

γενέσθωσαν: 2560, 15, 1250. Πολλαπλασιασθέντος δὲ 15 ἐπὶ 1230, ἢ τῷ ἐντεῦθεν προκύπτοντος διαιρεθέντος διὰ 2560, εὐρεθήσονται θρεψόμενοι 2560 ἄνθρωποι μῆνας 7, ἡμέρας 6, ὥρας 5 ἢ τὲ ὥρας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τῆς συνθέτου Μεθόδου τῶν Τριῶν.

254. Ὄταν, ἀντὶ τριῶν ἀριθμῶν, ἢ ὄρων ἐγνωσμένων, δοθῶσι πέντε, ἢ ἑπτὰ, κτ, τῆνικαῦτα ὀνομάζεται τῆτο Μέθοδος τῶν Πέντε, ἢ Μέθοδος τῶν Ἑπτά, ἢ Μέθοδος τῶν Ἐννέα, ἢ ἐν γενεῇ, Σύνθετος Μέθοδος τῶν Τριῶν, ὡς ἐπιλινομένων τῶν ζητημάτων τὰ πολλὰ διὰ πλείονων μεθόδων τοιῶνδε.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Εἴπερ ἐργάται 5 εἰργάσαντο ὄρου 17 ἐν ἡμέραις 8, πόσας ἐργάσονται 12 ἐν ἡμέραις 15; ἐπὶ τύτῃ ἐν τῷ προβλήματος πέντε προτίθενται ἐγνωσμένοι ὄροι: τοιγαρῆν, εἰς ἐπίλυσιν τοιῶνδε ζητημάτων, ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ δυαὶ χρώμεθα μεθόδοις, ἅλις μὲν διαφερέσαις, συμβαλλομέναις μὲντοι ἀμοιβαθὸν τῇ ἀλλήλων βασάνῳ.

255. **Α΄ ΜΕΘΟΔΟΣ.** Γενέσθωσαν δύο μὲν μέθοδοι τῶν τριῶν, ὅπηνικ' ἂν οἱ ἐγνωσμένοι ὄροι ὡσι πέντε: τρεῖς δ', ὅταν ὡσιν ἑπτὰ: τέσσαρες δ', ὅταν ὡσιν ἐννέα κτ: αἶ μὲντοι ὁ εὐρεθεὶς τέταρτος ὄρος ἐν τῇ ἠγῆσαμένη μεθόδῳ γενέσθω δεύτερος ἐν τῇ ἐπομένη: αὐτίκα ἐν ἐπὶ τῷ προλαβόντος ὑποδείγματος τῶν ἡμερῶν παραφθεισῶν, γενέσθω ἡ μέθοδος κατ' ἀρχὰς ἐπὶ μόνων τῶν

ἐργατῶν, καὶ τῶν ὀργιῶν: 5 ἐργάται εἰργάσαντο ὀργι-
 ἀς 17, πόσας ἔν ἐργάσονται ἐργάται 12; γεγράφω-
 σαν τοίνυν 5, 17, 12, καὶ διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδου
 εὐρεθήσεται τὸ τῶν 12 ἔργον ὀργιαί 40½, μαχθησάντων
 ἐν τῷ αὐτῷ, ἢ καὶ οἱ 5 χρόνῳ, ὅεσιν ἡμέραις 15· ἐπη-
 νέχθω εἶτα: εἰ 8 ἡμέραι διανύσῃ 40½ ὀργιάς, πόσας
 διανύσῃ ἡμέραι 15; καὶ ἔτω γενέσθω ἡ δευτέρα τῶν
 τριῶν μέθοδος: 8, 40½, 15· ὁ ἔν γινόμενος ὑπὸ τῶν
 δύο ἐσχάτων ἀριθμῶν, ὅεσι 600 σὺν 6/5, ἢ 612, διαί-
 ρηθεὶς διὰ τῆ πρώτης ὀργ, παρέξει πηλίκον 76½, ὅεσιν
 ὁ ἀριθμὸς τῶν, ὧν ἐν ἡμέραις 15 ἐργάται 12 ἐργάσου-
 νται, ὀργιῶν.

256. Β'. ΜΕΘΟΔΟΣ. Ὅσοι ποτ' ἂν οἱ ἐγνωσμέ-
 νος ὅροι ᾧσι, μία μόνη γενέσθω τῶν τριῶν μέθοδος κατὰ
 τάδε. Πάντες οἱ ἀριθμοὶ οἱ συνισῶντες τὸ πρῶτον ἐγνω-
 σμένον ἀποτέλεσμα γραφέντες ὑπάλληλοι πεπολλαπλα-
 σιάσθωσαν ἐπ' ἀλλήλους, ὁ δ' ὑπὸ τέτων γινόμενος ἔστω
 ὁ πρῶτος τῶν τῆς τῶν τριῶν μεθόδου ὀρων· αὐτὸ δὲ τὸ
 ἐγνωσμένον ἀποτέλεσμα τετάχθω δεύτερος ὅρος: εἶτα δὲ
 γεγράφωσαν αὐθις ὑπαλλήλως οἱ ἐπὶ τῆ προβλήματος
 σπεύδοντες συζηῆσαι τὸ δεύτερον ἀποτέλεσμα καὶ δι' ἀλλή-
 λων πεπολλαπλασιάσθωσαν· τὰ δ' ἄλλα περανθήτωσαν
 κατὰ τάξιν· ἐπὶ ἔν τῆ προλαβόντος ὑποδείγματος, 17
 μὲν ὀργιαί εἰσι τὸ ἐγνωσμένον ἔργον τῶν 5 ἐργατῶν,
 καὶ ἡμερῶν 8· τὸ δὲ ζητούμενόν ἐστι τὸ τῶν 12 ἐργατῶν, καὶ
 ἡμερῶν 15· γεγράφωσαν

5 ἐργ.	12 ἐρ.
8 ἡμ.	15 ἡμ.

δη πολλαπλασιασθέντων ἔν

5 ἐπὶ 8,	τῆ δὲ 12	40	17	180. 76½
----------	----------	----	----	----------

ἐπὶ 15, προκύψουσιν ὑπὲρ τῆς συνήθους τῶν τριῶν μεθόδου

οἱ ὄροι: 40, 17, 180, ἀφ' ὧν ἐξέρχονται, ὡς καὶ πρὶν, 76½ ὄργυαι.

Δείξῃς τῆς δευτέρας μεθόδου· 5 γὰρ ἐργάται ἐργάζονται τὸ αὐτὸ ἔργον ἐν ἡμέραις 8, ὅπερ ἐργάται 40 ἐργάσαντ' ἂν, ἐν ἡμέρᾳ 1· ἐργάται δ' ἂν 12 τὸ αὐτὸ ἐν ἡμέραις 15, καὶ 180 ἐν μιᾷ· ἐξέσαι ἄρα πολλαπλασιάσαι τὰς ἀριθμὸς 5 καὶ 8, οἵτινες συνισῶσι τὸ πρῶτον ἀποτέλεσμα· μετὰ ταῦτα δὲ τὰς 12, 15, τὰς συνισῶντας τὸ δεύτερον, διὰ στατέρου τὸν ἕτερον, καὶ εἶπειν ἕτως, εἰ ὁ πρῶτος προκύπτων, 40 ἐργάται, διδώσιν ὄργυας 17, πόσας δώσει ὁ δεύτερος, οἱ 180 ἐργάται; ἐξ' ὧν γενήσεται ἡ ἀπλή τῶν τριῶν μέθοδος ἕτω· 40, 17, 180.

257. Ἀλλὰ ταυτὸν γὰρ ἂν εἶη καὶ περὶ τῆς μεθόδου τῶν ἐπτὰ, τῶν ἐννέα κτ. ὑποθέμεθα γὰρ, ἵν' ἀνακύψῃ τῶν 7 μέθοδος, ὅτι ἐντῷ προεκτεθέντι ὑποδείγματι 5 ἐργάται διήνυσαν ὄργυας 17, μοχθῦντες ἡμέραις, 8 δι' ὥρων 6 ἐκάστης ἡμέρας, εἰδέναι ἔν βυλόμεθα, πόσας διανύσασιν ἐργάται 12, πανῦντες ἡμέρας 15, δι' ὥρων 8 ἐκάστης ἡμέρας; ἐπευσχεῖν τοίνυν ἐξέσαι: ἐξάκις 40, ἢ 240 ἐργάται ἐν ὥρᾳ μιᾷ ἐργάζονται τὸ αὐτὸ, ὃ ἂν 40 ἐν ὥραις 6· καὶ ἂν, ὀκτάκις 180 ἐργάται ἐν ὥρᾳ μιᾷ, ὃ καὶ 180 ἐν 8. Πολλαπλασιάσομεν τοιγαρῶν τὰς τρεῖς ἀριθμὸς 5, 8, 6, οἱ ἀποδιδόασιν τὸ πρῶτον ἀποτέλεσμα· εἶτα τὰς ἄλλας τρεῖς 12, 15, 8, τὰς ἀποδιδόντας τὸ, ἐν ᾧ τὸ ζήτημα, ἀποτέλεσμα, καὶ ἕτως ἐκπερανῦμεν ἀπλήν μέθοδον τῶν τριῶν: 240 ἐργάται, 17 ὄργυαι, 1440 ἐργάται, 102 ὄργυαι. Ο. Ε. Δ.

258. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ δευτέρα τῶν δύο προεκτε-

θεισῶν μεθόδων ἐπιτομωτέρα τῆς πρώτης τυγχάνουσα αἰ-
ποτε ἐν τῇ πράξει προκρίνεται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῆς ἀντιστροφῆς συνδέτη Μεθόδου
τῶν Τριῶν.

259. Μετὰ τὸ ἀναγαγεῖν ἐπὶ τρεῖς πάντας τὲς ὀρεσ
διὰ τῆς δευτέρας μεθόδου, εἴαν, τῆ τρίτη ὀρεσ μείζονος
ὄντος ἢ ὁ πρῶτος, ὁ ζητούμενος τέταρτος ὀρεσ τὲναντίον
ἢ ἐλάττων, ἢ ὁ δεύτερος, ἢ ἐ ἀντιστρόφως, ἀντικαταστα-
θήτω ὁ τρίτος ὀρεσ ἐν τῷ χώρῳ τῆ πρώτῃ (253) ἐ πε-
ρανθήτω κατὰ τάξιν ἢ μέθοδος.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Τέσσαρες τινες, περιηγέμενοι μη-
νῶν 10, ἐχρήσαντο ὀρισμένῳ ἀθροίσματι χρημάτων, δα-
πανῶντες ἕκαστος 3 γρόσια καὶ ἑκάστην ἐν πόσοις ἀρα
μησὶ περιηγῆσαιντ' ἀν' ἐξ τινὲς διὰ τῆ αὐτῆ ἀθροίσματος,
δαπανῶντες ἕκαστος γρόσια

4	10	6
3		5
12	10	30
30	10	12 4

5 ἑκάστης ἡμέρας; γραφέν-
των ἐν τῷ πρώτῳ, ὡς ὀράται
ἐνταῦθα, ἐπεὶ ὁ τῶν μηνῶν ἀ-
ριθμὸς, ὁ ζητούμενος δηλονότι τέταρτος ὀρεσ, εἶσαι ἐλάττων
ἢ ὁ δεύτερος 10, τῆ 30 τρίτη μείζονος ὄντος ἢ ὁ πρῶτος
12, συνάγεται ἐντεῦθεν, ὅτι συστήσεται μέθοδος τῶν τρι-
ῶν ἀντίστροφος· γεγράφθωσαν ἄρα: 30, 10, 12, ἐξ ὧν
εὐρεθήσεται τέταρτος ὀρεσ ὁ 4.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΤΟΝ.

Περί τῆς Συνεζευγμένης Μεθόδου.

260. Ὅπηνις ἂν, λόγῳ γινομένην περὶ σαθμῶν, νομισμάτων, ἐκτάσεων κτ. λέγεται μόνιμὸν τινὰ ποσότητα τῷ δεινῷ μέτρῳ ἰσοδυναμεῖν μόνιμῳ ποσότητι τῷ δεινῷ. τέτε δ' αὖ μόνιμον ποσὸν ἰσοδυναμεῖν ποσῷ μόνιμῳ μέτρῳ ἄλλῳ, καὶ αἰεὶ ἔτω· ὁ κανὼν τῷ εὐρίσκειν τὴν μόνιμῳ τινὸς ποσότητος τῷ πρώτῳ μέτρῳ πρὸς τὴν τῷ ἐσχάτῳ ἀναφορὰν καλεῖται Μέθοδος Συνεζευγμένη· ἐπερὶδεταὶ δὲ αὕτη αἰεὶ τῇ συνθέτῳ τῶν τριῶν μεθόδῳ, καὶ ἐπιλυθῆναι δύναται δι' ἑκατέρας τῶν προεκτεθεισῶν μεθόδων προκρινομένης μέντοι τῆς δευτέρας αἰείποτε.

ΠΙΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Ἐὰν, πισόλα τῆς Σαβοΐας ἰσοδυναμῆ 36 λίτραις τῆς Γενέβας· δύο δὲ λίτραι τῆς Γενέβας ἰσοδυναμῶσι γρόσιον τῆς Κωνσταντινουπόλεως· τρία δὲ γρόσια τῆς Κωνσταντινουπόλεως ἰσοδυναμῶσι δύοσι φιορίνοις τῆς Βιέννης, 9 δὲ φιορίνια τῆς Βιέννης ἰσοδυναμῶσι 2 δεκάταις τῆς Οὐλάνδας, 10 πισόλαι τῆς Σαβοΐας πόσοις ἰσοδυναμῶσι δεκάταις τῆς Οὐλάνδας;

Α'. Γεγράφωσαν ἕκαστον εἶδος νομίσματος δις, καὶ ἦν ἔν.

1 πισόλα	36 λίτραι Γενέβας
2 λίτραι Γενέβ.	1 γρόσιον
3 γρόσια	2 φιορίνια
9 φιορίνια	2 δεκάτα. 10 πισ.

Β'. εἰλήφ.

54	144	10 πισ.	26 δεκ. $\frac{2}{3}$
----	-----	---------	-----------------------

θω τὸ προ.

κύπτου ἐξ ἀπάντων τῶν ἀριθμῶν τῆς πρὸς τὰ λαϊὰ πρώτης σήλης, ὅ ἐσι 54· μετὰ δὲ, τὸ ἐκ τῶν τῆς δευτέρας

ὅ ἐστιν 114· τέλος δὲ τεθείσθωσαν 10 πισόλαι εἰς τρίτον ὄρον τῆς μεθόδου: 54, 144, 10, ἐξ ὧν εὐρεθήσονται αἱ 10 πισόλαι ἰσοδυναμῆσαι δεκάτοις $26\frac{2}{3}$. βυλομένοις δὲ ταῦτα μετελθεῖν κατὰ τὴν πρώτην τῶν μεθόδων, τεσσάρων ἐξῆς δεήσει πράξεων ἁ· εἰ 36 λίτραι Γενέβας δύνανται 1 πισόλαν Σαβοῖακὴν, 2 λίτραι Γενέβας δύνανται $\frac{2}{3}$ πισόλας· β· τεθέντων τῶν $\frac{2}{3}$ ἐν τῷ τῶν λιτρῶν χώρῳ ἐπὶ τῆς πρώτης σήλης, εἴπερ 1 γρόσιον δύναται $\frac{2}{3}$, 3 δὴ πε δηνήσονται $\frac{5}{3}$, ἢ $\frac{1}{3}$ · γ· τεθέντος $\frac{1}{3}$ ἐν τῷ τῶν γροσίων χώρῳ, εἴπερ φιορίνια 2 δύνανται $\frac{1}{3}$ πισόλας, 9 φιορίνια δυνήσονται $1\frac{2}{3}$ ἢ $\frac{5}{3}$ πισόλας· δ· εἴπερ $\frac{2}{3}$ πισόλας δύνανται 2 δεκάτα, 10 πισόλαι δυνήσονται $8\frac{5}{6}$ (205) ἢ $26\frac{2}{3}$, ὡς εἰ πρὶν εὐρηται.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἐὰν 100 λίτραι σαθμῆ Παρισιακαὶ ἰσοσαθμῶνται 116 λίτραις τῆ Λαγδένυ· 100 δὲ λί-

τραὶ τῆ Λαγδέ.	100	σαθ. λίτρ. Παρ.	116	λίτρ. Λαγδ.
νυ, 104 τῆ Μοντ.	100	λίτρ. Λαγδ.	104	Μοντπ.
πελλιέ· 100 δὲ	100	λίτρ. Μοντπ.	102	Μαρσιλ.
τῆ Μοντπελιέ,	100	λίτρ. Μαρσιλ.	72 $\frac{1}{4}$	Γενέβ.
102 τῆς Μαρ-	<hr/>			
σιλλίας· 100 δὲ τῆς Μαρσιλλίας,	100000000· 88905648· 85· 75 $\frac{1}{4}$			

85 λίτραι παρισιακαὶ πόσαις ἰσοταλαντεύονται γενεβικαῖς; Ἀπάντων τῶν ἀριθμῶν γραφέντων, ὡς ἐνταῦθ' ὀρῶνται, γενέσθω ἀπλή μέθοδος τῶν τριῶν· 100000000, 88905648, 85, ἐξ ὧν εὐρεθήσονται 85 λίτραι Παρισιακαὶ ἰσοσαθμώμεναι Γενεβικαῖς 75 σὺν $1\frac{1}{4}$ λίτρας ὡς ἔγγιστα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΚΤΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῆς Ἑταιρείας.

261. Μέθοδος τῆς Ἑταιρείας ἀκεί τὸ εὖρ-
σκειν τὸ κέρδος, ἢ τὴν ζημίαν, τὴν ἐπανήκυσαν ἐκάσῳ τῶν
καταβαλόντων ἐν ἑταιρείᾳ τινὶ μερίδας. Τοιγαρῶν ἐντῷ
θα τὸ πάντων ὁμῶς τῶν μερίδων συμπλήρωμα τὸν πρῶτον
καθέξει χώρον τῆς τῶν τριῶν μεθόδου, ἢ δ' ὅλην ζημίαν, ἢ
τὸ κέρδος, τὸν δεύτερον· ἢ δὲ ἰδιαιτέρα ἐκάστῃ μερίδι τὸν
τρίτον, κατὰ τὰ ἐφεξῆς.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ. Φορμίων, Πανσανίας, Ξάνθιππος,
ἔθεντο ἐν ἑταιρείᾳ μερίδας· ὁ μὲν Φορμίων γρόσια 5000,
ὁ δὲ Πανσανίας 9000, ὁ δὲ Ξάνθιππος, 16000· ἐκέρ-
δησαν δ' ὁμῶς πάντες γρόσια 8000· πόσον ἐν ἑσσι ἐκά-
στῳ κέρδος;

Τὸ πασῶν τῶν μερίδων ἄθροισμὰ ἐστὶ 30000 γρόσια·
ὑπὲρ ἧν τῷ Φορμίωνος συγκροτηθήσεται ἡ δεῦτε ἡ μέθοδος·
30000, 8000, 5000, ὅθεν προκύψει 1333½ λίτρας.

Ἐπὲρ δὲ τῷ Πανσανίᾳ· 30000, 8000, 9000, ἐξ
ἧν προκύψει 2400.

Τέλος δὲ ὑπὲρ τῷ Ξάνθιππῳ συσταθήσεται ἡ δεῦτε, 30000,
8000, 16000, ὅθεν προκύψει κέρδος 4266⅔.

Καὶ ἐπειδὴ τὰ τρία κέρδη συναφθέντα ἀποπληρῶσι
τὸ ὅλον κέρδος, ταῦτ' ἐπὶ βασάνῳ ξυντελέσει, ὅτι ὑγιῶς
πεπέρανται ἢ πρᾶξις.

262. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἔστιν ὅτε, παρὰ τὰς τῆς ἑται-
ρείας μερίδας, προσδεῖ προσέχειν τὸν νῦν καὶ τῷ χρόνῳ·
ὡς εἶπερ ὁ Φορμίων ἔθετο 30 δukaτά ὑπὲρ 5 μηνῶν.

Παυσανίας δὲ 50 ὑπὲρ 10, Ξανθίππος δὲ 80 ὑπὲρ 16· ἐπεὶ τότε τὸ ἐκάστου κέρδος, ἢ ἡ ζημία ἀναλογεῖται ὀφείλει καὶ τῆ κατατεθείσῃ μερίδι, καὶ τῷ χρόνῳ, γενήσεται σύνθετος μέθοδος τῶν τριῶν (256) κατὰ τὰ ἐφεξῆς.

263. Ὑποθέμεθα τὸς τρεῖς ἑταίρους ἐζημιωμένους ὁμῶς 40 δεκάτοις· πέπολλαπλασιάσθω δὴ ἡ ἐκάστου μερίς ἐπὶ τὸν ἐκάστου χρόνον· ὕτως ἔν τῷ μὲν Φορμίῳ ἐσσι 150, τῷ δὲ Παυσανίᾳ 500, τῷ δὲ Ξανθίππῳ 1280· τὸ δ' ἀπάντων ἄθροισμα 1930· γενέσθω ἔν πρώτῳ μὲν ὄρος ἕτος, δεύτερος δὲ ἡ ὅλη ζημία, τὸ δ' ἐκ τῆς μερίδος ἐκάστου καὶ τῷ χρόνῳ προκύπτει, ὁ τρίτος· ἐκῆν ὑπὲρ μὲν τῷ Φορμίῳ γενήσεται ἡ δὲ ἡ μέθοδος· 1930, 40, 150, ἀφ' ὧν πρόεισι ζημία δεκάτα 3 καὶ $\frac{2}{3}$ · ὑπὲρ δὲ τῷ Παυσανίᾳ· 1930, 40, 500, ὅθεν ζημία 10 καὶ $\frac{2}{3}$ · τῷ δὲ Ξανθίππῳ· 1930, 40, 1280, ὅθεν προκύπτει ζημία 26 δεκάτα καὶ $\frac{1}{3}$ · αἱ δὲ, συναφθεῖσαι, τὴν ὅλην ἀποκαθιστῶσι ζημίαν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῆς ψευδῆς ὑποθέσεως.

264. Ὅταν, πολλῶν ἀριθμῶν ἄθροισμάτι ἀκαρτιζόντων, ὁ ἐκάστου τύπων πρὸς τὸν ἐλάχιστον λόγος ἐκτίθεσθαι ἔχη δι' ὀλοχερῶν, ὅ ἐσιν εἴαν ἢ διπλῆς, τριπλῆς, τετραπλῆς κτ. τῷ ἐλαχίστῳ, συνίσταται εἰδός τι μεθόδου τῶν κατὰ τὰς ἑταιρείας, ἣτις ὀνομάζεται μέθοδος τῆς ψευδῆς ὑποθέσεως, ὡς ἐξὸν, ἀντὶ τῷ αὐτὸν ἐκεῖνον ἐκθέσθαι τὸν ἀριθμὸν, γράψαι 2, ἢν ἢ διπλῆς τῷ ἐλάττονος· 3, ἢν ἢ τριπλῆς κτ.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Θεών, Αλκιβιάδης, Κλεόμβροτος, & Πεισίρατος, συνάμα ἔλκυσιν ἔτη 110· ἀλλ' ὁ μὲν Αλκιβιάδης, τὸ τριπλῆν τῶν Θεώνος, ὁ δὲ Κλεόμβροτος, τὸ διπλῆν τῶν τῆ Αλκιβιάδα, ὁ Πεισίρατος δὲ, τὸ διπλῆν τῶν τῆ Κλεομβρότου· πόση ἄρ' ἔσιν ἡ ἑκάστη ἡλικία; κληθήτω δὴ ἡ μὲν ἐλαχίστη ἡλικία ἡ τῆ Θεώνος 1, ἡ δὲ τῆ Αλκιβιάδα, τριπλῆ ἕσα τῆς τῆ Θεώνος, κληθήτω 3· ἡ δὲ τῆ Κλεομβρότου, διπλῆ ἕσα τῆς τῆ Αλκιβιάδα, 6· ἡ δὲ τελευταίου τῆ Πεισιράτου, διπλῆ ἕσα & αὐτῆ τῆς τῆ Κλεομβρότου, κληθήτω 12· συναφθειςῶν δὲ πασῶν τῶν σχέσεων, διὰ τῆ 22 ἀθροίσματος γενέσθω μέθοδος τις κατὰ τὰς τῶν ἐταιρειῶν (261) ἕτω· 22, 110 ἔτη, 1 (σχέσις τῆ Θεώνος)· ἡ δὲ μέθοδος τῶν τριῶν δηλώσει τὴν τῆ Θεώνος ἡλικίαν ἕσαν ἔτη 5· ἀλλ' ἡ Αλκιβιάδα ἡλικία ἐστὶ τριπλῆ τῆς τῆ Θεώνος· ἔσιν ἄρα ἔτη 15· ἀλλ' ἡ τῆ Κλεομβρότου ἐστὶ διπλῆ τῆς τῆ Αλκιβιάδα· ἔσιν ἄρα ἔτη 30· τέλος δὲ ἡ τῆ Πεισιράτου ἐστὶ & αὐτῆ διπλῆ τῆς τῆ Κλεομβρότου· ἔσιν ἄρα ἔτη 60· ἐπεὶ δὲ τὸ ἀθροισμα τῶν τεσσάρων τέτων ἡλικιῶν ἔσιν ἴσον ἔτεσιν 110· ὑγιῶς ἔχουσα ἄρα βεβασάνισαι ἡ πρᾶξις.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β΄. Νικίας, Νικήρατος, & Νικόρατος, συλλήβδην ἐκέρδησαν γρόσια 1800· ἀλλ' ὁ μὲν Νικήρατος τὸ διπλῆν τῆ Νικίε· ὁ δὲ Νικόρατος τὸ τριπλῆν τῆ Νικηράτου· πόσον ἐκέρδησεν ἕκαστος; κληθέντος τῆ κατὰ τὸν Νικίαν κέρδους 1, ἐπομένως τὸ μὲν τῆ Νικηράτου 2, τὸ δὲ τῆ Νικοςράτου κληθήσεται 6· ὑπὲρ ἔν Νικίε γενήσεται μέθοδος τοιαύδε, 9, 1800, 1, ὅθεν προκύψει 200· ἄρα τὸ τῆ Νικηράτου κέρδος, διπλῆν ὄν, ἔσαι 400· τὸ δὲ τῆ Νικοςράτου, ὡς τριπλῆν τῆ κατὰ τὸν Νικήρατον, ἔσαι 1200· τῶν τριῶν δὲ τὸ ἀθροισμα, 1800,

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΩΘΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῶν Τόκων.

265. Ἰν' εὐρεθῆ ὁ τόκος γροσίων 5000, φέρ' εἰπεῖν, πρὸς δέκα τῶν 100 τοκιζομένων, σκέπτε ἕτως· 100 γροσίων κεφάλαιον δίδωσι τόκον 10, πόσον ἄρα δώσῃσι 5000; ποίησον δὲ ἕτω τὴν μέθοδον τῶν τριῶν· 100, 10, 5000, ἔκῃν ἔσαι τόκος 500. Πρὸς δὲ 5 τῶν 100, ἕτως· 100, 5, 5000, ὅθεν ἔξεισι τόκος 250° πρὸς 4½ τῶν 100, ἕτως· 100, 4½, 5000· ἔσαι ἄρα τόκος 225 γρόσια, ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπ' ἄλλων περιπτώσεων.

266. Ἐὰν τέναντίον, δοθέντος τῆ ἀθροίσματος τῶν τόκων, οἷον 500, ζητηθῆ τὸ κεφάλαιον, πρὸς 10 τῶν 100, φέρε, λέγε ἕτως· εἰάν τόκος 10 ἀπονέμη κεφάλαιον 100, τόκος 500 πόσον κεφάλαιον ὑποτίθῃσιν; γράφεδῆ, 10, 100, 500· ἄρα κεφάλαιον ἔσαι 5000.

267. Διὰ τῆς μεθόδου τῶν κλασμάτων (247)· πολλαπλασίασον τὸ δοθὲν κεφάλαιον ἐπὶ κλάσμα, ἢ παρονομασῆς μὲν 100, ἀριθμητῆς δὲ ὁ τῶν 100 τόκος (194)· ἔκῃν τὸ γινόμενον δηλώσει τὸν τόκον (146, 192)· ἢ γῦν δι' αὐτῆ τῆ κλάσματος διέλε τὸν ἀριθμὸν τὸν ἐμφαντικὸν τῆ τόκου, καὶ ἔξεις κεφάλαιον τὸ πηλίκον (205).

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Γρόσια 336 πόσα φέρῃσι, πρὸς 7 τῶν 100; 336 γρόσια, πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ 175 δώσῃσι τόκον 23 γρόσια, 20 παράδ. 2 λεπτά ὡς ἔγγιστα.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β. Πόσος ἔσαι ὁ τόκος γροσίων 4375, πρὸς 5 τῶν 100; 4375, πολλαπλασιασθεὶς διὰ τῆς· ἢ διὰ 25, δίδωσι τόκον 218 γρόσι. 30 παράδ.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Ο Πέτρος καρπύεται ἀπ' ἀγρῶ τινος γρόσια 1250· πωλήσαι ἔν βέλεται τὸν ἀγρὸν, ἀλλὰ τιμήματος τασέτε, ὅσον ἐπὶ τόκῳ πρὸς 5 τῶν 100 ἐκδοθὲν φέρειν αὐτῷ τὴν αὐτὴν πρόσοδον· πόσα ἔν αἰτῆσαι δεῖ; ὁ 1250, διαιρεθεὶς διὰ τῆ τῶς κλάσματος, ἢ τῆ $\frac{1}{20}$ (205) φήσει, ὅτι δεῖ αἰτῆσαι γρόσια 25000.

268. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐς ἢ ἕτερος τῆ τοκίζεσθαι τρόπος, ὃς καλεῖται πρὸς τόκον 10, ὅταν 10 λίτραι λαμβάνωσι 1· πρὸς τόκον 12, ὅταν 12 λίτραι λαμβάνωσι 1, ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ἐν τέτῳ ἄρα τῆ λογίζεσθαι τῷ εἶδει ἀποχρήσει διελθὲν τὸ ὅλον κεφάλαιον διὰ τῆ ἀριθμῶ, τῆ ἐμφαίνοντες, πρὸς πόσον τόκον, εἰς εὐρεσιν τῆ τόκου, ἢ πολλαπλασιάσαι τὸν τόκον ἐπὶ τέτῳ τὸν ἀριθμὸν, ὅτε τὸ κεφάλαιον ζητεῖται.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Πόσα δώσωσι 5345 γρόσια πρὸς τόκον 20; διέλε 5345 διὰ 20, ἢ εὐρήσεις τόκον 267 γρόσια, ἢ 10 παράδας.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆτι ἐπιλύοντες διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδων εἵπομεν ἄν· 20 γρόσια παρέχουσι γρόσιον 1· πόσα παρέξουσι τὰ 5345; καταγράφοντες τοίνυν: 20, 1, 5345· ἐπεὶ περ ἀσυντελές ἐσι πολλαπλασιάζειν 5345 ἐπὶ 1, διαιρέμεν μόνον τὸν 5345 διὰ 20. Ο. Ε. Δ.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἀντώνιος προκλήσασθαι βέλεται πρόσοδόν τινα 650 γροσίων· πόσον ἄρ ἔσι τὸ κεφάλαιον, ὃ καταθέσθαι χρεῶν πρὸς τόκον 24; πολλαπλασιάσθωσαν 650 γρόσια ἐπὶ 24, ἢ ὁ προκύπτων 15600 ἔσαι τὸ κεφάλαιον, ὃ δεῖ καταθέσθαι.

ΔΕΙΞΙΣ. 1 γρόσιον τόκος ὑποτίθησιν 24 γρόσια κεφάλαιον, τόκος γροσίων 650 πόσα ὑποτίθησι γρόσια, εἰς κεφάλαιον; ἐντεῦθεν ἡ μέθοδος: 1, 24, 650· ὅθεν κα-

ταφανές ὅτι μόνον χρὴ πολλαπλασιάσαι τὸν 650 ἐπὶ 24.

269. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπειδὴ περὶ ὁ τόκος 10 ἐστὶν $\frac{1}{10}$ τῆ κεφαλαιῆ· ὁ δὲ τόκος 20, $\frac{1}{5}$ ἢ ἕως ἑξῆς· ἀριθμῶ τινος, περιέχοντος κεφάλαιον ἅμα ἢ τόκον αὐτῆ, εὐρεθήσεται ὁ τόκος, ναὶ μὴν ἢ ὅσον ἐστὶ τὸ κεφάλαιον, πολλαπλασιάσαι τὸνδε τὸν ἀριθμὸν, ἐν μὲν τῷ τόκῳ 10 ἐπὶ 11· ἐν δὲ τῷ τόκῳ 20 ἐπὶ $\frac{1}{2}$ κτ. (144)· τὴναντίον δὲ, εἴπερ παρίσῃσιν ὁ ἀριθμὸς κεφάλαιον, ἢ προαφώρισαι ὁ τόκος, εὐρεθήσεται ὁ τόκος αὐτὸς, ναὶ μὴν ἢ τὸ κεφάλαιον, διελεύσει τὸνδε τὸν ἀριθμὸν διὰ 9 ἐν τῷ τόκῳ 10, διὰ 19 ἐν τῷ τόκῳ 20, ἢ ἐρεξῆς ἕτως.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Ο' 5922 ἀριθμὸς ἐμφαίνει τὸ κεφάλαιον ἠνωμένον ἐνιαυσίῳ τόκῳ πρὸς τόκον 20· πόσος μὲν ἐστὶν ὁ τόκος; πόσον δὲ τὸ κεφάλαιον; πολλαπλασιάσον 5922 ἐπὶ 11, ἢ διέλε αὐτὸν διὰ 21 (194), ἢ ἕξεις τόκον μὲν 282, κεφάλαιον δὲ 5640.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ο' Πέτρος ἔθετο κεφάλαιόν τι πρὸς τόκον 16· συνέθετο δὲ τῷ δανεισῇ καταχρόντι ἐνιαυσίον τόκον, ἀποδῆναι οἱ τὰ ἄλλα· ἀπέδωκεν ἔν 6840· πόσος ἄρ ἦν ὁ τόκος ἢ αὐτὸ τὸ κεφάλαιον; 6840, πολλαπλασιασθεὶς διὰ 11, ἢ διαιρεθεὶς διὰ 15, δίδωσι τόκῳ 456, ὅς τις συναφθεὶς τῷ 6840, δώσει κεφάλαιον τὸν 7296.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ τῆ λογισμῆ τῆς Ἀλύσεως.

270. Ζητούμενος τῆ ὅληκῃ ἀθροίσματος, τῆ συμπληρωθησομένου μετὰ πλείω ἔτη, ἐν ᾧ περιέχεται τότε κε

Κ ρ

φάλαιον, ἢ ὁ τόκος τῆ κεφαλαιῶν, ἀλλὰ δὴ ἢ ὁ τόκος τῆ τόκῳ, ὁμοιογενέστερος αἰεὶ ἔσται ὁ λογισμὸς· ἀλλὰ δύο γὰρ ἡμεῖς ἢ περὶ τούτου ἐξοίσομεν μεθόδους.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Ἐκδενάι τις βέλεται 20000 γρόσια πρὸς 10 τῶν 100, προσεπιλογιζόμενος αἰεὶ τῆς τόκῳ τῶν παροισχόμενων ἐνιαυτῶν, ἢ ἅμα τῆς τῶν τόκῳ τόκῳ· πόσον ἔσται ὁμῶς ἄθροισμα μετὰ πέντε ἐνιαυτῶν;

271. Α΄. Μέθοδος διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν· 20000 γρόσια τέξῃσι τὸν πρῶτον ἐνιαυτὸν 2000 γρόσια (265) ἂ, συναφθέντα τῷ 20000, παρέχῃσι τὸ τῆ δευτέρου ἔτους κεφάλαιον, γρόσια 22000. Τυτὶ δὲ οἴσει τὸ δεύτερον ἔτος, 2200, ὃ, συναφθέν τῷ 22000, ἀπαρτιεὶ τῆ τρίτου ἔτους κεφάλαιον 24200· τυτὶ δὲ γεννήσει ἐν τῷ τρίτῳ ἔτει 2420, ὃ, συναφθέν τῷ 24200, ἀποκαταστήσει τῆ τετάρτου ἔτους τὸ κεφάλαιον 26620· τὸ δὲ, τέξει κατὰ τὸν τέταρτον ἐνιαυτὸν 2662, ὃ, προσεθὲν τῷ 26620, σχηματίσει τῆ πέμπτου ἔτους τὸ κεφάλαιον, εἴτ' ἔν 29282· τελευταίου δὲ τούτου παρέξεται τῷ πέμπτῳ ἔτει 2928 γρόσια, ἂ, συναφθέντα τῷ 29282, παράξῃσι τὸ ὅλικον κεφάλαιον 32210 γρόσια ἢ παραδ. 8, ἂ παρέψονται τῷ χρήσῃ μετὰ τῆς 5 ἐνιαυτῶν, λογισαμένῳ τούτου κεφάλαιον ἢ τῆς τόκῳ, ναὶ μὴν ἢ τῆς τόκῳ τῶν τόκῳ.

272. Β΄. Μέθοδος. α΄. τὸ 20000 γροσίων κεφάλαιον, πρὸς 10 τῶν 100, οἴσει ἑκάστου ἔτους τὸ $\frac{1}{10}$ ἑαυτῶ· ἐκὲν γεγράφῃ ὑφ' ἑκάστου ἐνιαυτὸν τὸ $\frac{1}{10}$ κατὰ τὸν Α εἶχον, ὡς ἐπὶ τῆ Α' βακίσκου ὁράται. β΄. τοῦτὶ τὸ $\frac{1}{10}$, ἢ ὁ τόκος τῆ πρώτου ἐνιαυτῶ, γεννήσεται κεφάλαιον εἰς τὸν δεύτερον, ἢ οἴσει $\frac{1}{10}$ τῆδε τῆ $\frac{1}{10}$ · γεγράφῃ τοίνυν $\frac{1}{10}$ ὑπὸ τὸ δεύτερον ἔτος ἐπὶ τῆ εἶχῃ Β, λαμβανομένη ἐξ ἀριστερῶν ἐπὶ δεξιά· διὰ τὸν αὐτὸν δὲ λόγον $\frac{1}{10}$ τῆ πρώτου ἐνιαυτῶ.

αυτῆ, κ' ἐν τῆ	α΄.	β΄.	γ΄.	δ΄.	ε΄.	20000 0
δευτέρου, γε.	έτ.	έτ.	έτ.	έτ.	έτ.	λίτρ. σολ,
γραμμένον	A	τ ¹ ο	τ ¹ ο	τ ¹ ο	τ ¹ ο	10000 0
ἐν τῷ Α σίχῳ,	B	τ ¹ ο	τ ² ο	τ ³ ο	τ ⁴ ο	2000 0
οἷσσι τῷ τρίτῳ ἔτει	Γ	τ ¹ ο	τ ¹ ο	τ ⁶ ο		200 0
τ ² ο ὁμοειδῆ τοῖς ἤδη γε.	Δ	τ ¹ ο	τ ¹ ο			10 0
γραμμένοις ἐν τῷ Β σίχῳ· γε.	E	τ ¹ ο				0 8
γράφθω τοίνυν ἔτι τ ² ο ἐν τῷ αὐτῷ σίχῳ						<u>32210 8</u>

ὑπὸ τὸν τρίτον ἐνιαυτόν. Τὰ δεκατημόρια τῆ πρώτῃ, κ' δευτέρῃ, κ' τρίτῃ ἔτας, τὰ κατὰ τὸν Α σίχον, οἷσσι τῷ τετάρτῳ ἐνιαυτῷ τ²ο, ἃ γεγράφθω ἐν τῷ Β σίχῳ· τὰ δὲ τέσσαρα τ¹ο τῶν προλαβόντων ἔτων ἀπονεμῆσι τ¹ο τῷ πέμπτῳ ἔτει, ἃ κ' ταῦτα γεγράφθωσαν. γ΄. τὸ τ¹ο, τὸ σημειωθὲν ἐπὶ τῆ Β σίχῃ ὑπὸ τὸ δεύτερον ἔτος, ἀποδώσει τῷ τρίτῳ ἔτει τ¹ο τῆδε τῆ τ¹ο· ἢ κ' γεγράφθω τ¹ο ὑπὸ τὸ τρίτον ἔτος ἐπὶ τῆ Γ σίχῃ· τ¹ο κ' τ¹ο τὰ ἐν τῷ Β σίχῳ οἷσσι τῷ τετάρτῳ ἔτει ἐν τῷ Γ σίχῳ τ¹ο, ἃ περ σε σημειώσθω· τ²ο δὲ κ' τ²ο κ' τ²ο τὰ ἐν τῷ αὐτῷ Β σίχῳ οἷσσι ἐς τὸν πέμπτον ἐνιαυτόν τ¹ο, ἃ καὶ ταῦτα γεγράφθωσαν.

Τὸ ὑπὸ τὸ τρίτον ἔτος ἐν τῷ Γ σίχῳ σημειωθὲν τ¹ο παρέξει τῷ δ΄. ἐνιαυτῷ τ¹ο τῆδε τῆ τ¹ο· ἢ κ' γεγράφθω τ¹ο ὑπὸ τὸ τέταρτον ἔτος κατὰ τὸν Δ σίχον· τ¹ο δὲ καὶ τ¹ο τῶν ἔτων τῆ τρίτῃ κ' τετάρτῃ, τὰ κατὰ τὸν Γ σίχον, οἷσσι τῷ ε΄. ἔτει τ¹ο.

Τελευταίον δὲ τὸ ἄρτι ὑπὸ τὸ δ΄. ἔτος ἐν τῷ Δ σίχῳ γεγραμμένον τ¹ο ἀπονεμει τῷ πέμπτῳ ἐνιαυτῷ τὸ τ¹ο τῆδε τῆ τ¹ο, ὃ γεγράφθω τελευταίον ὑπὸ τὸ πέμπτον ἔτος ἐν τῷ Ε σίχῳ.

Νῦν ἔν συνήφθωσαν· τ¹ο. τῆ Α σίχῃ ἐσὶν τ¹ο τῶν

20000, ἢ γρόσια 2000· ἀλλ' εἰσι γὰρ πέντε δεκατη-
μόρια ἐν τῷ Α εἴχῃ· ἄρα γεγράφθωσαν ὑπὸ τὸ κεφά-
λαιον γρόσια πεντάκις 2000, εἴτ' ἔν 10000,

τὸ τῷ Β εἴχῃ, ὃν ὁ τόκος τῷ Α εἴχῃ, ἔσιν $\frac{1}{5}$ ἐκείνῃ
τῷ τὸ, ἢ γρόσια 200· ἀλλὰ μὴν εἰσι δέκα τὸ ἐν τῷ Β
εἴχῃ· ἄρα γρόσια 2000 γεγράφθωσαν ὑπὸ τὸ 10000.

τὸ τῷ Γ εἴχῃ ἔσιν τὸ τῷ Β εἴχῃ· ἐμφαίνει
ἄρα γρόσια 20· δέκα ἄρα τὸ τῷ Γ εἴχῃ δύνανται γρό-
σια 200· τὸ τῷ Δ εἴχῃ ἔσιν τὸ γροσίων 20, ἢ γρό-
σια 2· ἄρα τὸ, τὰ ἐν τῷδε τῷ εἴχῃ, ἐμφαίνουσι 10 γρό-
σια, ἃ ὑπογραπτέον.

Τέλος δὲ τὸ τῷ Ε εἴχῃ ἔσιν τὸ γροσίων 2, εἴτ' ἔν παρ' Β.

Ἀπασῶν δὲ τούτων τῶν δυνάμεων συναφθεισῶν,
πρόεισιν ὁ ἀριθμὸς 32210, ὁ καὶ διὰ τῆς πρώτης προελ-
θὼν μεθόδου.

273 ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐπὶ τῷ προεκτεθέντος Ἀ' βακίῃ
παρατηρητέον, ὅτι οἱ ἀριθμηταὶ, καίτοι τῶν αὐτῶν αἰεὶ
ὄντων παρονομασῶν, ποικίλλονται κατὰ τινὰ ἀπαράβατον
νόμον· α'. ἐκ μὲν γὰρ τῷ Α εἴχῃ ὁ ἀριθμητὴς ἀτρεπτος
διαμένει 1. β'. ὁ πρὸς ἀρισερὰν πρῶτος ἐκάστῃ εἴχῃ ἀριθ-
μητὴς, καὶ αὐτὸς αἰεὶ ὢν 1, αἰεὶ προχωρεῖ βῆμα ἓν, ἕτως
εἰπεῖν, πρὸς τὰ δεξιὰ τῷ ὑπερθεῖν πρῶτῳ παραβαλλόμε-
νος. γ'. ἕκαστος ἀριθμητὴς εἴχῃ παντὸς περιέχει τὸ πάν-
των τῶν πρὸς ἀρισερὰν πρὸ αὐτῆ ἀριθμητῶν τῷ ἀνωτέρῃ
εἴχῃ ἄθροισμα.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Ὁ 2 ἀριθμητὴς τῷ Β εἴχῃ ἐστὶ τὸ
ἄθροισμα τῶν δύο ἀριθμητῶν 1, 1, οἵτινες προηγῦνται
αὐτῷ ἐν τῷ Α εἴχῃ· ὁ δὲ 3 ἀριθμητὴς τῷ Β εἴχῃ ἐστὶ τὸ
ἄθροισμα τῶν ἠγχεμένων αὐτῷ ἐν τῷ Α εἴχῃ τριῶν ἀριθ-
μητῶν 1, 1, 1, ὁ δὲ 4, τὸ τῶν ἀριθμητῶν 1, 1, 1, 1·

ὡσαύτως ἐπὶ τῆ Γ σίχῃ, ὁ 3 ἀριθμητὴς ἐστὶ τὸ ἄθροισμα τῶν προηγμένων αὐτῆ ἐπὶ τῆ Β σίχῃ ἀριθμητῶν 1, 2· ὁ δὲ 6 ἀριθμητὴς, τὸ τῶν ἠγυμένων αὐτῆ ἐν τῷ Β σίχῳ ἀριθμητῶν 1, 2, 3, ἄθροισμα, καὶ ἐξῆς ἐπὶ τῶν ἄλλων σίχων ὡσαύτως.

274. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐντεῦθεν ἄρα ὁ ἐνός τινος σίχῃ ἀριθμητὴς σημαίνει πάντων τῶν ἠγυμένων αὐτῆ ἐν τῷ ὑπερτέρῳ σίχῳ ἀριθμητῶν τὸ ἄθροισμα· ἐν γὰρ τῷ Γ σίχῳ ὁ 3 ἀριθμητὴς ἐνδείκνυσι τὸ τῶν 1, 2 προηγμένων ἀριθμητῶν τῆ Β σίχῃ ἄθροισμα· συναφθέντος ἄρα ἀριθμητῆ κατωτέρου, οἷος ὁ 3 ἐν τῷ Γ σίχῳ, ἀριθμητῆ καθυπερτέρῳ τῷ 3, τὸ 6 ἄθροισμα, α'. παρέξει τὸν ἐφεξῆς ἀριθμητὴν τῆ Γ σίχῃ· β'. εἶσαι πάντων τῶν ἐπὶ τῆ Β σίχῃ ἠγυμένων τῆ ἐν τῷ Γ σίχῳ ἀριθμητῆ 6 ἀριθμητῶν ἄθροισμα.

275. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐπάναγκες ἄρα ἐκάστην σήλην, τὴν τῆ πέμπτην, φέρ' εἶπειν, ἐνιαυτῆ, ἐνδεικνύουσαι τὸ πάντων τῶν ἀριθμητῶν τῶν παρηχαμένων ἐνιαυτῶν ἐν ἐκάστῳ ἄθροισμα· ἕως ὁ 4 ἀριθμητὴς τῆ ε'. ἔτις ὁ ἐν τῷ Β σίχῳ ἐστὶ τὸ τῶν ἐν τῷ Α σίχῳ ὑπὲρ τεσσάρων ἐνιαυτῶν ἀριθμητῶν ἄθροισμα· ὁ δ' ἐν Γ ἀριθμητὴς 6 τῆ ε'. ἔτις ἐνδείκνυσι τὰ ἄθροισμα πάντων τῶν ἐν τῷ Β σίχῳ ὑπὲρ ἐτῶν τεσσάρων ἀριθμητῶν, καὶ καθεξῆς ἕτω.

276. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Προαχθεῖν ἄρα τὸ Α' β' ακίον εἰς ὄσων ἀντις βέλοιο ἐτῶν ἀριθμὸν· κεί- 5. ἐνιαυτός.
σθω γὰρ συνάψαι τέτρω τὴν ἐνός ἐτι ἐνι- 1 Α
αυτῆ τῆ ἕκτη σήλην· ἕκῃν γεγράφθω 1 5 Β
ἐν τῷ Α σίχῳ, ὡσπερ ἐνταῦθ' ὁρᾶται· 10 Γ
ὁ δὲ τῆ Β ἀριθμητὴς τῆ προτέρου Α' β' ακίον, 5
συναφθεῖς τῆ ὑπὲρ αὐτὸν 1, παρέχει τῆ 1

νέα σήλη εἰς τὸν Β σίχον 3· ὁ δὲ τῷ Γ ἀριθμητῆς 6, συ-
ναφθεῖς τῷ τῷ Β ἀριθμητῇ 4 τῷ προτέρῳ Α' βακίῳ, παρέ-
χει 10 ὑπὲρ τῷ Γ τῇ ἕκτῃ σήλη τῷ ἐνταῦθ' Α' βακίῳ, ἢ
ἕξῃς ὡσαύτως· τέλος δ' ἐπει ἐκάσῃ σήλη λήγει πρὸς
τὰ κάτω ἐπὶ τῷ τῷ προτέρῳ Α' βακίῳ, γεγράφθω 1 κἄν-
ταῦθα· ἐντεῦθεν ἐρχημάτις· ἢ ἡ ἕκτῃ τῷ ἕκτῃ ἔτους σή-
λη. Ταῦτα δὲ διακπερανθήσεται ἕξῃς ἢ εἰς ἐσδόμην
σήλην, ἢ ὀγδόην κτ.

277. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐποθώμεθα τοιγάρων Α' βα-
κα προηγμένον εἰς τὸν 15· ἐνιαυτὸν, μόνον μέντο· γε τῶν
ἀριθμητῶν περιεκτικόν· οὗτος ἐν ξυντελέσει εἰς τὸ λογι-
ζεσθαι τὰς τόκων τόκους πρὸν ὅσον ἂν ὑποτεθῆ τόκον, ἢ
ὅσους ἐνιαυτὸς τὰς τὰ 16 μὴ ὑπερβαίνοντας.

278. ΣΧΟΛΙΟΝ. Οὐκ ὀλιγάκις ἐπὶ τῶν δικαση-
ρίων οἱ τόκοι τῶν τόκων λογισμῷ τηρεῦνται· ἀλλὰ τῶν
5, ἢ 6 ἐνιαυτῶν ἐπέκεινα τελευμένε ζητήματος, ἢκ ἂν

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	15
Γ	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	135
Δ	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455	560	675	810
Ε	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365	1848	2430	3120	3930
Ζ	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003	4368	6120	8280	10950	14250
Η	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	7710	11220	15750	21420	28350	36750
Θ	1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	10950	17160	25410	36750	52200	72000	97500
Ι	1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	22770	40395	70070	119700	184500	270000	382500
Κ	1	10	55	220	715	2002	5005	11970	27000	61200	136500	300300	675000	1500000	3375000	7500000
Λ	1	11	66	286	1001	3003	7710	19440	50050	128700	330000	828000	2142000	5520000	14250000	36750000
Μ	1	12	78	366	1365	4368	11220	29400	77100	200200	522000	1365000	3675000	9750000	25410000	67500000
Ν	1	13	91	455	1575	5005	13650	36750	97500	254100	675000	1845000	4950000	13000000	34350000	90000000
Ξ	1	14	105	455	1575	5005	13650	36750	97500	254100	675000	1845000	4950000	13000000	34350000	90000000
Ο	1	15	105	455	1575	5005	13650	36750	97500	254100	675000	1845000	4950000	13000000	34350000	90000000
Π	1	16	136	560	1980	6120	17160	45040	119700	312000	828000	2142000	5520000	14250000	36750000	97500000

τις εἶποι ὅσον χοινοτενήςτε καὶ περιπεπλεγμένος καθί-
 ζαται ὁ λογισμὸς παρὰ τὴν ἀφεικτον πάροδον διαφόρων
 κλασμάτων· ἐκ ἧρ' ἀξυντελὲς πάμπαν ἂν εἶη ὑποσρώ-
 σασθαι τὸν Α' βραχὺ τῆτον μέχρι προήκοντα τῶν 16 ἐπι-
 αυτῶν· ἔ τὴν χρῆσιν ῥάω παρεξόμεθα προσιθέντες ἐξῆς
 προβλημάτων δυάδα.

279. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Α' πορφανισθείςτις ἐκλη-
 ρονόμεσε γρόσια 80000· Παρελθόντων ἔν ἐνιαυτῶν 12
 αἰτεῖ λόγον τὸν ἐαυτῆ ἐπίτροπον τῆτε κεφαλαίῃ, καὶ τῆ
 τόκῃ τῆ κεφαλαίῃ, ναὶ μὴν καὶ τῶν τόκῳ τῶν τόκῳ πρὸς
 5 τῶν 100, ἢ πρὸς τόκῳ 20· πὸς' ἄρα καταβαλεῖ χρή-
 ματα;

ΛΤΣΙΣ. Εἰλήφθω ἐπὶ τῆ Α' βραχος αἰ τῆ 1γ'. ἐπι-
 αυτῆ σήλη, ἢ ἡ 1γ'. σήλη, γραφέντος ἰδίᾳ τῆ 80000
 κεφαλαίῃ.

Ὁ' ἐν τῆ 1γ'. σήλη 12 ἐνδείκνυσι τὸ ἄθροισμα πάν-
 των τῶν ἀριθμητῶν τῶν ἐν τῷ Α σίχῳ ὑπὲρ ἐτῶν 12
 (274)· ἀλλ' ἡ ἐν τῷδε τῷ σίχῳ 1 τὸν ἐνιαύσιον τόκον
 τῶν 80000 δηλῶσα, πρὸς τόκῳ 20, παρίσησι $\frac{1}{20}$ τῶν
 80000, ἢ 4000· ἔτος ἄρα δωδεκάμης, ποιεῖ 48000,
 ὅς γεγράφθω ὑπὸ τὸν 80000.

Ἡ' ἐν τῷ Β σίχῳ 1 ἔσαι $\frac{1}{20}$ τῆ ἐν τῷ Α $\frac{1}{20}$, εἶγε
 ἔσι τῆτε τόκος ἐκεῖνο· δηλώσει· ἄρα $\frac{1}{20}$ τῶν 4000, εἶτ'
 ἔν 200· ἀλλ' ὁ τῆς 1γ'. σήλης γ'. ἀριθμητῆς 66 καταγγέλ-
 λει, ὅτι ἐσὶν ἐν τῷ Β δευτέρῳ σίχῳ ὑπὲρ ἐτῶν 12 ἐξη-
 κοντάμης καὶ ἑξάμης τὸ $\frac{1}{2}$ · πολλαπλασιασθέντος ἄρα τῆ 200
 διὰ 66, γεγράφθω 13200 προκύπτων ὑπὸ τὸν 48000.

$\frac{1}{20}$ τῆ Γ τρίτη σίχῃ ἐσὶν $\frac{1}{20}$ τῆ ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ
 $\frac{1}{20}$, ἄτε αὐτῆ ὄν τόκος· ἔσιν ἄρα $\frac{1}{20}$ τῶν 200, ὅ ἐσι
 10· ἔκῃν πεπολλαπλασιάσθω 10 ἐπὶ 220 τέταρτον ἀριθ-

μητὴν τῆς ιγ'. σήλης. ἢ γεγράφ- 80000
 θω ὁ προκύπτων 2200 $\frac{1}{5}$ τῆ τε 48000
 τάρτε ὄρε Δ ἐσὶν $\frac{1}{5}$ τῶν 10 γροσίων, 13200
 εἴτ' ἔν $\frac{1}{5}$, ἢ $\frac{1}{2}$ πολλαπλασιάζ- 2200
 σθω ἄρα $\frac{1}{2}$ διὰ 495 πέμπτου ἀριθμη- 247 20 0
 τῆ τῆς ιγ'. σήλης, ὅθεν προκύψουσι 19 32 0
 247 γρόσ. ἢ 20 παράδαι. $\frac{1}{5}$ τῆ 1 6 $\frac{1}{2}$
 Ε σίχου ἐσὶν $\frac{1}{5}$ τῆ $\frac{1}{2}$ ἢ $\frac{1}{5}$, ὁ πολλαπ. 0 2
 διὰ 792, ἀποδ. 19 γρ. 32 παρ. $\frac{1}{5}$ τῆ Ζ ἐσὶν $\frac{1}{5}$ τῆ
 $\frac{1}{5}$, ἢ $\frac{1}{5}$, ὁ πολλαπλασιασθέν ἐπὶ 924 παρέχεται 1
 γρόσιον, 6 παράδ. ἢ $\frac{1}{2}$ λεπτά. $\frac{1}{5}$ τῆ Η σίχου ἐσὶν $\frac{1}{5}$ τῆ
 $\frac{1}{5}$, ἢ $\frac{1}{5}$, ὁ πολλαπλασιασθέν διὰ 792 παρέχει 2
 παράδ. ὡς ἔγγιστα.

$\frac{1}{5}$ τῆ Θ σίχου ἐσὶν $\frac{1}{5}$ τῆ $\frac{1}{5}$, ἢ $\frac{1}{5}$, ὁ
 πολλαπλασιασθέν διὰ 495 παρέχει μόνον $\frac{1}{2}$ λεπτῆ. Πα-
 ροπτέον ἄρα τόνδε τὸν σίχον, πολλῶ δὲ μάλλον ἢ τὸς
 ἐξῆς. Προφάσει ἔν εὐρίσκεται ἀποδώσων ὁ ἐπίτροπος
 143668 γρόσια, ἢ παράδας 20, ἢ λεπτὸν 1.

280. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Ἐξελήλεγκται τις καταχωρῶν
 ἀδίκως πρὸ ἐτῶν 8 γρόσια 1000· κατακέκριται δὲ τὸ κε-
 φάλαιον καταβαλεῖν συνάμα τῷ τόκῳ αὐτῆ, ἢ τοῖς τόκοις
 τῶν τόκων, κατὰ λόγον τῶν 4 πρὸς 100· πόσον ἀποτίσει;

Ἡ Θ' σήλη ἐμφαίνει τὸς ἐτῶν 8 ἀριθμητάς· τῆ 4
 δὲ πρὸς τὰ 100 ὄντας $\frac{1}{5}$, παρονομασῆς ἔσαι ὁ 25.

$\frac{1}{5}$ τῆ Α σίχου, ὁ τόκος ὦν τῶν 1000 0 0
 1000, ἔσαι $\frac{1}{5}$ τῶν 1000 ἢ 40 γρό- 320 0 0
 σια· ἀλλ' ὁ δεύτερος ἀριθμητῆς τῆς 3', 44 32 0
 σήλης ἐκδείκνυσιν ὅτι ἐξ αὐτῶν εἰσιν 8 3 23 1
 ἐν τῷ Α σίχῳ· πολλαπλασιασθέντος 0 7 $\frac{1}{2}$
 ἄρα τῆ 40 ἐπὶ 8, ὁ προκύπτων 320 0 0 1
 γεγράφθω ὑπὸ τὸ κεφάλαιον 1000. 1368 22 $\frac{1}{2}$

Ε.Υ.Δ. Π.Σ.Κ.Τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\frac{2}{25}$ τῆ Β' σίχῃ ἐσὶν $\frac{2}{25}$ τῶν 40 γρόσιων, ἢ $\frac{4}{25}$, ἢ $\frac{8}{25}$. ἐπεὶ δὲ ὁ τῆς Δ' σήλης τρίτος ἀριθμητῆς 28 μαρτυρεῖ, ὡς ἔστιν ἐξ' αὐτῶν 28 ἐν τῇ Β σίχῃ πεπολλαπλασιασάτω ἄρα $\frac{2}{25}$ ἐπὶ 28· ὁ δὲ προκύπτων 44 γρόσια, 32 παράδαι, γεγράφθωσαν ἐν τῇ αὐτῶν τάξει.

$\frac{2}{25}$ τῆ Γ σίχῃ ἐσὶν $\frac{2}{25}$ τῶν $\frac{8}{25}$, ἢ $\frac{8}{25} \times 56$, τέταρτον ἀριθμητῆν τῆς Δ' σήλης· ἔκθεν ὁ προκύπτων 3 γρόσια, 23 παράδαι, 1 λεπτόν, κατὰ τάξιν γραφθήτω.

$\frac{2}{25}$ τῆ Δ σίχῃ ἐσὶ $\frac{2}{25}$ τῶν $\frac{8}{25}$, ἢ $\frac{8}{25}$, ὁ πολλαπλασιασάτω ἐπὶ 70 προάγει 7 παράδαι, $\frac{1}{2}$ λεπτ., ἔπειτα ταῦτα σημειώσωσαν.

$\frac{2}{25}$ τῆ Ε σίχῃ ἐσὶν $\frac{2}{25}$ τῶν $\frac{8}{25}$, ἢ $\frac{8}{25}$, ὁ πολλαπλασιασάτω διὰ 56, προάγει ὡς ἔγγιστα 1 λεπτόν, ὃ προσεθήτω τῇ τάξει τελευταίον.

Οἱ ἔν ἐξῆς σίχοι παροπτεῖ· ὁ δὲ κατακριθεὶς, καταβαλεῖν ὀφείλει 1368: γρόσια, 32 παράδαι, κτ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῆς ὑφαιρέσεως.

281. Τ' φαίρεσιν καλῶ τὴν ἀπότινος κεφαλῆν ἀποχώρισιν ποσότητος κατ' ἀναλογίαν, ἢ προλαμβάνει τις χρόνος εἰς τὸ ἀποδεῖναι τοδὶ τὸ κεφάλαιον· ὃ δὴ αἰετοποτε εἶωθε γίνεσθαι διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδου.

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Ὡνήσατό τις οἶκον γρόσιων 20000, ἔπειτα ἀποτίσει μετ' ἐνιαυτοῦ· ἢ πρὸς τὸ παρὸν καταχωρῶν καθ' ἑκάστον 10, ἀποτίσει τὰ λοιπὰ· πόσα ἔν ἀποδώσει; σκέπτου δὴ ἔτω; εἰπέθ 110 γρόσια ἀποδοτέα μετ' ἐνιαυτοῦ, ἄ.

156 ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔ. ΤΗΣ ΤΦΑΙΡΕΣΕΩΣ.

ποδίδονται πρὸς τὸ παρὸν γινόμενα 10, πόσοις ἔλατ-
τώθησονται γρόσια 20000; ἐντεῦθεν ἢ τῶν τριῶν μέθο-
δος· 110, 100, 2000 ἀποκρίνεται 18181 γρόσια, ἢ
32 παράδας ἢ 2 λεπτά.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β΄. Χρήζων λαβεῖν κεφάλαιον γρα-
σίων 5000, ἃ ἀποδοθήσονται μοι μετὰ ἐνιαυτὸν, συντί-
θεμαι τῷ διδόντι ἀφείναι καθ' ἑκατὸν 10 τῷ ἔτει, ἵνα ἀ-
πολάβω τὰ ἐμαυτῷ πρὸς μηνῶν 8. πόσ' ἄρ' ἀπολήψομαι;
σκέπτομαι δὴ ἔτιω· 12 μῆνες ὑφαιρῶσι 10 τῶν 100,
πόσα ἐν ὑφαιρήσει μῆνες 8; 12, 10, 8, ἐξ ὧν πρόεισι
 $6\frac{2}{3}$; σκέπτομαι αὖθις· εἰάν $106\frac{2}{3}$, πρὸ μηνῶν 8 ἀποδι-
δόμενα, γίνονται 100, πόσα γενήσονται γρόσια 5000;
ἢ μέθοδος: $106\frac{2}{3}$, 100 5000 ἀποκρίνεται (206) γρό-
σια 4687, ἢ παράδας 20.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ τῆς Μεθόδου τῆς Καλλύβου.

282. **ΤΠΟΔΕΙΜΓΑ Α΄.** Συντίθεμαι ἐν Κωνσταν-
τινουπόλει Κολλυβισῆτινι, ἵνα ἐν Θεσσαλονίκῃ ὁ ἐκεῖθεν
ἑταῖρος ἀποδῶ τῷ ἐμῷ ἑταίρῳ γρόσια 4000· περὶ δὲ
τέτων ἀφήμι τῷ ἐν Κωνσταντινουπόλει 4 καθ' ἑκατὸν· πόσα
ἐν αὐτῷ ἀποτίσω; σκέπτομαι ἔτιω: 100 γρόσια ἐν Θεσ-
σαλονίκῃ αἰτήσιν 104 ἐν Κωνσταντινουπόλει, πόσα αἰτή-
σει 4000; ἢ μέθοδος τῶν τριῶν δίδωσι 4160, ἃ ἀ-
νάγκημοι καταβαλεῖν τῷ ἐν Κωνσταντινουπόλει κολλυβισῆτι.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β΄. Αἰτήσας ἔλαβον ἐν Κωνσταντινουπό-
λει παρὰ κολλυβισῆ συγγραφὴν κολλυβισικὴν, δι' ἧς λή-