

156 ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔ. ΤΗΣ ΤΦΑΙΡΕΣΕΩΣ.

ποδίδουται πρὸς τὸ παρὸν γιγόμενα 10, πόσοις ἐλατ. τωθήσουται γρόσια 20000; ἀντεῦθεν ἡ τῶν τριῶν μέθοδος 110, 100, 2000 ἀποκρίνεται 18181 γρόσια, οὐ 32 παράδας καὶ 2 λεπτά.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Χρῆσων λαβεῖν κεφάλαιαν γρα. σίων 5000, ἣ ἀποδοθήσονται μοι μετὰ ἐνισχυτὸν, συντίθεμαι τῷ διδόντι ἀφεῖναι καθ' ἑκατὸν 10 τῇ ἔτυς, ἵνα ἀπολάβω τὰ ἐμαυτὰ πρὸς μηνῶν 8. πόσος ἢ ρ ἀπολήψομαι; σκέπτομαι δὴ ὅτῳ: 12 μῆνες ὑφαιρόσι 10 τῶν 100, πόσα ὄντας ὑφαιρήσει μῆνες 8; 12, 10, 8, ἕξ ὥν πρόεισι $6\frac{2}{3}$; σκέπτομαι αὖθις ἐὰν $106\frac{2}{3}$, πρὸς μηνῶν 8 ἀποδιδόμενα, γίγνεται 100, πόσα γεγονόται γρόσια 5000; ἡ μέθοδος: $106\frac{2}{3}$, 100 5000 ἀποκρίνεται (206) γρόσια 4687, οὐ παράδας 20.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῇ Καλλύβᾳ.

382. ΤΠΟΔΕΙΜΓΑ. Α'. Συντίθεμαι ἐν Κωνσαντινούπολει Κολλιβισῆτιν, ὃς ἐν Θεσσαλονίκῃ ὁ ἐκείνης ἔτατρος ἀποδῶ τῷ ἐμῷ ἔτατρῳ γρόσια 4000· περὶ δὲ τέτων ἀφίημι τῷ ἐν Κωνσαντινούπολει 4 καθ' ἑκατόν· πέσει ὃν αὐτῷ ἀποτίσω; σκέπτομαι ὅτῳ: 100 γρόσια ἐν Θεσσαλονίκῃ αἰτήσιν 104 ἐν Κωνσαντινούπολει, πόσα αἰτήσει 4000; ἡ μέθοδος τῶν τριῶν δίδωσι 4160, ἣ ἀνάγκη μοι καταβαλεῖ τῷ ἐν Κωνσαντινούπολει κολλιβισῆ.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Αἰτήσας ἐλαβού ἐν Κωνσαντινούπολει παρὰ κολλιβισῆς συγγραφὴν κολλιβισικήν, διὸ ἡς λα-

ψημαὶ γρόσια 3000 ἐν Λαρίσῃ τῆς Θετταλίας παρὰ
τῇ ἑτερείᾳ ἔχοντος μετὰ τύτω ἐκεῖθι, ἀφεὶς καθ' ἕκατον
3. Πόσα ἦν λύγεμαὶ ἐν Λαρίσῃ; ἐπεὶ ἐνταῦθαι τὰ 100
ἐκεῖθι καθίσανται 97 ἡ μεθόδος 100, 97, 3000 ἀποκρί-
νεται. **2910 γρόσια.**

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΩΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδης τῆς Συγκράσεως.

283. Η^τ Μέθόδος αὕτη κεῖται ἐν τῷ μιγγύειν ὁμοί^α
πράγματα παγτοίως τιμώμενα, εἰς τὸ ἐνρεῖν μιγματι^α
μέσης τιμῆς, ἢ, τῷ μιγματος γενομένῳ, ενρεῖν μέσην τιμὴν
ἢ, ἔτι, πόσου ἐκάσης τιμῆς εἰσελθεῖν ἐδυνήθη τῷ μιγ-
ματι· ἐπιλυσόμενα τοιγαρῶν προβλήματα, ὡς εἰς ζεύσις
πρὸς τὰς τρεῖς ταύτας περιπτώσεις.

284. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Μίξαι πράγματα, παγ-
τοίως τιμώμενα, ὡς τὸ μιγμα διδόναι τὴν ζητευμένην μέ-
σην τιμῆν.

Αὐτικατασαθήτω ἡ διαφορᾶ τῆς τὴν μέσην τιμὴν
ὑπερκειμένης ποσότητος ἢ αὐτῆς τῆς μέσης τιμῆς τῇ δια-
φορᾷ, ἢ διαφέρει ἡ μέση τιμὴ τῆς λειπομένης, ἢ αὐτι-
σρόφως.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Οἷς 5 παραδῶν τιμωμένης ἐ-
κάσης ὥκας, ἄλλος δὲ, 9° ἄλλος δὲ, 14° ἄλλος, 16°
μιγμα ποιῆσαι, τιμώμενον 12 παραδῶν ἀνδ ὥκαν.

ΛΤΣΙΣ Α'. Γράψου ἐνερθεν μὲν τῆς μέσης τιμῆς
12 τὰς ποσότητας, αἱ εἰσι μείζες ἢ 12° ὑπερθεν δὲ τὰς
ἐλάττας, ἢ 12, ὡς ὥραται ἐνταῦθα. **β'.** Λάβε τὴν διε-

φορὰν, ἢ διαφέρει ὁ 5 τῇ 12, ἥτις ἐσιγ 7, οὐ 5 2
 γράψου αὐτὴν ἐν δεξιᾷ τῇ 14· ς τὸν αυτὸν 9 4
 τὴν διαφορὰν, ἢ διαφέρει ὁ 14 τῇ 12, ἥτις 12
 ἐσὶ 2, γράψου ἐν δεξιᾷ τῇ 5· μέτελθε δὲ τὸν 14 7
 αὐτὸν τρόπου τὸν 26 μετὰ τῇ 9· ἢ διαφορὰ, 16 3
 ἢ διαφέρει ὁ 9 τῇ 12, ἐσὶ 3, οὐ γράψου ἐν 16
 δεξιᾷ τῇ 16· οὐδὲ διαφορὰ τῇ 16, ἢ διφέρει ὁ 12 τῇ
 9, ἐσὶ 4, οὐ γράψου κατὰ δεξιὰν τῇ 9.

*Συγχρέντων δὲ τῶν ἐν τοῖς δεξιοῖς χαρακτήρων,
 συγάγεται, ὅτι δυνήσομαι μίγματι ἀπεργάσασαι 16
 ὀκαδῶν, 12 παραδῶν τιμωρένης ἐκκένης, ἐνθέμενος οὐ μὲν
 ὀκάδας τῇ διὰ 5 παραδῶν, 4 δὲ τῇ δι 9, 7 δὲ τῇ διὰ
 14, οὐ 3 τέλος διὰ 16.*

ΔΕΙΞΙΣ. Πωλῶν 12 παραδῶν 2 ὀκάδας σίγα, ὃς
 ἔτιμᾶτο παραδῶν 5, ἀποίσεται κέρδος 1 ς παραδας ἀλλὰ
 πωλῶν μετὰ τὴν μίξιν 12 παραδῶν 7 μέτρα σίγα, ὃς
 ἔτιμᾶτο 14 παραδῶν ζημιωθήσεται παραδαῖς 14· παρα-
 τηρεμένης ἄρα τῆς τῇ μίγματος μεθόδῳ, τῆς ἄρτι ἀποδε-
 δομένης, ἀντάμειψίτις ἐγένετο ἀκριβῆς τῆς κέρδους οὐ
 τῆς ζημίας. Ο. Ε. Δ.

Βάσανος τῆς πράξεως. Εἴπει ὀκάδαι 16 ἀνὰ
 128 παραδας παρέχεστιν 192 παραδας· ἐάν συγχρῶσιν
 αἰτιμὰ ὀκαδῶν 2 ἀνὰ 3 παραδας· 4 ἀνὰ 9· 14 ἀνὰ 7
 16 ἀνὰ 3, τὸ τέτων ἀθροισμα ἐσαι παραδαι 192.

385. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Αἱ διαφοροῦ δὲ, καθ' ᾧ ἀν
 συγκριθετεν τάξιν αἱ ποσότητες· ἀντὶ γὰρ 5 τοῖς 14,
 οὐ 9 τοῖς 16, ὡς ἦδη γέγονεν, ἐξέναι συνάπτειν 5 τοῖς
 16, ὡς ὀρᾶται ἐνταῦθα, γράφοντας τὴν 7 διαφορὰν,
 ἢ διαφέρει ὁ 5 τῇ 12, ἐν δεξιοῖς τῇ 16· μετὰ δὲ, 4
 διαφορὰν, ἢ διαφέρει ὁ 16 τῇ 12, κατὰ δεξιὰν τῇ 5,

Ἄν δὴ τὸ τῆς γραμμῆς διαφορὰν, ἢ διαφέρει ὁ τῶν
 12, ἐν δεξιοῖς τῶν 14· μετὰ δὲ, 2 διαφορὰν,
 ἢ διαφέρει ὁ 14 τῶν 12, ἐν τοῖς δεξιοῖς τῶν 9·
 Φύεται γάρ κάνταῦθα τὸ αὐτὸ μίγμα 16, τῆς
 ἑκτέ τῶν κέρδους, γε τῆς ζημίας συναυταπείψεως
 γενομένης τῆς αὐτῆς ὅταν ἄρα πλείω μὲν πο-
 σὶ ἢ ἔν ὀστικ ὑπέρ τὴν μέσην τιμὴν, πλείω δὲ ἔνερθεν,
 τὸ πρόβλημα παυτοῖς λιθίσεται.

286. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τῶν πολλῶν, ὡς ἐπιδέχεται ἐ-
πιλύσεων τόδε τὸ πρόβλημα, κατὰ παυτοῖς περιπτώ-
σεις, ἀλλιγὶ αἱρετέου πρὸ ἀλλιγίς· τῶν γὰρ ἔνταῦθα τὸ
πρῶτον μὲν μετιτέου τῶν μιγμάτων, οἷς πλείων μὲν οἱ-
γος ὁ ἀγὰπαράδεις 9, ἢ ὁ ἀγὰπα 5· πλείων δὲ ὁ ἀγὰπα 14
ἢ ὁ ἀγὰπα 16· οἷς γέ μήν ἐσι πλείων ὁ ἀγὰπα 5, ἢ ὁ ἀγὰπα 9·
πλείων δὲ ὁ ἀγὰπα 16, ἢ ὁ ἀγὰπα 14, ἀνθειρετέου τε πρώτη
τὸ δεύτερον.

287. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'ὰν ἄρα ω̄σιν ἔνερθεν τῆς μέσης
τιμῆς ποσότητες πλείσι, οὐ περιθεν· οὐ καὶ τάναγτίου, μι-
κτέου μίση τῶν ποσοτήτων τῶν ἐν ταῖς ἐλάττοσι, πλεί-
σι τῶν ἐν ταῖς πλειστοῖς· οὐ δὲ αὐτάμειψις γενήσεται ω̄ς
ἢ πρότερον, καθάδι φανήσεται ἐντῷ ἐξῆς ὑποδείματι.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Γεωργός τις βάλεται χροσασθαί
τινι 100 μέτρα κριθῆς, τιμωμένης ἀνὰ 12 γρόσια ἑκάς
μέτρος· ἀλλὰ ταύτης ἀπορῶν, ἀναγκάζεται συμβῆναι ἐκ
τῆς 8 γροσίων τιμῆς, οὐ ἐκ τῆς 10, οὐ ἐκ τῆς 11, οὐ
14, οὐ 15 γροσίων· πῶς ἀν ποιήσειε ταῦτα τὸ μήγμα;

Συμμιξες 8 τοις 14, και 10 τοις 15, αδιαφόρως
σύμμιξον 11 ή τοις 14, ή τοις 15 (287). έγώσας γη
αὐτὸν τοις 15, εὑρήσεις, ότι δυνήσεται ὁ Γεωργὸς ποιῆ-
σαι μηχανή τι 15 μέτρων, τίθεις 2 μέτρα τῶν ἀνὰ γρόσικ

8, 3 ἀγὰ 10, 3 ἀγὰ 11, 4 ἀγὰ 14, καὶ 3
ἀγὰ 15.

Ἐπεὶ δὲ ἔχει 15 ἀλλὰ 100 μέτρα κριθῆς χαρίσεται, ὑπὲρ ἐκάτετον τῶν πέντε ἀριθμῶν ποιήσου ἵδια μέθοδον τῶν τριῶν· ὑπὲρ τῆς 2 γραμμῶς ἔσται 15 μέτρα μίγματος αἰτῶσι 2 μέτρα ἀνδροφρόσια 8, 100 μέτρα πόσα αἰτήσει; 15, 2, 100, οὗθεν ἔσται 13 $\frac{2}{3}$. ἀσάυτως πάλιν· 15 μέτρα μίγματος αἰτεῖσι 3 μέτρα τῆς τιμῆς τῶν 10 γραμμῶν, πόσα τὰ 100 αἰτήσει; εὑρεθήσονται 20 ἐκ τῶν τῆς τιμῆς ταύτης 10· ἀσάυτως δὲ καὶ περὶ τῆς τιμῆς τῶν 11, $\frac{2}{3}$ 15 γραμμῶν· τέλος δὲ ὑπὲρ τῆς 4 ἀριθμῆς λέγεται: 15 μέτρα μίγματος αἰτεῖσι 4 μέτρα τῶν ἀγὰ 14 γραμμῶν, πόσα αἰτήσει τὰ 100; ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ἀπονέμει 26 $\frac{2}{3}$. Προσθέσεως δὲ γενομένης, ὡς ἔγταῦθα φαίνεται, εὑριθήσονται τὰ 100 μέτρα τῆς μίγματος, ἐνῷ ἔγθησει ὁ Γεωργὸς 13 μέτρα $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ κριθῆς τῆς ἀγὰ γρόσια 8· 20 δὲ μέτρα τῆς ἀγὰ 10· τοσαῦτα δὲ $\frac{2}{3}$ τῆς ἀγὰ 11 $\frac{2}{3}$ 15, $\frac{2}{3}$ 26 $\frac{2}{3}$ τῆς ἀγὰ 14· τὸ δὲ ἄθροισμα τῆς τιμῆς τῆς γραμμῶν μίγματος ἔσται ἀκριβῶς 1200 γρόσια, ἀπινα διαιρεθέντα διὰ 100 μέτρων παρέχεται τὴν 12 μέσην τιμὴν, ἣν ἔβελετο ὁ Γεωργός.

288. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Εἶπε μίγματος πραγμάτων τιμῆς παντοίας, τὴν μέσην αὐτῶν εύρεται τιμή.

ΛΤΣΙΣ. Διελε τὸ ἄθροισμα τῆς τιμῆς, ἃς τιμαται ὅλη τὸ μίγμα, διὰ τῆς ὀλικῆς ἄθροισμάτος τῶν· εἰς τὸ μίγμα εἰσελθεσῶν ποσοτήτων· τὸ δὲ πηλίκον ἔσται ἡ ζηταμένη μέση τιμῆς.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Κλεάνθης ώντοςάμενος 30 μὲν ὄκαδας ὡς τὸς, 12 παραδῶν ἐκάστην ὄκαν, 48 δὲ ὄκαδας, παραδῶν 14· 50 δὲ ὄκαδας, 17 παραδῶν· 100 δὲ ὄκαδας, 18 παραδῶν· συμμίξας δὲ πάντα, ἀπέδοτα τῷ Νικόρατῷ εἴς αὐτῶν ὄκαδας 60· πόσαν ἦν ὑπὲρ τών ταῦτων καταβαλεῖ ὁ Νικόρατος.

Α' πασαι συγαφθεῖσαι αἱ ὄκαδαι ἀποπληρῶσι 228·				
τὸ ὑποτεθεύμιγμα	30	—	κις 12 παράδ.	360 σολ.
τιμῆν 30 κις 12	48	κις 14		672
παραδῶν κτ., ὥ-	50	κις 17		850
σπερ ἐνταῦθα κα-	100	κις 18		1800
ταφαίνεται, συμ-	228			3682

πληροῦ παράδας 3682, ὃς διαιρεθεὶς διὰ 228, ἀποδίδωσι τὴν μέσην τιμὴν τῆς ὄκας, 16 παράδας εἴς $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$ λεπτῶν· διό τοινυ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὴν εὑρεθεῖσαν μέσην τιμὴν προβαλεῖ γρόσια 24, παράδας 9, εἴς λεπτὰ $2\frac{1}{2}$, ἢ ἀποτίσει ὁ Νικόρατος.

289. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ'. Μιγμάτος δοθέντος εὑρετοῦ ὅσου οἱ εἰσεχώρησε τιμῆς ἐκάστης.

ΛΤΣΙΣ. Ποιησον εὐθὺς ὡς κάπι τῶν δύο προηγούμενων προβλημάτων (284, 288).

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. 30 μέτρων διαφόρων κριθῆς πωληθέντων, τῶν μὲν ἐκατον τετρακοτυροσίων 10, τῶν δὲ, 8· τῶν δὲ, 6· τῶν δὲ, 4· τῶν δὲ, 2· συλλήβδην δὲ, 212· πόσαν ἦν εἰσεχώρησαν τῆς τῶν 10 γροσίων τιμῆς πόσα τῆς τῶν 8, πόσα τῆς τῶν 6, πόσα τῆς τῶν 4, εἴς πόσα τῆς τῶν 2;

A'. Ζήτησον τὴν μέσην τιμῆς, 212 γρόσια διελῶν διὰ μέτρων 30 (288), εἴς εἰς $7\frac{1}{5}$ τιμὴν μέσην.

B'. Σύμμιξον τὰς διαφόρες τιμὰς τῇ μέσῃ ταύτη τιμῇ· ὅθεν φανήσεται, ὅτι 16 μέτρα συστῆναι δύνανται

τιθεμένων 6 τ²₃ μέτρων τῶν πρὸς 10 γρόσια, 3 τ¹₃ τῶν πρὸς 8 κτ., ὡς φαίνονται ἐνταῦθα κατετρωμένα.

Γ'. Ποιησού, ὡς ἐπὶ τῷ ὑποδείγματος (287), σκεπτόμενος: 16 μέτρα μίγματος ἐπιδέχονται β²₃ κριθῆς τῆς γροσίων 10, πόσα ἐπιδέξονται μέτρα 30; 11 $\frac{1}{3}$ μέτρα, φησὶν ἡ μέθοδος.

Διὰ δὲ μεθόδων ὥσταύτως εὑρεθήσονται 5 $\frac{1}{3}$ τῆς τῶν 3 γροσίων, 5 $\frac{1}{3}$ τῆς τῶν 6, 1 $\frac{2}{3}$ τῆς τῶν 4, καὶ 5 $\frac{1}{3}$ τῆς τῶν 2.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Ε' πειδὴ πολ.

λαχῶς ἐξεῖν αὐαμιγγύειν ἐκ πλειστῶν τιμῶν ἐν ὅλῳ σύγκρισι (285); 8 παρὰ τῦτο ἐξέσαι αὐαλύειν ἀπαν μίγμα εἰς τὰ ἐξ ὧν πραγματικῶς αὐαμέμικται.

10	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \frac{1}{3} \\ 5 \frac{1}{3} \end{array} \right.$	11 $\frac{1}{3}$
8	$\underline{\underline{3 \frac{1}{3}}}$	5 $\frac{1}{3}$
7 $\frac{1}{3}$		
6	2 $\frac{1}{3}$	5 $\frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{3}$	1 $\frac{2}{3}$
2	2 $\frac{1}{3}$	5 $\frac{1}{3}$
		16 30

ἐπὶ γὰρ τῷ προεκτεθέντος ὑποδείγματος πέφανται, ὅτι τὸ ὄλυκὸν μίγμα τῶν 30 μέτρων, τιμηθὲν ὁμῆς 21 γροσίων, ἡδύνατο αὐαμιχθῆναι ἐκ μέτρων 11 $\frac{1}{3}$ κριθῆς τῆς αὐτῆς γρόσια 10 κτ., ὡς σετημείωται· ἀλλ' ἀντὶ γὰρ τῷ ἐνθυ 10 σὺν 6, καὶ ἔτι σὺν 2, ὡς ἡδη πεπρακται, ἡδύνατ' αὖ αὐαμιγγύειν 10 ἡ σὺν 6, ἡ σὺν 4, ἡ σὺν 2 μόνον· ὅθεν αὖ προέκυπτου ἀριθμοὶ τρεῖς ὑπὲρ τῷ 10 παντοῖο, τῷ 11 $\frac{1}{3}$ ἐλάττονες· ἐντεῦθεν ἄρα, εἰ καὶ ἀρτὶ γεγονῆσαι ἐπιλυσις ἐπὶ τῷ προεκτεθέντος ὑποδείγματος ἐν τῷ ἀριθμῷ τοῦ πρόβλημα, ἀλλ' αὐτὸν εἶναι ἀληθῶς τὸν τρόπον, καθ' ὃν ἐτελέσθη ἡ αὐαμίξις, συναγαγεῖν ἐπιεικῶς ψευδημάτων. Α' λαὶ τῶν ταῦτα μὲν ἄλις τοις γε τῷ ἀριθμητικῷ ψευδημάτων μόνη ἐξαρκεσθεῖσι· τοῖς δὲ ἐνδοτέρω γενέσθαι ἐπιποθήσασιν οἰδεῖν ἐξέσαι εἴ τοις περὶ ἐξισώσεων προβλήματα τῆς αὐαμίξεως ἐν ἀναπτύξεσι καταγαῖς, ψευδημάτων μᾶλλον ἐκλελεπτερυγμέναις.

ΣΤΜΒΟΛΙΚΟΤ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

ΤΜΗΜΑ Α'

ἐν ᾧ τερίζονται αἱ ἀρχοειδέσεραι αὐτῷ
πράξεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ἐν ᾧ αἱ προηγιματικαὶ ἀρχαὶ.

1. Συμβολικὸν λογισμὸν ὄνομάζειν ἀξιῶ
τὸν καθολικότερον μὲν τὸ ποσὸν ἀνερεῦνωντα, σοιχεῖσι
δὲ καὶ σημαίοις τισὶ συμβολικῶς τὰ πράγματα παρεμφαί-
νοντα· τὰς δὲ κατὰ τῦτον τὸν λογισμὸν τῶν ποσοτήτων
ἔκθεσεις ἔξειντα ἀδιαφόρως καλεῖν, συμβολικὰς, ἡ
καθολικας, ἡ γενικὰς, ἡ γραμματικὰς, διὰ
τὸ παρίσαμαι, ως αὐτίκα ὄψόμεθα, διὰ τῶν τε Α'λφα-
βῆτα μικρῶν γραμμάτων.

2. Πρὸς ἡ δὲ τὰ σοιχεῖα τῆς λογισμῆς τύττε ἀποδῆ-
ναι, πρόργυθ ἀν εἴη τὴν δύναμιν ἐκδηλώσαι τῶν εἰς
ταῦτα παραλαμβανομένων λογισικῶν συμβόλων.

Αὐτικαὶ γένενται τῷ γραφόμεναι διτταὶ ἐνθεται,
ὅτι ἡ τύττων ἡγεμένη τῇ αὐταῖς ἐπομένῃ ποσότητι ἴση

ἔσιν, ἐμφαίνεται ἀναγνώσκεται δὲ ἵσον, ἡ Ἱσα, ἡ Ἱση,
κατὰ τὴν χρείαν.

Τὸ δὲ τὸ σύμβολόν ἐσι προῳδέσεως, ὁ ἀπαγγέλλομεν
σὺν· οἷον βιβλόμενοι ἔκθέωται τὸ ἀθροϊσμα, ἡ γῆν τὴν
σύναψιν τᾶς 5 τοῦ 4, γράφομεν ὥτῳ: $5 + 4 = 9$. ἀ.
παγγέλλομεν δὲ: 5 σὺν 4 ἴσα 9.

Τὸ δὲ τῆς ἀφαιρέσεως γραμμή ἐσι πλαγία —,
ἡν ἀπαγγέλλομεν πλὴν· 3 τὸν ἀπὸ τῶν 5 ἀφελεῖν
βιβλόμενοι, συμβαίνομεν τὴν ἀφαιρεσιν ὥτῳ: $5 - 3 = 2$.
ἀπαγγέλλομεν δὲ: 5 πλὴν 3 ἴσον 2.

Οὐδὲ πολλαπλασιασμὸς συμβαίνεται διὰ ταυρᾶς ἀνι-
στος ἔχοντος γωνίας, x , ἐφ' ἣν ἀπαγγέλλομεν, ἐπὶ τοῦ
τοῦ συμάνωμεν τὸν τᾶς 6 ἐπὶ 5 πολλαπλασιασμὸν, γράφο-
μεν: 6×5 . ἀπαγγέλλομεν δὲ: 6 πολλαπλασιασθεὶς
ἐπὶ 5, ἡ ἔξαντις 5. ἐπίσης δὲ χρώμεθα καὶ τῷ (.) σύγ-
ματι· ἀντὶ γὰρ 6×5 , δυνάμεθα γράψαι $6 \cdot 5$.

Η δὲ διαιρεσις, γραμμῆς ὁριζούτειν ἀχθείσης, καὶ
ὑπὲρ αὐτῆς μὲν τῷ διαιρετέω, ὑπ' αὐτὴν δὲ τῷ διαιρέτῳ
γραφέντων, συμβαίνεται· οἶον, διαιρέντες 60 διὰ 4 γρά-
φομεν $\frac{60}{4}$, ἀπαγγέλλοντες: 60 διαιρεθεὶς διὰ 4. ἐπίσης
δὲ διασημαίνειν εἰώθασι τὴν διαιρεσιν καὶ τῷ (:) σημείῳ,
ἢ ὅπισθεν μὲν ὁ διαιρετέος, πρόσθεν δ' ὁ διαιρέτης τάττε-
ται ὥτῳ $60:4$.

Τὸ δὲ $>$ σύμβολον μεῖζω μὲν δηλοτε τὴν πρὸς ὁ
διαχαίνει ποσότητα, ἐλάττω δὲ τὴν πρὸς ὁ διοξύνεται·
καὶ τοίνυν $8 > 5$ ἀπαγγελλέμεν· 8 μεῖζων τᾶς 5. ἐπὶ δὲ:
 $5 < 8$: 5 ἐλάττων τᾶς 8.

Τὸ δὲ ∞ ποσότητα ἀπειρον ἐμφαίνει, ταυτὸν εἰ-
πεῖν, μεῖζω πάσης διορίων ἦναι ἔχεσης ποσότητος.

Ορισμόι.

3. Ποσότης μόνιμος μὲν, ἢ ἀμετάβλιγτος, ἢ ἀτρεπτος, ἐσὶν ἡ μεδεμίαν ὑφισαμένη μεταβολὴν, σίσ
ἐσὶν ὁ βάροιθμὸς, ὃς διέποτε πέντε μονάδας συμχίνει·
τρεπτή δὲ ἡ μεταβλιγτή, ἡ ποικιλυσσατὸς ἐαυτῆς
δυνάμεις, οἵσεσὶν ὁ γιγόμενος ὑπὸ 5 καὶ παντοίων ἄλλων
ἀριθμῶν, ἐφεξῆς κατὰ τὸ δοκεῖν λαμβανομένων· εἰ γὰρ
ἐπ' αδείας ὑποθώμεθα πολλαχπλασιασάς τὰς, 1, 2, 3, 4
· · · ὁ ἐκ τῆς 5 καὶ τῶν ἄλλων κατὰ διαδοχὴν
προκύπτων ἀριθμὸς ἔσαι 5, 10, 15, 20 500,
ποικιλεῖται ἐμέλει ἐπ' ἅπειρον.

4. Επιδιαιρεῖσι δὲ καὶ ἄλλως τὴν ποσότητα εἰς ἐγ-
γνωσμένην, ἵνες ἡ δύναμις γιγνώσκεται· καὶ ἄγνωστον, ἵνες γι-
τεῖται· κατὰ δὴ ταύτην τὴν διαιρεσίν, το μέν ἐσι πο-
σότης ἐγνωσμένη· ἀλλὰ τὸ ἀθροισμα τῆς γαὶ ἐτέρη τῆς,
ὅν ἀν πρὸς τὸ δοκεῖν δείγτις ἀριθμὸν, ἐσὶν ἐμὸι γάρ πο-
σότης ἄγνωστος.

5. Ποσότης συμβολικὴ, ἢ ὅ,τι δύποτε τῶν ἀ-
ποδιθέντων ὄνομάτων (1), ἀκέει ἡ ἐκτιθεμένη δι ἐνὸς, ἡ
πλειόνων γραμμάτων τῆς Α'Λφαβύτων· διὰ μὲν γάρ τῶν
πρώτων, οἷον α, β, γ κτ αἱ ἀμετάβλιγτοι καὶ ἐγνωσμέ-
ναι ἐκδιλλεῦται ποσότητες· διὰ δὲ τῶν ἐχάτων, οἷον χ, η,
υ, ω, τῶν ποσοτήτων αἱ τρεπταίτε καὶ ἄγνωσται· ταύτας
δὲ ἀδιαφόρως ἐκφέρομεν, ἵτοι διὰ τῆς θηλυκῆς ἀρέμης ἡ;
ἡ διὰ τῆς ὑδετέρως τὸ, ἀμέλει ἡ α, καὶ τὸ α, τετέσιν
ἡ ποσότης α, καὶ τὸ ποσὸν α.

6. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τίνες δὲ αἱ δυνάμεις τῶν
γραμμάτων α, β, χ, υ κτ, τῶν ἐν τῷ συμβολικῷ λο-
γισμῷ λαμβανομένων; πύθοιτο; αὗτις ἵσως ὑδεμία ἐφ-

ἡμῖν γάρ εἶς συμβῆαι δι' αὐτῶν, ὅντινα ἀν βελώμεθα ἀριθμὸν, ἢ ποσότητα, ἐγγωσμένη τε καὶ ἄγνωσον, μόνιμόντε καὶ τρεπομένην, ἐν γένει λαμβανομένην ἢ γὰν καὶ εἰδικωτέραν.

7. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Διὸ τοῦ συμβολικῆ ἄξει λογισμῷ ποικιλοειδεῖς πρᾶξεις εἰπὲ ποσότητῶν τρεπτῶντε καὶ ἀγγώνων διαπεραγμένην, ὡς διὸ τῆς προκειμένης ἡμῖν πραγματείας κατάδηλον ἔσεται.

8. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Γὰς δὲ μηδεμίᾳ ἢ ταῖς ἀπάταις φύσις ἀμφιγγοίαις ἢ χώραις, τὰ αὐτὰ ποσὰ διὸ τῶν αὐτῶν ἔκτεθήσονται γράμμάτων· τὰ δὲ διαφέροντα, καὶ πολλαπλᾶ ἀλλήλων μὴ ὄντα, διὸ διαφερόντων, γὰς μὴν καὶ γράμματα ἔκαστον τὴν οἰκείαν ἔσαντε τηρήσει δύναμιν εἰπὲ πάσης τῆς λογισμῆτιν διαπράξεως.

9. Οἳ ταν ποσότης συμβολικὴ μὴ περιέχῃ πλείω μέρη διακειμένα τῷ +, εἰ τῷ — συμβόλῳ, ἀκόσιοι ποσότης μονώνυμος, ἢ ποσὸν μονώνυμον· ὅτας ἦν α, ἢ αβ, ἢ αχβχγ, ποσότητές εἰσι μονώνυμοι· ἀλλα εἰ μερῶν εὐμοιροῖ διακρινομένων τοῖς +, — συμβόλοις, ἢ καὶ διάμφοροι, γενικῶς τὸ μὲν ποσὸν καλεῖται πολυώνυμον, τὰ δ' αὐτῷ διακριδόν ἔκκειμενα μέρη, ὅροι· ἴδιατερον μέντοι, διώγυνμος μὲν ἀκέστει, εἰ δυοῖν ὅροιν ἢ ποσότης ηὔμοιρης· τριώγυνμος δὲ, εἴπερ τριῶν, καὶ ἐφεξῆς ὅτας· ὡς τὸ μὲν ποσὸν α + β — γ εἶναι τριώνυμον· α δὲ καὶ β καὶ — γ εἰσὶν αὐτῷ οἱ ὅροι· ὅτοι γάρ ὄνομάτων λόγου ταῖς ποσότησιν ἐπέχεστι.

10. ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἰπὲ μονωνύμοις παντὸς, ἢ ὅροις συμβολικῆς, τεσσάρων τύτων διασκέψεως ἀκριβεῖς χρεῖαι, τοῦ γράμματος, τοῦ συγεργύ, τοῦ συμβόλου, καὶ τοῦ δείκτεων, ὡν ἔκαστον καὶ δὴ ἐπιμελῶς διασκοπήσομεν.

11. Α'. Περὶ μὲν ὅτε γράμματος, ὅταν μονώνυμότι,

ἡ ὅρος πλείω περιέχει γράμματα, ως αβγ, τόπο δηλοῦ, ως περ κοινῆ συνέθευτο, ὅτι η διὰ τὴν εἰκτιθεμένη ποσότης πεπολλαπλασιασθαι ἐπὶ τὴν τῷ β συμπανομένην ποσότητα, τὸ δ' ὑπὸ αὐτῶν γενόμενον ἐπιπεπολλαπλασιασθαι ἐπὶ τὴν εμφανομένην πότῳ τῇ γ ποσότητᾳ· ωσαύτως δὲ, κανονικῶς πλείω τῶν τριῶν γράμματα.

12. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. αβγδ, φέρειται, ταυτὸν δηλοῦ, οὐ κακβιγχδ. εἰ δὲ ὑποτεθῶσιν ὅτι τὸ μὲν αδηλοῦ 3, τὸ δὲ β, 4· τὸ δὲ γ, 5· τὸ δὲ δ, 6· τὸ αβγδ συμπανεῖ 360· εἶγε τὸ αβγδ ταυτὸν ἐσὶ τῷ ακβιγχδ, ταυτὸν ἐπομένως τῷ $3 \times 4 \times 5 \times 6$, οὐ περ ἐσὶ 360· ἐπὶ δὲ τὴν ααα, εάνυ α εμφαίνῃ 10, ααα δυνησεται; 3000, εἶγε ααα = ακακα = $10 \times 10 \times 10 = 1000$.

13. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. αβγδ τάντον εμφαίνεται· τῶν γάρ δοτον παραγόντων αγδ, ἀδιάφορου ὁπότερον ἄντις θείη πολλαπλασιασέον (Αριθμ. 85)· διὰ τάντα δὲ γδ αβγ ἵσου τῷ δγα· ἐπεὶ γάρ ἐν τῷ ακβγ συμπαίνεται, ὅτι τὸ α, η τὸ δγ ἐσὶ πολλαπλασιασέον, τὸ γιγόμενον ἔσαι τάντον, εἴτε ακβγ γραφείη, εἴτ' ἐν αβγ, εἴτε δχγδ, εἴτ' ἐν βγδ, οὐ ἐσιν ἐν γένει "η παντὸς ὅρας δύναμις ἀμεταπόιητος φέλει μένει, ὅπως ἀν διαταχθείη τὰ γράμματα".

14. ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ'. Εξέσαι μέντοι φέλει διὰ τὸ ἔντακτον ἐκτιθέναι τὰ ὅρα παντὸς γράμματα κατὰ τὴν τὸ Αλφαβήτον τάξιν, μηδεμιᾶς προσγιγνομένης τῆς ἀλλοιώσεως, οἷον ἀντὶ δγβα, γράφειν αβγδ.

15. Β'. Ο παντὸς ὅρα Συνεργὸς χαρακτήρεσιν ἀριθμητικὸς, ἐν ἀριστερᾷ τῷ ὅρᾳ τιθέμενος, τῷ αὐτοῦ

πολλαπλασιάζων· ὅτως γαρ εἰς ταῦτον τῷ τρὶς αβ., ἢ αβ^χγ· ὁ τοίνυν 3 εἰς συνεργὸς τῇ αβ ὄρε.

16. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Οὐρε, ὡς μηδεὶς προσκέοιτο συνεργὸς, προεξυπακεῖσθαι αὐτὴν τὴν μονάδα, ἀλλὰ δὴ ποσότης πᾶσα πολλαπλᾶν εἴσι τῆς 1 (Αριθμ. 78.) ὅτως αβ ταῦτον εἴσι τῷ 1 χαβ., ἢ τῷ 1 αβ.

17. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Φανερὸν ἄρα, ως αὐτὶς ἀριθμοῦ ἔξεσαι χρῆσθαι συνεργῷ οὐρε γράμματι· οἶον τὸ δχ εἴξεσαι εἰκθέσθαι αχ, τιθεμένης αὐτὶς 4 τῇ α, ὥπερ τὸ α συνεργὸς τῷ χρήματι στεγεῖται· ἀλλ' οὐδὲν γὰρ τὸ κωλύον ρῆμα ὀπακύεθαι τὴν 1 πρὸ τῆς καινῆς ταύτης εἰκθέσεως αχ· δηλοῖ γὰρ τὸ 1 αχ, ὅτι ἀπαρτεῖται τὸ αχ.

18. Γ'. Δείκτης δέ εἰσιν ἀριθμὸς, ὅς, γραφόμενος ἐπὶ παντὸς γράμματος εἰν τοῖς δείκτοις, δείκνυσι, ποσάκις ἔξῆς γραπτέου εἰς τὴν ποσότητα· ὅτως ἐπὶ α³ β², ὁ μὲν 3 δηλοῖ τὸ α τρὶς σιχηδὸν εἶναι γραπτέου, ὁ δὲ 2, ὅτι δὶς τὸ β· ἄρα α³ β² εἴσι ταῦτον τῷ αααβ.

19. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Μηδενὸς οὗτος δείκτες εἴναι δείκτοις τῷ γράμματος, εἰπειδὴ ἀπαρτεῖται γεγραπται, νοητέον τὴν 1.

20. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Πολὺ δὲ τὸ διάφορον συνεργῦ πρὸς δείκτην. α. ὁ μὲν γὰρ εἰπιτετμημένως δηλοῖ τὸν τῷ οὐρε ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασμὸν· οἶον ααα=αχαχα=α³· ὁ δὲ συνεργὸς γινόμενον δηλοῖ ὑπὸ τῷ γράμματος καὶ αὐτῷ τῷ ἀριθμῷ, τῷ συνεργῷ καλυμένῳ· οἶον 3α=3χα (15)· διὸ καὶ διαφόρως πάγινος ἐπενεργεῖται τῇ τῷ οὐρε διηγάμει· οὐποθώμενος γὰρ ὅτι α εἴσιν = 10· 3α ἄρα ἐφανεῖται τρὶς τὸ α, εἴτε γάρ τρὶς τὸν 10, ὁ εἴσι 30· ἀλλὰ α³ ἐμφανεῖται ααα, ἢ αχαχαχα, ἢ 10χ10χ10, ὁ εἴσι 1000· β. ὁ μὲν ἐκάτης γράμματος δείκτης ἔκεινω μόνῳ τῷ γράμματι ἐπε-

νεργεῖται. ὁ δὲ συνεργὸς ὅλου πολλαπλασιάζει τὸν ὄρον· ἐν γὰρ τῷ 3 α³ β² ὁ 3 δείκτης ἐπιδρᾷ μόνῳ τῷ α· ὁ δὲ δείκτης 2 μόνῳ τῷ β· ἀλλ' ὁ 3 συνεργὸς πολλαπλασιάζει ὅλου τὸν ὄρον α³ β².

21. Δ'. Εἰδέγεται τῶν συμβόλων ἡ ποσότης, ἀκέστη μὲν ὑπαρκτικὴ προκειμένης αὐτῆς ἐν ἀριθμῷ τῷ +· ἐλλειπτικὴ δὲ, προταττομένη τῷ —· ἀλλὰ συμβόλα γὰρ μὴ παρόντος μηδενὸς, ἐξυπεκυνέον φέτος τὸ +, τῆς ποσότητος τηγικοῦτα ὑπαρκτικῆς ἐκλαμβανομένης, οἷον, + αβ, ἢ αβ. — αβ δὲ ποσότης λειπτική.

22. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰπεὶδή τὸ — σύμβολον ἀφαιρεῖται ἐμφαίνει (2), ἡ λειπτικὴ ποσότης ωκεὶ ἔτιν ἀπλῶς ἀπεστία, εἴτ' ὅν μηδὲν, ὥσπερ ἡ ἐκθεσίς ἀμφι φαγετσαὶ ἐμφαίνει· ἀλλ' ἔτι ποσότης, ἡν ἀφαιρετοῦ χρή ποσότητος ἀτέρας, ὑπαρκτικῆς ὀγομαζομένης, πρὸς ἡν ἀντιθέτως ἔχει ἄντη.

23. Α' ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Εἰκτίσατότις εἶκοσι χιλιάδας γροσίων· ὀφείλει μέντοι χιλιάδας ἕξ· ἡ ὅν ἀλιθὴς κτῆσίς ἔτιν 20000 — 6000, ὁ ἔτι 14000· ταῦτα γὰρ 6000 γρόσια ἀφαιρεθῆναι προσήκει τῶν 20000, εἰς εὔρεσιν τῆς ἀλιθῆς κτήσεως· τοιαῦται ὅν ποσότητες κληροσυται λειπτικαί, ἔχοσαι πρὸ ἐαυτῶν τὸ — σύμβολον· ωκεὶ ἔτιν μὲν 20000 κληρῆ α, 6000 δὲ β, ἡ πραγματικὴ κτῆσίς συμπαινεῖται διὰ τῆς συμβολικῆς ἐκθέσης +α — β, ἡ α — β.

24. Β' ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Τιμόθεος Λαρίσσηθεν ἀπάρετος εἰς Ιωάννινα διήγυσεν ὥρας 20, ὅθεν ἀναγκάζεται ὁ πιστοδρομῆσαι ὁδὸν ὥρῶν 5· Πρόδηλον ὅν ὡς αἱ 5 ὥραι ταῖς 20 ἀντίκεινται, καὶ ἀφαιρεθῆναι τῶν 20 δεῖσει ταύτας, ἵνα γγωνῆ ὅσον τῆς ὁδῆς τῷ Τιμόθεῳ διήνυσαι· αὗτη τοι·

υν κληθήσεται ποσότης λειπτική ὁ δὲ, διῆγυσεν ὥρας 20 — 5, ἢ διὰ γραμμάτων, α — 6.

25. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Εἴποιτις ἄν, τὰληθῆ φθεγγός μενος, ὡς ἡ λειπτικὴ ποσότης τοσύτῳ τῷ ο ἔγερθεν κεται, ὅσῳ τύτῳ ὑπέρκειται ἡ ὑπάρχυσα. Παῦλος, μηδὲν ὀφείλων, κέκτηται ἀργύριοις 1000. Αὐτώνος δὲ, μηδὲν κεκτημένος, ὀφείλαι 1000. Ἡν τὴν Παύλου περιγραφὴν τῷ μηδενὶ εἴσισθωμεν, επάναγκες ἀφελεῖν αὐτῷ ἀργύριοις 1000, ἵνα δὲ ἐξ τὴν Αὐτωγίς ὀφείληγε ὡταύτως τῷ μηδενὶ σημαντικοῖς ποιήσωμεν, δην αὐτῷ χρείων ἀργυρίοις 1000.

26. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εκτιμῆσαι ἐν ἀριθμοῖς τὸ ἀποτέλεσμα πάσις συμβολικῆς πράξεως.

ΛΤΣΙΣ. Αὐτικατάσησον ἐκάσῳ γράμματι ἐν ἀριθμοῖς τὴν δύναμιν, ἣν ἀπένειμας αὐτῷ πρὸ τῆς πράξεως, ηγέτητέλεσον ἐν ἀριθμοῖς τὰς πράξεις, ὡς ἐνδείκνυσιν ἀπαστή ἔκθεσις.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Α'. Προβλήματος τυος ἐπιλυθέντος, ἀνέφυ ἔκθεσις ἵδε: $\alpha^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma$ · πρὸ δὲ τῆς ἐπιλύσεως ἔτεθη $\alpha = 5$, η $\beta = 10$ η $\gamma = 20$ · Ήν ἐν ἀριθμοῖς ὁ ριθμὸς ἐπὶ ταύτης τῆς περιπτώσεως ἡ δύναμις τῷ $\alpha^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma$, ὅητέον: α^3 ταύτου ἐστι τῷ ααα (18) ἢ τῷ αχαχα, ἢ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, $5 \times 5 \times 5 =$, 125, ἢ ἐσὶν ἡ δύναμις τῷ α^3 · πάλι: $\beta^2 = 66 = 10 \times 10$, = 100 δύναμις τῷ β^2 · ἀλλ' α^3 πολλαπλασιάσαι δεῖται ἐπὶ β^2 · ἀραι πολλαπλασιασέον τὸν 125 ἐπὶ 100 · ὁ δὲ προκύπτων 12500 ἐκδηλώσει τὴν τῷ $\alpha^3 \cdot \beta^2$ δύναμιν · ἀλλ' $\alpha^3 \cdot \beta^2$ ἐπιπολλαπλασιασθῆναι δεῖται ἐπὶ γ · πολλαπλασιασέον ἀραι 12500 ἐπὶ 20 · ὁ δὲ προκύπτων 250000 ἔσαι ἡ δύναμις τῷ $\alpha^3 \cdot \beta^2 \cdot \gamma$ · τελευταῖον δὲ ἄπας ὁ $\alpha^3 \cdot \beta^2 \cdot \gamma$ ὄρος ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν συγεργὸν 6 (20) · πολ-

λαπλασιαθέντος ἄρα τῇ 250000 ἐπὶ 6 ὁ προκύπτων 1500000 ἔσαι ὅλη ἡ τῇ $6\alpha^2\beta^2\gamma$ δύναμις, ἐν ἀριθμοῖς ἔκτεθειμένη.

ΔΕΙΞΙΣ. Προφανές τοτὲ εἶξε ὡν ἔφθημεν εἰπόντες ἐν τοῖς προλαβάσι ταραχράφοις.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Β'. Εἴπι τῆς $5\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$ ἔκθεσεως, ὑποτεθέντων $\alpha=4$, $\beta=5$, $\gamma=10$, $\delta=7$.
 $\alpha^2 = \alpha \times \alpha = 4 \times 4 = 16$. $\beta^3 = 666 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. ἄρα $\alpha^2\beta^3 = 16 \times 125 = 2000$. γ'.
 $\alpha^2\beta^3\gamma$ πολλαπλασιαζέονται εἶναι ἐμφανεῖ τὸ $\alpha^2\beta^3$, εἰτ̄ ἦν 2000, ἐπὶ γ, ταῦτὸν εἰπεῖν ἐπὶ 10. ἄρα ἡ τῇ $\alpha^2\beta^3\gamma$ δύναμις ἔστι 20000. δ'. $\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$ ἐμφαγεῖ, ὅτι πολλαπλασιάσαι χρεῶν τὸ $\alpha^2\beta^3\gamma$, εἰτ̄ ἦν 20000 ἐπὶ δ^2 . ἀλλαμήν δ^2 ἔστι 49, εἴγε $\delta^2 = \delta \times \delta = 7 \times 7 = 49$. πολλαπλασιαζέονται 20000 ἐπὶ 49, ὅθεν προκύψει 980000. καὶ αὕτη ἔστι ἡ τῇ $\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$ δύναμις. ε'. τέλος δὲ, $5\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$ ἐκδηλοτ πολλαπλασιαζέονται ὃν τὸ $\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$, ἢ 980000 ἐπὶ 5, ὅθεν πρόεισιν ἐν ἀριθμοῖς ἡ ὅλη δύναμις τῆς $5\alpha^2\beta^3\gamma\delta^2$ συμβολικῆς ἔκθεσεως, 4900000.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Εὐ $\frac{2\alpha^3\beta}{\gamma^2}$. εἴαντι ὑποτεθῆ ἡ $\alpha=10$, $\beta=5$, $\gamma=20$, ζητητέον τὸ πρῶτον τὴν τῇ $2\alpha^3\beta$ διαιρετέα δύναμιν: $\alpha^3 = \alpha\alpha\alpha = \alpha \times \alpha \times \alpha$, $10 \times 10 \times 10 = 1000$. ἄρα $2\alpha^3 = 2000$. ἐπεὶ δὲ $\beta=5$ ἔσαι ἄρα $2\alpha^3\beta = 10000$. ὁ δὲ διαιρέτης $\gamma^2 = \gamma \times \gamma = 20 \times 20 = 400$. ἢ ἄρα $\frac{2\alpha^3\beta}{\gamma^2}$ καθολικὴ ποσότης παρέχει κλά-

σημα ἀριθμητικὸν τὸ $\frac{10000}{400} = 25$, ὅπερ ἀποτελεῖ 25
ἐν ὅλοχερέσι.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Αναγωγῆς τῶν ὁμοίων ὅρων.

27. ΟΡΙΣΜΟΣ. Οἱ ἐφ' ἔνας μόνου ἀναχθῆναι, οὐ ψευδῆν ἀποσβύναι δυνάμεναι ὅροι, μηδόλως μετακινημένης τῆς συμβολικῆς ποσότητος, ὁμοιοι ὅροι καλεῦται.

28. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ι"να δὲ τῦτα ὡσιν, ἀπόχρη
τὰ αὐτὰ ἔχειν γράμματα, οὐ τὸν αὐτὸν ἔκαστον γράμμα
δείκτην τοιῶτοι οἱ $2\alpha^2\beta$, $4\alpha^2\beta$, ὃς ἐφ' ἔνα ἀγαγεῖν δυ-
νάμεθα, γράφοντες $6\alpha^2\beta$. οὗτοι τινοσῦν γάρ οὐκοτεθείσης
τῆς τε α^2 δύναμεως, ἐκ τούτων ὃς ὅντες ἐπιεικῶς ἀποφύσειε
μὴ $2\alpha^2\beta$, 14 συναφθὲν τῷ $2\alpha^2\beta$ ψήφῳ παρέξειν $6\alpha^2\beta$: αὐτὶ δὲ
 $5\alpha^2\beta - 3\alpha^2\beta$ γράφειν ἐξέται $2\alpha^2\beta$: αὐτικαγάρο δῆλον, ὡς
 $5\alpha^2\beta - 3\alpha^2\beta$ εἶνι τῷ $2\alpha^2\beta$: τέλος δὲ η̄ $5\alpha^2\beta -$
 $5\alpha^2\beta$ ἔκθεσις διαγραφήσεται ἀρδην, ἀτε ποσότης πᾶσα
ἔαυτῆς ὁλοχερῶς ἀφαιρεθεῖσα ἐξαδεύχεται (Αριθμ. 15)
ἐφ' ἔκάστης ἀριτά τῶν τριῶν τῶνδε περιπτώσεων ράξεων οὐ
ξυνιδεῖν, ὅτι οἱ δύο προτεθέντες ὅροι ἀναχθῆναι ηδυνήθη-
σαν, ἐπεὶ εἶχον τὰ αὐτὰ γράμματα, οὐ τὰς αὐτάς ἐφ' ἔ-
ναστα γράμματος δείκτας, ὃ εἴσι 2 ἐπὶ τε α , οὐ 1 ἐπὶ τε β .

29. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Α'λλὰ παρόντος γάρ ἐν τινι ὅρῳ
γράμματος, οὐ θατέρῳ ἀπειν, οὐ κοινῷ ἀμφοτιν γράμματος τὸν
αὐτὸν μὴ ἔχαντος δείκτην, οἱ ὅροι τηνικαῖται, ἀγόμοιοι ὄντες,
ἀναγωγῆς ἔσονται ἀνεπίδεκτοι· σαφὲς γάρ τὰς $2\alpha^2\beta\gamma$,

ζα³β μὴ δύναθαι ἀναχθῆναι μηδὲ ἐπὶ 5α²βγ, μηδὲ ἐπὶ 5α²β· ἀλλ᾽ ἔδει 2α³β, 3α³β² ἀναχθῆσονται, οὐ αὐτοὶ ανόμοιοι ὑπάρχοντες.

30. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Εἰς ἀναγωγὴν τῶν ὅμοιων ὄρων,
ἔαν μὰν τὸ αὐτὸ ἐκάτερος ἔχωσι σύμβολον, συνήφθωσαν μόνου οἱ κατ' αὐτὸς συνεργοί· ἔαν δὲ μὴ τὸ αὐτὸ, ἀφιρήθω ὁ μεῖζων συνεργὸς ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, οὐ δὲ διαφορὰ ἔτσι συνεργὸς, μεθ' οὐ εἶχεν ὁ μεῖζων συμβόλων τέλος δέ, ἐάν, τῶν συμβόλων εναντίων ὅντων, οἱ συνεργοὶ ισῶνται ἀλλήλοις, ἀπολελειφθωσαν πάντη· Ρ' φέσαι δὲ τέτοιο ἔξι ὥντε εἰπόντες ἐφθημένι, οὐ ἔξι οὐδὲ ἕποισομεν, κατανοθήσεται· ἐπὶ γὰρ ζαβγ + 4αβγ τὰ συμβόλα ταυτίζονται παρὰ τὸ ἔξυπακτόμενον πρὸς τὰλαιά τῆς ζαβγ + (21), συναφθέντων ἀριτε τῶν συνεργῶν, ἔσαι γαβγ· ἐπὶ μέντοι — 5αβγ + 2αβγ τῶν συμβόλων διαφερόντων, ἀφαιρεθήσεται μὲν ὁ 2 ἀπὸ τῆς 5, γραφήσεται δέ τὸ — ὁ παρῆν τῷ μείζον συνεργῷ 5, ἐκ δὲ τέτων ἔσαι — ζαβγ· ἐν γὰρ τετωΐ τῷ ὑπόδειγματι, εἴπερ 2αβγ ἐμφαίνει 2000 κτῆσι — 5αβγ ἐμφαίνει 5000 ὄφειλήν· ἔνθα καταφανεῖς, ἀναγωγῆς γενορέντες, λειφθῆναι μόνον 3000 ὀφλήματος οὐ ἐπομένως — ζαβγ· Τέλος δέ, εἰς οὐδαμό — 5αβγ, ἀπαν ἔξαδεινωθήσηται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ Προοδέσεως καὶ Αὐτορέσεως τῶν γραμματικῶν ποσοτήτων.

31. Πᾶσα οὖ πρᾶξις τῆς προοδέσεως κεῖται ἐν τῷ

γραφῆαι πάσας τὰς προτεθείσας ποσότητας κατ' ἀλλη.
λεχίαν, ἡγεμένης ἐκάστης τῇ οἰκείᾳ αὐτῆς συμβόλῳ· ἐκά-
στης δὲ ὅρᾳ τὰ γράμματα κατὰ τάξιν ἐκτεθῆναι τὴν τῇ
Αὐλαῖς, οὐδὲν ἄγαχθῆναι δὲ πάντας τὰς ὁμοίας ὅρως εἰ-
σὶν (27, 30). Χειρῶν γάρ εὑρεῖ τὸ ἀθροισμα τῆς
2 γαβ — 3 γδ + 5 γδ — αγδ· αὐτὴ μὲν ὥν κατὰ τὰ
εἰρημένα καθ' ἐαυτὴν ἡθροισται· γραφῆαι μέντοι δεῖ κα-
τὰ τάξιν ὥτῳ· 2 αβγ — αβγ + 5 γδ — 3 γδ, ἄγαχ-
θῆναι δὲ ἐπὶ αβγ + 2 γδ· συάψαι δὲ βελόμενος τὴν
2 δγ τῇ 3 αβ — 6 αβγ, γράψου αὐτὰς ὥτῳ: 3 αβ —
6 αβγ + 2 γδ.

32. Τὸν ἀφαιρεθῆ ποσότης συμβολικὴ ἀφ' ἄτερας
τοιαύτης, γεγράφθω πρῶτον ἡ, ἀφ' ἡς ἡ ἀφαιρεσίς ἔσαι·
ποσότης, σώζεσα τὸ ἐαυτῆς σύμβολον· εἶτα ἡ ἀφαιρεθη-
σομένη, τὸ ἐαυτῆς μεταβαλλόσα.

33. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὸν δὲ τῷ κανονος τῷδε λόγον
ἔχεις ἀν καταγοήσαι μεν ἐπὶ τῶν ἴδιαιτέρων περιπτώσεων, ἀ-
νακολλήντες φέντε κατὰ νῦν τὴν ἐφεξῆς ἀρχὴν „Αφαιρεσίς
„, ἐνιν εὑρεσίς ποσοτήτων δυεῖν διαφορᾶς, ἡ διαφέρει τῆς
„, ἄτερας ἀτέρα“. *

Εἴς ων ἦν ἀφελεῖν β ἀπὸ α· γεγράφθω πρῶτον α,
δεξιόθεν δὲ αὐτῆς ἡ ἀφαιρεθησομένη β, τὸ — λαμβάνεσσα
ἀντὶ τῆς +, τῇ αὐτῆς προεξυπακομένης· ἐκ δὲ τύτων ἔσαι:
α — β· σαφέσι γάρ δῆτα ὅτι ἡ τῇ + α πρὸς + β διαφο-
ρὰ ἔσι: +α, ἢ ἀφηρημένου ὑποτίθεται τὸ β· η ἄρα, τύτων
διαφορὰ σημανθήσεται α — β· Εἴς ων — β ἀφελεῖν
ἀπὸ + α· γεγράφθω ὥν τὸ α, οὐ μεταβεβλήθω τὸ
πρότῃ β — εἰς +, ὅθεν ἔσαι α + β· εἰς δὲ τύτων τῇ
κανονος κατάληψιν, ὑποθώμεθα ὅτι + α, ως ὑπαρκτική,
ἐκδηλωτ 10000 γρόσια κτήσεως, η δὲ — β, ως λειπτι-

πή 4000 γράσια ὀφειλῆς· ἡ δὲ διαφορὰ τῆς 10000 ἀργυρίων περιεστίας πρὸς τὴν 4000 ὀφειλήν εἶναι 10000 + 4000, εἴτ' ἡ 14000 ἀργύρια· ἵνα γὰρ ἐξισώσωμεν τὸν, πρὸς τῷ μηδὲν κεκτηθεῖ, τῷ 4000 ἀργύρια ὀφειλούται, τῷ 10000 ἀργύρῳ κεκτημένῳ, παραχεῖν τῷ πρώτῳ ἀγάγκῃ ἀργύρια 14000.

Ἡγε δὲ ἀφαιρεθῆ + β — γ ἀπὸ α, γεγράφθω α, τῷ πρὸς θεξιάν αὐτῇ β — γ, ἐνηλαγμένων τῷ πρὸς αὐτῶν συμβόλων, ὅθεν ἔται α — β + γ· εἰς τὸν γὰρ μόνον τὸ + β ἀφαιρεθῆ τῷ γραφῇ — β, ἡ ἀφαιρεσίς τῷ ζητυμένῳ γίνεται μείζων ὅλῳ τῷ γ· τὸ γὰρ ἄπαν τὸ β ἀφαιρεθῆναι πρότερον εἰται, ἀλλὰ τὸ β ἡλαττωμένον τῷ γ· επάναγκες ἄρα πρὸς εὑρεσιν τῆς διαφορᾶς τῷ α πρὸς β — γ συνάπτειν ἐν δεξιᾷ τῆς α — β τὴν + γ ποσότητα, τυτέριν ἐν τῇ συμβολικῇ ἀφαιρέσει μετατρέπειν τῆς ἀφαιρεμένης ποσότητος τὰ σύμβολα. Ταῦτον δὲ φανεῖται τῷ ἐν ἀριθμοῖς· καὶ οὐ γὰρ $\alpha = 10000$, τῷ $\beta = 5000$, καὶ $\gamma = 2000$ · πρόδηλου ἄρα, ὅτι ἡ τῷ α πρὸς β — γ διαφορὰ, εἴτ' ἡ τῷ 10000 πρὸς 5000 — 2000 εἶναι 10000 — 5000 + 2000, ὅπερ ἔτιν 7000.

Ἄφαιρεντες δὲ — α ἀπὸ + α γράψωμεν + α + α ὁ εἶναι + 2 α· ἡ γὰρ τῆς 1000 ἀργυρίων, φέρειται, περιεστίας πρὸς 1000 ἀργυρίων ὀφειλήν διαφορᾶς εἶναι περιεστίας ἀργύρια 2000.

Ἄφαιρεντες δὲ + α ἀπὸ — α γράψωμεν — α — α, ὅπερ ἔτιν — 2 α· ἐπειδὴ γὰρ ἡ + α ποσότης ὑπέρκειται τῆς — α τῷ — 2 α, ἡ — α ποσότης ἥττων εἶναι τῆς + α τῷ + 2 α, ταυτὸν είπειν, ἡ διαφορὰ τῆς — α παραβαλλομένης τῇ + α εἶναι 2 α.

Τελευταῖον δὲ, ἵνα ἀφαιρεθῇ + α ἀπὸ + α, ἡ — α

ἀπὸ —α, γεγράφθω +α—α, ἢ —α+α, οὐ δι: ἀ-
ναγωγῆς ἔσαι ο.

34. ΣΧΟΛΙΟΝ. Μετὰ δὲ τὴν ἀφαίρεσιν, ἀγ-
κτέον τὰς ὅρας ἐπὶ τὸ ὡς οἵοντες ἀπλάντερον· εἰὰν δὲν ἀπὸ
2 αα—αβ+γ γ ἀφαίρεθῇ αα+αβ—βγ, προκύ-
ψει 2 αα—αβ+γ γ—αα—αβ+βγ, εἰτ' ἦν αα
—2 αβ+βγ+γ γ: εἰὰν δὲ ἀπὸ 6 α—3 β+4 γ ἀ-
φαίρεθῇ, 5 α—5 β+6 γ, προκύψει 6 α—3 β+4 γ
—5 α+5 β—6 γ, εἰτ' ἦν α+2 β—3 γ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ τῶν Συμβολικῶν ποσοτήτων.

35. Ωσπερ ἐπὶ τῆς Αριθμητικῆς ἀριθμὸς ἀπλάνες
δι: ἀριθμοῦ ἀπλᾶς πολλαπλασιάζεται, οὐ σύνθετος δι: ἀπλᾶ,
ἢ τὸν αὐτὸν, οὐ σύνθετος τέλος δι: ἀριθμοῦ συνθέτει ὥτῳ
δυνατὸν πολλαπλασιάζειν ἵτοι μονώνυμον ἐπὶ μονώνυμον,
ἢ πολυώνυμον ἐπὶ μονώνυμον, οὐ ἀντιερόφως, ἢ πολυώνυ-
μον ἐπὶ πολυώνυμον.

Περὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν Μονωνύμων.

36. Μονώνυμον ἦν ἐπὶ μονώνυμον πολλαπλασιάζον-
τες, τηρεῖν ὁφελούμεν τὰς κανόνας τῶν συμβόλων, τῶν
συνεργῶν, τῶν γραμμάτων, οὐ τῶν δεικτῶν τῶν γραμ-
μάτων, ἃ κοινῇ παρέπεται τῷτε πολλαπλασιασέω, οὐ τῷ
πολλαπλασιασῆ.