τοῦ ῥοβλίου. Λοιπὸν (ἀρ. 62) $2500^{\text{ρρ.}} = \frac{52\times6\times7\times40\times2500}{48\times15\times50\times14}$ τοῦ ῥουβλίου· ἐξαγόμενον, τὸ ὁποῖον καὶ ἀνωτέρω εὑρήκαμεν.

Περὶ τῆς μεθόδου τῆς μίξεως.

§. 238. Τὰ ζητήματα, ὅσα ἀνήκουσιν εἰς ταύτην τὴν μέθοδον, εἶναι δύο εἰδῶν.

Ἢ ἔχομεν σκοπὸν νὰ εὕρωμεν τὴν μέσην τιμὴν πολλῶν διαφόρων πραγμάτων, τῶν ὁποίων ὁ ἀριθμὸς καὶ ἡ μερικὴ τιμὴ ἑκάστου εἴδους εἶναι γνωστά,

Ἢ ζητοῦμεν νὰ γνωρίσωμεν τὰς ποσότητας κάθε εἴδους πραγμάτων, τὰ ὁποῖα μέλλουσι νὰ εἰσέλθουν εἰς μίξιν τινὰ, γνωρίζοντες ἤδη τὴν τιμὴν ἑκάστου εἴδους, καὶ τὴν ὅλην τιμὴν τοῦ μίγματος.

Θέλομεν θεωρήσει ἐνταῦθα μόνον τὴν πρώτην περίστασιν· τῆς δευτέρας δὲ ἡ θεωρία ἀνήκει εἰς τὴν Ἄλγεβραν.

Πρῶτον παράδειγμα. Οἰνοπώλης τις ἔμιξεν οἴνους διαφόρων ποιοτήτων, τουτέστι 250 λίτρα ἀπὸ 13 σολδία τὸ λίτρον, 180 λίτρα ἀπὸ $15^{\text{σολ.}}$, καὶ 200 ἀπὸ $16^{\text{σολ.}}$, καὶ ζητεῖ τὴν τιμὴν τοῦ λίτρου τοῦ μίγματος.

Παρατηροῦμεν κατὰ πρῶτον, ὅτι 250 λίτρα ἀπὸ $12^{\text{σολ.}}$ δίδουσι διὰ τὴν τιμὴν τῶν 250 λίτρων

	σολ.
250×12 ἢ	3000
Παρομοίως 18 λίτρα ἀπὸ $15^{\text{σολ.}}$ κάμνουσιν 180×15 ἢ	2700
Τέλος πάντων 200 λίτ. ἀπὸ $16^{\text{σολ.}}$ κάμνουσι 200×16 ἢ	3200
Ὅθεν συνάγομεν διὰ τὴν ὅλην τιμὴν τῶν τριῶν ποσοτήτων τῶν μεμιγμένων οἴνων $8900^{\text{σολ.}}$	8900

Ἐὰν τώρα κάμωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν ἀριθμῶν 250, 180 καὶ 200, τὸ ὁποῖον δίδει 630, τὸ ζήτημα ἄγεται εἰς τὸ ἀκόλουθον.

$$\begin{array}{r} 250 \\ 180 \\ 200 \\ \hline 630 \end{array}$$

630 λίτρα οἴνου ἀξίζουσι 8900 σολδία, πόσον θέλει ἀξίζει τὸ λίτρον;

Διὰ νὰ εὕρωμεν ταύτην τὴν τιμὴν, ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν 8900 διὰ 630, καὶ τὸ πηλίκον $14^{\text{σολ.}}$ $1^{\text{δην.}}$, ἐκφράζει τὴν ζητουμένην τιμήν.

Κανὼν Γενικός. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν τιμὴν τῆς μονάδος τοῦ μίγματος, πρέπει· $\overline{1}^{\text{ον.}}$ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν τιμὴν τῆς μονάδος ἑκάστου εἴδους πραγμάτων, τὰ ὁποῖα θέλομεν νὰ μίξωμεν, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τούτου τοῦ εἴδους, καὶ νὰ προσθέσωμεν τὰ γινόμενα. $\overline{2}^{\text{ον.}}$ Νὰ κάμωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν τῶν μονάδων τῶν διαφόρων εἰδῶν τῶν πραγμάτων. $\overline{3}^{\text{ον.}}$ Νὰ διαιρέσωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων, ἢ τὴν ὅλην τιμὴν διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀριθμῶν τῶν μονάδων.

Δεύτερον παράδειγμα. Θέλομεν νὰ χωνεύσωμεν ὁμοῦ 23 χιλιόγραμμα ἀργύρου πρὸς 825 χιλιοστημόρια καθαρότητος, καὶ 14 χιλιόγραμμα πρὸς 910, καὶ 19 πρὸς 945, καὶ Ζητεῖται ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος τῶν τριῶν ὄγκων.

Σ. Η. Διὰ νὰ ἐννοήσωμεν ταύτην τὴν ἔκφρασιν, πρέπει νὰ ἠξεύρωμεν, ὅτι οἱ χρυσοχόοι ἀνακατόνουν πάντοτε τὸ χρυσίον καὶ τὸ ἀργύριον μὲ ἄλλα μέταλλα, καθὼς μὲ τὸν χαλκόν.

Ὅθεν τότε λέγεται, ὅτι ἕνας ὄγκος ἐκ χρυσοῦ καὶ ἀργύρου ἔχει τοιοῦτον βαθμὸν καθαρότητος, ὅταν ἐπὶ ἑνὸς προσδιορισμένου βάρους, π. χ. ἑνὸς χιλιογράμμου περιέχῃ τοιοῦτον βάρος χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου καθαροῦ.

Οὕτως εἷς ὄγκος ἔχει $\frac{9}{10}$ καθαρότητος, ἢ εἶναι εἰς βαθμὸν τῶν $\frac{9}{10}$, ὅταν ἐπὶ ἑνὸς χιλιογράμμου τοῦ τοιούτου ὄγκου εὑρίσκονται $\frac{9}{10}$ τοῦ χιλιογράμμου ἀπὸ χρυσὸν ἢ ἄργυρον καθαρόν· (τοιοῦτον βαθμὸν ἔχουν τὰ παρόντα νομίσματα).

Παρομοίως ὄγκος τις εἶναι πρὸς 825 χιλιοστημόρια καθαρότητος, ὁπόταν ἐπὶ ἑνὸς χιλιογράμμου περιέχῃ $\frac{825}{1000}$ χρυσοῦ ἢ ἀργύρου.

Τούτου τεθέντος, συνάγομεν ἐκ τῆς ἐκφράσεως, ὅτι·

	χιλ.	χιλιοστ.		χιλιοστ.
$\overline{1}^{ον.}$	23 πρὸς	825 . . κάμνουν	23×825 ἢ	18975
$\overline{2}^{ον.}$	14 πρὸς	910	14×910 ἢ	12740
$\overline{3}^{ον.}$	$\frac{19}{56}$ πρὸς	845	19×845 ἢ	15055
				47770.

Λοιπὸν 56 χιλιόγραμμα ἑνωμένα ὁμοῦ περιέχουσι 47,770 χιλιόγρ. ἀργύρου καθαροῦ. Ὅθεν ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος τοῦ νέου ὄγκου ἐκφράζεται διὰ $\frac{47,770}{56}$, ἢ 0,853, τουτέστιν ὅτι ὁ προκύπτων ὄγκος ἀπὸ τὴν μῖξιν τῶν τριῶν πρώτων εἶναι πρὸς 853 χιλιοστημόρια καθαρότητος.

Τρίτον παράδειγμα. Ἐμεταχειρίσθη τις εἰς ἔργον τι 500 ἐργάτας, ἀπὸ τοὺς ὁποίους 160 λαμβάνουσι 2 φρ. τὴν ἡμέραν, οἱ 200 1 φρ., 75 ἑκ., καὶ οἱ 140 ἀπὸ $1^{\text{φρ.}}$, $50^{\text{εκ.}}$ Ζητεῖται πόσον λαμβάνει, ἕνας μὲ τὸν ἄλλον, ἕκαστος ἐργάτης τὴν κάθε ἡμέραν;

$160^{\text{εργ.}}$	ἀπὸ $2^{\text{φρ.}}$ ἀποτελοῦν	320
200	ἀπὸ $1^{\text{φρ.}}$, $75^{\text{εκ.}}$	350
140	ἀπὸ $1^{\text{φρ.}}$, $50^{\text{εκ.}}$	210
500		880

Λοιπὸν ἐπειδὴ διὰ 500 ἐργάτας ἐξοδεύονται $880^{\text{φρ.}}$, διὰ ἕνα μόνον ἐργάτην ἐξοδεύονται $\frac{880}{500}$ ἢ $1^{\text{φρ.}}$, $76^{\text{εκ.}}$ . . .

§. 239. Ὁ προσδιορισμὸς τῶν μέσων τιμῶν πολλῶν πραγμάτων διαφόρων τιμῶν, εἶναι μερικὴ περίστασις τῆς μεθόδου τῆς μίξεως τοῦ πρώτου εἴδους.

Καλεῖται μέση τιμὴ πολλῶν πραγμάτων, τῶν ὁποίων αἱ μερικαὶ τιμαὶ εἶναι ἤδη γνωσταί, τὸ ἄθροισμα τῶν τιμῶν τῶν πραγμάτων διαιρεθὲν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ των.

Οὕτως ὅταν ἔχωμεν μόνον δύο πράγματα, ἡ μέση τιμὴ εἶναι τὸ ἡμιάθροισμα τῶν τιμῶν τῶν πραγμάτων, ἢ μὲ ἄλλας λέξεις (ἀρ. 206) ὁ διαφορικὸς μέσος μεταξὺ τῶν τιμῶν τῶν δύο πραγμάτων.

Τέταρτον παράδειγμα. Ἐμετρήθη εἰς τέσσαρας διαφορετικὰς θέσεις τὸ μῆκος ἑνὸς περιφράγματος· εὑρέθη εἰς τὴν πρώτην φορὰν $250^{\text{μετ.}}$, 439· τὴν δευτέραν $250^{\text{μετ.}}$, 695· τὴν τρίτην $249^{\text{μετ.}}$, 75· τέλος πάντων τὴν τετάρτην $251^{\text{μετ.}}$, 158. Ζητεῖται τὸ μῆκος τοῦ περιφράγματος.

Ἐπειδὴ εἰς τὰς τέσσαρας πράξεις τὰ συναγόμενα μέτρα δὲν εἶναι σύμφωνα, εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ μόνον μέσον νὰ ἀποκριθῶμεν εἰς τὸ ζήτημα τοῦτο εἶναι νὰ συστήσωμεν τὸ μέσον μέτρον μεταξὺ ὅλων τῶν μέτρων.

Εὑρίσκομεν κατὰ πρῶτον τὸ ἄθροισμα τῶν τεσσάρων μέτρων 1002,042, καὶ διαιροῦντες διὰ 4 εὑρίσκομεν 250,5105· τὸ μέσον μέτρον.	250,439
	250,695
	249,750
	251,158
	1002,042

„Μερικὰ ἄλλα Ζητήματα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ λυθῶσι μὲ μόνην τὴν βοήθειαν συλλογισμοῦ.

§. 240. Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω ζητήματα, τὰ μέσα διὰ τῶν ὁποίων ἐφθάναμεν εἰς τὴν λύσιν, ἦτον στερεὰ καὶ γενικὰ, τουτέστιν ἱκανὰ νὰ ἐφαρμοσθῶσιν εἰς ὅλα τὰ ζητήματα τοῦ ἰδίου εἴδους. Ἀλλὰ δυνάμεθα νὰ προβάλλωμεν ἄπειρα ἄλλα, τὰ ὁποῖα ἔχουν σχέσιν εἰς ἕν μέρος τι μὲ αὐτὰ ἢ δὲν ἔχουν κάμμίαν. Εἰς ταύτην τὴν περίστασιν ἡ ἄλγεβρα μόνη παῤῥησιάζει ὀρθὰς καὶ εὐθείας μεθόδους λύσεως. Καὶ διὰ νὰ γυμνασθῇ ὁ νοῦς τῶν ἀρχαρίων, θέλομεν μεταχειρισθῇ μόνον τὸν συλλογισμόν. Καὶ τοῦτο καλεῖται ἐπιλύειν ἀριθμητικόν τι πρόβλημα.

Ἂς ἐνθυμηθῶμεν (ἀρ. 200) ὅτι νὰ λύσωμεν, ἢ νὰ ἀναλύσωμεν ἕν πρόβλημα, πρέπει νὰ συλλογισθῶμεν ἐπὶ τῆς ἐκφράσεώς του, καὶ νὰ ζητήσωμεν νὰ ἀνακαλύψωμεν εἰς τὰς σχέσεις αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν τῶν εἰς αὐτὴν περιεχομένων, τὴν σειρὰν τῶν πράξεων, αἱ ὁποῖαι πρέπει νὰ ἐκτελεσθῶσιν ἐπὶ τῶν γνωστῶν ἀριθμῶν, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὰς τιμὰς τῶν ἀγνώστων ἀριθμῶν.

Πρῶτον πρόβλημα. Ζητεῖται εἷς ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἥμισυ, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον καὶ τὰ $\frac{2}{7}$ ἑνωμένα σχηματίζουσιν ἕν ἄθροισμα ἀπὸ 575.

Διὰ νὰ λύσωμεν ταύτην τὴν ὑπόθεσιν, παρατηροῦμεν, ὅτι νὰ λάβωμεν διαδοχικῶς τὸ ἥμισυ, τὸ τριτημόριον, τεταρτημόριον καὶ τὰ $\frac{2}{7}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ, καὶ μετὰ ταῦτα νὰ ἑνώσωμεν ὅλα ταῦτα τὰ μέρη, ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τοῦτον τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ ἄθροισμα τῶν κλασμάτων $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{7}$, τουτέστιν ἐπὶ $\frac{115}{84}$ (ὅταν τὰ ἄξωμεν εἰς τοὺς αὐτοὺς παρονομαστάς). Ἐπειδὴ δὲ τὸ γινόμενον τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ ἐπὶ $\frac{115}{84}$ πρέπει νὰ ἦναι ἴσον μὲ 575, ἕπεται, κατὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς διαιρέσεως, ὅτι οὗτος ὁ ἀριθμὸς εἶναι ἴσος μὲ τὸ πηλίκον τῶν 575 διαιρουμένων διὰ $\frac{115}{84}$, καὶ ἑπομένως (ἀρ. 59) μὲ $575\times\frac{84}{115}$.

Καὶ ἐκτελοῦντες τὸν δεικνυόμενον ὑπολογισμὸν εὑρίσκομεν τέλος πάντων 420 διὰ τὸν ζητούμενον ἀριθμόν.

Βάσανος 420

τὸ ἥμισυ	= 210
τὸ τριτημόριον	= 140
τὸ τεταρτημόριον	= 105
τὸ $\frac{1}{7}$ον.	= 60
τὸ $\frac{1}{7}$ον.	= 60
ὅλον	575.

Δεύτερον πρόβλημα. Ζητοῦνται τρεῖς ἀριθμοὶ, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα νὰ ἦναι ἴσον μὲ 96, καὶ τοιοῦτοι ὥστε ὁ δεύτερος νὰ ὑπερβαίνῃ τὸν πρῶτον κατὰ 2, ὁ τρίτος νὰ ὑπερβαίνῃ τὸ ἄθροισμα τῶν ἄλλων δύο κατὰ 4 . . .

Εἶναι κατὰ πρῶτον φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἐλαττώσωμεν τὸν δεύτερον ἀριθμὸν κατὰ 2, εὑρίσκομεν τὸν πρῶτον, καὶ ἐὰν ὀλιγοστεύσωμεν τὸν τρίτον κατὰ 2+4 ἢ κατὰ 6 μονάδας, εὑρίσκομεν τὸ διπλοῦν τοῦ πρώτου. Οὕτως τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν ἀριθμῶν, ὕστερον ἀπὸ τὰς δύο ἐλαττώσεις, θέλει εἶναι τὸ τριπλοῦν τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ.

Πρὸς τούτοις, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὰ 96 τὸ ἄθροισμα 2+6 μένει 88· λοιπὸν βλέπομεν, ὅτι τὸ τετραπλοῦν τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ εἶναι ἴσον μὲ 88.

Λοιπὸν ὁ πρῶτος ἀριθμὸς ἔχει τιμὴν $\frac{88}{4}$ . . . ἢ 22

καὶ διὰ τοῦτο ὁ δεύτερος εἶναι ἴσος μὲ 22+2 ἢ 24

καὶ ὁ τρίτος μὲ . . . . 46+4 ἢ 50

Βάσανος 96

Τρίτον παράδειγμα. Νὰ εὕρωμεν δύο ἀριθμοὺς τοιούτους, ὥστε ἐὰν προσθέσωμεν 21 εἰς τὸν πρῶτον, τὸ προκύπτον ἄθροισμα νὰ ἦναι πενταπλάσιον τοῦ δευτέρου· καὶ ἐὰν προσθέσωμεν 21 εἰς τὸν δεύτερον, τὸ προκύπτον ἄθροισμα νὰ ἦναι τριπλοῦν τοῦ ἀριθμοῦ.

Ἕπεται κατὰ πρῶτον ἐκ ταύτης τῆς ἐκφράσεως, ὅτι ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ πενταπλασίου τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ πρώτου εἶναι ἴση μὲ τὴν διαφορὰν τοῦ τριπλασίου τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου. Ὑπάρχει λοιπὸν ἰσοδιαφορὰ μεταξὺ τοῦ πενταπλασίου τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ, τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ, τοῦ τριπλασίου τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου· καὶ ἐπειδὴ εἰς κάθε ἰσοδιαφορὰν τὸ ἄθροισμα τῶν ἄκρων εἶναι ἴσον μὲ τὸ τῶν μέσων (ἀρ. 204), ἕπεται, ὅτι τὸ ἑξαπλάσιον τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετραπλάσιον τοῦ πρώτου. Ἤδη λοιπὸν ὁ δεύτερος ἀριθμὸς εἶναι ἴσος μὲ $\frac{4}{6}$ ἢ $\frac{2}{3}$ τοῦ πρώτου. Οὗτος δὲ ὁ δεύτερος αὐξανόμενος ἀπὸ 21, δίδει τὸ τριπλάσιον τοῦ πρώτου, ἤ, τὸ ὁποῖον δηλοῖ τὸ αὐτὸ, 21 εἶναι ἴσον μὲ τὸ τριπλάσιον τοῦ πρώτου, ἐλαττούμενον κατὰ τὸν δεύτερον, ἢ κατὰ τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ πρώτου, τουτέστιν ἴσον μὲ $3-\frac{2}{3}$. ἢ μὲ $\frac{7}{3}$ τοῦ πρώτου.

Λοιπὸν τελευταῖον ὁ πρῶτος ἔχει τιμὴν $21\times\frac{3}{7}$ ἢ 9· ὁ δὲ δεύτερος, ὅστις εἶναι τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ πρώτου, εἶναι ἴσος μὲ $9\times\frac{2}{3}$ ἢ 6.

Τῷ ὄντι· 1ον. $9+21$ δίδει 30, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ πενταπλάσιον τοῦ 6. 2ον. $6+21$ δίδει 27, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ τριπλάσιον τοῦ 9. Λοιπὸν οἱ δύο ἀριθμοὶ 9 καὶ 6 εἶναι οἱ ζητούμενοι.

Τέταρτον πρόβλημα. Ἐμεταχειρίσθη τις 3 ἐργάτας, διὰ νὰ κάμουν ἓν ἔργον, τὸ ὁποῖον ὁ μὲν πρῶτος ἠμποροῦσε νὰ τὸ κάμῃ μόνος του 12 ἡμέρας ἐργαζόμενος ἀπὸ 10 ὥρας κάθε ἡμέραν· ὁ δεύτερος εἰς 15 ἡμέρας ἀπὸ 6 ὥρας καθ' ἡμέραν, καὶ ὁ τρίτος εἰς 9 ἡμέρας ἀπὸ 8 ὥρας καθ' ἡμέραν. Ζητεῖται 1ον. εἰς πόσας ἡμέρας οἱ τρεῖς ἐργάται ὁμοῦ ἐργαζόμενοι θέλουν κάμει αὐτὸ τὸ ἔργον· 2ον. πόσον ἕκαστος θέλει κάμει· 3ον. πόσον θέλει κερδήσει, γνωστοῦ ὄντος, ὅτι διὰ τὸ ὅλον ἔργον ἐπληρώθησαν 108 φράγκα.

Λύσις. Παρατηροῦμεν κατὰ πρῶτον, ὅτι ὁ πρῶτος ἐργάτης ἤθελε κάμει τὸ ἔργον μόνος του εἰς 12×10 ἢ $120^{\omega\rho.}$ Λοιπὸν εἰς μίαν ὥραν ἤθελε κάμει $\frac{1}{120}$ τοῦ ἔργου.

Ὁ δεύτερος ἤθελε τὸ ἐκτελέσει εἰς 15×6, ἢ $90^{\omega\rho.}$ Λοιπὸν εἰς μίαν ὥραν ἤθελε κάμει $\frac{1}{90}$. Ὁ τρίτος ἤθελε κάμει εἰς 9×8, ἢ $72^{\omega\rho.}$ Λοιπὸν εἰς μίαν ὥραν ἤθελε κάμει $\frac{1}{72}$.

Οἱ τρεῖς ἐργάται, ἐργαζόμενοι ὁμοῦ θέλουν κάμει λοιπὸν εἰς $1^{\omega\rho.}$, $\frac{1}{120}+\frac{1}{90}+\frac{1}{72}$ ἢ $\frac{12}{360}$ ἢ $\frac{1}{30}$ τοῦ ἔργου.

Τώρα, ἐὰν εἰς $1^{\omega\rho.}$ κάμνουν $\frac{1}{30}$ τοῦ ἔργου, εἶναι φανερὸν, ὅτι, ἐὰν ἐργασθῶσι 30 ὥρας, ἐκτελοῦσιν ὅλον τὸ ἔργον.

Πάλιν, ἐπειδὴ εἰς μίαν ὥραν ὁ πρῶτος ἔκαμε $\frac{1}{120}$, εἰς 30 ὥρας θέλει κάμει $\frac{1}{120}\times30$ ἢ $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$.

Παρομοίως ὁ δεύτερος θέλει κάμει εἰς 30 ὥρας $\frac{1}{90}\times30$ ἢ $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$. Τέλος πάντων ὁ τρίτος εἰς 30 ὥρας θέλει κάμει $\frac{1}{72}\times30$ ἢ $\frac{5}{12}$.

Μένει τώρα νὰ γνωρίσωμεν τί ἀνήκει νὰ λάβῃ ἕκαστος τῶν ἐργατῶν, κατὰ λόγον τῆς ἐργασίας, τὴν ὁποίαν ἔκαμε· καὶ διὰ τοῦτο ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὸ

108 εἰς μέρη ἀνάλογα μεταξὺ τῶν κλασμάτων $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, ἢ μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν 3, 4 καὶ 5· καὶ οὕτω συνάγομεν (ἀρ. 235) 27, 36, 45 διὰ τὰ τρία ζητούμενα κέρδη.

Τὰ ἐπιλυθέντα διάφορα ζητήματα εἶναι ἐξ ἐκείνων, τὰ ὁποῖα πολλοὶ συγγραφεῖς λύουσι διὰ τῆς μεθόδου τῆς καλουμένης ψευδοῦς ὑποθέσεως ἁπλῆς ἢ διπλῆς.

Ἐγὼ ἀπεσιώπησα τὸν μέθοδον ταύτην, ἐπειδὴ ἐν γένει δὲν εὐχαριστεῖ τὸ πνεῦμα, καὶ ἡ ἀκριβὴς της ἀπόδειξις ἐπιστηρίζεται εἰς μερικὰς ἀρχὰς τῆς ἀλγέβρας, ἀρχὰς, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται μὲ περισσοτέραν εὐκολίαν εἰς τὴν ἄμεσον λύσιν τῶν αὐτῶν τούτων ζητημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η'.

Θεωρία τῶν Προόδων καὶ τῶν Λογαρίθμων.

Ἤθελ' εἶναι πλήρης ἡ πραγματεία αὕτη τῆς ἀριθμητικῆς, ἐὰν περιέκλειε τοὐλάχιστον τὰς πρώτας γνώσεις τῆς θεωρίας τῶν λογαρίθμων. Ἡ ὡραία αὕτη ἀνακάλυψις, ὀφειλομένη εἰς τὸν Νέπερον ἄρχοντα Σκῶτον, εἶναι ἡ ἀξιολογωτέρα ἀφ' ὅσας ἔγειναν εἰς τὴν Μαθηματικὴν, ἐπειδὴ μὲ τὴν συνδρομὴν πίνακός τινος λογαρίθμων ἐκτελοῦμεν τάχιστα τοὺς πλέον συμπεπλεγμένους ἀριθμητικοὺς ὑπολογισμούς.