

Σ Ε Ι Ρ Α Σ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΣ.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ.

ΥΠΟ

Α. Μ. ΛΕΓΕΝΔΡΟΥ.

ΜΕΛΟΥΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ  
ΤΑΓΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ,  
ΤΗΣ ΒΑΣΙΛΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ ΤΟΥ ΔΘΝΔΙΝΟΥ κ. τ. λ.

Μεταφρασθέντα εκ του Γαλλικού εκ της δωδεκάτης  
αυτών εκδόσεως, υπό του  
ΔΟΚΤΟΡΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ ΚΑΡΑΝΔΗΝΟΥ,  
ΚΕΦΑΛΛΗΝΟΣ.

Εφόρου της Ιονίου Ακαδημίας, Δεκάνου της Φιλοσοφικής  
Σχολής, και Προφέσσορος της Υψηλοτέρας  
Μαθηματικής.

Κ Ε Ρ Κ Υ Ρ Α Ι.

1829.

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

## Ο ΜΕΤΑΦΡΑΣΤΗΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΝΑΓΝΩΣΤΗΝ.

Ἰδοὺ ἐνβαίνει εἰς φῶς καὶ ὁ δεύτερος τόμος τῆς στοιχειώδους σειρᾶς τῶν Μαθηματικῶν. Ὁ δεύτερος οὗτος τόμος περιέχει τὰ στοιχεῖα τῆς Γεωμετρίας τοῦ περιφήμου Λεγένδρου.

Τὸ σύγγραμμα τοῦ Λεγένδρου εἶναι βέβαια τὸ καλύτερον στοιχειῶδες σύγγραμμα τῆς Γεωμετρίας. Ἀπὸ τοὺς ὅσοι πρὸ αὐτοῦ ἔγραψαν τὰ στοιχεῖα τῆς ἐπιστήμης ταύτης, ἄλλοι μὲν ἀνέμιξαν τὰς γεωμετρικὰς ἀληθείας μὲ τὰς ἐφαρμογὰς των, μὴ σοχασθέντες ὅτι ἡ ἀνάμιξις οὗτη εἶναι μέγα ἐμπόδιον εἰς τὴν πρόοδον τοῦ σπουδάζοντος τὴν Γεωμετρίαν· διότι πρέπει νὰ θάπανᾶ, ὄχι ὀλίγον καιρὸν, ἂν καὶ χωρὶς καρπὸν, εἰς ἀληθείας αἰεὶ ὁποῖαι δὲν ἔχουν καμμίαν ἄμεσον σχέσιν μὲ τὸ ἀντικείμενον τῆς σπουδῆς του, καὶ τῶν ὁποίων ἡ ἐντελής κατάληψις ἀπαιτεῖ τὴν γνῶσιν καὶ τῆς Γεωμετρίας καὶ τῆς ἐπιστήμης εἰς τὴν ὁποίαν ἡ Γεωμετρία ἐφαρμόζεται. Ἄλλοι δὲ δὲν ἔπεσαν εἰς τὸ ἄτοπον τῶν πρώτων, πλὴν ἐκτὸς ὅτι εἰς τὰ συγγραμμάτά των δὲν φαίνεται ἐκείνη ἡ Γεωμετρικὴ ἀκρίβεια, οὐδὲ τακτικῶς ἐξέθεσαν τὰς διαφορὰς προτάσεις, ὥς νὰ φαίνεται ἡ πρὸς ἀλλήλας σχέσις, ἀλλ' ὡς πρὸς τοῦτο δουλικῶς ἠκολούθησαν τὴν τάξιν τοῦ Εὐκλείδου, χωρὶς νὰ προσφέρουν ἰδιόν τι εἰς τὴν ἐπιστήμην· ἄλλοι τέλος πάντων ἐχάθησαν εἰς Μεταφυσικὰς λεπτολογίας, παραβλέψαντες τὰ οὐσιώδη, καὶ οὕτως ἐσκοτίζονταρ' ὅτι διεσάφισον τὰς ἐννεργεστάτας προτάσεις πῆς Γεωμετρίας.

Ἀφοῦ δὲ εἰς τὴν Γαλλίαν ἄρχισαν νὰ πρυοδεύουν αἱ Μαθηματικαὶ ἐπιστήμαι, διάφοροι σειραὶ

8  
σοιχείων Μαθηματικῆς ἐφάνησαν, μὲ περισσύτεραν  
τάξιν καὶ μέθοδον γραμμένοι, καὶ ἀρμόδια ἐπο-  
μένως εἰς τὴν σπουδάζουσαν Νεολαίαν.

Μεταξὺ τούτων διακρίνεται ἡ σοιχειώδης σειρά  
τῶν Μαθηματικῶν τοῦ Λακροῦ (Lacroix): ὁ  
ἐνδοξος αὗτος Μαθηματικὸς ἀφ' οὗ εἰς τρεῖς με-  
γάλους τόμους συνήθροισε καὶ διέταξεν ὅτι ἀ-  
ναφέρεται εἰς τὴν ὑψηλὴν Μαθηματικὴν, συνέ-  
γραψε καὶ πλήρη σοιχειώδη σειράν. Ἡ εἰσαξις  
ταύτης εἰς τὰ λύκεια τῆς Γαλλίας, ἢ εἰς τὰς  
ἄλλας Εὐρωπαϊκὰς γλώσσας μετάφρασίς της,  
ἄρκετὰ ἀποδεικνύουν τὴν ἀξίαν της. Πρέπει ὁμῶς  
να ἐμολογήσωμεν ὅτι ἂν καὶ ὁ Λακροῦ εἰς τὰ  
σοιχεῖα τῆς Γεωμετρίας του ἐφύλαξε τὴν ἀπαι-  
τούμενην ἀκρίβειαν εἰς τὰς ἀποδείξεις τῶν προ-  
τάσεων, καὶ διὰ πολλὰ ὑπερέχει τὸ σίγγραμμά  
του ἄλλῃ σοιχειώδη συγγράμματι, τὰ σοιχεῖα  
ὁμῶς ταῦτα δὲν ἔχουσι τὸ πλήρες, καὶ ἐλλείπουν  
πολλῶν ἀναγκαίων προτάσεων τῆς Γεωμετρίας.  
ἐν ᾧ δὲ εἰς τὸ σύγγραμμά του ἐπιγραφόμενον  
essais sur l'enseignement ἔδωκε παραγγέλματα διὰ  
τὴν συγγραφὴν σοιχείων Γεωμετρίας, ταῦτα ὁμῶς  
δὲν ἐφύλαξε, καὶ οὔτε τὴν τάξιν ἐπέτυχε.

Ὁ δὲ ἡμέτερος συγγραφεὺς εἰς τὸ σύγγραμμά  
του ἤνωσε τὸ πλήρες μὲ Σαυμασίαν τάξιν, καὶ  
φαίνεται ὅτι ἔβαλλεν εἰς πρᾶξιν ὅσα ὁ Λακροῦ  
παραγγέλλει εἰς τὸ εἰρημένον σύγγραμμά του. Ἡ  
μόνη προσεκτικὴ ἀνάγνωσις τοῦ συγγράμματος  
τοῦ Λεγένδρου ἢ μπορεῖ νὰ δώσῃ μίαν ἰδέαν τῆς  
τάξεως μὲ τὴν ὁποίαν ἐκτίθενται αἱ προτάσεις,  
καὶ ἡ ὁποία εἰς οὐδὲν ἄλλο σύγγραμμά παρατη-  
ρεῖται ὥστε διὰ ταῦτά του τὰ προτερήματα καὶ

ῥί ἄλλα περισσότερα τὸ σύγγραμμα τοῦ Δεγένδρου εἶναι κατὰ τὸ παρὸν τὸ καλλίτερον σοιχειῶδες σύγγραμμα.

Ὅλα ταῦτα τὰ ὁποῖα καὶ ἡ ἰδία πείρα μὲ ἐβεβαίωσε, μὲ ἔκαμαν νὰ προτιμήσω τὸ σύγγραμμα τοῦ Δεγένδρου, ἐν ᾧ ἐμελετοῦσα νὰ δώσω εἰς τὸ ἔθνος μου σοιχεῖα Γεωμετρίας.

Εἰς τὴν μετάφρασίν μου δὲν ἔλλειψα νὰ προσθέσω τινὰς διασαφήσεις εἰς μερικὰς προτάσεις εἰς τὰς ὁποίας ὁ ἀναγνώστης ἤμπορει νὰ ἀπαντήσῃ δυσκολίᾳ, ἠξεύρων ὅτι τὸ ἔθνος μας ἀκόμη σφρεῖται τοιοῦτου εἶδους συγγραμμάτων, τὰ ὁποῖα, χρείας τυχούσης, νὰ συμβουλευέται ὁ σπουδάζων.

Ἀλλ' ἐκ δίδων τὸν παρόντα τόμον πρέπει νὰ ἀποκριθῶ εἰς τὴν κρίσιν τὴν ὁποίαν τινὲς ἐπέφερον διὰ τὴν Ἀριθμητικὴν τοῦ Βουρδῶνος· διότι ἴσως καὶ διὰ τὴν Γεωμετρίαν τὴν αὐτὴν θέλουν ἐπιφέρει· ὅτι, δηλαδὴ, ἡ Ἀριθμητικὴ αὕτη εἶναι ἐκτεταμένη, καὶ διὰ τοῦτο ὄχι ἀρμοδία εἰς τὴν νεολαίαν. Ἡ ἀπόκρισίς μου εἶναι ὅτι ἤμποροῦσα νὰ μεταφράσω ἄλλην συντομωτέραν καθὼς τὴν τοῦ Λακροῦ ἢ εἴτινος ἄλλου· πλὴν κἀμμίαν δὲν ἔβλεπα ἕξιουμένην εἰς τὴν ἀξίαν μὲ τὴν τοῦ Βουρδῶνος, ἡ ὁποία συνέσταται εἰς τὰς ἰδέας, εἰς τὴν μέθοδον, εἰς τὴν σαφήνειαν, καὶ εἰς ἄλλα προτερήματα, τὰ ὁποῖα οἱ μὴ κατ' ἐπιφάνειαν ἔχοντες ἰδέας ἐπάνω εἰς τὰς Μαθηματικὰς ἐπιτήμας, ἤμποροῦν νὰ παρατηρήσουν· καὶ, διὰ νὰ μὴ πολυλογῶ, καθὼς ὁ συγγραφεὺς συνέγραψε τοιαύτην Ἀριθμητικὴν διὰ νέους » qui ont à subir des épreuves difficiles, et dont les premiers pas, dans la

5'  
carrière des sciences, doivent se faire d' une manière sûre et profitable « (\*) ἤγουν· οἱ ὅποιοι μέλλουν νὰ ὑποβληθῶν εἰς αὐστηρὰς δοκιμασίας, καὶ τῶν ὁποίων τὰ πρῶτα βήματα εἰς τὸ εὐαγγέλιον τῶν ἐπιστημῶν, πρέπει νὰ γίνων ἀσφαλῶς καὶ ἐπωφελῶς· οὕτω καὶ ἐγὼ τὴν ἐμετάφρασα διὰ τοὺς νέους ἑλλήνας οἵτινες ἀσφαλῶς θέλουν νὰ διατρέξουν τὸ εὐρύχωρον πεδίου τῶν Μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, καὶ μέλλουν νὰ ἀφιερῶσιν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀκριβῶν ἐπιστημῶν καὶ τῶν ἐφαρμογῶν των· δι' ἐκείνους ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἡ νέα Ἑλλὰς ἐλπίζει Εὐκλείδου καὶ Ἀρχιμήδου, καὶ εἰσαγωγεῖς τῶν ἐπιστημῶν εἰς τὴν ἀρχαίαν πατρίδα των. Ο καιρὸς περιπλέου θέλει δείξει εἴαν ἐπέτυχα εἰς τὴν ἐκλογὴν μου, καὶ εἴαν ἡ εἰσαξις της εἰς τὴν σχολεῖα θέλη ὠφελήσῃ τὴν νεολαίαν ἢ ὄχι.

εὐτύχει.

### Εἶδησις,

Αἱ δύο τριγωνομετρίας εὐθύγραμμος καὶ σφαιρική μετὰ τῶν σημειώσεων τοῦ Δεγένδρου ἐκδίδονται εἰς τὸν 5' τόμον.

---

(\*) Βλῆτε Γαλ. ἐκδ. avertissement pag. 8.

## ΕΙΔΗΣΙΣ ΤΟΥ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΣ.

Ἐπειδὴ ἡ ἀπόδειξις τῆς θεωρίας τῶν παραλλήλων ὁποῖαν τὴν ἐπαρρησιάζαμεν εἰς τὴν 3ην ἐκδοσιν τοῦ παρόντος συγγράμματος καὶ εἰς τὰς ἀκολουθοῦσας μέχρι τῆς 8.ης, δὲν ἦτον ἐλευθέραι ἀπὸ πάσαις δυσκολίαις καὶ ἀντιρρήσιν, ἀπεφασίσαμεν, εἰς τὴν ἐννάτην ἐκδοσιν, νὰ ἀποκαταστήσωμεν τὴν θεωρίαν ταύτην ἐπὶ τῆς αὐτῆς σχεδὸν βάσεως τοῦ Εὐκλείδου. Σκεφθέντες δὲ μετὰ ταῦτα ἐπὶ τοῦ ἰδίου ἀντικειμένου (τῶν σκέψεών μας τὴν ἀνάπτυξιν θελομεν δώπει εἰς τὴν Β' σημείωσιν), εὐρήκαμεν δύο νέους τρόπους τοῦ ἀποδεικνύειν τὸ θεώρημα περὶ τῶν γωνιῶν τοῦ τριγώνου, χωρὶς τῆς βοηθείας οὐδενὸς αἰτήματος (postulatum). Ἐπομένως κατεχωρίσαμεν εἰς τὸ κείμενον τῆς παρούσης ἐκδόσεως μίαν τούτων τῶν ἀποδείξεων, τὴν ὀλιγώτερον ἀπομακρυνομένην τῶν κοινῶν ἰδεῶν, καὶ ἡ ὁποία ἄλλως δὲν φαίνεται περισσότερον δύσληπτος ἀπὸ τὴν εἰς τὰς παραβούσας ἐκδόσεις ἐκ τῆς τρίτης μέχρι τῆς ὀγδόης δοθεῖσαν.

Ἀλλή τις ἀξιοσημείωτος μεταβολὴ εἰς ταύτην τὴν ἐκδοσιν ἀναφέρεται εἰς τὴν σφαιρότητα τῆς τριγωνικῆς πυραμίδος. Τὴν ἀπόδειξιν ταύτην ἀπεκαταστήσαμεν σχεδὸν ὡς τὴν ἐδώκαμεν εἰς τὴν πρώτην ἐκδοσιν τούτων τῶν στοιχείων, ὠφελθέντες ὁμως ἀπὸ μίαν εὐτυχῆ ἰδέαν τοῦ Κ. Κουεβρέτου κατσηματάρχου εἰς Σαιν Μάλο· συνίσταται δὲ εἰς τὸ νὰ καταστήσῃ ἴσα τὰ ὑψη τῶν ὑπερεχόντων καὶ ἐλλειπόντων πρισματῶν τῶν κατασκευαζομένων εἰς τὰς δύο παραβαλλομένας πυραμίδας. Μὲ τὸ μέσον τοῦτο ἡ ἀπόδειξις τῆς σφαιρότη-

ἔως τῆς πυραμίδος φαίνεται ἡγμένη εἰς τὸν ἔσχατον βαθμὸν τῆς ἀπλότητος τοῦ ὁποίου εἶναι δευτική.

Ἐπειδὴ τέλος οἱ τριγωνομετρικοὶ πίνακες οἱ κατασκευασμένοι κατὰ τὴν δεκαδικὴν διαίρεσιν τοῦ τεταρτημορίου (quadrant) δὲν εἶναι τόσον διεσπαρμένοι ὅσοι ἡφερόμενοι εἰς τὴν παλαιὰν διαίρεσιν ἰς περιφερείας, ἐσοχάσθημεν ὠφέλιμον νὰ ὑπογράψωμεν εἰς τὰ δοθέντα παραδείγματα τοῦ ὑπολογισμοῦ εἰς τὴν τριγωνομετρίαν, τὰ ἐξαγόμενα τὰ ὁποῖα ἤθελε δώσει ἡ χρῆσις τῶν παλαιῶν πινάκων.

Ὅσις τῶν ἀναγνώσων, τούλάχιστον εἰς τὴν πρώτην ἀνάγνωσιν, θέλει νὰ περιορισθῇ εἰς τὰ ἀπλά τοιχεῖα, ἢ μπορεῖ νὰ παραβλέψῃ τὰς σημειώσεις, παραρτήματα καὶ γενικῶς ὅ,τι εἶναι τυπωμένον εἰς μικροῦς χαρακτῆρας (\*), ὡς ὀλίγον ὠφέλιμα ἢ ἀπικιτοῦντα βαθυτέραν τὴν σπουδὴν. Θέλει δὲ ἐπιστρέφει εἰς ταῦτα ὅταν τὸ κρίνῃ εὐλόγον, ἐκλέγων ὅ,τι ἤθελε τοῦ φανῆ ἀρμόδιον, καὶ τοῦτο κατὰ τὴν συμβουλήν πεφωτισμένου τινὸς προφέσσου.

Σ. Κ. Οἱ εἰς τὸ περιθώριον εὕρισκόμενοι ἀριθμοὶ σημειοῦν τὰς προτάσεις εἰς τὰς ὁποίας ὁ ἀναγνώστης πρέπει νὰ πηγαίῃ διὰ τὴν κατάληψιν τῶν ἀποδείξεων. Ὁ ἄριθμος ὡς 4, σημειοῦν τὴν δ' πρότασιν τοῦ ἀνά χειρὸς εἰς τὸ βιβλίον. Ὁ ἄριθμος ὡς 20, 3 σημειοῦν τὴν κ' πρότασιν τοῦ γ' βιβλίου. (\*\*). Εἰς δὲ τὴν τριγωνομετρίαν τὰ ἀρθρα καὶ αἱ παραπομπαὶ ἐσημειώθησαν διὰ ῥωμαϊκῶν χαρακτήρων.

(\*) Ὅλα ταῦτα εἶναι τῶ ὄντι τυπωμένα εἰς τὴν γαλλικὴν ἔκδοσιν εἰς μικροῦς χαρακτῆρας· εἰς τὴν μετάφρασιν ταύτην δὲν ἔγινε τεῦτο διὰ τὴν ἔλλειψιν ἀναλόγων χαρακτήρων.

(\*\*) Οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι εἰς τὴν παρούσασα μετάφρασιν ἐτίθησαν εἰς τὴν ἑδὴν τῶν ἀποδείξεων.