥΣΙΣ. Τοῦ ὕψους ΓΔ καὶ τῆς ὁριζοντίου ΙΔ εὑρεθέντων (602, 605), ζητείσθω, κατὰ τὴν χρείαν πηγνυμένων δύω ῥάβδων τῶν Ι, ο, διὰ τῆς ἐπιλύσεως τοῦ Ιοη τριγώνου τὸ τῆς ὁριζοντίου μέρος Ιη, οὗ τινος ἀπὸ ΔΙ ἀφαιρεθέντος, καταλείπεται ἡ Δη· Τριγώνου οὖν ὀρθογωνίου τοῦ ΓΔη, ἐγνωσμένων τῶν τὴν Δ ὀρθὴν γωνίαν περι-

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΦΡΑΣΕΩΝ ΤΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΙΚΗΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑθΗΓΗΤΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ Θ. ΛΙΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

εχουσῶν πλευρῶν, ἔσται ἡ ταύτην ὑποτείνουσα Γη = $\sqrt{(\eta\Delta^2 + \Delta\Gamma^2)}$ (349).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ Ἰχνογραφίας.

607. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. *Πίνακα γεωγραφικὸν σχεδιάσαι.*

ΛΥΣΙΣ. Μετρηθείσης ἀκριβῶς μιᾶς βάσεως (σχ. 44) τῆς ΟΠ, εἰλήφθωσαν πρὸς τῷ Ο διὰ τοῦ γραφομέτρου πᾶσαι αἱ γωνίαι ΖΟΠ, ΕΟΠ, ΔΟΠ, κτ., ἃς συνισῶσι μετὰ τῆς ΟΠ πάντες οἱ ἐκ τῶν Ο, Π ὁρώμενοι τόποι· ὡσαύτως πρὸς τῷ Π εἰλήφθωσαν πᾶσαι αἱ γωνίαι ΖΠΟ, ΕΠΟ, ΔΠΟ, κτ· ἐντεῦθεν οὖν προκύψουσι τρίγωνα τὰ ΠΟΖ, ΠΟΕ, κτ., ἐν οἷς γνωστά εἰσι μία πλευρὰ ἡ ΟΠ, καὶ δύω αἱ πρὸς αὐτῇ γωνίαι Ο, Π· ζητουμένων οὖν καὶ τῶν λοιπῶν ἑκάστου τριγώνου, καὶ ἐπὶ χάρτου συνισταμένων (379) ὁμοίων τούτοις τριγώνων (219), ἐκτεθήσεται ἡ ἑκάστου τόπου θέσις ὡς πρὸς τὴν ΟΠ βάσιν· τὰ αὐτὰ δὲ γενέσθαι δύναται καὶ ὑπὲρ τῶν τόπων τῶν ἔνερθεν τῆς ΟΠ κειμένων.

Εἰς δὲ ὁρισμὸν τῆς θέσεως τοῦ Α τόπου διὰ τὰς ΑΟΠ λίαν ἀμβλείας γωνίας, καὶ διὰ τὰς λίαν ὀξείας ΑΠΟ, αὐτὰς μὲν διὰ τοῦ γραφομέτρου ἤκισα μετροῦμεν, διορίζομεν δὲ ταύτην τὴν θέσιν διὰ τῆς προευρημένης προσεχοῦς πλευρᾶς ΒΟ τοῦ ΒΑΟ τριγώνου, λαμβάνοντες ἐκ μὲν τοῦ Ο τὴν ὑπὸ ΒΟΑ γωνίαν, ἐκ δὲ τοῦ Β τὴν ὑπὸ ΟΒΑ.

Ὁπόταν τόπος ὁ Η παρατηρητέος ᾖ ἐκ δύω ἑτέρων τόπων Τ, Δ, ὧν εἴληπται ἡ θέσις, ὁρᾶν αὐτὸν μὴ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΘΕΟΔΑΗΝΙΚΗ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΑΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006