§. 106. Συμβαίνει κάποτε ὁ πολλαπλασιαστέος νὰ μὴν ἔχῃ πολλὰ δεκαδικὰ ψηφία, ὥστε νὰ κάμωμεν νὰ ἀνταποκρίνωνται τὰ ψηφία τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων κ. τ. λ. τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, εἰς τὰ ψηφία ἐπὶ τῶν ὁποίων διορίζει ὁ κανὼν νὰ γραφθῶσιν. Εἰς ταύτην τὴν περίστασιν γράφομεν εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πολλαπλασιαστέου ἕνα ἱκανὸν ἀριθμὸν μηδενικῶν.

Ἔστω π. χ. νὰ πολλαπλασιάσωμεν 1825, 4037 ἐπὶ 2427, 125, καὶ ὑποθέτομεν, ὅτι ζητοῦμεν γινόμενον ἀκριβὲς ἕως εἰς τὰ δεκαχιλιοστημόρια.

Ἐπειδὴ τὸ ψηφίον τῶν μονάδων τοῦ πολλαπλασιαστοῦ πρέπει νὰ ἀνταποκρίνεται μὲ τὸ ψηφίον τῶν ἑκατοχιλιοστημορίων τοῦ πολλαπλασιαστέου, καὶ αἱ δεκάδες, ἑκατοντάδες κ. τ. λ. νὰ ἀνταποκρίνωνται μὲ

τὰ μιλλιονι-	1825,40370000	
στημόρια, δε-	521,9242	
καμιλλιονι-	365080740000	ἑκατοχιλιοστημόρια.
στημόρια καὶ	73016148000	
ἐφεξῆς, προσ-	3650807400	
θέτομεν τέσ-	1277782590	
σαρα μηδενι-	18254037	
κὰ εἰς τὰ δε-	3650807	
ξιὰ τοῦ πολ-	912701	
λαπλασιαστέ-	4430482,95538	

ου, καὶ οὕτως ἔχομεν 1825, 40370000. Ἡ πρᾶξις γίνεται ὡς ἀνωτέρω.

καὶ τὸ ὁποῖον μὴ δυνάμενον νὰ περιέχῃ ὑπὲρ τὰς 9, διὰ τοῦτο δὲν δύναται νὰ σχηματίσῃ οὔτε μίαν μονάδα τοῦ ἀμέσως ψηφίου εἰς τὰ ἀριστερὰ αὐτοῦ, τουτέστι τοῦ τελευταίου ὅπερ ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν εἰς τὸ γινόμενον.

Ὑποχρεοῦμεν τοὺς ἀρχαρίους νὰ γυμνασθῶσιν εἰς τὰ παραδείγματα τὰ περὶ πολλαπλασιασμοῦ, περὶ ὧν ἀναφέρομεν εἰς τὸν ἀριθμὸν 103 καὶ 104.

§. 107. Τέλος πάντων ἡ ἀνωτέρω μέθοδος δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν δύο ἀκεραίων ἀριθμῶν συγκειμένων ἐκ πολλῶν ψηφίων, τῶν ὁποίων ζητοῦμεν τὸ γινόμενον ἴσον ὡς ἔγγιστα τοῦ ἀκριβοῦς γινομένου κατὰ μονάδα μιᾶς τινὸς τάξεως.

Ἔστωσαν π. χ. οἱ δύο ἀριθμοὶ 279456 καὶ 89764, τῶν ὁποίων θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὸ γινόμενον μεῖον μιλλιονίου.

Διὰ νὰ διαφέ-	279456	
ρῃ τοῦ ἀκριβοῦς ὀλι-	46798	
γώτερον ἑνὸς μιλ-	223505	ἑκατοντάδες χιλιάδος.
λιονίου, πρέπει νὰ	25150	
βάλλωμεν εἰς τὸν	1956	
ὑπολογισμὸν ὅλας	167	
τὰς ἑκατοντάδας	11	
τῶν χιλιάδων τὰς	25084~~9~~	

ἐξαγομένας ἐκ τῶν μερικῶν γινομένων.

Οὕτως γράφομεν κατὰ πρῶτον τὸν πολλαπλασιαστὴν ἀντιστρεφόμενον ὑπὸ τὸν πολλαπλασιαστέον εἰς τρόπον, ὥστε αἱ μονάδες νὰ ἦναι θεμέναι ὑπὸ τῶν ἑκατοντάδων τῶν χιλιάδων, τὸ ψηφίον τῶν δεκάδων του ὑπὸ τῶν ψηφίων τῶν δεκάδων τῶν χιλιάδων· καὶ ἐκτελεῖται ἡ πρᾶξις ὡς ἀνωτέρω, οὕτως εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον γινόμενον, ἀφ' οὗ ἐξαλείψωμεν τὸ τελευταῖον ψηφίον, 25084 μιλλιόνια.

§. 108. Μέθοδος σύντομος διὰ τὴν Διαίρεσιν. Ὑπάρχει παρομοίως διὰ τὴν διαίρεσιν δύο ἀριθμῶν συνθέτων ἐκ πολλῶν ψηφίων μέσου ἁπλούστερον, παρὰ τὸ σύνηθες, τοῦ εὑρίσκειν τὸ πηλίκον κατὰ βαθμόν τινὰ προσεγγίσεως.

Κατὰ πρῶτον θεωροῦμεν τὴν περίστασιν εἰς ἣν ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι ἀκέραιοι ἀριθμοὶ, καὶ ζητοῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸ πηλίκον, ὥστε νὰ διαφέρῃ τοῦ ἀληθοῦς ὀλιγώτερον μιᾶς μονάδος. Θέλει εἶσθαι εὔκολον μετὰ ταῦτα νὰ συνάξωμεν τὸ πηλίκον εἰς τὴν περίστασιν εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκονται δεκαδικὰ κλάσματα.

Ἡ μέθοδος, τὴν ὁποιαν ἤδη ἑρμηνεύομεν, ἐπιστηρίζεται εἰς τοῦτο, ὅτι εἰς τὴν συνήθη διαίρεσιν ἕκαστον ψηφίον τοῦ πηλίκου προκύπτει, διαιρουμένων μόνον δύο ἢ τριῶν πρώτων ψηφίων τοῦ μερικοῦ διαιρετέου, διὰ τοῦ πρώτου, ἢ τῶν δύο πρώτων ψηφίων τοῦ διαιρέτου οὕτως εἴμεθα βέβαιοι, ὅτι ἔχομεν τὰ ἀληθῆ ψηφία τοῦ πηλίκου, πράττοντες οὕτως, ὥστε νὰ φυλάττωμεν τὰ δύο ἢ τρία πρῶτα ψηφία ἑκάστου μερικοῦ διαιρετέου· καὶ ἰδοὺ εἰς τί συνίσταται ἡ πρᾶξις.

Ἔκθλιψε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου τόσα ψηφία μεῖον ἑνὸς ἀφ᾽ ὅσα εὑρίσκονται εἰς τὸν διαιρέτην. Μετὰ ταῦτα ἐκτέλεσε τὴν διαίρεσιν τοῦ ἀριστεροῦ μέρους διὰ τοῦ διαιρέτου κατὰ τὴν κοινὴν μέθοδον. Ἐὰν δὲν μείνῃ ὑπόλοιπον, τότε βάλε κατ᾽ ἐξακολούθησιν τοῦ πηλίκου τόσα μηδενικὰ, ὅσα ψηφία ἐξέθλιψες ἀπὸ τὸν διαιρετέον· ἐὰν ὅμως ἀφεθῇ τί ὑπόλοιπον, ἐξακολούθει νὰ διαιρῇς, ὄχι πλέον διὰ τοῦ ἰδίου διαιρέτου ὡς πρότερον, ἐπειδὴ εἶναι ἀδύνατον, ἀλλ᾽ ἀφ᾽ οὗ εἰς τὸν τοιοῦτον διαιρέτην ἐξαλείψῃς τὸ τελευταῖον ψηφίον εἰς τὰ δεξιὰ, μ᾽ ὅλον τοῦτο εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ νέου διαιρέτου ἐπὶ τὸ συναγόμενον ψηφίον εἰς τὸ πηλίκον, πρόσθες τὸ κρατηθὲν ἐκ τοῦ γινομένου τοῦ ἐκθλιβέντος ψηφίου ἐπὶ τὸ ψηφίον τοῦ πηλίκου. Μετὰ ταύτην τὴν διαίρεσιν διαίρεσε τὸ νέον ὑπόλοιπον διὰ τοῦ ἰδίου διαιρέτου, ἀφ' οὗ ὅμως ἐξαλείψῃς ἀκόμη τὸ τελευταῖον ψηφίον πρὸς τὰ δεξιά· (παρομοία παρατήρησις ὡς ἀνωτέρω, εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ νέου διαιρέτου ἐπὶ τὸ ψηφίον τοῦ πηλίκου).

Τέλος πάντων ἐξακολούθησε οὕτως τὴν διαίρεσιν, ἐκθλίβων εἰς κάθε διαίρεσιν ἓν ψηφίον πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρέτου.

Διὰ νὰ δώσωμεν λόγον περὶ ταύτης τῆς πράξεως, λαμβάνομεν ἁπλούστατόν τι παράδειγμα, τὸ ὁποῖον ἐκτελοῦμεν κατὰ πρῶτον μὲ τὴν συνειθισμένην μέθοδον, καὶ μετὰ ταῦτα μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἀνωτέρω ἐκφράσαμεν.

Διαιαιρεθήτω 430456896 διὰ 5683.

```
430456896 | 5683            430456|896|5683
 32646    | 75744            32646     |75|744
  42318                       4231
   25379                       253
    26476                       26
     3744                        4
```

Ἡ διαίρεσις εἰς τὰ ἀριστερὰ ἐκτελέσθη διὰ τῆς κοινῆς μεθόδου, καὶ εἶναι ἀνωφελὲς νὰ διατρίβωμεν εἰς αὐτήν. Ἂς ἀσχοληθῶμεν μόνον εἰς τὴν δευτέραν.

Συμφώνως μὲ τὸν κανόνα χωρίζομεν τρία ψηφία κατὰ τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, ἐπειδὴ ὑπάρχουσι 4 εἰς τὸν διαιρέτην, καὶ διαιροῦμεν τὸ μέρος εἰς τὰ ἀριστερὰ 430456 διὰ 5683, κατὰ τὸ σύνηθες, καὶ εὑρίσκομεν πηλίκον 75, καὶ ὑπόλοιπον 4231.

Τούτου τεθέντος ἐκθλίβομεν τὸ τελευταῖον ψηφίον 3 τοῦ διαιρέτου, καὶ διαιροῦμεν 4231 διὰ 568, ὅθεν προκύπτει πηλίκον 7. Πολλαπλασιάζομεν 568 ἐπὶ 7 προσθέτοντες εἰς τὸ γινόμενον τὰς 2 μονάδας, τὰς ὁποίας κρατοῦμεν ἀπὸ τὸ σχηματιζόμενον γινόμενον 21, τοῦ ἐξαλειφομένου ψηφίου ἐπὶ 7, καὶ ἀφαιροῦντες τὸ γινόμενον ἀπὸ 4231 εὑρίσκομεν ὑπόλοιπον 253.

Ἐξαλείφοντες τὸ ψηφίον 8 εἰς τὸν τελευταῖον διαιρέτην, καὶ διαιροῦντες 253 διὰ 56, συνάγομεν πηλίκον 4. Πολαπλασιάζοντες 56 διὰ 4. καὶ ἑνόνοντες μὲ τὸ γινόμενον τὰς 3 μονάδας, αἱ ὁποῖαι πρῤέρχονται ἀπὸ τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ ἐξαλειφομένου ψηφίου ἐπὶ 4, συνάγομεν ὕστερον ἀπὸ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ τοιούτου γινομένου, τὸ ὑπόλοιπον 26.

Ἐὰν, ἀφ' οὗ ἐξαλείψωμεν τὸ τελευταῖον ψηφιον τοῦ 56, διὰ τὸ ὁποῖον εὑρίσκομεν 5, διαιρέσωμεν 26 διὰ 5, εὑρίσκομεν πηλίκον 5· ἀλλὰ παρατηροῦμεν ὅτι πρέπει, διὰ νὰ ἦναι ἀκριβὲς τὸ πηλίκον, νὰ ἦναι δυνατὸν νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τοῦ 26 τὸ γινόμενον τοῦ 5 ἐπὶ 5, αὐξανόμενον ἀπὸ 3 μονάδας, τὰς ὁποίας δίδει τὸ γινόμενον τοῦ ἐκθλιβέντος ψηφίου 6 ἐπὶ 5· καὶ ἐπειδὴ τοῦτο εἶναι ἀδύνατον, ὀλιγοστεύομεν τὸ πηλίκον ἀπὸ 1 μονάδα, καὶ οὕτως συνάγομεν 4 διὰ τὸ ἀληθινὸν ψηφίον τῶν μονάδων.

Συγκρίνοντες τὰς δύο ἀνωτέρω πράξεις εἶναι εὔκολον νὰ γνωρίσωμεν, ὅτι τὰ δύο ἢ τρία πρῶτα ψηφία εἶναι τὰ αὐτὰ εἰς κάθε μερικὴν διαίρεσιν, καὶ ἑπομένως τὰ ψηφία τοῦ πηλίκου πρέπει νὰ ἦναι τὰ αὐτὰ καὶ εἰς τὴν μίαν καὶ εἰς τὴν ἄλλην· ἀλλὰ πρέπει νὰ φέρωμεν τὰς μονάδας τὰς κρατηθείσας, αἵτινες συνάγονται ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἐξαλειφομένου ψηφίου ἐπὶ τὸ ληφθὲν πηλίκον· ἀλλέως ἠθέλαμεν φθάσει εἰς μεγαλήτερα ὑπόλοιπα, τὰ ὁποῖα ἤθελαν δώσει εἰς τὸ πηλίκον ψηφία μεγαλήτερα μᾶλλον, παρὰ ἀληθινά.

Ἂς λάβωμεν δεύτερον παράδειγμα τοὺς δύο ἀριθμοὺς 540347056789046 καὶ 2786459.

Ἀφ' οὗ χωρίσωμεν ἓξ ψηφία εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, διαιροῦμεν τὸ ἀριστερὸν μέρος δι' ὅλου τοῦ διαιρέτου, καὶ εὑρίσκομεν πρῶτον πηλίκον 193, καὶ ὑπόλοιπον 2560469.

540347056	789046	~~2786459~~
26170115		193|918897.
10919846		
2560469		
52656		
24791		
2500		
271		
21		
2		

Μετὰ ταῦτα χωρίζομεν τὸ τελευταῖον ψηφίον 9 τοῦ διαιρέτου, καὶ διαιροῦμεν τὸ ὑπόλοιπον διὰ 278645. Εὑρίσκομεν δὲ τὸ πηλίκον 9, καὶ τὸ νέον ὑπόλοιπον 52656, τὸ ὁποῖον διαιροῦμεν μετὰ ταῦτα διὰ 27864, καὶ εὑρίσκομεν νέον πηλίκον 1· ἀλλ' ἀντὶ νὰ ἀφαιρέσωμεν 27864, ἀφαιροῦμεν 27865, ἐπειδὴ τὸ τελευταῖον ἐξαλειφόμενον ψηφίον εἶναι 5· καὶ εὑρίσκομεν ὑπόλοιπον 24791.

Πράττομεν δὲ ἐπὶ τούτου τοῦ ὑπολοίπου καὶ ἐπὶ τῶν ἀκολούθων, κατὰ τὸν ἄνω εἰρημένον κανόνα· εἰς τὴν προτελευταίαν πρᾶξιν εὑρίσκομεν ὑπόλοιπον 21, τὸ ὁποῖον διαιρούμενον διὰ 2 δίδει τὸ ὀλιγώτερον διὰ πηλίκον 9. Ἐὰν ὅμως παρατηρήσωμεν τὸ ἐξαλειφόμενον τελευταῖον ψηφίον, μὲ εὐκολίαν θέλομεν γνωρίσει, ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ θέσωμεν εἰς τὸ πηλίκον περισσότερα ἀπὸ 7, ἐπειδὴ 8 φοραῖς 2 ἢ 16 αὐξανόμενα ἀπὸ 6 μονάδας, τὰς ὁποίας κρατοῦμεν ἐκ τοῦ γινομένου τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ 7 ἐπὶ 8 κάμνουν 22.

Σ. Κ. Ἐὰν, εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς πράξεως, ἀφ' οὗ ἐξαλείψαμεν κατὰ τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου τὰ ψηφία, τὰ ὁποῖα ὁ κανὼν διορίζει, τὸ μέρος κατὰ τὰ ἀριστερὰ δὲν περιέχῃ τὸν διαιρέτην, ἐκθλίβομεν διαδοχικῶς τόσα ψηφία εἰς τὸν διαιρέτην, ὅσα εἶναι ἀναγκαῖα, ὥστε ὁ νέος διαιρέτης νὰ περιέχηται εἰς τὸ ἐν ἀριστερᾷ τοῦτο μέρος.

Διαιρεθήτω 30564897 διὰ 67364.

Ἀφ' οὗ χωρίσωμεν τὰ τέσσαρα τελευταῖα ψηφία εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, τὸ ἐν ἀριστερᾷ μέρος 3056 δὲν περιέχει πλέον τὸν διαιρέτην· ἀλλὰ ἐξαλείφοντες τὰ δύο τελευταῖα ψηφία τοῦ διαιρέτου ἔχομεν 673· καὶ ἐκτελοῦμεν τὴν πρᾶξιν, κατὰ τὸν σημειωθέντα δρόμον.

$$\begin{array}{r|r|l} 3056 & 4897 & 673\cancel{6}\cancel{4} \\ \hline 302 & & 453 \\ \hline 25 & & \\ \hline 5 & & \end{array}$$

§. 109. Δυνάμεθα ἤδη νὰ συστήσωμεν τὰς ἀρχὰς, τὰς ὁποίας ἀπαιτεῖ ἡ περίστασις, ὅτε οἱ δύο ἀριθμοὶ εἶναι δεκαδικὰ κλάσματα, καὶ ζητοῦμεν τὸ πηλίκον ὡς ἔγγιστα τοῦ ἀκριβοῦς π. χ. μεῖον χιλιοστημορίου, ἢ δεκαχιλιοστημορίου καὶ ἐφεξῆς.

Φέρομεν κατὰ πρῶτον τὴν διαίρεσιν εἰς ἐκείνην δύο ἀκεραίων ἀριθμῶν, κατὰ τὸν κανόνα τοῦ ἀριθμοῦ 87, καὶ προσθέτομεν ἔπειτα εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου τόσα μηδενικὰ, ὅσα ψηφία δεκαδικὰ θέλομεν εἰς τὸ πηλίκον· κάμνομεν τὴν διαίρεσιν κατὰ τὸν ἀνωτέρω κανονα, καὶ συνάγομεν οὕτως τὸ πηλίκον μεῖον μονάδος· χωρίζομεν τέλος πάντων κατὰ τὰ δεξιὰ τοῦ πηλίκου τὰ ζητούμενα δεκαδικὰ ψηφία.

Πρῶτον παράδειγμα. Ζητεῖται μεῖον χιλιοστημορίου τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τοῦ 1234,569 διὰ 27,35894. Ἀρχίζω (ἀριθμ. 87) νὰ προσθέτω δύο μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, καὶ τότε ἔχω νὰ διαιρέσω 12456900 διὰ 2735894. Μετὰ ταῦτα, ἐπειδὴ ζητῶ τρία ψηφία δεκαδικὰ εἰς τὸ πηλίκον, γράφω ἄλλα τρία μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου· τουτέστι διαιρῶ 123456900000 διὰ 2735894, καὶ ζητῶ τὸ πηλίκον μεῖον μονάδος.

123456	900000	2735894
14020		45124
341		
68		
13		
2		

Εὑρίσκω 45124· ἀλλ' ἐπειδὴ ἐπρόσθεσα τρία νέα μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, τὰ ἐκατάστησα 1000 φοραῖς μεγαλήτερα· πρέπει λοιπὸν, διὰ νὰ ἄξω τὸ πηλίκον εἰς τὴν ἀληθινήν του τιμὴν νὰ χωρίσω τρία ψηφία δεκαδικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πηλίκου, καὶ οὕτως θέλομεν ἔχει 45,124 τὸ ζητούμενον πηλίκον.

Δεύτερον παράδειγμα. Ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν μεῖον δεκαχιλιοστημορίου τὸ πηλίκον τοῦ 229,4703568 διαιρουμένου διὰ 7,3594.

Ἐπειδὴ ἔπρεπε κατὰ πρῶτον, ἐξαιτίας τοῦ κανόνος τοῦ ἀριθμοῦ 87, νὰ προσθέσωμεν τρία μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρέτου, καὶ μετὰ ταῦτα νὰ προσθέσωμεν τέσσαρα εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμεν 22947035680 διὰ 73594.

2294703	5680	78894
86883		31|1805.
13289		
5930		
43		
6		

Καὶ εὑρίσκομεν πράττοντες οὕτως διὰ ἐξαγόμενον 311805. Λοιπὸν 31,1805 εἶναι τὸ ζητούμενον πηλίκον.

Μ' ὅλον ὅτι αὕτη ἡ μέθοδος τῷ ὄντι εἶναι ἁπλουστέρα, παρὰ τὸν συνήθη τρόπον τῆς διαιρέσεως, μ' ὅλον τοῦτο πρέπει σπανίως νὰ τὴν μεταχειριζώμεθα· ἐπειδὴ πρέπει νὰ ἠξεύρωμεν, ὅτι ἡ προσδιόρισις τοῦ τελευταίου ψηφίου ἀφίνει κάποτε ἀμφιβολίαν μιᾶς ἢ δύο μονάδων τῆς ἀληθινῆς τιμῆς της. Αὕτη ἡ μέθοδος δὲν εἶναι τόσον εὔκολος, ὡς ἡ σύντομος μέθοδος τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ἥτις δὲν παῤῥησιάζει καμμίαν ἐναντιότητα εἰς τὰς πράξεις, καὶ διὰ τοῦτο αὕτη ἡ τελευταία εἶναι εἰς μεγάλην χρῆσιν.

§. 110. Συμπέρασμα Γενικόν. Τὸ πρῶτον τοῦτο μέρος τοῦ παρόντος συγγράμματος περιέχει πᾶν ὅ,τι συγκροτεῖ τὴν στοιχειώδη Ἀριθμητικὴν, τῆς ὁποίας τὸ πρώτιστον ἀντικείμενον εἶναι ἡ ἔκφρασις καὶ ἀνάπτυξις τῶν κανόνων, τοὺς ὁποίους πρέπει νὰ ἐξακολουθῶμεν, διὰ νὰ ἐκτελέσωμεν ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ὅλας τὰς δυνατὰς πράξεις. Αἱ ἀρχικαὶ πράξεις εἶναι αἱ ἀκόλουθοι τέσσαρες. Πρόσθεσις, Ἀφαίρεσις, Πολλαπλασιασμὸς καὶ Διαίρεσις. Ὅλαι αἱ ἄλλαι, καθὼς ἡ ἀναγωγὴ τῶν κλασμάτων εἰς τὴν ἁπλουστέραν μορφήν των, ἡ ἀναγωγὴ εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν, ἡ τροπὴ κυρίου κλάσματος εἰς δεκαδικὸν καὶ ἐφεξῆς, ἄλλο δὲν εἶναι εἰμὴ συμπλοκήτις τῶν προειρημένων τεσσάρων.

Ὑπάρχουσιν ἄλλαι δύο ἀριθμητικαὶ πράξεις, περὶ τῶν ὁποίων ἀκόμη δὲν ὡμιλήσαμεν, ἐπειδὴ εἰς τὴν τελείαν διασάφησιν τούτων ἀπαιτοῦνται μερικαὶ ἀρχαὶ ἑνὸς ἄλλου μέρους τῆς Μαθηματικῆς. Αὗται εἶναι ὁ σχηματισμὸς τῶν δυνάμεων, καὶ ἡ ἐξαγωγὴ τῶν ῥίζων τῶν ἀριθμῶν. Περὶ τούτων θέλομεν ὁμιλήσει εἰς τὸν ἀριθμὸν τοῦ ε^{ον} κεφαλαίου.

Εἰς τὸ ε^{ον} κεφάλαιον θέλομεν θεωρήσει τοὺς ἀριθμοὺς μὲ τρόπον γενικὸν καὶ ἀνεξάρτητον ἀπὸ κάθε σύστημα ἀριθμήσεως, καὶ θέλομεν γνωστοποιήσει ἰδιότητας ἀνηκούσας εἰς τοιοῦτον ἢ εἰς ἄλλο σύστημα κατὰ μέρος.

Ἡ ἐπιστήμη, ἥτις ἔχει αὐτὸν τὸν σκοπὸν, εἶναι σχεδὸν ἐκείνη, ἥτις καλεῖται Γενικὴ Ἀριθμητική.