$\overset{(\mu-1)}{\xi}$, θέλομεν ἔχειν $\theta' = \xi + \xi' \alpha + \xi'' \alpha^2 + \xi''' \alpha^3 + \overset{(\mu-1)}{\xi} \alpha^{\mu-1}$
Ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ θ' ἔχει (μ-2) (μ-3) . . . . 4. 3. 2. 1 τιμὰς, διὰ τοῦτο $\xi, \xi', \xi'' \ldots \overset{(\mu-1)}{\xi}$ ἔχει ἕκαστον (μ-2) . . . 4. 3. 2. 1 τιμὰς, ἐὰν τώρα ὑποθέσωμεν τὸ α = 1 ἡ λειτουργία $(\chi' + \alpha\chi'' \ldots + \alpha^{\mu-1} \overset{(\mu)}{\chi})^{\mu}$ τρέπεται εἰς $(\chi' + \chi'' + \chi''' \ldots + \overset{(\alpha)}{\chi})^{\mu}$ τουτέστιν εἰς τὸν συντελεστὴν τοῦ δευτέρου ὅρου τῆς δοθείσης ἐξισώσεως, ὑψωμένον εἰς τὴν δύναμιν μ. καὶ καλοῦντες αὐτὸν A, καὶ τὴν τιμὴν τῆς θ', ἥτις ἀνήκει, ὅταν $\alpha^0 = 1$, $\theta^{(o)}$ θέλομεν ἔχειν

$$\overset{(o)}{\theta} = \xi + \xi + \xi'' \ldots + \overset{(\mu-1)}{\xi} = \overset{\mu}{A}$$

$$\text{καὶ } \xi = \overset{\mu}{A} - \xi' - \xi'' - \xi''' \ldots \ldots \overset{(\mu-1)}{\xi}$$

$$\text{ὥστε } \theta' = \overset{\mu}{A} - \xi' - \xi'' - \xi''' \ldots \overset{(\mu-1)}{\xi} +$$

$$\xi' \alpha + \xi'' \alpha^2 \ldots + \overset{(\mu-1)}{\xi} \alpha^{(\mu-1)}, \text{ ἤγουν}$$

$$\theta' = A^{\mu} + (\alpha - 1)\xi' + (\alpha^2 - 1)\xi'' \ldots + (\alpha^{(\mu-1)} - 1)\overset{(\mu-1)}{\xi}$$

Αἱ τιμαὶ τῆς θ'', θ''', . . . $\overset{(\mu-1)}{\theta}$ συνάγονται ἀπὸ ἐκείνην τῆς θ' ἀφ' οὗ ἀντεισαχθῇ ἀντὶ τῆς α, ἡ α^2, α^3, $\alpha^{\mu-1}$
Παρομοίως ἔχομεν

$$\overset{2\nu}{\theta} = \xi_{\nu} + \xi'_{\nu} \alpha + \xi''_{\nu} \alpha^2 \ldots \times \overset{(\mu-1)}{\xi_{\nu}} \alpha^{(\mu-1)}$$

ἔνθα τὸ ν, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς τὰ $\xi, \xi', \ldots$ φανερόνει ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ θ', τουτέστιν ἡ $(\chi' \times \alpha\chi'' \ldots \alpha^{\mu-1} \overset{(\mu)}{\chi})^{\mu}$ ὑψώθη εἰς τὸ ν καὶ ἀντεισάγοντες ἀντὶ α, τὸ α^2, $\alpha^3 \ldots \alpha^{\mu-1}$ θέλομεν ἔχειν

$$\theta'^{\nu} = \xi_\nu + \xi'_\nu \alpha + \xi''_\nu \alpha^2 \ldots + \overset{(\mu-1)}{\xi_\nu} \alpha^{\mu-1}$$

$$\theta''^{\nu} = \xi_\nu + \xi'_\nu \alpha^2 + \xi''_\nu \alpha^4 \ldots + \overset{(\mu-1)}{\xi_\nu} \alpha^{(\mu-2)}$$

$$\text{καὶ } \theta'^{\nu} + \theta''^{\nu} + \overset{(\mu-1)}{\theta^{\nu}} \ldots = (\mu-1)\,\xi_\nu - \xi'_\nu - \xi''_\nu \ldots \overset{(\mu-1)}{\xi_\nu}$$

τουτέςιν $\Sigma_\nu \theta = (\mu-1) \times \xi_\nu - \overset{\mu\nu}{A} + \xi_\nu = \mu\xi_\nu - \overset{\mu\nu}{A}$

Καὶ ἐπειδὴ ξ_ν εἶναι δεκτικὸν τόσων τιμῶν, ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς $(\mu-2)\,(\mu-3) \ldots 4.\ 3.\ 2.\ 1.$

Διὰ τοῦτο τὸ ἄθροισμα τῶν ν δυνάμεων τῶν ῥιζῶν τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ $\mu-1$ εἰς θ εἶναι δεκτικὸν τόσων τιμῶν, ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς $(\mu-2)\,(\mu-3) \ldots 4.\ 3.\ 2.\ 1.$

Λοιπὸν καὶ ὁ τύπος $\mu\xi_\nu - \overset{\mu\nu}{A}$ εἶναι δεκτικὸς τιμῶν $(\mu-2)\,(\mu-3) \ldots 4.\ 3.\ 2.\ 1$ ἐξ αἰτίας τοῦ ξ_ν

Διὰ νὰ ἐφαρμόσωμεν τὰ ὅσα ἕως τοῦ νῦν ἐγράψαμεν, ἂς λάβωμεν τὴν ἐξίσωσιν $\chi^3 + \pi\chi + \kappa = 0$. λοιπὸν ἡ λειτουργία θέλει εἶσθαι $\tau' = \alpha^0 \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2 \chi'''$ ἐκ τῆς ὁποίας σχηματίζονται διὰ τῆς μεταθέσεως τῶν τριῶν ἐκθετῶν τόσαι λειτουργίαι ὅσας παραςαίνει ὁ ἀριθμὸς $3.\ 2.\ 1 = 6$, ἐκ τῶν ὁποίων ἐκεῖναι αἵτινες ἔχουν ὡς συντελεςὴν τοῦ πρώτου ὅρου τὸ α^0 εἶναι $2.\ 1 = 2$, ὡς ἐδῶ τὰς γράφομεν τουτέςιν αἱ πρῶται ἐξ

$$\begin{array}{ll} \alpha^0 \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2 \chi''' , & \alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \chi''' \alpha \\ \alpha \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha^0 \chi''' , & \alpha \chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha^2 \chi''' \\ \alpha^2 \chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha\chi''' , & \alpha^2 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^0 \chi''' \end{array}$$

ἢ αἱ δύω

$$\frac{\alpha^0 \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2 \chi'''}{\alpha\chi' + \alpha^2\chi'' + \alpha^0 \chi'''}\ (A), \quad \frac{\alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha\chi'''}{\alpha\chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha^2 \chi'''}\ (B)$$

$$\alpha^2 \chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha \chi''' , \quad \alpha^2 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^0 \chi'''$$

$$\Gamma \qquad\qquad\qquad\qquad \Delta$$

$$\tau' = \alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha \chi''' , \quad \tau'' = \alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha \chi'''$$
$$\alpha \tau' = \alpha \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha^0 \chi''' , \quad \alpha \tau'' = \alpha \chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha^2 \chi'''$$
$$\alpha^2 \tau' = \alpha^2 \chi' + \alpha^0 \chi'' + \alpha \chi''' , \quad \alpha^2 \tau'' = \alpha^2 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^0 \chi'''$$

Πολλαπλασιάζοντες τὰς δύω, ἑκάστην διὰ τοῦ α, α^2, θέλομεν σχηματίσει ἄλλας τέσσαρας λειτουργίας, τουτέστιν ἐκ μὲν τῆς πρώτης τῶν δύω, τὰς δύω λειτουργίας τὰς ὑπ' αὐτὴν σημειωμένας μὲ τὸ Α, καὶ ἐκ τῆς δευτέρας, τὰς ἄλλας δύω σημειωμένας μὲ τὸ Β. Περιπλέον αὗται αἱ τέσσαρες λειτουργίαι ἑνωμέναι μὲ τὰς δύω, ἐκ τῶν ὁποίων ἐσχηματίσθησαν, μᾶς δίδουν τὰς πρώτας ἕξ, τὰς ὁποίας γράφομεν εἰς τὰς στήλας Γ καὶ Δ. Σημειώνοντες τὴν πρώτην διὰ τ', ἔχομεν καὶ τὰς ἄλλας δύω τῆς αὐτῆς στήλης τ, $\alpha \tau'$, $\alpha^2 \tau'$, παρομοίως σημειώνοντες τὴν πρώτην λειτουργίαν τῆς στήλης Δ διὰ τ'', ἔχομεν καὶ τὰς ἄλλας δύω $\alpha \tau''$, $\alpha^2 \tau''$. ἐπειδὴ δὲ ἡ ἐξίσωσις ἥτις μέλλει νὰ προσδιορίσῃ τὴν λειτουργίαν $\alpha^0 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^2 \chi'''$ εἶναι τοῦ ἕκτου βαθμοῦ, διὰ τοῦτο καλοῦντες τὴν ἄγνωστον ταύτης τῆς ἐξισώσεως τ, πρέπει νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ἐξίσωσις σχηματίζεται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῶν ἀκολούθων παραγόντων

$$(\tau - \tau')(\tau - \alpha \tau')(\tau - \alpha^2 \tau')(\tau - \tau'')(\tau - \alpha \tau'')(\tau - \alpha^2 \tau'') = 0$$

Πολλαπλασιάζοντες τοὺς μὲν πρώτους τρεῖς ἔχομεν $\tau^3 - \tau'^3$, τοὺς δὲ δευτέρους τρεῖς, ἔχομεν $\tau^3 - \tau''^3$, καὶ καλοῦντες $\tau^3 - \theta$, ἡ ἐξίσωσις τοῦ ἕκτου βαθμοῦ τρέπεται εἰς μίαν τοῦ δευτέρου, τουτέστιν $(\theta - \tau'^3)(\theta - \tau''^3) = 0$, αἱ ῥίζαι τῆς ὁποίας εἶναι τ'^3, τ''^3 δηλαδὴ

$$(\alpha^0 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^2 \chi''')^3 \text{ καὶ } (\alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha \chi''')^3$$

νῦν δὲ παρατηροῦντες τὴν δευτέραν ῥίζαν βλέπομεν ὅτι συνάγεται ἐκ τῆς πρώτης, ἀντεισαγομένου εἰς ταύτην ἀντὶ α, τοῦ α^2, λοιπὸν καλοῦντες τὴν λειτουργίαν

$$(\alpha^0 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^2 \chi''')^3 = \theta'$$

καὶ τὴν ἐξ αὐτῆς συναγομένην

$$(\alpha^0 \chi' + \alpha^2 \chi'' + \alpha \chi''')^3 = \theta''$$

θέλομεν ἔχειν τὴν ἐξίσωσιν $(\theta - \theta')(\theta - \theta'') = 0$ τουτέστιν εἰς θ.

Η δὲ ἐξίσωσις ἥτις ἐκφράζει τοὺς συντελεστὰς ταύτης τῆς ἐξισώσεως εἶναι βαθμοῦ $(\mu-2)(\mu-3) \cdots 4.\ 3.\ 2.\ 1.$ τουτέστιν $(3-2) \ldots 1 = 1$. λοιπὸν ἕκαστος συντελεστὴς τῆς ἐξισώσεως εἰς θ ἔχει μίαν μόνην τιμήν.

Εὰν τώρα θελήσωμεν ν' ἀναλύσωμεν ἐξίσωσιν εἰς θ, εἰς παράγοντας τοῦ πρώτου βαθμοῦ, τουτέστι ζητοῦντες κατὰ πρῶτον, πόσαι εἶναι αἱ λειτουργίαι, αἱ ὁποῖαι ἔχουν συντελεστὴν τοῦ πρώτου ὅρου των τὸ α^0, καὶ τοῦ δευτέρου ὅρου τὸ α, εὑρίσκομεν $1 = 1$. τουτέστι τὴν λειτουργίαν μόνην $(\alpha^0 \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^2 \chi''')^3$, εἰς τὴν ὁποίαν ἀλλάττοντες τὸ α εἰς α^2, σχηματίζομεν τὴν δευτέραν ῥίζαν τῆς ἐξισώσεως εἰς θ, καὶ ἐπειδὴ δὲν ἔχομεν πάρεξ ἕνα μόνον παράγοντα, διὰ τοῦτο μίαν μόνην ἐξίσωσιν τοῦ δευτέρου βαθμοῦ δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν. οὗτος λοιπὸν ὁ παράγων εἶναι ἡ ἰδία ἐξίσωσις τοῦ δευτέρου βαθμοῦ εἰς θ, τουτέστιν

$$\theta^2 \mp (\theta' + \theta'')\,\theta + \theta'\theta'' = 0$$

$$\text{ἢ}\ \theta^2 + \pi'\theta + \kappa' = 0$$

καὶ ἐπειδή, ὡς ἄνω ἀπεδείξαμεν $\Sigma_\nu \theta = \mu\xi_\nu - \overset{\mu\nu}{A}$, καλοῦντες $\nu = 1$ καὶ $\mu = 3$, ἔχομεν

$$\Sigma_1 \theta = 3\xi - \overset{\mu}{A}_1$$

Ἀλλ' ἐπειδὴ εἰς τὴν δοθεῖσαν ἐξίσωσιν λείπει ὁ δεύτερος ὅρος διὰ τοῦτο Α = ο. καὶ ἐπομένως $\Sigma_{,}\theta = 3\xi$,

Τώρα δὲ διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ξ, Ας ἐκτυλίξωμεν

$(\alpha^{0} \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^{2} \chi''')^{3} = \chi'^{3} + 3\alpha\chi'^{2} + 3\alpha^{2} \chi'^{2} \chi''' +$
$3 \alpha^{2} \chi' \chi''^{2} + 3 \alpha \chi' \chi'''^{2} + 3 \alpha \chi'^{2} \chi''' + 3 \alpha^{2} \chi'' \chi'''^{2} +$
$6 \chi' \chi'' \chi''' + \chi''^{3} + \chi'''^{3}$ τουτέστιν
$(\chi'^{3} + \chi'^{3} + \chi'''^{3} + 6 \chi' \chi' \chi'') + 3 (\chi'^{2} \chi'' +$
$\chi' \chi'''^{2} + \chi''^{2} \chi''^{2})\alpha + 3 (\chi'^{2} \chi''' + \chi' \chi''^{2} + \chi'' \chi'''^{2})\alpha^{2}$

λοιπὸν $\xi = \chi'^{3} \underline{\times} \chi''^{3} \underline{\times} \chi'''^{3} \underline{\times} 6 \chi' \chi'' \chi''' = \Sigma_{3} - 6\kappa$
$+$

$$\begin{aligned}
&\text{ἀλλὰ } \Sigma_{1} = \chi' + \chi'' + \chi''' = 0 \\
&\Sigma_{2} = \chi'^{2} + \chi''^{2} + \chi'''^{2} = \Pi^{2} - 2K = 2\pi \\
&\Sigma_{3} = \chi''^{3} + \chi''^{3} + \chi'''^{3} = \Pi\Sigma_{3} - 3P = \pi - 3\kappa \\
&\Sigma_{4} = -\Pi\Sigma_{3} - K\Sigma_{2} - P\Sigma_{1} = + 2\pi^{2} \\
&\Sigma_{5} = -\Pi\Sigma_{4} - K\Sigma_{3} - P\Sigma_{2} = + 3\kappa\pi + 2\pi\kappa = 5\pi\kappa \\
&\Sigma_{6} = -\Pi\Sigma_{5} - K\Sigma_{4} - P\Sigma_{3} = -2\pi^{3} + 3\kappa^{2} \\
&\text{διὰ τοῦτο } \xi = -9\kappa
\end{aligned}$$

Λοιπὸν $\Sigma_{,}\theta = 3\xi - A^{\mu}$ τρέπεται εἰς $\Sigma_{,}\theta = 3 \times -9\kappa = -27\kappa$.

Πάλιν διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ $\Sigma_{2}\,\theta = \mu.\xi$, πρέπει νὰ ὑψώσωμεν τὴν

$((\alpha^{0} \chi' + \alpha \chi'' + \alpha^{2} \chi''')^{3})^{2}$, τουτέστιν
$((\chi'^{3} + \chi''^{3} + \chi'''^{3} + 6 \chi' \chi'' \chi''') + 3 (\chi'^{2} \chi'' +$
$\chi' \chi''^{2} + \chi''^{2} \chi''') \alpha + 3 (\chi'^{2} \chi''' + \chi' \chi''^{2} + \chi''$
$\chi'''^{2}) \alpha^{2})^{2}$

Καὶ θέλομεν ἔχειν

$(\chi'^3 + \chi''^3 + 6\,\chi'\chi''\chi''')^2 + 18\,(\chi'^2\chi'' + \chi'\chi''^2 + \chi''^2\chi''')\,(\chi'^2\chi'' + \chi'\chi''^2 + \chi''\chi'''^2) + \dots$

καὶ ἄλλοι ὅροι μὲ τὰς δυνάμεις α, α^2.

λοιπὸν $\xi_2 = (\chi'^3 + \chi''^3 + \chi'''^3 + 6\chi'\chi''\chi''')^2 + 18\,(\chi'^2\chi'' + \chi'\chi'''^2 + \chi''^2\chi''')\,(\chi'^2\chi''' + \chi'\chi''^2 + \chi''\chi'''^2$

τουτέστι $\xi_2 = \chi'^6 + \chi''^6 + \chi'''^6 + 36\chi'^3\chi''^2\chi'''^2 + 2\chi'^3\chi''^3 + 2\chi'^3\chi'''^3 + 2\chi''^3\chi'''^3 + 12\chi'^4\chi''\chi''' + 12\chi'\chi''^4\chi''' + 12\chi'\chi''\chi'''^4 + 18\chi'^4\chi''\chi''' + 18\chi'^3\chi''^3 + 18\chi'^2\chi''^2\chi'''^2 + 18\chi'^3\chi'''^3 + 18\chi'^2\chi'''^2\chi''^2 + 18\chi'\chi''\chi'''^4 + 18\chi'^2\chi''^2\chi'''^2 + 18\chi'\chi''^4\chi''' + 18\chi''^3\chi'''^3$

$= 30\chi'^4\chi''\chi''' + 30\chi'\chi''^4\chi''' + 30\chi'\chi''\chi'''^4 + 20\chi'^3\chi''^3 + 20\chi'\chi'''^3 + 20\chi''\chi'''^3 + 90\chi'^2\chi''^2\chi'''^2 + \chi'^6 + \chi''^6 + \chi'''^6, = \Sigma_2\,\theta = ((-2\pi^3 + 3\kappa^2 + (4\pi^3 - 4\pi^3 + 6\kappa^2) \times 15 + 10 \times (9\kappa^2 + 2\pi^3 - 3\kappa^2) + 90\kappa^2)) \times 3 = 3\xi_2$

τουτέστι, $\Sigma_2\,\theta = 54\pi^3 + 729\kappa^2$

Καὶ ἐπειδὴ ἔχοντες τὰ ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ῥιζῶν μιᾶς ἐξισώσεως προσδιορίζομεν τοὺς συντελεστὰς τῆς ἰδίας, διὰ τοῦτο

$$\pi' = -\Sigma_1\,\theta = +27\kappa$$

$$\kappa' = \frac{-\pi'\Sigma_1\,\theta - \Sigma_2\,\theta}{2} = \frac{-27\kappa \times -27\kappa - 729\kappa^2 - 54\pi^3}{2}$$

$$\text{ἢ } \kappa' = \frac{-54\pi^3}{2} = -27\pi^3$$

Καὶ ἀντεισάγοντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ δευτέρου βαθμοῦ εἰς θ

τοὺς ἤδη εὑρεθέντας συντελεστὰς ἔχομεν $\theta^2 + 27\kappa\theta - 27\pi^3 = 0$
Λοιπὸν ἡ λύσις τῆς ἐξισώσεως $\chi^3 + \pi\chi + \kappa = 0$ τοῦ τρίτου βαθμοῦ συνάγεται ἐκ τῆς λύσεως μιᾶς ἐξισώσεως τοῦ δευτέρου, τουτέστι $3 - 1 = 2$, καὶ ἀπὸ μίαν τοῦ πρώτου T-T', ἔνθα τὸ μὲν T' παῤῥησιάζει τὸν συντελεστὴν τοῦ δευτέρου ὅρου τῆς ἐξισώσεως τοῦ δευτέρου βαθμοῦ εἰς θ, τουτέστι $\theta' + \theta''$ ἢ $(\alpha^0\chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''')^3 + (\alpha^0\chi' + \alpha^2\chi'' + \alpha\chi''')^3 = -27\kappa$.

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν $\theta^2 + 27\kappa\theta - 27\pi^3 = 0$, ἔχομεν

$$\theta' = \frac{-27\kappa \pm \sqrt{27 \cdot 27\kappa^2 + 4 \cdot 27\pi^3}}{2} = 27\left(-\tfrac{1}{2}\kappa \pm \sqrt{\frac{\kappa^2}{4} + \frac{1}{27}\pi^3}\right)$$

καὶ $\tau'^3 = (\chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''')^3 = 27\left(\tfrac{1}{2}\kappa \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}\kappa^2 + \frac{1}{27}\pi^3}\right.$

λοιπὸν $\chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''' = 3\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}\kappa - \sqrt{\tfrac{1}{4}\kappa^2 + \frac{1}{27}\pi^3}}$

Καὶ ἐπειδὴ θ'' εἶναι $(\chi' + \alpha^2\chi'' + \alpha\chi''')^3$, ἄρα $\tau'' =$
$\chi' + \alpha^2\chi'' + \alpha\chi''' = 3\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}\kappa - \sqrt{\tfrac{1}{4}\kappa^2 + \frac{1}{27}\pi^3}}$ καὶ ἐπειδὴ ἔχομεν $\chi' + \chi'' + \chi''' = 0$, συνάγομεν

$$\chi' = \sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}\kappa + \sqrt{\frac{1}{4}\kappa^2 + \frac{1}{27}\pi^3}} \div \sqrt[3]{-\frac{1}{2}\kappa - \sqrt{\frac{1}{4}\kappa^2 + \frac{1}{27}\pi^3}}$$

$$\chi'' = \alpha^2\sqrt[3]{A} + \alpha\sqrt[3]{B}$$

$$\chi''' = \alpha\sqrt[3]{A} + \alpha^2\sqrt[3]{B}.$$

του' τέςι καλοῦντες A καὶ B τὰς ὑπὸ τῶν $\sqrt[3]{\ }$ εὑρισκωμένας ποσότητας

Ας ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ὁ ἐκθέτης μ τῆς δοθείσης ἐξισώσεως εἶναι τὸ γινόμενον δύω πρώτων ἀριθμῶν παραδ: χάριν $\mu = \nu\,\pi$, καὶ ὅτι $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3 \ldots \alpha^{\nu-1}$ εἶναι αἱ ῥίζαι τῆς ἐξισώσεως $\psi^{\nu-1} = 0$, τότε ἡ ἀνωτέρω εἰρημένη λειτουργία

$$\tau' = \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''' + \alpha^3\chi^{iv} \ldots\ldots + \alpha^{\mu-1}\chi^{(\mu)}$$

τρέπεται εἰς τὴν

$$\tau' = \chi' + \chi^{(\nu+1)} + \chi^{(2\nu+1)} \ldots + \chi^{(\pi-1)\,\nu+1}$$
$$+ \alpha(\chi'' + \chi^{(\nu+2)} + \chi^{(2\nu+2)} \ldots + \chi^{(\pi-1)\,\nu+2}$$
$$+ \alpha^2(\chi''' + \chi^{(\nu+3)} \ldots\ldots\ldots + \chi^{(\pi-1)\,\nu+3}$$
$$+ \alpha^{\nu-1}(\chi^{(\nu)} + \chi^{(\nu 2)} \ldots\ldots\ldots\ldots + \chi^{\pi-1\,\nu+\nu}$$

Επειδὴ εἰς κάθε ν ὅρους τῆς ἄνω εἰρημένης λειτουργίας ἥτις ἔχει μ ὅρους, συναπαντῶμεν τοσάκις τὰς αὐτὰς δυνάμεις τοῦ α, δηλαδὴ $\alpha^0, \alpha, \alpha^2 \ldots \alpha^{\nu-1}$, καὶ πάλιν $\alpha^0, \alpha', \alpha^2 \ldots\ldots \alpha^{\nu-1}$, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, ὁσάκις οἱ ν ὅροι περιέχονται εἰς τοὺς μ ἤτοι εἰς τοὺς πν, οἵτινες περιέχονται εἰς π, διὰ τοῦτο ἔχομεν π ὅρους οἵτινες πολλαπλασιάζονται διὰ τοῦ α^0 του' τέςι διὰ τῆς μονάδος, καὶ ἄλλους τόσους διὰ τοῦ $\alpha^{\nu-1}$, πάλιν ἐπειδὴ ἀφοῦ λάβωμεν τὸν πρῶτον ὅρον τῆς ἄνω εἰρημένης λειτουργίας ὅςτις εἶναι χ', πρέπει ν' ἀριθμήσωμεν ν ἄλλους ὅρους κατ' ἐξακολούθησιν διὰ νὰ φθάσωμεν εἰς τὸν ὅρον, ὅςτις ἔχει διὰ συντελεςὴν α^ν ἤτοι τὴν μονάδα, διὰ τοῦτο ἡ ἄγνωςος χ εἰς τὸν τοιοῦτον ὅρον θέλει ἔχειν $\nu+1$ τόνους, διότι πάντοτε εἰς τὰς τοιαύτας λειτουργίας ἡ ἄγνωςος ἔχει ἕνα τόνον περισσότερον ἀπὸ τὰς μονάδας τοῦ ἐκθέτου τῆς α, λοιπὸν ὁ ὅρος τὸν ὁποῖον συναπαντῶμεν εἰς τὴν λειτουργίαν

$$\tau = \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''' \ldots\ldots \alpha^{\mu-1}\chi^{(\mu)}$$

ὅστις ἔχει διὰ συντελεστὴν τὸ α^{ν}, του᾽ τέστι τὴν μονάδα θέλει εἶναι $\chi^{(\nu+1)}$, παρομοίως ἐκεῖνος ὅστις ἔχει διὰ συντελεστὴν $\alpha^{2\nu}$ θέλει εἶναι $\chi^{(2\nu+1)}$ καὶ ὁ τελευταῖος ὅστις ἔχει διὰ συντελεστὴν $\chi^{(\pi-1)}$ θέλει εἶναι $\chi^{(\pi-1)\nu+1}$ καὶ τοῦτο ἐπειδὴ μεταξὺ τῶν μ ὅρων τῆς ἄνω εἰρημένης λειτουργίας περιέχονται π ὅροι, οἵτινες ἔχουν συντελεστὴν τὴν μονάδα, του᾽ τέστι $\chi' + \chi^{(\nu+1)} + \chi^{(2\nu+1)} + \chi^{(3\nu+1)} \ldots$ καὶ ἐφεξῆς, δηλαδὴ $\chi^{(0.\nu+1)} + \chi^{(1.\nu+1)} + \chi^{(2.\nu+1)} \ldots$ διὰ τοῦτο ὁ τελευταῖος ὅρος ὅστις πληροῖ τὸν ἀριθμὸν π ὅρων πρέπει νὰ ἦναι $\chi^{(\pi-1)\nu+1}$ παρομοίως καὶ οἱ P ὅροι οἵτινες πολλαπλασιάζονται διὰ τῆς $\alpha^{0\,\nu+1}, {}^{\nu+1}, \alpha^{2\,\nu+1}, \alpha^{3\,\nu+1} \ldots$ δηλαδὴ διὰ τῆς α, εἶναι

$$\chi^{(0.\nu+2)} + \chi^{(1.\nu+2)} + \chi^{(2.\nu+2)} \ldots + \chi^{(\pi-1)\nu+2}$$

ἐξακολουθοῦντες οὕτως οἱ π ὅροι, οἵτινες πολλαπλασιάζονται διὰ τοῦ $\alpha^{0\,\nu+\nu-1}, \alpha^{1.\nu+\nu-1}, \alpha^{2.\nu+\nu-1}, \ldots \alpha^{(\pi-1)\nu+\nu-1}$

θέλει εἶναι $\chi^{(\nu)} + \chi^{(2\nu)} + \chi^{(3\nu)} \ldots \chi^{(\pi-1)\nu+\nu\,1+1}$

του᾽ τέστι $\chi^{(\nu)} + \chi^{(2\nu)} + \chi^{(3\nu)} \ldots + \chi^{\pi\nu}$

καλοῦντες $\chi' + \chi^{(\nu+1)} + \chi^{(2\nu+1)} \ldots + \chi^{(\pi-1)\nu+1} = X$

καὶ $\chi'' + \chi^{(\nu+2)} + \chi^{2\nu+2} \ldots + \chi^{(\pi-1)\nu+2} = X''$

$\chi''' + \chi^{(\nu+3)} + \chi^{(2\nu+3)} \ldots + \chi^{(\pi-1)\nu+3} = X'''$

$$\chi^{(\nu)} + \chi^{(2\nu)} + \chi^{(3\nu)} \ldots + \chi^{\pi\nu} = X^{\nu}$$

ἔχομεν τὴν ἀκόλουθον λειτουργίαν

$$\tau' = \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''' \ldots + \alpha^{\mu-1}\chi^{(\mu)}$$
$$= X' + X''\alpha^2 + X^{(\nu)}\alpha^{\nu-1}$$

Λοιπὸν ἀπὸ μίαν τῶν ὅσας λειτουργίας δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν μεταξὺ τῶν μ ῥιζῶν τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ, ἐσχηματίσαμεν μίαν ἄλλην λειτουργίαν ἥτις σύγκειται ἀπὸ ν ὅρους, καὶ ἕκαστος τῶν συντελεςῶν τῶν δυνάμεων τῆς α, ἤτοι τοῦ α^0, α, α^2, α^3 .... $\alpha^{\nu-1}$, σύγκειται ἀπὸ π ῥίζας τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ ἐκτελοῦντες τὸ αὐτὸ καὶ εἰς πᾶσαν ἄλλην λειτουργίαν τῶν ῥιζῶν μ τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ, θέλομεν σχηματίσειν ἄλλας λειτουργίας εἰς τὰς ὁποίας οἱ συντελεςαὶ τῶν διαφόρων δυνάμεων τῆς α, ἤτοι τοῦ α^0, α, α^2, α^3 ... $\alpha^{\nu-1}$ νὰ σχηματίζωνται ἀπὸ π ῥίζας τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ. Λοιπὸν εἷς τῶν τῆς νέας λειτουργίας συντελεςῶν δύναται νὰ σχηματισθῇ κατὰ τόσους τρόπους, καθ' ὅσους ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς τῶν συνδυασμῶν μ ῥιζῶν ἀνὰ π συνδιαζομένων. Παραδείγματος χάριν **X** εἶναι δεκτικὸς

$$\frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots(\mu-\pi+1)}{1.2.3.\ldots\pi} \text{ τιμῶν.}$$

ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαςὴν τούτου τοῦ κλάσματος διὰ τῶν παραγόντων $(\mu-\pi)(\mu-\pi-1)(\mu-\pi-2)(\mu-\pi-3)\ldots 3.2.1$, θέλομεν ἔχειν ἀντιςρέφοντες τὴν τάξιν τῶν παραγόντων

$$\frac{1.2.3.\ldots(\mu-\pi)(\mu-\pi+1)\ldots(\mu-2)\mu}{1.2.3.4\ldots(\mu-\pi-3)(\mu-\pi-2)(\mu-\pi-1)\times 1.2.3.\ldots\pi}$$

τουτέςι

$$\frac{1.2.3.4.\ldots\times\mu}{1.2.3.\ldots(\mu-\pi)\times 1.2.3.\ldots\pi} = A$$

Ἐὰν λάβωμεν μίαν τούτων τῶν τιμῶν διὰ τὸ **X'** ἐπειδὴ αὕτη περιέχει π ῥίζας τῆς ἐξισώσεως μ, μένουν $\mu-\pi$ ῥίζαι τῆς ἰδίας ἐξισώσεως, ἐκ τῶν ὁποίων σχηματίζομεν τὰς τιμὰς τῆς χ'' συνδιάζοντες τὰς $\mu-\pi$ ῥίζας ἀνὰ π τὴν φορὰν, Ο ἀριθμὸς τῶν τιμῶν τῶν ὁποίων τὸ Χ' εἶναι δεκτικὸν, εἶναι

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ (\mu-\pi)}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ (\mu-2\pi) \times 1.\ 2.\ 3.\ \pi}$$

τουτέστιν ἀλλάττοντες εἰς τὸν τύπον (Α) τὸ μ εἰς μ-π. Επειδὴ δὲ διὰ κάθε τιμὴν τοῦ Χ' ἐμποροῦμεν νὰ λάβωμεν ὁποιανδήποτε τῶν τιμῶν

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ (\mu-\pi)}{1.\ 2.\ \ldots\ (\mu-2\pi) \times 1.\ 2.\ \ldots\ \pi}$$

τοῦ Χ'', διὰ τοῦτο αἱ δύω ποσότητες Χ', Χ'', εἰς τὸν αὐτὸν καιρὸν εἶναι δεκτικαὶ τόσων τιμῶν, ὅσας ἐκφράζει τὸ γινόμενον τῶν δύων ποσοτήτων

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu \times 1.\ 2.\ \ldots\ (\mu-\pi)}{1.\ 2.\ \ldots\ (\mu-\pi) \times 1.\ 2.\ \ldots\ \pi \times 1.\ 2.\ \ldots\ (\mu-2\pi) \times 1.\ 2.\ ..\ \pi}$$

τουτέστιν $\dfrac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots\ \mu}{1.\ 2.\ 3.\ \text{-----}(\mu-2\pi) \times (1.\ 2.\ 3.\ \text{---}\ \pi)^2}$

παρομοίως λαμβάνοντες δύω διαφόρους τιμὰς, ἑκάστην αὐτῶν ἀπὸ π ῥίζας τῆς ἐξισώσεως τοῦ μ βαθμοῦ διὰ νὰ παῤῥησιάσωμεν τὴν Χ', Χ'', τὰς δὲ λοιπὰς ῥίζας ἤτοι τὰς μ-2π συνδυάζοντές τας ἀνὰ π διὰ νὰ ἐκφράσωμεν τὰς τιμὰς τοῦ Χ''', θέλομεν εὑρεῖν ὅτι τὸ Χ εἶναι δεκτικὸν τιμῶν

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots\ (\mu-2\pi)}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots\ (\mu-3\pi) \times 1.\ 2.\ \ldots\ \pi}$$

Καὶ ἐπειδὴ διὰ μίαν μόνην τιμὴν τοῦ Χ'', ἐμποροῦμεν νὰ λάβωμεν διὰ τοῦ Χ', Χ'' τόσας τιμὰς ὅσας ἐκφράζει ὁ τύπος

$$\frac{1.\ 2.\ 3\ \ldots\ \mu}{1.\ 2.\ \ldots\ (\mu-2\pi) \times (1.\ 2.\ \ldots\ \pi)^2}$$

λοιπὸν διὰ ὅλας τὰς τιμὰς τοῦ Χ'', δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὰς

τὰς ποσότητας X', X'', X''' εἰς τὸν αὐτὸν καιρὸν τοσάκις, ὁσάκις φανερόνει τὸ γινόμενον τῶν δύω παραγόντων

$$\frac{1.\ 2.\ \ldots\ \mu}{1.\ 2.\ \ldots(\mu-2\pi)\times(1.\ 2.\ \ldots\ \pi)^2} \times \frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots(\mu-2\pi)}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots(\mu-3\pi)\ (1.\ 2.\ 3.\ \pi)}$$

του' τέστιν

$$\frac{1.\ 1.\ 3.\ 4.\ \ldots\ \mu}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ (\mu-3\pi)\ (1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \pi)^3}$$

ἐξακολουθοῦντες τὸν αὐτὸν σχηματισμὸν ἕως νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὰς μ ῥίζας τῆς ἐξισώσεως τοῦ μ βαθμοῦ, $(\nu-1)$ φοραῖς τὰς π ῥίζας, θέλομεν ἔχειν διὰ τὰς τιμὰς τοῦ $X'\ X''\ X'''\ X^{(\nu-1)}$, τὸν τύπον

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots\ \mu}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots(\mu-(\nu-1)\pi)\ (1.\ 3\ \ldots\ \pi)^{\nu-1}}$$

Καὶ ἐπειδὴ ἀφαιροῦντες $\nu-1$ φοραῖς τὰς π ῥίζας ἀπὸ τὰς μ του' τέστι $\pi\nu-(\nu-1)\ \pi = \pi$, μένουν μόνον π ῥίζαι ἀπὸ τὰς μ ῥίζας τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ διὰ τοῦτο αἱ τελευταῖαι π ῥίζαι σχηματίζουν μίαν μόνην τιμὴν τὴν $X^{(\nu)}$, καὶ ἐπειδὴ αὕτη ἡ τιμὴ ἀνταποκρίνεται μὲ τὰς

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ \ldots\ \mu}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ (\mu-(\nu-1)\pi)\ (1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \pi)^{\nu-1}}$$

τιμὰς τῶν $X'\ X''\ X'''\ \ldots\ X^{(\nu-1)}$, διὰ τοῦτο αἱ ποσότητες εἶναι δεκτικαὶ τόσων τιμῶν ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ \ldots\ldots\ \mu}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots(\mu-(\nu-1)\pi)\ (1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \pi)^{(\nu-1)}}$$

ἀντεισάγοντες ἀντὶ τοῦ μ εἰς τὸν παρονομαστὴν τὸ ἴσον του, ἤτοι $\pi\nu$, ἔχομεν $\mu-(\nu-1)\ \pi = \nu\pi-\nu\pi+\pi = \pi$. καὶ διὰ τοῦτο ὁ τύπος ὅςτις ἐκφράζει τὰς τιμὰς τῶν $X', X'', X''', \ldots X^{(\nu)}$ εἶναι ὁ ἀκόλουθος

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu}{(1.\ 2.\ 3.\ 4.\ \ldots\ldots\ \pi)^{\nu}}$$

Ἐὰν τώρα ὑποθέσωμεν τὰς ποσότητας $X', X'', X''' \ldots X^{(\nu)}$ ὅτι εἶναι αἱ ῥίζαι μιᾶς ἐξισώσεως ἥτις ἔχει ὡς ἄγνωςον τὸ X, αὕτη θέλ' εἶσθαι βαθμοῦ ν. ἐπειδὴ αἱ ποσότητες $X', X'' \ldots X^{(\nu)}$ εἶναι ν. Καὶ ἐπειδὴ οἱ συντελεςαὶ ταύτης τῆς ἐξισώσεως εἶναι συμμετρικαὶ λειτουργίαι τῶν ῥιζῶν της, του'τέςι τῶν ποσοτήτων $X'' X''' \ldots X^{(\nu)}$, δηλαδὴ οἱ συντελεςαὶ ταύτης τῆς ἐξισώσεως σχηματίζονται ἢ ἐκ τοῦ ἀθροίσματος τῶν πρώτων δυνάμεων τούτων τῶν ποσοτήτων ὡς $X' + X'' + X''' \ldots + X^{(\nu)}$, ἢ ἐκ τοῦ ἀθροίσματος τῶν γινομένων ἀνὰ δύω ὡς $X'X'' + X''X''' --- + X''X'''$, καὶ, δηλαδὴ συμμετρικαὶ λειτουργίαι, ἑκάςη τῶν ὁποίων περιέχει ὅλας τὰς ῥίζας τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν, του'τέςι περιέχει ὅλας τὰς ποσότητας $X' X'' \ldots X^{(\nu)}$, καὶ ἐπειδὴ αἱ ποσότητες $X', X'', X''' ---- X^{(\nu)}$ εἶναι δεκτικαὶ $\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$ διὰ τοῦτο καὶ αἱ ἐξ αὐτῶν σχηματιζόμεναι συμμετρικαὶ λειτουργίαι εἶναι δεκτικαὶ ἄλλων τόσων τιμῶν, ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς $\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$

Πρέπει ὅμως νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἀντεισάγοντες ἀντὶ τῶν X', $X'' ------ X^{(\nu)}$ εἰς τὰς λειτουργίας

$X' + X'' + X''' ----- + X^{(\nu)}$, $X'X'' + X'X''' + ------ X''' X^{IV} ---- +$ κτλ

ἕως εἰς τὴν λειτουργίαν $X' X'' X''' --- X^{(\nu)}$ τὰς τιμάς των αἵτινες εἶναι $\frac{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$ αἱ τιμαὶ αἵτινες ἀλλάττουν τὸ X' εἰς X'' ἢ εἰς X''', καὶ οὕτως ἐφεξῆς, καὶ ἐν τούτων του᾿ τέςι τὸ X'' εἰς $X'''\ldots X^{(\nu)}$ εἰς τὸ X', σχηματίζουν πάντοτε τὴν ἰδίαν τιμὴν, καὶ διὰ τοῦτο τὸν αὐτὸν συντελεςὴν, καὶ τέλος πάντων πολλάκις τὴν ἰδίαν ἐξίσωσιν βαθμοῦ ν. Διὰ νὰ εὕρωμεν λοιπὸν τὰς διαφορετικὰς τιμὰς, τῶν ὁποίων εἶναι δεκτικοὶ οἱ συντελεςαὶ τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν εἶναι ἀνάγκη νὰ εὕρωμεν τὰς διαφόρους τιμὰς, τὰς ὁποίας παῤῥησιάζουν αἱ λειτουργίαι $X'+X''\ldots X^{(\nu)}$, ... καὶ τέλος πάντων ἡ λειτουργία $X'X''X'''X^{\imath\nu}\ldots X^{(\nu)}$ ὅταν ἀντεισάξωμεν ἀντὶ τῶν X', X'', X''', .. $X^{(\nu)}$ τὰς $\frac{1.\ 2.\ 3.\ \mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$ τιμάς των· καὶ ἐπειδὴ ν ποσότητες συνδυαζόμεναι ἀνὰ μίαν ἢ ἀνὰ δύω ἢ ἀνὰ ν δίδουν τόσα ἴσα γινόμενα ἢ τόσα ἴσα ἀθροίσματα ὅσα ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς 1. 2. 3. 4. 5.------ν, ὁ δὲ ἀριθμὸς $\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$ παῤῥησιάζει ἐν γένει ὅλας τὰς τιμὰς τὰς ὁποίας ἑκάςη λειτουργία $X'+X''\ldots+X^{(\nu)}$, $X'X''+X'X'''\ldots+X'X^{(\nu)}$, ... $X'X''X'''X^{\imath\nu}\ldots X^{(\nu)}$ δέχεται. Διὰ νὰ εὕρωμεν λοιπὸν τὰς διαφορετικὰς τιμὰς ἑκάςης τῶν ἄνω εἰρημένων λειτουργιῶν, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὸν ἀριθμὸν $\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\mu}{(1.\ 2.\ 3.\ \pi)^{\nu}}$ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ 1. 2. 3. 4.--ν, καὶ οὕτως ἔχομεν διὰ τὰς διαφορετικὰς τιμὰς τῶν ἄνω εἰρημένων λειτουργιῶν, του᾿ τέςι διὰ τὰς διαφορετικὰς τιμὰς τῶν συντελεςῶν τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν, τὸν ἀκόλουθον ἀριθμὸν

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ \text{-----}\ \mu}{1.\ 2.\ldots(\nu-2)\ (\nu-1)\ \nu\ (1.\ 2.\ 3.\ldots\pi)^{(\nu)}}$$

Λοιπὸν καὶ ἑκάςη ῥίζα τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν, του᾿ τέςι X', X'', X'''---$X^{(\nu)}$ εἶναι δεκτικὴ διαφόρων τιμῶν τόσων, ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots\mu}{1.\ 2.\ldots(\nu-2)\ (\nu-1)\ \nu\ (1.\ 2.\ 3.\ldots\pi)^{\nu}}$$

Επιςρέφοντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν βαθμοῦ ν, ἥτις ἔχει τὴν ἄγνωςον Χ, βλέπομεν ὅτι μὲ τὸ νὰ ἦναι τὸ ν ἀριθμὸς πρῶτος λύεται ὅταν λύσωμεν μίαν ἐξίσωσιν βαθμοῦ ν-1 εἰς θ, τῆς ὁποίας οἱ συντελεςαὶ ἐξήρτηνται ἀπὸ μίαν ἐξίσωσιν βαθμοῦ (ν-2) (ν-3) - 4. . . 3. 2. 1 καὶ τῆς ὁποίας οἱ συντελεςοὶ εἶναι συμμετρικαὶ λειτουργίαι τῶν ῥιζῶν τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν, του' τέςι τῶν Χ' Χ''. . . Χ(ν), καὶ ἐπειδὴ ἑκάςη τούτων τῶν ποσοτήτων εἶναι δεκτικὴ διαφόρων τιμῶν, τόσων, ὅσας ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς $\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\mu}{1.\ 2.\ (\nu-2)\ (\nu-1)\ \nu(1.\ 2.\ \pi\nu)}$ διὰ τοῦτο καὶ αἱ συμμετρικαὶ λειτουργίαι τῶν ἰδίων ποσοτήτων ἤτοι οἱ συντελεςαὶ τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ (ν-2) (ν-3) -- 3. 2. 1 εἶναι δεκτικοὶ τιμῶν τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ· λοιπὸν ἐξήρτηνται ἀπὸ μίαν ἐξίσωσιν βαθμοῦ $\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\mu}{1.\ 2.\ .\ (\nu-1)\ \nu\ (1.\ 2.\ \rho\ \nu)}$ καὶ διὰ τοῦτο ἐκεῖνοι τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ ν-1 ἐξήρτηνται ἀπὸ ἐξίσωσιν βαθμοῦ

$$1.\ 2.\ 3.\ \ldots(\nu-3)\ \frac{(\nu-2)\times 1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ \mu}{1.\ 2.\ .(\nu-3)\ (\nu-2)\ (\nu-1)\nu\ (1.\ 2.\ .\pi^{\nu})}$$

του' τέςι βαθμοῦ

$$\frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\mu}{(\nu-1)\ \nu\ (1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots\pi^{\nu})}$$

Καὶ λύοντες ταύτην τὴν ἐξίσωσιν μετὰ ταῦτα ἐκείνην εἰς θ βαθμοῦ ν-1, θέλομεν προσδιορίσειν τὰς τιμὰς τῆς θ, καὶ ὕςερον ἐκείνας τῶν Χ', Χ'', --Χ(ν) προσδιορίζοντας δὲ τὴν τιμὴν τῆς Χ', ἥτις ἐκφράζει τὸ ἄθροισμα π ῥιζῶν τῆς ἐξισώσεως μ, τότε κάμνομεν

$$X^{\pi} + X'X^{\pi-1} + KX^{\pi-2}\ldots + \upsilon = 0$$

Οὗτος ὁ παράγων ὁ ἀπὸ π παράγοντας πρώτου βαθμοῦ σχηματιζόμενος, ῶν ἐξ ἐκείνων οἵτινες συνιςῶσι τὴν δοθεῖσαν, πρέπει νὰ διαιρῇ ἐντελῶς καὶ τὴν δοθεῖσαν ἐξίσωσιν βαθμοῦ μ, καὶ ἐκ τῆς διαιρέσεως προσδιορίζομεν τοὺς ἄλλους συντελεςὰς K

Λοιπὸν ἡ λύσις τῆς ἐξισώσεως βαθμοῦ μ ὅταν $\mu = \pi\nu$, τουτέςι τὸ γινόμενον δύω πρώτων ἀριθμῶν ἐξήρτηται ἀπὸ τὴν λύσιν μιᾶς ἐξισώσεως βαθμοῦ

$$\frac{1.2.3.\cdots\mu}{(\nu-1)\nu(1.2.3.\cdots\pi)^{\nu}}$$

καὶ ἀπὸ ἐκείνην μιᾶς ἄλλης βαθμοῦ π.

Ἄς ἐφαρμόσωμεν τὰ ἄνω εἰρημένα εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ τετάρτου βαθμοῦ $\chi^4 + \pi\chi^2 + \kappa\chi + \rho = 0$ λοιπὸν $\mu = 4 = 2.2$ ὅθεν $\nu = 2$, $\pi = 2$. ἡ δὲ λειτουργία

$$\tau' = \chi' + \alpha\chi'' + \alpha^2\chi''' + \alpha^3\chi^{IV}$$

τρέπεται, ἀφοῦ ὑποτεθῇ τὸ ι καὶ α ὅτι εἶν' αἱ ῥίζαι τῆς ἐξισώσεως $\psi^2 - 1 = 0$ εἰς τὴν ἀκόλουθον λειτουργίαν

$$\tau' = \chi' + \chi''' + (\chi'' + \chi^{IV})\alpha$$

τουτέςι μία τῶν τιμῶν τῆς X' εἶναι $\chi' + \chi'''$, καὶ τῆς X'' εἶναι $\chi'' + \chi^{IV}$. ἐκτελοῦντες τὸ αὐτὸ καὶ εἰς τὰς ἄλλας λειτουργίας τῶν ῥιζῶν τῆς ἐξισώσεως τοῦ τετάρτου βαθμοῦ, εὑρίσκομεν καὶ τὰς ἄλλας τιμὰς διὰ τὸ X', X'', ὅσας δηλοῖ ὁ τύπος

$$\frac{1.2.3\cdots\mu}{(1.2.3\cdots\pi)^{\nu}}$$

υτοτέςιν

$$= \frac{1.2.3.4}{(1.2)^2} = \frac{3.8}{4} = 3.2 = 6.$$