ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ'.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὰ μέρη δύο χορδῶν ΑΒ, ΓΔ, τεμνομένων εἰς κύκλον εἶναι ἀντιπεπονθότως ἀνάλογα, τουτέςι ΑΟ:ΔΟ::ΓΟ:ΟΒ. σχ. 130. (1)

Ας ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΑΓ, ΒΔ· εἰς τὰ τρίγωνα ΑΓΟ, ΒΟΔ αἱ γωνίαι εἰς Ο εἶναι ἴσαι ὡς κατὰ κορυφὴν· ἡ γωνία Α εἶναι ἴση τῇ Δ, διότι εἶναι ἐγγεγραμμέναι εἰς τὸ αὐτὸ τμῆμα (18, 2)· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ γωνία Γ=Β· ἄρα τὰ τρίγωνα ταῦτα εἶναι ὅμοια, καὶ αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν ΑΟ:ΔΟ::ΓΟ:ΟΒ.

Πόρισμα Εντεῦθεν συνάγομεν ΑΟ×ΟΒ=ΔΟ×ΓΟ: ἄρα τὸ ὀρθογώνιον τῶν δύο μερῶν τῆς μιᾶς χορδῆς ἰσοῦται μὲ τὸ ὀρθογώνιον τῶν δύο μερῶν τῆς ἄλλης.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΘ'.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Εὰν ἀπὸ τὸ αὐτὸ σημεῖον Ο, ἐκτὸς τοῦ κύκλου λαμβανόμενον, ἀχθῶσιν αἱ διατέμνουσαι ΟΒ, ΟΓ, περατούμεναι εἰς τὸ κοῖλον τόξον ΒΓ, αἱ ὅλαι διατέμνουσαι θέλουν εἶναι ἀντιπεπονθότως ἀνάλογοι τῶν ἐκτὸς μερῶν των, τουτέςι θέλομεν ἔχει ΟΒ:ΟΓ::ΟΔ:ΟΑ. σχ. 131.

Διότι, ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΓ, ΒΔ, τὰ τρίγωνα ΟΑΓ, ΟΒΔ, ἔχουν τὴν γωνίαν Ο κοινήν· περιπλέον τὴν Β=Γ

---

(1) Πρὸς κατάληψιν τῆς ἐκφωνήσεως τῆς παρούσης προτάσεως καὶ τῆς ἀκολούθου σημειωτέον, ὅτι:

Δύο γραμμαὶ λέγεται ὅτι τέμνονται εἰς ἀντιπεπονθότα λόγον, ὅταν εἰς τὴν σχηματιζομένην ἀναλογίαν ἀπὸ τὰ μέρη των, τὰ δύο μέρη τῆς μιᾶς εἶναι τὰ ἄκρα, καὶ τὰ ἄλλα δύο τῆς ἄλλης τὰ μέσα.

Καὶ δύο γραμμαὶ λέγονται ἀντιπεπονθότως ἀνάλογοι τῶν μερῶν των, ὅταν ἡ μία τούτων τῶν γραμμῶν καὶ τὸ ἀντικείμενον μέρος της σχηματίζουν τὰ ἄκρα, ἐν ᾧ ἡ ἄλλη καὶ τὸ ἀντικείμενον μέρος της σχηματίζουν τὰ μέσα— Ο. Μ.

(18, 2)· ἄρα τὰ τρίγωνα ταῦτα εἶναι ὅμοια· καὶ αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν,

$$OB : O\Gamma :: O\Delta : OA.$$

Πόρισμα. Ἄρα τὸ ὀρθογώνιον $OA \times OB$, ἰσοῦται μὲ τὸ ὀρθογώνιον $O\Gamma \times O\Delta$

Σχόλιον. Δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ πρότασις αὕτη ἔχει μεγάλην ἀναλογίαν μὲ τὴν προλαβοῦσαν, καὶ δὲν διαφέρει ταύτης εἰ μὴ καθ' ὅ,τι αἱ δύο χορδαὶ ΑΒ, ΓΔ ἀντὶ νὰ τέμνωνται ἐντὸς, τέμνονται ἐκτὸς τοῦ κύκλου· τῆς παρούσης προτάσεως δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μερικὴ περίςασις ἡ ἀκόλουθος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Λ'.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἐὰν ἀπὸ τὸ αὐτὸ σημεῖον Ο ἐκτὸς τοῦ κύκλου λαμβανόμενον, ἀχθῇ ἐφαπτομένη τις ΟΑ καὶ διατέμνουσα ΟΓ, ἡ ἐφαπτομένη θέλει εἶναι μέση ἀνάλογος μεταξὺ τῆς διατεμνούσης καὶ τοῦ ἐκτὸς μέρους της· εἰς τρόπον ὥςε θέλομεν ἔχει $O\Gamma : OA :: OA : O\Delta$· ἤ, ὅπερ ταὐτὸν, $\overline{OA}^2 = O\Gamma \times O\Delta$. σχ. 131.

Διότι ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΔ, ΑΓ, τὰ τρίγωνα ΟΑΔ, ΟΑΓ, ἔχουν τὴν γωνίαν Ο κοινήν· περιπλέον ἡ γωνία ΟΑΔ, σχηματιζομένη ἀπὸ ἐφαπτομένην καὶ χορδὴν (19, 2), ἔχει μέτρον τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΑΔ, καὶ ἡ Γ ἔχει τὸ αὐτὸ μέτρον· ἄρα ἡ γωνία $OA\Delta = \Gamma$· ἄρα τὰ δύο τρίγωνα εἶναι ὅμοια, καὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν

$$O\Gamma : OA :: OA : O\Delta,$$

ἐκ τῆς ὁποίας $\overline{OA}^2 = O\Gamma \times O\Delta$.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΑ'.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Εἰς ὁποιονδήποτε τρίγωνον ΑΒΓ, ἐὰν ἡ γωνία Α τμηθῇ δίχα ὑπὸ τῆς γραμμῆς ΑΔ, τὸ ὀρθογώνιον τῶν πλευρῶν

ΑΒ, ΑΓ, θέλει ἰσοῦται μὲ τὸ ὀρθογώνιον τῶν τμημάτων ΒΔ, ΔΓ, πλέον τὸ τετράγωνον τῆς διατεμνούσης ΑΔ. σχ. 133.

Διὰ τῶν τριῶν στιγμῶν Α, Β, Γ ἄς διέλθη περιφέρεια, ἄς προεκβληθῇ ἡ ΑΔ μέχρι τῆς περιφερείας, ἄς ἐπιζευχθῇ ἡ ΓΕ.

Τὸ τρίγωνον ΒΑΔ εἶναι ὅμοιον μὲ τὸ ΕΑΓ· διότι ἐξ ὑποθέσεως, ἡ γωνία ΒΑΔ=ΕΑΓ· περιπλέον ἡ γωνία Β=Ε, ἐπειδὴ καὶ αἱ δύο ἔχουν μέτρον τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΑΓ· ἄρα τὰ τρίγωνα ταῦτα εἶναι ὅμοια, καὶ αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν,

$$\mathrm{B A} : \mathrm{A E} :: \mathrm{A \Delta} : \mathrm{A \Gamma}.$$

ἐντεῦθεν προκύπτει $\mathrm{BA} \times \mathrm{A\Gamma} = \mathrm{AE} \times \mathrm{A\Delta}$· ἀλλὰ $\mathrm{AE} = \mathrm{A\Delta} + \Delta\mathrm{E}$, καὶ πολλαπλασιάζοντες ἀμφότερα τὰ μέρη ἐπὶ ΑΔ, ἔχομεν $\mathrm{AE} \times \mathrm{A\Delta} = \mathrm{A\Delta}^2 + \mathrm{A\Delta} \times \Delta\mathrm{E}$· ἐξ ἄλλου μέρους $\mathrm{A\Delta} \times \Delta\mathrm{E} = \mathrm{B\Delta} \times \Delta\Gamma$ (πρό. 28)· λοιπὸν τέλος

$$\mathrm{BA} \times \mathrm{A\Gamma} = \mathrm{A\Delta}^2 + \mathrm{B\Delta} \times \Delta\Gamma.$$

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΒ΄.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Εἰς κάθε τρίγωνον ΑΒΓ, τὸ ὀρθογώνιον δύο πλευρῶν ΑΒ, ΑΓ, ἰσοῦται μὲ τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς διαμέτρου ΓΕ τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου καὶ τῆς ἀγομένης καθέτου ΑΔ ἐπὶ τῆς τρίτης πλευρᾶς ΒΓ. σχ. 134.

Διότι, ἐπιζευχθείσης τῆς ΑΕ, τὰ τρίγωνα ΑΒΔ, ΑΕΓ, εἶναι ὀρθογώνια, τὸ μὲν εἰς Δ, τὸ δὲ εἰς Α· περιπλέον ἡ γωνία Β=Ε· ἄρα εἶναι ὅμοια καὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν $\mathrm{AB} : \Gamma\mathrm{E} :: \mathrm{A\Delta} : \mathrm{A\Gamma}$· ἐκ τῆς ὁποίας $\mathrm{AB} \times \mathrm{A\Gamma} = \Gamma\mathrm{E} \times \mathrm{A\Delta}$.

Πόρισμα. Ἐὰν αἱ ἴσαι αὗται ποσότητες πολλαπλασιασθῶσιν ἐπὶ τῆς ἰδίας ποσότητος ΒΓ, θέλομεν ἔχει $\mathrm{AB} \times \mathrm{A\Gamma} \times \mathrm{B\Gamma} = \Gamma\mathrm{E} \times \mathrm{A\Delta} \times \mathrm{B\Gamma}$. Τώρα, $\mathrm{A\Delta} \times \mathrm{B\Gamma}$ εἶναι τὸ διπλάσιον τῆς ἐπιφανείας τοῦ τριγώνου (πρό. 6)· λοιπὸν τὸ γινόμενον τῶν τριῶν πλευρῶν ἑνὸς τριγώνου εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἐπιφάνειάν του πολλαπλασιασθεῖσαν ἐπὶ τοῦ διπλασίου τῆς διαμέτρου τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου.

Τὸ γινόμενον τριῶν γραμμῶν καλεῖται ἐνίοτε ϛερεὸν, δι' αἰτίαν τὴν ὁποίαν ἀκολούθως θέλομεν ἴδει. Εὐκόλως λαμβάνομεν ἰδέαν τῆς τιμῆς του, ἐννοροῦντες ὅτι αἱ γραμμαὶ ἀνάγονται εἰς ἀριθμοὺς, καὶ πολλαπλασιάζοντες τοὺς περὶ ὧν ὁ λόγος ἀριθμούς.

Σχόλιον. Ημποροῦμεν νὰ ἀποδείξωμεν ὡσαύτως ὅτι ἡ ἐπιφάνεια ἑνὸς τριγώνου ἰσοῦται μὲ τὴν περίμετρόν του πολλαπλασιασθεῖσαν ἐπὶ τοῦ ἡμίσεως τῆς ἀκτῖνος τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου.

Διότι τὰ τρίγωνα ΑΟΒ, ΒΟΓ, ΑΟΓ ἔχοντα τὴν κορυφήν των κοινὴν εἰς Ο, ἔχουν κοινὸν ὕψος τὴν ἀκτῖνα τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου· ἄρα τὸ ἄθροισμα τούτων τῶν τριγώνων θέλει ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν βάσεων ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ, πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τοῦ ἡμίσεως τῆς ἀκτῖνας ΟΔ· λοιπὸν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τριγώνου ΑΒΓ εἶναι ἴση μὲ τὴν περίμετρόν του πολλαπλασιασθεῖσαν ἐπὶ τοῦ ἡμίσεως τῆς ἀκτῖνος τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου. σχ. 87.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΓ'.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Εἰς κάθε ἐγγεγραμμένον τετράπλευρον ΑΒΓΔ, τὸ ὀρθογώνιον τῶν δύο διαγωνίων ΑΓ, ΒΔ, εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ὀρθογωνίων τῶν ἀπέναντι πλευρῶν, εἰς τρόπον ὥϛε, σχ. 135.

$$ΑΓ \times ΒΔ = ΑΒ \times ΓΔ + ΑΔ \times ΒΓ.$$

Ας ληφθῇ τὸ τόξον ΓΟ = ΑΔ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΟ συναπαντῶσα τὴν διάμετρον ΑΓ εἰς Ι·

Η γωνία ΑΒΔ = ΓΒΙ, ἐπειδὴ ἡ μὲν ἔχει μέτρον τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΔ, ἡ δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ΓΟ ἴσου μὲ τὸ ΑΔ. Αἱ γωνίαι ΑΔΒ, ΒΓΙ εἶναι ἴσαι ὡς ἐγγεγραμμέναι εἰς τὸ αὐτὸ τμῆμα ΑΟΒ· λοιπὸν τὸ τρίγωνον ΑΒΔ εἶναι ὅμοιον μὲ τὸ ΙΒΓ, καὶ ἔχομεν τὴν ἀναλογίαν ΑΔ : ΓΙ :: ΒΔ : ΒΓ· ὅθεν ΑΔ × ΒΓ = ΓΙ × ΒΔ. Λέγω τώρα ὅτι τὸ τρίγωνον ΑΒΙ εἶναι ὅμοιον μὲ τὸ ΒΔΓ· διότι ὄντος τοῦ τόξου ΑΔ ἴσου μὲ τὸ ΓΟ, ἐὰν προστεθῇ εἰς ἀμφότερα τὰ μέρη ΟΔ, προκύπτει τὸ τόξον ΑΟ = ΔΓ· λοιπὸν ἡ γωνία ΑΒΙ = ΔΒΓ· περιπλέον ἡ γωνία ΒΑΙ = ΒΔΓ, ἐπειδὴ εἶναι ἐγγεγραμμέναι εἰς τὸ αὐτὸ τμῆμα· λοιπὸν τὰ τρίγωνα ΑΒΙ, ΔΒΓ εἶναι ὅμοια, καὶ αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ δίδουν τὴν ἀναλογίαν ΑΒ : ΒΔ : : ΑΙ : ΓΔ· ὅθεν ΑΒ × ΓΔ = ΒΔ × ΑΙ.

Προσθέτοντες τὰ δύο εὑρεθέντα ἐξαγόμενα, καὶ παρατηροῦντες ὅτι ΑΙ × ΒΔ + ΓΙ × ΒΔ = (ΑΙ + ΓΙ)ΒΔ = ΑΓ × ΒΔ, θέλομεν ἔχει ΑΔ × ΒΓ + ΑΒ × ΓΔ = ΑΓ × ΒΔ.

Σχόλιον. Ημποροῦμεν νὰ ἀποδείξωμεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἓν ἄλλο θεώρημα ἐπάνω εἰς τὸ ἐγγεγραμμένον τετράπλευρον.

Τὸ τρίγωνον ΑΒΔ ὅμοιον μὲ τὸ ΒΙΓ, δίδει τὴν ἀναλογίαν . . . . ΒΔ : ΒΓ : ΑΒ : ΒΙ, ὅθεν ἕπεται ΒΙ × ΒΔ = ΒΓ × ΑΒ. Εἂν ἑνωθῇ ΓΟ, τὸ τρίγωνον ΙΓΟ, ὅμοιον μὲ τὸ ΑΒΙ, θέλει εἶναι ὅμοιον μὲ τὸ ΒΔΓ, καὶ διὰ τοῦτο ΒΔ : ΓΟ : : ΔΓ : ΟΙ· ὅθεν προκύπτει ΟΙ × ΒΔ = ΓΟ × ΔΓ, ἤ, ἐπειδὴ ΓΟ = ΑΔ, ΟΙ × ΒΔ = ΑΔ × ΔΓ. Προσθέτοντες τὰ δύο ἐξαγόμενα, καὶ παρατηροῦντες ὅτι ΒΙ × ΒΔ + ΟΙ × ΒΔ ἄγεται εἰς ΒΟ × ΒΔ, θέλομεν ἔχει,

$$\text{ΒΟ} \times \text{ΒΔ} = \text{ΑΒ} \times \text{ΒΓ} + \text{ΑΔ} \times \text{ΔΓ}.$$

Ἐὰν ληφθῇ ΒΠ=ΑΔ, καὶ ἐπιζευχθῇ ἡ ΓΚ'Π, θέλομεν εὑρῇ δι' ὁμοίων συλλογισμῶν,

$$\text{ΓΠ}\times\text{ΓΑ}=\text{ΑΒ}\times\text{ΑΔ}+\text{ΒΓ}\times\text{ΓΔ}.\ (1)$$

Ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ τόξον ΒΠ εἶναι ἴσον μὲ τὸ ΓΟ, ἐὰν προςεθῇ καὶ εἰς τὰ δύο μέρη ΒΓ, θέλομεν ἔχει τὸ τόξον ΓΒΠ = ΒΓΟ· ἄρα ἡ χορδὴ ΓΠ εἶναι ἴση μὲ τὴν χορδὴν ΒΟ, καὶ ἐπομένως τὰ ὀρθογώνια ΒΟ × ΒΔ καὶ ΓΠ × ΓΑ εἶναι πρὸς ἄλληλα ὡς ΒΔ πρὸς ΓΑ· ἄρα

$$\text{ΒΔ}:\text{ΓΑ}::\text{ΑΒ}\times\text{ΒΓ}+\text{ΑΔ}\times\text{ΔΓ}:\text{ΑΔ}\times\text{ΑΒ}+\text{ΒΓ}\times\text{ΓΔ}.$$

Λοιπὸν αἱ δύο διαγώνιοι ἐγγεγραμμένου τινὸς τετραπλεύρου εἶναι πρὸς ἀλλήλας ὡς τὰ ἀθροίσματα τῶν ὀρθογωνίων τῶν πλευρῶν αἵτινες τελειόνουν εἰς τὰ ἄκρα των.

Τὰ δύο ταῦτα θεωρήματα ἠμποροῦν νὰ χρησιμεύσουν διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν διαγωνίων ὅταν αἱ πλευραὶ ἦναι γνωςαί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΔ'.
ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἔςω Π σημεῖον δεδομένον ἐντὸς τοῦ κύκλου ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος ΑΓ, καὶ ἂς ληφθῇ σημεῖόν τι Κ ἐκτὸς ἐπὶ τῆς προεκβολῆς τῆς ἰδίας ἀκτῖνος εἰς τρόπον ὥςε ΓΠ : ΓΑ :: ΓΑ : ΓΚ· ἐὰν ἀπὸ ὁποιανδήποτε ςιγμὴν τῆς περιφερείας Μ ἀχθῶσιν εἰς τὰς δύο ςιγμὰς Π καὶ Κ αἱ εὐθεῖαι ΜΠ, ΜΚ, λέγω ὅτι διὰ κάθε ςιγμὴν τῆς περιφερείας ὁ λόγος

(1) Τὰ τρίγωνα ΠΚ'Β, ΑΒΓ εἶναι ὅμοια· διότι ἡ γωνία Α=Π ἡ γωνία ΑΓΒ=ΠΒΔ· διότι ἡ μὲν ἔχει μέτρον τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΑΠΒ· ἡ δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΠΑΔ ἴσον μὲ τὸ ΑΠΒ· λοιπὸν καὶ ἡ τρίτη ΠΚ'Β=ΑΒΓ· ἄρα ΠΒ : ΠΚ' :: ΑΓ : ΑΒ· ὅθεν ΠΒ × ΑΒ = ΑΔ × ΑΒ = ΑΓ × ΠΚ'· πάλιν τὸ τρίγωνον ΔΓΚ' εἶναι ὅμοιον μὲ τὸ ΑΒΓ· διότι ἡ γωνία ΔΚ'Γ = ΠΚ'Β = ΑΒΓ· ἡ Δ = Δ· ἄρα καὶ ΔΓΚ' = ΑΓΒ· διὰ τοῦτο ΓΔ : ΓΚ' :: ΑΓ : ΒΓ· λοιπὸν ΓΔ × ΒΓ = ΓΚ' × ΑΓ· προσθέτοντες τὰ εὑρεθέντα ἐξαγόμενα εὑρίσκομεν τὴν εἰς τὸ κείμενον ἐξίσωσιν. Ο, Μ.

τῶν εὐθειῶν τούτων θέλει εἶναι ὁ αὐτὸς, καὶ θέλομεν ἔχει ΜΠ : ΜΚ :: ΑΠ : ΑΚ. σχ. 136.

Διότι, ἐξ ὑποθέσεως, ἔχομεν, ΓΠ : ΓΑ :: ΓΑ, ΓΚ· ἀντὶ ΓΑ θέτοντες ΓΜ, θέλομεν ἔχει ΓΠ : ΓΜ :: ΓΜ : ΓΚ· λοιπὸν τὰ τρίγωνα ΓΠΜ, ΓΚΜ, ἔχουν μίαν γωνίαν ἴσην Γ περιεχομένην μεταξὺ πλευρῶν ἀναλόγων· λοιπὸν εἶναι ὅμοια (20, 3)· ἄρα ἡ τρίτη πλευρὰ ΜΠ εἶναι πρὸς τὴν τρίτην ΜΚ ὡς ΓΠ πρὸς ΓΜ ἢ ΓΑ. Ἀλλ' ἡ ἀναλογία ΓΠ : ΓΑ :: ΓΑ : ΓΚ δίδει, ἐν διαιρέσει, ΓΠ : ΓΑ :: ΓΑ—ΓΠ : ΓΚ—ΓΑ, ἢ ΓΠ : ΓΑ :: ΑΠ : ΑΚ λοιπὸν ΜΠ : ΜΚ :: ΑΠ : ΑΚ· εἰς τὸν αὐτὸν λόγον μὲ τὸν ἴδιον τρόπον ἠθέλαμεν ἀποδείξει ὅτι ὑπάρχουν αἱ εὐθεῖαι Μ'Π, Μ'Κ, Μ''Π, Μ''Κ κ. τ. λ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΑ

ΕΙΣ ΤΟ Γ'. ΒΙΒΛΙΟΝ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΡΩΤΟΝ.

Νὰ διαιρέσωμεν εὐθεῖαν δεδομένην εἰς ὅσα ἴσα μέρη θέλομεν, ἢ εἰς μέρη ἀνάλογα δεδομένων γραμμῶν.

1.ον Ἂς προτεθῇ νὰ διαιρέσωμεν τὴν γραμμὴν ΑΒ εἰς πέντε ἴσα μέρη· ἐκ τοῦ ἄκρου Α ἂς ἀχθῇ ἡ ἀπροσδιόριστος ΑΗ, καὶ ἀφ' οὗ ληφθῇ ΑΓ ἴση μὲ ὁποιονδήποτε μέγεθος, ἂς φερθῇ πεντάκις ἐπὶ τῆς ΑΗ. Ἂς ἑνωθῇ ἡ τελευταία στιγμὴ διαιρέσεως Η καὶ τὸ ἄκρον Β διὰ τῆς ΗΒ, ἔπειτα ἂς ἀχθῇ ἡ ΓΙ παράλληλος τῆς ΗΒ· λέγω ὅτι ΑΙ εἶναι τὸ πέμπτον μέρος τῆς ΑΒ, καὶ οὕτω φερθείσης τῆς ΑΙ πεντάκις ἐπὶ ΑΒ, ἡ ΑΒ θέλει διαιρεθῇ εἰς πέντε ἴσα μέρη. σχ. 137.