ὅλον· δι' ὑποδειγμάτων ἐκλευκανθέν[illegible]μφότερα· 4, ὃς ἐςι μερος τȣ̃ 20 σύμμετρον, εἴτ' ὢν ἓν πέμπτον αὐτȣ̃, δηλȣ́μενον διὰ τȣ̃ $\frac{1}{5}$ κλάσματος, αὐτὸς ὁ 4 γίνεται $\frac{4}{5}$ τȣ̃ 20 πλὴν 4, εἴτ' ὢν τȣ̃ 16· ὁ αὐτὸς δὲ 4 ἀποκαθίςαται $\frac{1}{6}$ τȣ̃ 20 σὺν 4, εἴτ' ὢν 24· εἰ γὰρ 4 ἔνεςι πεντάκις τῷ 20, ἐνέςαι πάντως τετράκις τῷ 20 πλὴν 4, ἢ τῷ 16, ϗ δὴ ἔςαι αὐτȣ̃ $\frac{1}{4}$· ἐνέςαι μέτοιγε ἑξάκις ἐν τῷ 20 σὺν 4, ἢ 24, ϗ ὅτως ἔσεται τηνικᾶυτα αὐτȣ̃ τὸ $\frac{1}{6}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Ἀναγωγῆς τῶν Κλασμάτων.

145. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ἀναγωγὴ ἐν γένει καλεῖται, μεταμόρφωσίς τις, ἢ μεταβολὴ ποσȣ̃, φαινομένη, τῆς κατ' αὐτὸ δυνάμεως ἀμετακινήτȣ ἀεὶ διατελȣ́σης.

Πρόβλημα. Α'.

146. Κλάμα τὸ δοθὲν ἀναγαγεῖν εἰς ὅλον.

ΛΥΣΙΣ. Φανερὸν, ὡς ȣ̀ δυνάμεθα ἀπὸ κλάσματος ὅλον συγκροτῆσαι, μὴ τȣ̃ κλάσματος τȣ́τȣ ἰσȣμένȣ γȣ̃ν μονάδι μιᾷ, ϗ δὴ μὴ τȣ̃ ἀντὶ διαιρέτȣ. παρονομαςȣ̃ ἐξισȣμένȣ τῷ ἀντὶ διαιρετέȣ ἀριθμητῇ (141)· τȣτȣῖ ὖν συγκυρήσαντος, θεωρείσθω τὸ κλάσμα ὡς σεσημειωμένη διαίρεσις, ϗ ὅτω διηρήσθω ὁ ὑπὲρ τὴν γραμμὴν ἀριθμὸς διὰ τȣ̃ ἑνερθεν.

Α'. Πόσον συμπληρȣ̃σιν 24 τέταρτα τȣ̃ γροσίȣ; Γραφέντος ὖν $\frac{24}{4}$, διηρείσθω 24 διὰ 4, ϗ εὑρίσκεται ὅλον γρόσια 6· παρὰ τᾶυτα συναγαχεῖν ἕκαςος ἐκ τȣ̃

προχείρου δυνήσεται· ἐπεὶ γὰρ τέσσαρα τέταρτα γροσίου συνιεῶσι γρόσιον ἓν, 24 τέταρτα ἀποδώσουσιν 6 γρόσια ἐξ ἀνάγκης.

Β΄. Πόσον συμπληροῦσι 240 δέκατα ὀργυιᾶς μιᾶς; Γεγράφθω $\frac{240}{10}$, καὶ 240 διαιρεθεὶς διὰ 10 δίδωσιν πηλίκον ὀργυιὰς 24.

Γ΄. Πόσον συγκροτοῦσιν ἕνδεκα τρίτα πήχεως; Ἐν ᾧ διαιρεθεὶς ὁ 11 διὰ 3, δίδωσιν ὅλον πήχεις τρεῖς, καὶ δύω [illegible]α, ὅγε καθ' ἑαυτὸ σαφές.

147. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Τὸ ποσὸν, ὃ τίθεμεν εἰς μονάδα, ἢ ὡς ὅρον παραθέσεως, ὡς τὰ πολλὰ σύγκειται ἐξ ἄλλων μερῶν, ἃ ληφθέντα καθ' ἑαυτὰ καιναὶ ὑπάρχουσι μονάδες, εἴδει ἐλαττούμεναι τῆς σφᾶς περιεχούσης μείζονος· οἷον ὀργυιὰ μία περιέχει μονάδας 6 εἴδει ἐλάττονας, αἳ καλοῦνται πόδες· εἷς ἐνιαυτὸς περιέχει 12 μονάδας εἴδει ἐλάσσονας, αἵπερ μῆνες ἀκούουσι κτ.

148. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. [illegible]ὅλου τινὸς, ὡς μονὰς, θεωρουμένου, εἰς μέρη διαίρεσις γίνεται ἐλευθέρως πρὸς τὸ δοκοῦν. Πρόδηλον γὰρ ὡς, οἷς χρώμεθα μέτροις παντα-χοῦ γῆς, κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον διαιρεθῆναι εἶχον· οὕτως εἶχε πᾶν μέτρον διαιρεθῆναι, φέρε, εἰς τέταρτα, εἶτα τούτων ἕκαστον εἰς καινὰ ἄλλα τέταρτα, καὶ ἐφεξῆς οὕτως· ἢ γοῦν εἰς δέκατα, καὶ αὖ τούτων ἕκαστον εἰς καινὰ ἄλλα τοσάδε, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Ἀλλὰ γὰρ παρὰ πολὺ διαφέροντα ἀλλήλων παρὰ διαφέρουσιν εἴληπται ἔθνεσι· τούτου χάριν καταστρώσομεν ἐνταῦθα πινακά τινων μέτρων, ὧν ἡ γνῶσις πρόχειρον ἂν γένοιτο τῷ περὶ τὴν ἀριθμητικὴν ἀσχολουμένῳ.

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ.

Μέτρον τοῦ μήκους.

	Ποδ.	Δακτ.	Γραμ.	Στίγμ.
149. Ἡ κατὰ μῆκος ὀργυιὰ περιέχει.	6	72	864	10368
Ὁ πῦς.	1	12	144	1728
Ὁ δάκτυλος.	0	1	12	144
Ἡ γραμμή.	0	0	1	12
Τὸ κοινὸν βῆμα.	$2\frac{1}{2}$	30	360	4320
Τὸ Γεωμετρικὸν βῆμα.	5	60	720	8640
Ὁ τῶν Παρισίων πῆχυς, πόδ. 3, δακτύλους 7, γραμμὰς 10, καὶ $\frac{4}{5}$ τῆς παρισιανῆς γραμμῆς.				
Ὁ μείζων πῆχυς (brasse).	5	60	720	8640

150. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐν τοῖς ἐφεξῆς μέτροις, καὶ ἐν γένει, ὅταν ἔκτασιν προτεθῇ μετρῆσαι, χρησόμεθα ὡς ὅρῳ συγκρίσεως ἀεὶ τῷ ῥηθέντι ποδὶ, τῷ 12 δακτύλων περιεκτικῷ, ὃς ὀνομάζεται πῦς βασιλικὸς, ἢ τῶν Παρισίων.

151. Ἡ μέση μοῖρα τοῦ τῆς γῆς πλάτους περιέχει ὀργυιάς.	ὀργ.	57050
Ἡ κοινὴ τῶν τῆς Γαλλίας λεγῶν, ὧν περιέχει 25 ἑκάστη μοῖρα.	—	2282
Ἡ θαλάσσιος, ὧν 20 συμπληροῦσι μίαν μοῖραν.	—	$2852\frac{1}{6}$
Ἡ μεγάλη τῆς Γερμανίας λέγα, ἢ τὸ μέγα μίλιον, ὧν 15 πληροῖ μοῖραν μίαν.	—	$3803\frac{1}{3}$
Ἡ κοινὴ λέγα, ἢ κοινὸν μιλ. τῆς Γερμανίας.	—	$3333\frac{1}{3}$
Ἡ μικρὰ λέγα τῆς Γερμανίας. . .	—	$3042\frac{2}{3}$

Τὸ μίλλιον τῆς Φλανδρίας.	ὀργ.	3221
Τὸ μίλλιον τῆς Ἀγγλίας, καὶ Ἰταλίας.	—	$950\frac{1}{2}$
Τὸ στάδιον.	—	85

Μέτρον τῶν ἐπιφανειῶν.

152. **ΣΧΟΛΙΟΝ.** Φανήσεται ἐν τῇ Γεωμετρίᾳ ὁ λόγος ἁπάντων, ὧν ἐρῦμεν ἐνταῦθα περί τε τῶν ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν στερεῶν.

153. Α΄. Πολλαπλασιαζομένου μήκους τινὸς ἐπὶ γραμμήν, ἥτις καλεῖται πλάτος, ἀεὶ πρόεισιν ἐπιφάνεια, περιέχουσα ἓν ἢ πλείω τετράγωνα· τέσσαρες, φέρ' εἰπεῖν, ὀργυαὶ κατὰ μῆκος, πολλαπλασιασθεῖσαι ἐπὶ τρεῖς κατὰ πλάτος, παράγουσι δώδεκα τετραγωνικὰς ὀργυάς, ὅπερ ἐστὶ, δώδεκα τετράγωνα, περιέχον ἕκαστον ἓξ πόδας κατὰ μῆκος, καὶ τοσοῦς δε κατὰ πλάτος· 5 δὲ πόδες κατὰ μῆκος, πολλαπλασιασθέντες ἐπὶ 4 κατὰ πλάτος, ποιοῦσιν 20 πόδας τετραγωνικοὺς. καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν μέτρων ὡσαύτως.

154. Β΄. Ὡσαύτως καὶ περὶ τῶν στερεῶν· ἐὰν τὸ προκύπτον 12, φέρε, ἐκ μῆκους 4, καὶ πλάτους 3, πολλαπλασιασθῇ πρὸς τούτοις ἐπ' ἄλλην γραμμὴν, ἣ καλεῖται ὕψος, οἷον ὀργυῶν 2, ἐπὶ τοῦ προκειμένου ὑποδείγματος, τὸ προκύπτον 24 δηλώσει ὀργυὰς κυβικὰς, τουτέστιν εἰπεῖν διαστήματα 24 παρεμφερῆ ἕκαστα τοῖς, οἷς παίζομεν, κύβοις, καὶ περιέχοντα ὀργυὰν μίαν μὲν κατὰ μῆκος, μίαν δὲ κατὰ πλάτος, μίαν δὲ καὶ πρὸς ὕψος.

155. Γ΄. Ἰδοὺ δὴ τὰ ἐν ἑκάστῳ ἐπιφανείας μέτρῳ περιεχόμενα μέρη.

Τῆς κατὰ μῆκος ὀργυᾶς περιεχούσης πόδας 6 τὴν Τετραγωνικὴν συμπληροῦσι πόδες τετραγωνικοὶ 36

	ποδ. τρ.	δ. τρ.	γρ. τετρ.	σιγμ. τετρ.
Τετραγωνικὴ ὀγυιὰ.	36	5184	746496	107495424
Ὁ τετραγωνικὸς ποῦς.	1	144	20736	2985984
Ὁ τετραγων. δάκτυλ.	0	1	144	20736
Ἡ τετραγων. γραμμή.	0	0	1	144

Τῆς παρὰ Γάλλοις λεγομένης λέγας οὔσης κατὰ μῆκος ὀργυιῶν 2282, ἡ τετραγωνικὴ ἔσται 5207524 ὀργυιῶν τετραγωνικῶν, δακτύλων δὲ τοιούτων 187470864, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

156. Δ΄. Τὸ δὲ τῶν στερεῶν μέτρον, ὅ ἐστι τῶν διαστημάτων, οἷς ἐστι μῆκος, πλάτος, καὶ ὕψος, ἐκδηλοῖ ὁ ὑπ' ὄψιν πίναξ.

Ἡ κυβικὴ ὀργυιὰ

	ποδ. κυβ.	δ. κυβ.	γρ. κυβ.	σιγμ. κυβ.
περιέχει:	216,	373248,	644972544,	1114512556032
Ποῦς κυβ.	1,	1728,	2985984,	5159780352
Δάκτ. κυβ.		1,	1728,	2985984
Γραμ. κυβ.		0,	1,	1728

Ἡ δὲ κυβικὴ λέγα περιέχει τετραγωνικὰς ὀργυιὰς 11883569768.

Μέτρον τῶν σταθμῶν.

157. Ἡ λίτρα τῶν Παρισίων.

	ἡμιλ.	ὀγγ.	δραχμ.	δην.	κόκκ.
περιέχει.	2	16	128	384	9216
Τὸ ἡμιλίτριον.	1	8	64	192	4608
Ἡ Οὐγγία.	0	1	8	24	576

Ἡ Δραχμή.	0	0	1	3	72
Τὸ δηνάριον.	0	0	0	1	24

Τὸ καλούμενον κιντάλιον (quintal) ἐστὶ σαθμὸς, συγκείμενος ἐκλιτρῶν 100, 200, 1600, 12800, 38400, 921600.

158. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὸ καθολικώτερον τῶν ὑγρῶν μέτρον ἐστὶν ἡ σάμνος (pòt), ἣ τὸ ἥμισυ καλεῖται μὲν ἐν τῇ Γαλλίᾳ (pinte) ἡμῖν δ' εἰ δοκεῖ, καλείσθω ἡμισάμνιον· χωρεῖ δὲ τὸ μέτρον τυτὶ τοσοῦτον, ὥσε ποῦς κυβικὸς περιέχει τὸ ὑπὸ τούτυ μετρούμενον δεκάκις καὶ ὀκτάκις· ἡ ἄρα σάμνος ἐστὶ μέτρον χωροῦν $\frac{1}{18}$ κυβικοῦ ποδὸς, καὶ δὴ δακτύλυς κυβικοὺς 96 (156). Τὸ δὲ ἡμισάμνιον περιέξει πόδας κυβικοὺς 48. Τὸ δὲ τῆς σάμνυ τεταρτον, ἢ τὸ (chopine) περιέχει κυβικοὺς πόδας 24.

159. Ἡ σάμνος ἄρα πόδ. κυβ. δακ. κυβ. γραμ. κυβ.

περιέχει.	$\frac{1}{18}$	96	165888
Τὸ ἡμισάμνιον. . . .	$\frac{1}{36}$	48	82944
Τὸ τεταρτημόριον (chopine)	$\frac{1}{72}$	24	41472

160. Βυλομένοις δ' ἐκτιμήσασθαι τὴν σάμνον ἐν σαθμοῖς ἐξέσαι λαβεῖν ὡς ὅρον συγκρίσεως τὸ κοινὸν ὕδωρ, ὃ ποῦς κυβικὸς σαθμώμενος εὑρίσκεται λίτρας ἕλκων 54· ὅθεν ἕπονται τὰ ἑξῆς.

	λιτ.	ἡμιλ.	ἐγγ.	δραχ.	δηνάρ.
Ποῦς κυβικὸς ὕδατος.	54	108	864	6912	20736
Στάμνος ἄρα ὕδατος κοινοῦ (158).	3	6	48	344	1152
Τὸ ἡμισάμνιον.	$1\frac{1}{2}$	3	24	194	576
Τὸ τεταρτημόριον τῆς σάμνυ.	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	12	96	288

161. Ἡ σερεότης μιᾶς λίτρας ὕδατος τὸ τρίτον ἔσχ.

τῆς ϛάμνυ, ἔσεται 32 δακτύλων κυβικῶν (158)· ὁ ἄρα κυβικὸς ὕδατος δάκτυλος ἕλκει βάρος ἡμιυγγίυ.

162. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τοῦ Ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος τοῦ πρὸς τῷ ὁρίζοντι βάρος ἕλκοντος $\frac{1}{55}$ τοῦ ὕδατος, εἰς πῶς κυβικὸς ἕλξει βάρος $\frac{1}{55}$ 54 λιτρῶν (160)· εἰτ' ἂν ὡς ἔγγισα 21 δηνάρια καὶ $\frac{4}{5}$ δηναρίυ, ἢ 7 δραχμὰς καὶ δηνάριον ἓν ὡς ἔγγισα.

163. Ἡ δὲ καθ' ἡμᾶς ἐν χρήσει Οὐκά ἐϛι μέτρον περιέχον δραχμάς· 400 ἰϛοδυναμοῦϛι δὲ αἱ 400 δραχμαὶ 288 παριϛιαναῖς, ἢ ὑγγίαις 36· ἡ ἄρα ὑκὰ ἕλκει βάρος λιτρῶν δύω καὶ ἑνὸς τετάρτυ, καὶ δὴ τὸ ϛερεὸν ὕδατος ὑκᾶς ἐϛι δακτύλων κυβικῶν 72 (161) καὶ ἐκ τοῦ ἀκολούθυ τριῶν τετάρτων τῆς ϛάμνυ (158).

Περὶ τῶν νομισμάτων.

164. Ἐν τῇ Γαλλίᾳ.	σολδ.	δην.	λεπ.
Ἡ λιτρα περιέχει	20	240	2880
Τὸ σολδίον.	1	12	144
Τὸ δηνάριον.	0	1	12

Ἐν τῇ Ἀυϛρίᾳ.	γροσ.	ϛαυρ.	φεν.	λεπ.
Τὸ φιορίνιον περιέχει.	20	60	240	480
Τὸ γροσσίκιον.	1	3	12	24
Τὸ ϛαυροφόρον.	0	1	4	8
Τὸ φέννιγον.	0	0	1	2
Τὸ δυκάτον τῆς Ὁλάνδας περιέχει φιορίνια $4\frac{1}{2}$.	90	270	1080	2160

Ἐν τῇ Τυρκίᾳ.	παρ.	λεπτά.
Τὸ γρόσιον περιέχει.	40	120
Τὸ δεκάριον.	10	30

Τὸ πεντάριον.	5	15
Ὁ παρᾶς.	1	3
Τὸ δυκάτον τῆς Ὁλλάνδας περιέχει γρόσια 9.	360	1080

Μέτρον τῶν γωνιῶν.

165. Ὁ ψόμεθα ἐν τοῖς ἐφεξῆς, ὅτι γωνίας μέτρον ἐςὶν ἀεὶ μέρος τῆς κυκλικῆς περιφερείας· ὑποτίθεται τοίνυν ἡ παντὸς κύκλυ περιφέρεια, ὅση ἂν ᾖ τὸ μέγεθος, διῃρημένη εἰς μοίρας 360· ἑκάςη δὲ μοῖρα, εἰς 60 ἑξηκοσὰ πρῶτα, ὧν ἕκαςον, εἰς 60 δεύτερα κτ. ὅλη ἡ κυκλικὴ

περιφέρειαι	μοιρ.	λεπ.	δεύτερα.
περιέχει.	360	21600	1296000
Ἑκάςη μοῖρα.	1	60	3600
Ἕκαςον λεπτόν.	0	1	60

Μέτρον τῦ χρόνυ.

166. Ὁ κοινὸς ἐνιαυτὸς περιέχει ἡμέρας $365\frac{1}{4}$· ἀκριβέςερον μέντοι, ἡμέρας 365, ὥρας 5, καὶ λεπτὰ 49.

	ἡμ.	ὥρ.	λεπ.	δεύτ.
Ὁ ἐνιαυτός.	$365\frac{1}{4}$	8765	525949	31556940
Ἡ ἡμέρα.	1	24	1440	86400
Ἡ ὥρα	0	1	60	3600
Τὸ λεπτόν.	0	0	1	60

Αἰών ἐςι διάςημα χρονικὸν περιεκτικὸν ἐτῶν 100.

Ἰνδικτιὼν δὲ, διάςημα περιέχον ἐνιαυτὺς 15.

Ὀλυμπιὰς δὲ, 4· πενταετηρὶς δὲ, 5.

167. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ῥᾴδιον δὲ κατανοῆσαι ἐκ τῶν

εἰρημένων, ὅτι ποσότης, ἐλάσσων τῷ εἴδει, ἀεί ἐςι κλάσμα ποσότητος μείζονος, ἐν ᾗ περιέχεται· τὸ γὰρ λεπτὸν ὑπάρχει τῆς ὥρας $\frac{1}{60}$, τῆς δ' ἡμέρας $\frac{1}{1440}$, τοῦ δ' ἐνιαυτοῦ $\frac{1}{525949}$· ἡ δ' ὑγγία, τοῦ ἡμιλιτρίου τὸ $\frac{1}{8}$· τὸ δὲ ἡμιλίτριον, τῆς λίτρας τὸ $\frac{1}{2}$· ἡ δὲ λίτρα, τοῦ κινταλίου τὸ $\frac{1}{100}$, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων μέτρων ὡσαύτως.

Πρόβλημα Β'.

168. Εἶδος ποσότητος μεῖζον ἐπ' ἔλαττον ἀγαγεῖν.

ΛΥΣΙΣ. Πολλαπλασιάσθω ὁ ἀριθμὸς τοῦ μείζονος εἴδους ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τὸν ἐμφαίνοντα, ὁσάκις ἡ εἶδει ἐλάττων μονὰς ἐμπεριέχεται τῇ τῷ εἴδει μείζονι.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Α'. Τῆς ὀργυιᾶς πόδας περιεχούσης 6, ἀγομένων, φέρε, β ὀργυιῶν εἰς πόδας, πολλαπλασιασθήτω β ἐπὶ 6, καὶ προκύψουσι πόδες 30· τῆς δὲ τετραγωνικῆς ὀργυιᾶς δακτύλους τοιούτους περιεχούσης 5184, ἀναχθήσονται β τετραγωνικαὶ ὀργυιαὶ ἐπὶ δακτύλους, πολλαπλασιασθέντος β ἐπὶ 5184· ὅθεν ἔςαι 25920.

Β'. Τῆς λίτρας 16 περιεχούσης ὑγγίας, 7 φέρ' εἰπεῖν λίτραι ἀναχθήσονται ἐπ' ὑγγίας πολλαπλασιασθέντος 7 ἐπὶ 16, ἐξ ὧν προκύψουσιν ὑγγίαι 112.

Γ'. Ἐντεῦθεν ὧν καὶ νομισμάτων λίτραι 8 ἀναχθήσονται εἰς σολδία, πολλαπλασιασθέντος 8 ἐπὶ 12· καὶ γρόσια εἰς παράδας, ἐπὶ 40· καὶ φιορίνια εἰς ςαυροφόρα, ἐπὶ 60· ἀλλὰ καὶ μοῖραι εἰς λεπτὰ, καὶ ταῦτα, εἴπη παρείκοι, εἰς δεύτερα κτ., πολλαπλασιάσασιν ἐπὶ 60 (103).

Δ'. Ἡμέραι ἀναχθήσονται εἰς λεπτὰ, ἀμέσως πολλαπλασιασθέντος 6 ἐπὶ 1440 (166), ἢ γοῦν πρῶτον μὲν ἐπὶ 24· ἐξῆς δὲ τὸ προκύπτον ἐπὶ 60.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἁπλούστατος δὲ ὁ ταύτης τῆς μεθόδου λόγος· εἴγε μιᾶς ὀργυιᾶς, φέρε, 6 περιεχούσης πόδας, 5 ὀργυιαὶ ταὐτὸν δυνήσονται ποσὶ πεντάκις 6· ἀνάγκη ἄρα τὸν ἀριθμὸν 5, τὸν τὸ μεῖζον ἐκδηλοῦντα εἶδος, πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὸν 6, τὸν ἐμφαίνοντα, ὁσάκις ὁ ποῦς τῇ ὀργυιᾷ ἐμπεριέχεται.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Τῆς γῆς ἐξ ὑποθέσεως πρὸς τὸν ἑαυτῆς στρεφομένης ἄξονα περιφορὰν ὅλην ἐν ὥραις 24, ἕκαστος τῶν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν οἰκούντων συνάμα τῇ γῇ περιστρέφεται περιφορὰν λεγῶν 9000· πόσους ἄρα πόδας διανύει ἐν δευτέρῳ ὥρας λεπτῷ;

α΄. Ἀνήχθωσαν 9000 λέγαι ἐπ' ὀργυιὰς (168), ἑξῆς δ' ἐπὶ πόδας· ὅθεν προκύψουσι πόδες 123228000. β΄. ἀνήχθωσαν ἐπὶ λεπτὰ δεύτερα αἱ ὧραι (166)· ὅθεν προελεύσεται λεπτὰ δεύτερα 86400. γ΄. διηρήσθω ὁ τῶν ποδῶν ἀριθμὸς διὰ τοῦ τῶν δευτέρων λεπτῶν· εὑρεθήσεται δὴ οἰκήτωρ ἕκαστος τῶν ὑπὸ τὴν ἰσημερινὴν διατρέχων λεπτοῦ δευτέρου πόδας 1426.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Ζητηθήτω παρασταθῆναι ἐν σταθμοῖς τὸ δεκτικόν τινος ἄγγους. Τουτὶ οὖν σταθμηθὲν πληρωθήτω ἐπ' ἀκριβὲς ὕδατος κοινοῦ· εἰ μὲν οὖν συνάμα τῷ ὕδατι βάρος ἕλκει λιτρῶν 60, πόσας σάμους περιέξει; ἢ εἰ καὶ τουτὶ βουλόιμεθα, πόσους κυβικοὺς δακτύλους; διηρήσθωσαν 60 λίτραι διὰ 3 (160), ὅθεν προκύψουσι σάμοι 20, ἢ πολλαπλασιασθήτωσαν 60 ἐπὶ 32 (161), ὅθεν προκύψουσι πόδες κυβικοὶ 1920, ὃς περιέχει τοῦ ἄγγους ἡ χωρητικότης.

Πρόβλημα Γ.

169. Ἔλαττον εἶδος ἐπὶ μεῖζον ἀναγαγεῖν.

ΛΥΣΙΣ. Αὕτη ἡ πρᾶξις, ἐναντία οὖσα τῇ προεκτεθείσῃ, διαίρεσιν ἀπαιτεῖ τοῦ τὸ ἔλαττον εἶδος ἐμφαίνοντος ἀριθμοῦ διὰ τοῦ, ὁσάκις μονὰς μία τοῦ ἐλάττονος ἐμπεριέχεται τῇ μείζονι, ἐνδεικνύντος.

Α΄. Ἀναχθήσονται ἄρα, πόδες μὲν ἐπ' ὀργυιὰς, διελοῦσι δὶ 6· δάκτυλοι δ' ἐπ' ὀργυιὰς, δὶ 72· ἢ γοῦν πρῶτον μὲν διὰ 12, εἶθ' οὕτω δὶ 6 τὸ πηλίκον· γραμμαὶ δ' ἐπὶ πόδας, διὰ 144, κτ. (149). Πόδες οὖν 506 πόσας ὀργυιὰς συνιεῶσι; διελὼν πόδας 506 δὶ 6, εὑρήσεις ὀργυιὰς 84, καὶ πόδας 2.

Β΄. Ἀναχθήσονται πόδες τετραγωνικοὶ εἰς ὀργυιὰς τοιαύτας, διελοῦσι διὰ 36· δάκτυλοι δὲ (δῆλον ὅτι τὰ πάντα τετραγωνικὰ) εἰς πόδας, καὶ γραμμαὶ εἰς δακτύλους, διὰ 144· δάκτυλοι δ' ἐπ' ὀργυιὰς, ἤτοι ἀμέσως διὰ 5184 (155), ἢ πρῶτον μὲν διὰ 144, ἑξῆς δὲ διὰ 36 (120). Πόσας ἄρα πόδες 8524 συμπληροῦσιν ὀργυιάς; διὰ 36 διαιρέσεως γενομένης, πρόεισι πηλίκον 236 ὀργυιαὶ, καὶ πόδες 28.

Γ΄. Ἀναχθήσονται δὲ καὶ πόδες κυβικοὶ εἰς ὀργυιὰς τοιάς δε, καὶ δάκτυλοι δὲ ἐπὶ πόδας, καὶ γραμμαὶ ἐπὶ δακτύλους κτ. διελοῦσι διὰ 1728· δάκτυλοι δ' ἐπ' ὀργυιὰς, διὰ 373248 (156), ἢ πρῶτον μὲν διὰ 1728, εἶτα τὸ πηλίκον διὰ 216 (129). Πόσας ἄρ' ὀργυιὰς συμπληροῦσι πόδες 5674310; διαιρεθεὶς οὗτος ὁ ἀριθμὸς διὰ 373248, δίδωσιν ὀργυιὰς 15, λειπομένων δακτύλων 75590, οἱ διαιρεθέντες διὰ 1728 (156), διδόασι πόδας κυβικοὺς 43 μετὰ καταλοίπου 1286 κυβικῶν δακτύλων.

Δ΄. Τὰ δὲ ἡμιεάμνια ἀναχθήσονται ἐπὶ λίτρας, διαιρεθέντα διὰ 2· αἱ ἐγγίαι δ' ἐπὶ ἡμιεάμνια, δὶ 8, αἱ δ' αὐταὶ εἰς λίτρας, διὰ 16 κτ. 236, φέρ' εἰπεῖν, ἐγ-

γίαι, διαιρεθεῖσαι διὰ 16, ἀποδιδόασι λίτρας 14, καὶ 12 ὑγγίας.

Ε΄. Τὰ δὲ σολδία εἰς λίτρας, διαιρούμενα διὰ 20· οἱ δὲ παράδαι εἰς γρόσια ἀνάγονται, διαιρούμενοι διὰ 40, τὰ δέγε ϛαυροφόρα ἐπὶ φιορίνια, διὰ 60 (131. κτ.).

ϛ΄. Τέλος δὲ, αἱ ὧραι εἰς ἡμέρας φέρονται, διαιρούμεναι διὰ 24· τὰ δὲ λεπτὰ εἰς ὥρας, καὶ ἐπὶ πρῶτα τὰ δεύτερα, διαιρούμενα διὰ 60· λεπτὰ ὧν 67054 πόσας συγκροτοῦσιν ἡμέρας· ὁ 67054, διαιρεθεὶς δὶ 60, παράγει πηλίκον ὥρας 1125 καὶ 4 λεπτά· ὁ δὲ 1125, διαιρεθεὶς δὶ 24, δίδωσιν ἡμέρας 46 καὶ ὥρας 21· συμπληροῦνται ὧν ἡμέραι 46, καὶ ὧραι 21, καὶ λεπτὰ 4.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Ῥᾷϛα δὲ καταναοηθήσεται, ὡς ἑκατέρα τῶν ἀποδοθεισῶν πράξεων ξυντελεῖ ἀμοιβαδὸν θατέρᾳ εἰς βάσανον· ἵνα, φέρ' εἰπεῖν, ἀναχθῶσι λίτραι 35 ἐπὶ σολδία, πολλαπλασιάζεται ὁ 35 ἐπὶ τὸν 20· ἵνα δὲ βασανισθῇ τὰ τῆς πράξεως, ἐπαναγόμενος ὁ προκύπτων 700 εἰς λίτρας τῇ δὶ 20 διαιρέσει, ὀφείλει ἀποδοῦναι αὖθις λίτρας 35, καὶ ἀνάπαλιν.

Πρόβλημα Δ΄.

170. Ἀναγαγεῖν ὅλον ἐπὶ κλάσμα.

ΛΥΣΙΣ. Εἰ μὲν μόνον ἐν εἴδει κλάσματος δέοι ἀριθμὸν ὅλον, οἷον τὸν 6, παραϛήσασθαι, γενήσεται ῥᾷϛα, γραφέντος $\frac{6}{1}$ (139).

Εἰ δὲ ζητεῖται ἀναγαγεῖν ὅλον ἐπὶ κλάσμα, ἢ εἴη δεδεμένος ὁ παρονομαϛής, πεπολλαπλασιάσθω τὸ ὅλον ἐπὶ τὸν παρονομαϛήν, καὶ σεσημειώσθω ὁ προκύπτων ὡς διὰ τοῦ παρονομαϛοῦ διαιρούμενος (138.)

Ζητεῖται, φέρ' εἰπεῖν, ἀναγαγεῖν τὸν 4 εἰς πέμπτα, πεπολλαπλασιάσθω ὖν 4 διὰ 5, καὶ γεγράφθω $\frac{20}{5}$· ἐπεὶ δὲ ὄντως ἐκ τοῦ $\frac{20}{5}$ προέρχεται ὅλον τῷ 4 ἰσούμενον (146), ἀσφαλῶς ἔχει ἡ μέθοδος (145).

Ζητεῖται ἀναγαγεῖν τὸν 7 ἐπὶ εἰκοσά· τῷ ὖν τοῦ 7 διπλασίῳ προσεπιγεγράφθω δεξιόθεν 0 (103)· Τέλος δὲ ἐσχηματίσθω ὕτω $\frac{140}{20}$· τούτου δὲ ἰσουμένου τῷ 7, ἀσφαλής ἐστι πάντως ἡ πρᾶξις.

Πρόβλημα Ε'.

171. Ἐκτιμῆσαι ἐν εἴδει ἐλάττονι τὴν δύναμιν δοθέντος κλάσματος.

ΛΥΣΙΣ. Ὁ ἀριθμητὴς, διαιρούμενος διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, ἐπ' εἶδος ἀναχθήσεται ἔλαττον (168).

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Εἰς εὕρεσιν τῆς δυνάμεως $\frac{2}{5}$ ὀργυιᾶς κατὰ μῆκος, ἐπεὶ τόδε τὸ κλάσμα $\frac{2}{5}$ ἰσοδυναμεῖ $\frac{1}{5}$ ὀργυιῶν 2 (140), ἀνήχθωσαν 2 ὀργυιαὶ ἐπὶ πόδας, καὶ εἰλήφθω αὐτῶν τὸ πέμπτον, ὅπερ ἐστὶ πόδες 2, καταλειπομένων ποδῶν 2, ἐφ' ᾧ διὰ 5 διαιρεθῆναι· ἤτοι δὲ ἀνήχθωσαν ἐπὶ δακτύλους· 24 δὲ δάκτυλοι διηρήσθωσαν διὰ 5, ὅθεν προκύψουσι δάκτυλοι 4, λειπομένων 4, οἵ τινες ἀνήχθωσαν ἐπὶ γραμμάς· 48 δὲ γραμμαὶ, διαιρεθεῖσαι διὰ 5, διδόασι γραμμὰς 9, λειπομένων 3, αἵτινες ἀναχθεῖσαι εἰς σίγματα ποιοῦσι 36· 36 δὲ, διαιρεθέντα διὰ 5, παράγουσι πηλίκον σίγματα 7 καὶ $\frac{1}{5}$ σίγματος· τοῦτον ἄρα τὸν τρόπον $\frac{2}{5}$ ὀργυιᾶς εὑρέθησαν ἐκτιμώμενα ποδῶν μὲν 2, δακτύλων δὲ 4, γραμμῶν δὲ 9, σιγμάτων δὲ 7 $\frac{1}{5}$.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Πόσον ἐκδηλοῦσι γροσίοι $\frac{6}{7}$; ἢ $\frac{6}{7}$ τῶν 6 γροσίων (140)· ἀναχθέντα ὖν 6 γρόσια ἐπὶ δε-

κάρια συγκροτοῦσιν αὐτῶν 24· διηρήσθω δὴ 24 διὰ 7· ὅθεν προκύψει πηλίκον 3 δεκάρια, μετὰ καταλοίπου 3, ἃ περιέχει παράδας 30· 30 δὲ, διαιρεθέντες διὰ 7, παρέχουσι παράδας 4, λειπομένων 2, ἃ περιέχει λεπτὰ 6· 6 δὲ διαιρεθέντα δι' 7 διδόασιν $\frac{6}{7}$· ἰσοδυναμοῦσιν ἄρα $\frac{6}{7}$ γροσίου, 3 μὲν δεκαρίοις, παράδαις δὲ 4, καὶ $\frac{6}{7}$ λεπτοῦ ἑνός.

172. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἅ"σαν λείψανον διαιρέσεως, οἷον τὸ $\frac{1}{2}\frac{2}{3}$, ἀεὶ δύναται ἐκληφθῆναι ἀντὶ κλάσματος (137)· ἵν' ὃν διορισθῇ ἐν εἴδει ἐλάττονι ἡ δύναμις καταλοίπου τινὸς, ἀνήχθω ἐπ' εἶδος ἔλαττον, καὶ συνεχισθήτω, ὡς καὶ πρὶν, τὰ τῆς διαιρέσεως· οἷον, περὶ οὗ πρὸ μικροῦ εἴπομεν ὑποδείγματος (117), κατελείφθησαν 10 λίτραι, διανεμηθησόμεναι στρατιώταις 35· ἀνάγονται 10 λίτραι ἐπὶ σολδία, ἃ εὑρίσκεται 200· ταῦτα δὲ διαιρούμενα διὰ 35 διδόασιν ἑκάστῳ 5, μετὰ καταλοίπου σολδίων 25, ἅπερ αὖθις ἀνάγονται ἐπὶ δηνάρια· καὶ διὰ 35 διαιρούμενα ἀπονέμουσιν ἑκάστῳ 8, λειπομένων 20, ἅτινα ἀνάγονται ἐπὶ λεπτὰ 240· διαιρεθέντα δὲ ταῦτα διὰ 35 διδόασιν ὡς ἔγγιστα ἑκάστῳ 7· ὥστε ἄρα λίτραι 640, διαμερισθεῖσαι στρατιώταις 35, ἀπονεμοῦσιν ἑκάστῳ 18 λίτρας, 5 σολδία, 8 δηνάρια, καὶ 7 λεπτά.

Πρόβλημα ς'.

173. Ἀναγαγεῖν κλάσμα ἐφ' ἁπλουστέραν ἔκθεσιν.

ΛΥΣΙΣ. Διηρήσθω ὅ,τε ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς διὰ τοῦ αὐτοῦ μείζονος, ἢ μονὰς, ἀριθμοῦ· συνίδοι δ' ἄντις, ὑφ' ὅτου ἀριθμοῦ ἂν τυτὶ ἔχοι γενέσθαι, τοῖς ἑφεξῆς ἀτενῶς προσέχων τὸν νοῦν.

Α'. Ἅ"πας ἄρτιος ἀριθμὸς, πολλαπλοῦς ὢν τοῦ 2 (ὡς

καθ' ἑαυτὸ ξυμφανὲς) διαιρέσιμος ὑπάρχει ἐπ' ἀριθὲς διὰ 2· ἐὰν ἄρα ἑκάτερος τῶν ὅρων τοῦ δοθέντος κλάσματος ἄρτιος ᾖ, εἰλήφθω ἑκατέρου τὸ ἥμισυ, καὶ αὖθις, εἰ καὶ τοῦτο δυνατὸν, τοῦ ἡμίσεως τοῦδε τὸ ἥμισυ, καὶ ἐφεξῆς οὕτως· ἐπὶ τοῦ $\frac{8}{10}$ κλάσματος, ληφθέντος τοῦ ἡμίσεως ἔκ τε τοῦ 8 καὶ τοῦ 10, συναθήσεται κλάσμα καινὸν τὸ $\frac{4}{5}$ ἴσον τῷ $\frac{8}{10}$ (143)· ἐκ δὲ τοῦ $\frac{8}{12}$ ληφθέντος δὶς ἐφεξῆς τοῦ ἡμίσεως, εὑρεθήσεται $\frac{2}{3}$ ἴσον $\frac{8}{12}$.

Β'. Ἀριθμὸς ἅπας, ἐν δεξιᾷ εἰς ο' λήγων, διαιρεθῆναι δύναται διὰ 10 (101)· εἰς δὲ δύω ο λήγων, διὰ 100 κτ. ἐὰν ἄρα ἑκάτερος τῶν τοῦ κλάσματος ὅρων ἔχῃ πρὸς δεξιὰν ἓν ἢ πλείω ο, ἀναχθήσεται ἐφ' ἁπλουστέραν ἔκθεσιν, ἀποχωριζομένων κοινῇ ὑπερθέντε καὶ ἔνερθεν τῶν ο, ὃ τὴν τοῦ κλάσματος δύναμιν διασώζει ἀμεταποίητον· ἐν οὖν $\frac{70}{100}$, ἢ $\frac{700}{1000}$, ἢ $\frac{7000}{10000}$, ἀφαιρουμένων κοινῇ (126, 143) τῶν ο, ἅπαντα ταῦτα τὰ κλάσματα ἰσωθήσονται τῷ $\frac{7}{10}$.

Γ'. Ἀριθμὸς ἅπας, λήγων εἰς 5, διαιρεῖται ὁλοχερῶς διὰ 5· αὐτίκα δὴ τοῦτο καταφαίνεται ἐπὶ τοῦ τῶν μονάδων ἐμφαντικοῦ χαρακτῆρος, ὅς ἐστι 5, καθ' ὑπόθεσιν· ἀλλὰ μὴν αἱ δεκάδες, αἱ ἑκατοντάδες κτ. τοῦδε τοῦ ἀριθμοῦ, προδήλως οὖσαι τοῦ 10 πολλαπλαῖ (77), ἔσονται παρὰ τοῦτο καὶ τοῦ 5, οὗ διπλοῦς ὁ 10· ἅπας ἄρα τοιόσδε ἀριθμὸς διαιρέσιμος ὑπάρχει διὰ 5.

Δ'. Ἅπας ἀριθμὸς, οὗ τὸ ἄθροισμα τῶν χαρακτήρων, συναφθέντων ἀλλήλοις, ὡς εἰ ἦσαν μονάδες ἁπλαῖ, ἀποτελοίη 3, ἢ πολλαπλοῦν τοῦ 3, διαιρεῖσθαι δύναται διὰ 3· οὕτω κλάσματος $\frac{288}{351}$ τοῦ μὲν ἀριθμητοῦ οἱ χαρακτῆρες συναπτόμενοι ποιοῦσι 18, πολλαπλοῦν ὄντα τοῦ 3, τοῦ δὲ παρονομαστοῦ, 9, ὄντα καὶ αὐτὸν τοῦ 3 πολλαπλοῦν·

διὸ τὸ $\frac{288}{351}$, διαιρέσει ἑκατέρυ ὅρυ διὰ 3, γίνεται $\frac{96}{117}$, καὶ τοῦτο αὖθις $\frac{32}{39}$· κρατεῖ δὲ τοῦτο ἐν ἁπάσαις ταῖς τοιαῖσδε περιςάσεσιν, ὡς ἑκάςῳ πείρᾳ μαθεῖν ἔξεσι.

174. Ἐὰν ἄρα ἄτερος τῶν συντιθέντων τὸ κλάσμα ἀριθμὸς λήγῃ εἰς 0, ἄτερος δὲ εἰς 5, ἢ ἑκάτερος εἰς 5, διῃρήσθων διὰ 5· ἐν οὖν τῷ $\frac{10}{25}$ διαιρεθέντων τοῦ τε 10 καὶ 25 διὰ 5, συςήσεται $\frac{2}{5}$· τὸ δὲ $\frac{5}{15}$ τραπήσεται οὕτως εἰς $\frac{1}{3}$.

175. Ἐν γένει δὲ, ἐὰν ὅ,τε ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαςὴς τοῦ δοθέντος κλάσματος πολλαπλοῖ ὦσιν ἀριθμοῦ τοῦ αὐτοῦ, διαιρεθῆναι ἔχει ἑκάτερος διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ· ἐν οὖν τῷ $\frac{12}{18}$, παρατηροῦντες ὡς ὅ,τε 12 καὶ 18 πολλαπλοῖ ὑπάρχουσι τοῦ 6, διαιροῦμεν ἑκάτερον διὰ 6, ἀποφερόμεναι $\frac{2}{3}$· ἴσον τῷ $\frac{12}{18}$.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐν ἁπάσαις ταῖς εἰρημέναις περιπτώσεσι διαιρῶ τόν τε ἀριθμητὴν καὶ τὸν παρονομαςὴν διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, μείζονος ὄντος τῆς μονάδος· ἑκάτερος ἄρα ἀναγκαίως μειωθήσονται (110), ἥτε ἔκθεσις ἔσεται ἁπλουςέρα, ἀμεταποιήτου μενούσης τῆς κατὰ τὸ κλάσμα δυνάμεως.

176. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὁ μέγιςος τῶν ἀκριβῶς διαιρούντων ἑτέρους δύω ἀριθμὸς καλεῖται μέγιςος καὶ κοινὸς ἀμφοῖν διαιρέτης, οἷός ἐςιν ἐν 10 καὶ 15 ὁ 5.

Πρόβλημα Ζ.

177. Δυοῖν ἀριθμῶν δοθέντων τὸν μέγιςον κοινὸν ἀμφοῖν διαιρέτην προσευρεῖν.

ΛΥΣΙΣ. Δίελε δὴ τὸν μείζω διὰ τοῦ ἐλάττονος, διὰ δὲ τοῦ λοιποῦ, ἐν μέρει σημειωθέντος, δίελε αὖ τὸν ἐλάττω· εἰ δὲ αὖ τι καταλειφθείη, διὰ τούτου δίελε τὸν πρὸ τοῦ διαιρέτην, καὶ ἑξῆς ὡσαύτως· πάντων δὲ τῶν πη-

λίκων παραμελήσας, τὸν ἕκατον διαιρέτην, ὃς λειψάνου δίχα διαιρεῖ, ἕξεις κοινὸν καὶ μέγιστον διαιρέτην τῶν προτεθέντων ἀριθμῶν.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ἐν τῷ $\frac{8}{24}$ ὁ 8, δίχα λειψάνου διαιρῶν, ὁ μέγιστος κοινὸς τοῦτε 8 καὶ 24 διαιρέτης ὑπάρχει, ὡς δῆλον· ἐπὶ δὲ τοῦ $\frac{12}{34}$, διαιρεθέντος 34 διὰ 12, καταλοίπου μένοντος τοῦ 10, δίελε αὖθις τὸν πρὸ τοῦ διαιρέτην 12 διὰ τοῦ λειψάνου 10· ἐπεὶ δὲ λείπεται 2, δίελε πάλιν τὸν ἕκατον διαιρέτην 10 διὰ 2· μηδενὸς δὲ λειπομένου, ὁ ἕκατος διαιρέτης 2 ἐστὶν ὁ κοινὸς καὶ μέγιστος διαιρέτης τῶν, 12, καὶ 34, ὃς ἐζητεῖτο. Τωὸντι δὲ ὁ λειπόμενος 2 διαιρῶν ἄνευ λειψάνου τὸν 10, διαιρήσει ὡσαύτως καὶ τὸν 12, ταὐτὸν εἰπεῖν τὸν 10 σὺν ἑαυτῷ· διαιρήσει ἄρα καταλοίπου δίχα καὶ τὸν 10 σὺν δὶς τῷ 12, ὅ ἐστι τὸν 34.

Ἀλλ' ἔστι γὰρ ὁ 2 μέγιστος κοινὸς τοῦ 12 καὶ 34 διαιρέτης· καὶ γὰρ ὁ κοινὸς τοῦ 12 καὶ 34 διαιρέτης ὀφείλει διαιρεῖν ἄνευ λειψάνου καὶ τὴν διαφορὰν, ἣ διαφέρουσιν ἀλλήλων ὁ 34 καὶ 12, εἴτ' οὖν τὸν 22· ὡσαύτως ὁ κοινὸς διαιρέτης τοῦ 22 καὶ 12 ὀφείλει διαιρεῖν καὶ τὸν 10, διαφορὰν τοῦ 22, καὶ 12· ὁ δὲ διαιρῶν τὸν 12, καὶ 10 ὀφείλει διαιρεῖν καὶ τὴν αὐτῶν διαφορὰν 2· ἀλλ' ὁ 2 οὐκ ἂν διαιρεθείη διὰ μείζονος ἄλλου ἀριθμοῦ, ἢ δὶ ἑαυτοῦ· ἄρα ὁ μέγιστος καὶ κοινὸς διαιρέτης τοῦ 10 καὶ 2 ἐστὶν ὁ 2· ἐπεὶ δὲ 12 μὲν σύγκειται ἐκ 10 σὺν δύω· 34 δὲ ἐκ τρὶς 10 σὺν δὶς δύω· ἄρα καὶ τοῦ 34, καὶ 12 κοινὸς καὶ μέγιστος διαιρέτης ἐστὶν ὁ 2.

178. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ἄρα διαιροῦντες ἀφικώμεθα ἐπὶ καταλοίπου τὴν 1, συνάγειν προσήκει, ὡς οὐδεὶς παρὰ τὴν 1 εὑρίσκεται κοινὸς διαιρέτης τῶν προτεθέντων

ἀριθμῶν· ἐπὶ οὖν τοῦ $\frac{5}{9}$, διαιρεθεὶς διὰ 5 ὁ 9, καταλείπει 4, ὃς διελὼν τὸν 5, καταλείπει 1· ἔσιν ἄρα διαιρέτης κοινὸς τοῦ 5 καὶ 9 οὐδεὶς ἀλλ' ἢ 1.

Πρόβλημα Η'.

179. Κλάσμα ἀναγαγεῖν ἐφ' ὅσον ἔνεσιν ἁπλουσέραν ἕκθεσιν.

ΛΥΣΙΣ. α'. Ζήτησον τὸν μέγισον καὶ κοινὸν τοῦ τε ἀριθμητοῦ καὶ τοῦ παρονομαστοῦ διαιρέτην (177)· β'. διὰ τούτου δίελε ἑκάτερον.

ΠΟΔΕΙΜΑ Α'. Κείσθω $\frac{14}{35}$, οὗ τῶν ὅρων μέγιστος κοινὸς διαιρέτης εὑρίσκεται ὁ 7, δι' οὗ διαιρεθέντες ἑκάτερος συνιστῶσι κλάσμα τὸ $\frac{2}{5}$.

ΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἐπὶ τοῦ $\frac{8}{56}$ ὁ μέγιστος κοινὸς διαιρέτης ἐστὶν 8, δι' οὗ διαιρεθὲν τὸ κλάσμα συνίστησι τὸ $\frac{1}{7}$.

ΠΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Ὁ μέγιστος κοινὸς διαιρέτης τοῦ $\frac{12}{24}$ ἐστὶν ὁ 2, δι' οὗ διαιρέσει προκύπτει $\frac{6}{12}$.

ΔΕΙΞΙΣ. Οὕτω ποιοῦσι, α'. ὅτε ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος ἀποκατασταθήσονται ὅσον ἔνεσιν ἐλάχιστοι· β'. ἡ τοῦ κλάσματος δύναμις διαμένει ἀμετακίνητος. Ο. Ε. Δ.

180. ΣΧΟΛΙΟΝ. Η' τῶν κλασμάτων ἐπὶ κοινὸν παρονομαστὴν ἀναγωγὴ οὐκ ἄντις εἴποι, ὅσης ἐστὶ χρήσεως, οὐδ' ὅσον ἐστὶ πρωϊγιαιτάτη τῇ τε προσθέσει, καὶ τῇ ἀπ' ἀλλήλων ἀφαιρέσει, καὶ μὴν καὶ τῇ παραβολῇ τῶν κλασμάτων, ἀφ' ἧς, εἰ ἴσα εἰσὶ κλάσματα δύω, γινώσκεται· οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τῷ εἰδέναι ἔτι δυεῖν κλασμάτων, ὁπότερον μέν ἐστι μεῖζον, ὁπότερον δ' ἔλαττον.

Πρόβλημα Θ'.

181. Δύω κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀναγαγεῖν παρονομαστὴν σωζομένης τῆς δυνάμεως.

ΛΥΣΙΣ. α'. Πεπολλαπλασιάσθω ὅ,τε παρονομαστὴς, καὶ ὁ ἀριθμητὴς τοῦ πρώτου κλάσματος ἐπὶ τὸν παρονομαστὴν τοῦ δευτέρου· β'. πεπολλαπλασιάσθω ὅ,τε παρονομαστὴς καὶ ὁ ἀριθμητὴς τοῦ δευτέρου ἐπὶ τὸν ἐν τῷ πρώτῳ παρονομαστήν.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Κείσθω ἀναγαγεῖν ἐπὶ τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν τὰ $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$. Πολλαπλασιάζοντες ὖν τοῦ πρώτου τόν τε ἀριθμητὴν 2, καὶ τὸν 3 παρονομαστὴν, διὰ τοῦ κατὰ τὸ δεύτερον παρονομαστοῦ 7 ἕξομεν $\frac{14}{21}$· εἶθ' ὕτω τὸν τοῦ δευτέρου ἀριθμητὴν 4, καὶ παρονομαστὴν 7 πολλαπλασιαζοντες ἐπὶ τὸν τοῦ πρώτου παρονομαστὴν 3, λαμβάνομεν κλάσμα $\frac{12}{21}$ ἴσον τῷ δευτέρῳ.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Ἑκατέρου γὰρ τῶν τοῦ κλάσματος ὅρων ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὅς ἐστιν ὁ ἑτέρου παρονομαστὴς, πολλαπλασιασθέντος, ἑκατέρου κλάσματος ἡ δύναμις κεκίνηται (142)· β'. ὁ καινὸς ἑκατέρου παρονομαστὴς προκύπτων ἐκ τῶν πρὸ τοῦ δυοῖν παρονομαστῶν, ἀναγκαίως ὁ αὐτὸς ἔσται (85). Ο. Ε. Δ.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἵν' ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀναχθῶσι παρονομαστὴν τα $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, πολλαπλασιασθέντων τοῦ τε 3, καὶ 5 ἐπὶ 4, τὸ πρῶτον ἔσται ἴσον τῷ $\frac{12}{20}$· πολλαπλασιασθέντων εἶτα τοῦ 1 καὶ 4 ἐπὶ 5 γενήσεται τὸ δεύτερον $\frac{15}{20}$.

182. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον, ὡς εἰ τ' ἀνάπαλιν προκέοιτο κλάσματα δύω, οἷον $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$ ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀναγαγεῖν ἀριθμητὴν, δεήσει ἑκάτερον ὅρον τοῦ πρώτου πολλαπλασιάζειν ἐπὶ τὸν τοῦ δευτέρου ἀριθμητὴν, ὅθεν ἔσται τὸ πρῶτον ἴσον $\frac{10}{15}$· εἶτα ἑκάτερον τῶν τοῦ δευ-

τέρου ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ πρώτου, ἐξ οὗ ἔσται τὸ δεύτερον ἴσον $\frac{10}{14}$.

Πρόβλημα Ι΄.

183. Δυοῖν κλασμάτων δοθέντων, ὧν θατέρου οἱ ὅροι μακρῷ διαφέροντές εἰσι τῶν τοῦ ἑτέρου, εὑρεῖν εἰ ταῦτα εἰλλήλοις ἰσοῦνται.

ΛΥΣΙΣ. Ἔστωσαν κλάσματα τὰ $\frac{19}{23}$ καὶ $\frac{180}{500}$, καὶ ἤχθω τὸ δεύτερον ἐφ' ἁπλουστέραν ἔκθεσιν (179)· γενήσεται οὖν $\frac{19}{23}$· ἡ μέντοι ἐπιτομωτέρα καὶ γενικωτέρα ὁδός ἐστιν, ἀναγαγεῖν ἑκάτερον τῶν δοθέντων ἐπὶ κοινὸν ὄνομα (181)· οὕτως οὖν τῶν δοθέντων ἑκάτερον γενήσεται $\frac{950}{1150}$, ἢ $\frac{19}{23}$, ὃ τὴν ἰσαλληλίαν καὶ μάλα προφανῶς δείκνυσι.

Πρόβλημα ΙΑ΄.

184. Δυοῖν διαφερόντων κλασμάτων προτεθέντων εὑρεῖν αὐτῶν τὸ μεῖζον.

ΛΥΣΙΣ. Ἔστωσαν κλάσματα τὰ $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{14}{18}$· δι' ἀναγωγῆς οὖν ἐπὶ κοινὸν ὄνομα ἔσται τὸ μὲν $\frac{3}{4}$ ἴσον τῷ $\frac{54}{72}$, τὸ δὲ $\frac{14}{18}$ ἴσον τῷ $\frac{56}{72}$· καταφανὲς τοίνυν, ὡς τὸ $\frac{14}{18}$ ὑπερέχει τοῦ $\frac{3}{4}$ τῷ $\frac{2}{72}$, ἢ τῷ $\frac{1}{36}$.

Πρόβλημα ΙΒ΄.

185. Πλείω κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀναγαγεῖν παρονομασήν.

ΛΥΣΙΣ. Πεπολλαπλασιάσθω ὅ,τε ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς ἑκάστου διὰ τοῦ παραγομένου ὑπὸ τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων ἁπάντων.

ΤΥΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Κείσθω ἀναγαγεῖν ἐπὶ τὸν αὐ-

τὸν παρονομαστὴν τὰ $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$ κλάσματα· πεπολλαπλασιάσθω δὴ ἐν τῷ πρώτῳ ὁ 1 καὶ 3 διὰ τοῦ 35, προκύπτοντος ἐκ τῶν κατὰ τ' ἄλλα δύω παρονομαστῶν 5 καὶ 7· ἔσται οὖν τὸ πρῶτον $\frac{35}{105}$· πεπολλαπλασιάσθω εἶτα ἐν τῷ δευτέρῳ ὁ 2 καὶ 5 ἐπὶ 20, παραγόμενον ἐκ τῶν παρονομαστῶν 3, καὶ 7 τοῦ πρώτου καὶ τρίτου· καὶ οὕτως ἔσται τὸ δεύτερον $\frac{42}{105}$· τελευταῖον δὲ πεπολλαπλασιάσθω ἐν τῷ τρίτῳ ὁ 4 καὶ 5 ἐπὶ 15, προκύπτοντα ἐκ τῶν παρονομαστῶν τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου· τοιγαροῦν ἔσται τὸ τρίτον $\frac{60}{105}$.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ ἑκάτερος ὅρος ἑκάστου ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἐπολλαπλασιάσθη ποσότητα, ἡ δύναμις ἄρα οὐ μετακεκίνηται (142)· ἐπεὶ δὲ γέγονεν ἑκάστου κλάσματος παρονομαστὴς ὁ παραγόμενος ὑφ' ἁπάντων τῶν παρονομαστῶν, ἔσται ἄρα κοινὸς ἅπασι (87). Ο. Ε. Δ.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἵν' ἐπὶ κοινὸν ἀναχθῶσιν ὄνομα τὰ κλάσματα $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, πεπολλαπλασιάσθω ἑκάστου ἑκάτερος ὅρος ἐπὶ τὸν προκύπτοντα ἐκ τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων· καὶ οὕτως ἔσονται $\frac{160}{400}$, $\frac{200}{400}$, $\frac{300}{400}$, $\frac{280}{400}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ προσθέσεως τῶν Κλασμάτων.

Πρόβλημα.

186. Συνάπτειν κλάσματα δοθέντα.

Ἤχθωσαν ἅπαντα ἐπὶ τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν, καὶ τῶν ἀριθμητῶν συναφθέντων, ὑπογεγράφθω αὐτοῖς ὁ κοινὸς παρονομαστής.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Ἔστω $\frac{2}{3}$ ὀργυιᾶς, καὶ $\frac{5}{7}$ ἑτέ-