Ἀπόκρισις· $9^{\lambda\iota\beta.}$ $11^{\sigma.}$ $6^{\delta.}$

3ον Νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τῆς πήχης ἑνὸς ὑφάσματος, ὑποθέτοντες ὅτι 69 πῆχαι καὶ $\frac{7}{8}$ τῆς πήχης ἔχουσι $2728^{\lambda\iota\beta.}$ $17^{\sigma.}$ $9^{\delta.}$.

Ἀπόκρισις· $39^{\lambda\iota\beta.}$ $4^{\sigma.}$ $4^{\delta.}$ καὶ $\frac{176}{835}$.

ΚΕΦΑΛΕΟΝ Δ′.

Περὶ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων, καὶ περὶ τοῦ νέου συστήματος τοῦ βάρους (ἢ σταθμῶν) καὶ τῶν μέτρων.

§. αον Περὶ τῶν Δεκαδικῶν κλασμάτων.

§. 80. Ἀφ' ὅλους τοὺς τρόπους τοῦ ὑποδιαιρεῖν τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ὁ ἁπλούστερος καὶ εὐκολώτερος διὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς εἶναι ἀναντιῤῥήτως ἡ ὑποδιαίρεσις εἰς μέρη δεκάκις μικρότερα τῆς μονάδος· τὰ μέρη ταῦτα καλοῦνται δεκαδικὰ κλάσματα. Οὗτος ὁ τρόπος τῆς ὑποδιαιρέσεως εἶναι ἐπωφελέστατος, ἐπειδὴ ἄγει ἀμέσως, ἢ τοὐλάχιστον δι' εὐκολωτάτων μεταμορφώσεων τὰς πράξεις τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν εἰς τὰς ἁπλᾶς πράξεις τῶν ἀκεραίων. Τοῦτο θέλομεν ἀναπτύξει, ἀφ' οὗ γνωρίσωμεν τὴν ἀρίθμησιν τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων, τουτέστι τὴν ὀνοματολογίαν των, καὶ τὸν τρόπον τοῦ γράφειν τούτους διὰ χαρακτήρων.

Δεκαπλασιαζομένης διαδοχικῶς τῆς μονάδος, σχηματίζονται νέαι μονάδες, εἰς τὰς ὁποίας ἐδόθη τὸ ὄνομα τῶν δεκάδων, ἑκατοντάδων, χιλιάδων, δεκάδων χιλιάδος κ. τ. λ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐπενόησαν νὰ διαιρέσουν τὴν μονάδα εἰς δέκα μέρη, τὰ ὁποῖα ἐκαλέσθησαν δεκατημόρια, κάθε δεκατημόριον εἰς δέκα μέρη, τὰ ὁποῖα ὠνομάσθησαν ἑκατοστημόρια, ἐπειδὴ ἡ ἀρχικὴ μονὰς περιέχει δέκαφοραῖς δέκα ἢ ἑκατὸν ἐκ τῶν νέων τούτων μερῶν· μετὰ ταῦτα τὸ ἑκατοστημόριον διαιρεῖται εἰς δέκα μέρη ὀνομαζόμενα χιλιοστημόρια· ἕκαστον χιλιοστημόριον εἰς δέκα μέρη ὀνομαζόμενα δεκαχιλιοστημόριον, καὶ οὕτω διαδοχικῶς, ὥστε ἐδόθησαν τὰ ὀνόματα ἑκατοχιλιοστημόρια, μιλλιονιστημόρια, δεκαμιλλιονιστημόρια καὶ ἐφεξῆς.

Ἕπεται προσέτι (ἀριθμ. 5) ἐκ τῆς θεμελιώδους ἀρχῆς τῆς γραφομένης ἀριθμήσεως τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, ὅτι τὰ ψηφία προχωροῦντα ἀπὸ τὰ δεξιὰ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἔχουσι σχετικὰς τιμὰς ἀπὸ δέκα εἰς δέκα φοραῖς μεγαλητέρας, ἢ καταβαίνοντα ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιὰ ἔχουσι τιμὰς ἀπὸ δέκα εἰς δέκα φοραῖς μικροτέρας. Ἐκ τούτου ἕπεται, ὅτι ἐὰν εἰς τὰ δεξιὰ ἑνὸς ἀκεραίου ἀριθμοῦ ἤδη γεγραμμένου μὲ ψηφία, θέτομεν νέα ψηφία, προσέχοντες πάντοτε νὰ διακρίνωμεν δι' ἑνός τινος σημείου π. χ. διὰ μιᾶς διαστολῆς τὸν ἀκέραιον τοῦτον ἀριθμὸν ἐκ τούτων τῶν νέων ψηφίων, δυνάμεθα διὰ τούτων νὰ παῤῥησιάσωμεν μέρη δεκάκις μικρότερα τῆς μονάδος, τουτέστι τὰ δεκατημόρια, τὰ ἑκατοστημόρια, τὰ χιλιοστημόρια κ. τ. λ.

Οὕτως ἡ ἕνωσις τῶν ψηφίων 24, 75 ἐκφράζει 24 μονάδας, 7 δεκατημόρια, καὶ 5 ἑκατοστημόρια· 5, 478 ἐκφράζει 5 μονάδας, 4 δεκατημόρια, 7 ἑκατοστημόρια, καὶ 8 χιλιοστημόρια.

§. 81. Προβάλλεται νὰ ἐκφρασθῇ εἰς τὴν κοινὴν γλῶσσαν ὁ διὰ χαρακτήρων ἢ ψηφίων γραμμένος ἀριθμὸς 56, 3506.

Ὁ τοιοῦτος ἀριθμὸς δύναται κατὰ πρῶτον νὰ ἐκφρασθῇ οὕτως: 56 μονάδες, 3 δεκατημόρια, 5 ἑκατοστημόρια, 0 χιλιοστημόρια καὶ 6 δεκαχιλιοστημόρια. ἀλλὰ παρατηροῦμεν, ὅτι 3 δεκατημόρια ἰσοδυναμοῦν μὲ 30 ἑκατοστημόρια ἢ 300 χιλιοστημόρια, ἢ 3000 δεκαχιλιοστημόρια· παρομοίως 5 ἑκατοστημόρια ἰσοδυναμοῦν μὲ 50 χιλιοστημόρια ἢ μὲ 500 δεκαχιλιοστημόρια. Λοιπὸν ὁ ὅλος ἀριθμὸς ἰσοδυναμεῖ μὲ 56 μονάδας καὶ 3506 δεκαχιλιοστημόρια, τουτέστι, διὰ νὰ ἐκφράσωμεν εἰς τὴν κοινὴν γλῶσσαν κλασματικὸν τινὰ ἀριθμὸν δεκαδικὸν γραμμένον μὲ ψηφία, πρέπει νὰ ἐκφράσωμεν ξεχωριστὰ τὸ μέρος τῶν ἀκεραίων, ἢ τὸ μέρος εἰς τὰ ἀριστερὰ τῆς ὑποδιαστολῆς, καὶ νὰ ἐκφράσωμεν μετὰ ταῦτα τὸ μέρος, τὸ εἰς τὰ δεξιὰ αὐτῆς, ὡς νὰ ἐκφράζαμεν ἀκέραιον ἀριθμὸν, καὶ νὰ θέσωμεν εἰς τὸ τέλος τῆς ἐκφράσεως τὸ ὄνομα τῆς μονάδος τῆς τελευταίας δεκαδικῆς ὑποδιαιρέσεως.

Οὕτως 7, 49305 ἐκφράζει 7 μονάδας καὶ 49305 ἑκατοχιλιοστημόρια. Παρομοίως 249, 007056 ἐκφράζει 249 μονάδας καὶ 7056 μιλλιονιστημόρια.

Δυνάμεθα προσέτι, ἂν θέλωμεν, νὰ συμπεριλάβωμεν εἰς μίαν μόνην ἔκφρασιν καὶ τὸ ἀκέραιον μέρος καὶ τὸ δεκαδικόν. Τῷ ὄντι ἂς λάβωμεν διὰ παράδειγμα τὸν ἀριθμὸν 56, 3506· καὶ ἐπειδὴ μία μονὰς ἰσοδυναμεῖ μὲ 10 δεκατημόρια, ἢ μὲ 100 ἑκατοστημόρια, ἢ μὲ 1000 χιλιοστημόρια, ἢ 10000 δεκαχιλιοστημόρια, ἕπεται ὅτι 56 μονάδες ἰσοδυναμοῦν μὲ 560000 δεκαχιλιοστυμόρια, καὶ ἑπομένως 56, 3506 ἐκφράζουσι 563506 δεκαχιλιοστημόρια. Παρομοίως 7 μονάδες ἰσοδυναμοῦν μὲ 700000 ἑκατοχιλιοστημόρια, ὁ ἀριθμὸς 7, 49305 ἄγεται εἰς 749305 ἑκατοχιλιοστημόρια· τουτέστιν ἀρκεῖ, ἀφ' οὗ ἐκφράσωμεν τὸν ἀριθμὸν, ὡς νὰ μὴν ὑπῆρχεν ἡ ὑποδιαστολὴ, νὰ θέσωμεν εἰς τὸ τέλος τῆς ἐκφράσεως τὸ ὄνομα τῆς τελευταίας ὑποδιαιρέσεως. Συνειθίζουν ὅμως νὰ ἐκφράζωσι ξεχωριστὰ τὰ ἀκέραια, καὶ ξεχωριστὰ τὰ δεκαδικά.

Ἀντιστρόφως προβάλλεται νὰ γράψωμεν διὰ ψηφίων ἓν κλάσμα δεκαδικὸν ἐκφραζόμενον εἰς τὴν κοινὴν γλῶσσαν.

Ἂς γραφθῇ ὁ ἀριθμὸς εἰκοσιεννέα μονάδες, τριακόσια πενήντα τέσσαρα χιλιοστά. Γράφομεν κατὰ πρῶτον τὰς ἀκεραίας μονάδας 29. μετὰ ταῦτα ἐπειδὴ 300 χιλιοστὰ ἰσοδυναμοῦν μὲ 3 δεκατημόρια, καὶ 50 χιλιοστημόρια σχηματίζουν 5 ἑκατοστημόρια, γράφομεν μίαν ὑποδιαστολὴν εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 29, καὶ μετὰ ταῦτα γράφομεν διαδοχικῶς τὰ ψηφία 3, 5 καὶ 4, καὶ οὕτως θέλει εἶναι 29, 354 ὁ ἐκφραζόμενος ἀριθμός. Παρομοίως ἑκατὸν ἐννέα μονάδες, δύο χιλιάδες καὶ τρία δεκαχιλιοστημόρια γράφονται 100, 2003.

Ἂς γραφθῇ ἀκόμη ὁ ἀριθμὸς 8 μονάδες, 37 χιλιοστημόρια.

Ἐπειδὴ 30 χιλιοστημόρια σχηματίζουν 3 ἑκατοστημόρια, καὶ δὲν ἔχομεν εἰς τὴν ἔκφρασιν δεκατημόρια, γράφομεν 8,037, τουτέστι θέτομεν εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς τὸ 0, διὰ νὰ κρατήσῃ τὸν τόπον τῶν δεκατημορίων, τὰ ὁποῖα λείπουσι, καὶ νὰ δώσῃ εἰς τὰ ἀκολουθοῦντα ψηφία τὴν ἀληθινήν των τιμήν.

Κανὼν Γενικός. Διὰ νὰ γράψωμεν μὲ ψηφία ἀριθμὸν δεκαδικὸν ἐκφραζόμενον εἰς τὴν κοινὴν γλῶσσαν, γράφομεν πρῶτον τὸν ἀκέραιον ἀριθμόν, καὶ θέτομεν μίαν ὑποδιαστολήν· μετὰ ταῦτα διαδοχικῶς γράφομεν εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς τὰ ψηφία, τὰ ὁποῖα παρασταίνουν τὰ δεκατημόρια, τὰ ἑκατοστημόρια κ. τ. λ. τὰ ὁποῖα περιέχει ἡ ἔκφρασις, προσέχοντες νὰ ἀντεισάγωμεν μηδενικὰ εἰς τὰς διαφόρους τάξεις, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ λείπωσιν.

Ἐὰν δὲν ἔχωμεν ἀκεραίας μονάδας, τουτέστι ἐὰν ὁ δεδομένος ἀριθμὸς ἦναι κύριον κλάσμα, γράφομεν 0 διὰ νὰ κρατῇ τὸν τόπον τῶν ἀκεραίων, καὶ μετὰ ταῦτα πράττομεν, ὡς ἀνωτέρω εἴπομεν. Οὕτως δεκαεπτὰ ἑκατοστημόρια γράφονται 0,17. Ἑκατὸν εἰκοσιπέντε δεκαχιλιοστημόρια διὰ 0,0125· δώδεκα χιλιάδες διακόσια τέσσαρα μιλλιονιστημόρια διὰ 0,012201.

Τέλος πάντων εἰς τὴν ἔκφρασιν ἑνὸς ἀριθμοῦ, ὅταν οἱ ἀκέραιοι δὲν ξεχωρίζωνται ἀπὸ τὰ δεκαδικά, ὁ ἀριθμὸς γράφεται εὐκολώτερον διὰ ψηφίων· πρέπει τότε νὰ γράψωμεν τὸν ἀριθμὸν, ὡς νὰ ἔκφραζεν ἀκεραίας μονάδας, καὶ μετὰ ταῦτα νὰ θέσωμεν ὑποδιαστολὴν εἰς τρόπον ὥστε τὸ τελευταῖον ψηφίον εἰς τὰ δεξιὰ νὰ ἐκφράζῃ μονάδας τῆς τελευταίας ὑποδιαιρέσεως, τὴν ὁποίαν φέρει ἡ ἔκφρασις.

Π. χ. διὰ νὰ γράψωμεν τέσσαρας χιλιάδας, διακόσια δεκατέσσαρα ἑκατοστημόρια, γράφομεν κατὰ πρῶτον 4214, καὶ ἐπειδὴ τὸ τελευταῖον ψηφίον πρέπει νὰ ἐκφράζῃ ἑκατοστημόρια, θέτομεν τὴν ὑποδιαστολὴν μεταξὺ τοῦ 2 καὶ 1, καὶ οὕτως ἔχομεν 42,14.

Παρομοίως διακόσιαι πενῆντα τρεῖς χιλιάδες, εἴκοσι ἐννέα δεκαχιλιοστὰ γράφονται διὰ 25, 3029, καὶ οὕτως καὶ οἱ ἄλλοι δεκαδικοὶ ἀριθμοί.

§. 82. Ἤδη αἰσθανόμεθα τὴν ὠφέλειαν τοῦ τρόπου τούτου τοῦ γράφειν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα. Τὸ κλάσμα σύγκειται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἐκ δύο ἀριθμῶν, θεμένου τοῦ ἑνὸς ὑπὸ τοῦ ἄλλου, τουτέστι τοῦ ἀριθμητοῦ καὶ τοῦ παρονομαστοῦ. Ἐδῶ ἡ ὑποδιαστολὴ κρατεῖ τόπον τοῦ παρονομάστου, ὅς τις εἶναι ἴσος μὲ τὴν μονάδα, ἀκολουθημένην ἀπὸ τόσα μηδενικά, ὅσα εἶναι τὰ δεκαδικὰ ψηφία, τουτέστι ὅσα ψηφία εὑρίσκονται εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς· ὁ δὲ ἀριθμητὴς σύγκειται ἐκ τῶν ψηφίων, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς. ἢ, ἐὰν θεωρήσωμεν τὰς ἀκεραίας μονάδας ἠγμένας εἰς κλάσμα, τότε αὗται εἶναι ὁ προτεθεὶς ἀριθμὸς, ὅταν ἀφαιρεθῇ ἡ ὑποδιαστολή· οὕτως ὁ ἀριθμὸς 23, 5037 θεμένος ὑπὸ τὴν κοινὴν μορφὴν τῶν κλασμάτων ἄγεται εἰς $23\frac{5037}{1000}$, ἢ $\frac{235037}{10000}$· ὁ ἀριθμὸς 2, 00409 εἶναι ἴσος μὲ 2, $\frac{409}{100000}$, ἢ $\frac{200409}{100000}$· τέλος πάντων 0, 0002154 εἶναι ἰσοδύναμον μὲ $\frac{2154}{10000000}$.

Καὶ ἀντιστρόφως $2\frac{53}{1000}$, ἢ $\frac{2053}{1000}$ τρέπεται εἰς 2, 053, καὶ $\frac{172049}{10000}$ εἰς 17, 2049.

Αὗται αἱ τροπαὶ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων εἰς κοινὰ κλάσματα, καὶ τῶν κοινῶν κλασμάτων εἰς δεκαδικὰ κλάσματα, εἶναι συνηθέσταται εἰς τὸν ὑπολογισμόν.

§. 83. Προκύπτει κατὰ πρῶτον ἐκ τῶν τοιούτων, ὅτι ἐὰν εἰς τὸ δεκαδικὸν κλάσμα προχωρήσωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν μίαν ἢ περισσοτέρας τάξεις πρὸς τὰ δεξιὰ, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ 10, 100, 1000 κ. τ. λ. καὶ ἐξ ἐναντίας προχωροῦντές την μίαν ἢ πολλὰς τάξεις εἰς τὰ ἀριστερὰ τὸν διαιροῦμεν διὰ τοῦ 10, 100, 1000 κ. τ. λ.

Ἔστω π. χ. ὁ ἀριθμὸς 153, 07295, καὶ ἂς ὑποθέσωμεν, ὅτι προχωροῦμεν τὴν ὑποδιαστολὴν τρεῖς τάξεις κατὰ τὰ ἀριστερὰ, ἐντεῦθεν συνάγομεν 152072, 95· λέγω, ὅτι ὁ ἀριθμὸς ἔγεινε χίλιαις φοραῖς μεγαλήτερος. Τῷ ὄντι ὁ ἀρχοειδὴς ἀριθμὸς ἄλλο δὲν εἶναι παρὰ $\frac{15307295}{100000}$, καὶ ὅταν προχωρίσωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν, γίνεται $\frac{15307295}{100}$ κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ παρονομαστὴς εἶναι 1000 φοραῖς πλέον μικρότερος ἀπὸ ἐκεῖνον τοῦ ἄλλου κλάσματος. Λοιπὸν (ἀριθ. 42) τὸ δεύτερον κλάσμα εἶναι 1000 φοραῖς μεγαλήτερον τοῦ δεδομένου.

Τὸ ἐναντίον, ἐὰν προχωρήσωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν δύο τάξεις κατὰ τὰ ἀριστερὰ, τρέπεται εἰς 1,5307295 ἢ $\frac{15307295}{1000000}$, κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ παρονομαστὴς εἶναι 100 φοραῖς μεγαλήτερος ἀπὸ ἐκεῖνον τοῦ δεδομένου κλάσματος $\frac{15307295}{100000}$. Λοιπὸν τὸ νέον κλάσμα 100 φοραῖς μικρότερον εὑρίσκεται.

Ἠμποροῦμεν καὶ κατὰ ἄλλον τρόπον νὰ δώσωμεν λόγον περὶ τούτου, παρατηροῦντες, ὅτι διὰ τῆς μεταθέσεως τῆς ὑποδιαστολῆς, ἡ σχετικὴ τιμὴ ἑκάστου ψηφίου γίνεται 10, 100, 1000 φοραῖς κ. τ. λ. μεγαλητέρα, ἢ μικροτέρα· οὕτως συγκρίνοντες 153072,95 μὲ 153,07295, βλέπομεν, ὅτι τὸ ψηφίον 3, τὸ ὁποῖον ἐκφράζει εἰς τοῦτο ἁπλᾶς μονάδας, εἰς τὸ πρῶτον ἐκφράζει χιλιάδας, τὸ ψηφίον 5 εἰς τὰ ἀριστερὰ τοῦ 3, τὸ ὁποῖον ἐκφράζει δεκάδας, παρασταίνει ἤδη δεκάδας χιλιάδος, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

§. 84. Ἡ πρόσθεσις ὁποιουδήποτε ἀριθμοῦ μηδενικῶν εἰς τὰ δεξιὰ ἑνὸς δεκαδικοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάττει δι' ὅλου τὴν τιμήν του· οὕτως 3,415 ἰσοδυναμεῖ μὲ 3,4150 ἢ 3,41500, ἢ 3,415000 κ. τ. λ.

Τῷ ὄντι οὗτοι οἱ ἀριθμοὶ δύνανται (κατὰ τὸν ἀριθμ. 82) νὰ τεθῶσιν ὑπὸ τὴν μορφὴν $\frac{3415}{1000}$, $\frac{34150}{10000}$,

$\frac{341500}{100000}$ κ. τ. λ. τώρα τὰ τελευταῖα δύο κλάσματα ἄλλο δὲν εἶναι παρὰ τὸ πρῶτον, τοῦ ὁποίου ἐπολλαπλασιάσωμεν τοὺς δύο ὅρους ἐπὶ 10, 100, καὶ ἡ ὁποία πρᾶξις δὲν ἀλλάττει τὴν τιμὴν (ἀριθμ. 43).

Ἡ δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν, ὅτι τὰ μηδενικὰ προσθεμένα εἰς τὰ δεξιὰ τῶν ἤδη γραμμένων ψηφίων, δὲν ἀλλάττουν τὴν σχετικήν των τιμὴν, καὶ ἐπειδὴ τὰ τοιαῦτα μηδενικὰ δὲν ἔχουσιν ἀφ' ἑαυτῶν καμμίαν τιμὴν, τὰ κλάσματα μένουσι πάντοτε τὰ αὐτά.

Ἡ τελευταία αὕτη μεταμόρφωσις χρησιμεύει εἰς τὴν ἀναγωγὴν τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστήν· π. χ. τὰ κλάσματα 12,407· 0,25· 7, 0456· 23, 4 ἄγονται εἰς 12,4070· 0, 2500· 7.0456· 23.4000, καὶ ὑπὸ ταύτης τῆς μορφῆς ἔχουσι 10000 διὰ κοινὸν παρονομαστήν.

Μετὰ τὰς γνώσεις ταύτας δυνάμεθα νὰ περάσωμεν εἰς τὰς ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν κλαμάτων πράξεις.

§. 85. Πρόσθεσις καὶ Ἀφαίρεσις. Ἡ πρόσθεσις τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων ἐκτελεῖται, ὡς ἐκείνη τῶν ἀκεραίων, ἀφ' οὗ ὅμως τὰ ἀνάξωμεν εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν, ἔχοντες προσοχὴν νὰ χωρίσωμεν δι' ὑποδιαστολῆς εἰς τὸ ἐξαγόμενον τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἦσαν εἰς ἐκεῖνον ἐκ τῶν δεδομένων ἀριθμῶν, ὅς τις περιελάμβανε πλειότερα.

Ἓν παράδειγμα ἀρκεῖ νὰ σαφηνίσῃ τὸν κανόνα τοῦτον.

Πρόκειται νὰ προσθέσωμεν τοὺς ἀριθμοὺς 32,4056· 245, 379· 12.0476· 9,38 καὶ 459,2375.

Προσθέτω κατὰ πρῶτον 0 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ καὶ δύο εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ τετάρτου· μετὰ ταῦτα γράφω τοὺς ἀριθμοὺς οὕτω κατασκευασμένους τὸν ἕνα ὑπὸ τὸν ἄλλον οὕτως, ὥστε αἱ μονάδες τῆς ἰδίας τάξεως νὰ ἀνταποκρίνωνται, καὶ κάμνω τὴν πρόσθεσιν κατὰ τὴν συνήθειαν.

Εὑρίσκω δι' ἐξαγόμενον 7584497, ἢ χωρίζων 4 ψηφία δεκαδικὰ εἰς τὰ δεξιά, 758,4497. Ἐπειδὴ οἱ ἀριθμοί, τοὺς ὁποίους ἐπροσθέσαμεν ἐκφράζουσι μονάδας δεκαχιλιοστημορίων.

32,4056
245,3790
12,0476
9,3800
450,2375
758,4497. Βάσανος.
ἰαι,ααιø

Εἰς τὰς πράξεις ἠμποροῦμεν νὰ μὴ γράφωμεν τὰ μηδενικὰ πρὸς τὰ δεξιὰ τῶν ἀριθμῶν τῶν ἐχόντων ὀλιγώτερα δεκαδικὰ ψηφία· διότι ἀρκεῖ νὰ προσέχωμεν νὰ θέτωμεν τὰς μονάδας τῆς αὐτῆς τάξεως ὑπὸ τὴν αὐτὴν στήλην.

Ἡ ἀφαίρεσις ἐκτελεῖται παρομοίως, ὡς καὶ ἡ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, ἀφ' οὗ ἀναχθῶσι τὰ δεκαδικὰ κλάσματα εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν (ἀριθ. 84)· π. χ. Ἃς ἀφαιρέσωμεν 23,0784 ἀπὸ 62,09.

Προσθέτω δύο μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 62,09, καὶ οὕτως ἔχω 62,0900· μετὰ ταῦτα ἐκτελῶ τὴν ἀφαίρεσιν κατὰ τὴν συνήθειαν, προσέχων μόνον νὰ χωρίζω τέσσαρα δεκαδικὰ ψηφία κατὰ τὰ δεξιὰ τοῦ ἐξαγομένου.

Αὗται αἱ ἀρχαὶ ἐπιστηρίζονται ἐπὶ τούτου, ὅτι ἐπειδὴ αἱ μονάδες τῶν διαφόρων τάξεων εἰς τὰ δεκαδικὰ κλάσματα ἔχουν τὴν αὐτὴν σχέσιν τοῦ μεγέθους πρὸς ἀλλήλας, ὡς εἰς τοὺς ἀκεραίους ἀριθμούς, ἐξακολουθοῦσι τὰ αὐτὰ διὰ τὰ ὅσα κρατοῦμεν· ἢ διὰ τὰ ὅσα δανειζόμεθα, ὡς νὰ εἴχομεν νὰ πράξωμεν εἰς ἀκεραίους ἀριθμούς.

62,0900
23,0784
39,0116
62,0900. Βάσανος.

§. 86. Πολλαπλασιασμὸς τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων. Διὰ νὰ ἐκτελέσωμεν ταύτην τὴν πρᾶξιν, πολλαπλασιάζομεν τοὺς δύο δεδομένους ἀριθμοὺς τὸν ἕνα ἐπὶ τὸν ἄλλον, χωρὶς νὰ παρατηρήσωμεν τὴν ὑποδιαστολήν των, καὶ ὅταν εὕρωμεν τὸ ὅλον γινόμενον, χωρίζομεν κατὰ τὰ δεξιὰ τόσα ψηφία δεκαδικά, ὅσα εὑρίσκονται εἰς τοὺς δύο παράγοντας.

Ἔστω π. χ. νὰ πολλαπλασιάσωμεν 35,407 ἐπὶ 12,54. Διὰ νὰ δώσωμεν λόγον τῶν ἄνω εἰρημένων, θεωροῦμεν ὅτι οἱ δύο δεδομένοι ἀριθμοὶ δύνανται νὰ τεθῶσιν ὑπὸ τὴν μορφὴν $\frac{35407}{1000}$ καὶ $\frac{1254}{100}$.

```
   35,407
    12,54
   ------
   141628
  177035
  70814
 35407
---------
444,00378
```

Ἤδη διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν δύο κλάσματα, πρέπει (ἀριθμ. 56) νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμητὴν ἐπὶ ἀριθμητήν, καὶ παρονομαστὴν ἐπὶ παρονομαστήν, ἀλλὰ οἱ δύο ἀριθμηταὶ ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ οἱ δεδομένοι ἀριθμοί, ἀφ' οὗ ἀφαιρεθῇ ἡ ὑποδιαστολή. Πρέπει λοιπὸν κατὰ πρῶτον νὰ πολλαπλασιάσωμεν τοὺς δύο τούτους ἀριθμούς, οἵτινες δίδουσι 44400378, μετὰ ταῦτα ἔχομεν διὰ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν 100000, τουτέστι τὴν μονάδα μὲ τόσα μηδενικά, ὅσα ψηφία δεκαδικὰ εὑρίσκονται εἰς τοὺς δύο παράγοντας· καὶ πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὸ ληφθὲν γινόμενον διὰ 100000, ἀπὸ τὸ ὁποῖον βλέπομεν, ὅτι πρέπει νὰ χωρίσωμεν 5 ψηφία δεκαδικὰ πρὸς τὰ δεξιά, καὶ οὕτως εὑρίσκομεν ἐξαγόμενον 444,00378. Λοιπὸν κ. τ. λ.

Ἄλλως. Ἐξαλείφοντες τὴν ὑποδιαστολὴν ἀπὸ τὸν πολλαπλασιαστέον, τὸν πολλαπλασιάζομεν φανερὰ ἐπὶ 1000, ἐπειδὴ κατὰ πρῶτον ἔκφραζε 1000^{α}, καὶ τώρα ἐκφράζει ἁπλᾶς μονάδας. Λοιπὸν κατὰ τὰς ἀρχὰς τοῦ (ἀριθμ. 63), τὸ γινόμενον διὰ ταύτης τῆς πράξεως ἔγινεν 1000 φοραῖς μεγαλήτερον. Παρομοίως ἐξαλείφοντες τὴν ὑποδιαστολὴν ἀπὸ τὸν πολλαπλασιαστὴν, τὸν κατασταίνομεν 100 φοραῖς μεγαλήτερον, ἕπεται, ὅτι τὸ γινόμενον ἔγινεν 100 φοραῖς μεγαλήτερον. Ἔγινε λοιπὸν διὰ τὴν ἐξάλειψιν τῶν δύο ὑποδιαστολῶν 100000 φοραῖς μεγαλήτερον, καὶ διὰ νὰ τὸ φέρωμεν εἰς τὴν ἀκριβῆ τιμήντου, πρέπει νὰ τὸ διαιρέσωμεν διὰ 100000, ἢ νὰ χωρίσωμεν 5 ψηφία κατὰ τὰ δεξιά.

Ὁ συλλογισμὸς ἤθελεν εἶναι ἀνάλογος, ἐὰν εἴχαμεν μεγαλήτερον, ἢ μικρότερον ἀριθμὸν δεκαδικῶν ψηφίων εἰς τοὺς δύο παράγοντας.

Συμβαίνει ἐνίοτε νὰ περικλείῃ δεκαδικὰ εἷς ἐκ τῶν δύο ἀριθμῶν μόνον. Εἰς ταύτην τὴν περίστασιν, χωρίζομεν κατὰ τὰ δεξιὰ τοῦ γινομένου, τόσα ψηφία δεκαδικὰ, ὅσα εὑρίσκονται εἰς τοῦτον τὸν ἀριθμόν. Αὕτη ἡ περίστασις εἶναι εὐκολωτάτη, καὶ διὰ τοῦτο δὲν προχωροῦμεν περισσότερον.

Εὑρίσκομεν κατὰ τοὺς κανόνας τούτους

1ον ὅτι τὸ γινόμενον τοῦ 4,0567 ἐπὶ 9,503 εἶναι ἴσον μὲ 38,5508201.

2ον τὸ γινόμενον τοῦ 4,0015 ἐπὶ 29 εἶναι 116 0435.

3ον τὸ γινόμενον τοῦ 0,03054 ἐπὶ 0,023 εἶναι 0,00070242.

Σ. Κ. Τοῦτο τὸ τελευταῖον παράδειγμα ἀπαιτεῖ κἄποιαν προσοχήν. Ἐξαλείφοντες τὴν ὑποδιαστολὴν εἰς τοὺς δύο παράγοντας, καὶ ἐκτελοῦντες τὸν πολλαπλασιασμὸν εὑρίσκομεν γινόμενον 70242· ἀλλ' ἐπειδὴ ἔχομεν 5 ψηφία δεκαδικὰ εἰς τὸν πολλαπλασιαστέον, καὶ 3 εἰς τὸν πολλαπλασιαστὴν, πρέπει λοιπὸν εἰς τὸ γινόμενον, τὸ ὁποῖον ἤδη περικλείει μόνον 5 ψηφία, νὰ ὑπάρχωσιν 8· διὰ νὰ ἐβγάλωμεν τὴν δυσκολίαν ταύτην παρατηροῦμεν, ὅτι ἐπειδὴ τὸ γινόμενον μέλλει νὰ ἐκφράζῃ μονάδας τῆς ὀγδόης τάξεως τῶν δεκαδικῶν, ἀρκεῖ νὰ γράψωμεν εἰς τὰ ἀριστερὰ τοῦ 70242 τόσα μηδενικα, ὥστε τιθεμένης ἔπειτα τῆς ὑποδιαστολῆς, τὸ τελευταῖον ψηφίον 2 νὰ κρατῇ τὴν ὀγδόην τάξιν τῶν δεκαδικῶν· ἐδῶ λοιπὸν πρέπει νὰ γράψωμεν 4, ἐπειδὴ χρειάζεται ἓν διὰ νὰ κρατῇ τὴν τάξιν τῶν ἀκεραίων, καὶ οὕτως εὑρίσκομεν 0,00070242.

§. 87. Διαίρεσις τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων. Αὕτη ἡ πρᾶξις δὲν παῤῥησιάζει περισσοτέρας δυσκολίας. Κατὰ πρῶτον ἄγομεν τοὺς δεδομένους ἀριθμοὺς εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν (ἀριθμ. 84), καὶ μετὰ ταῦτα ἐκτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν, ὡς νὰ μὴν εὑρίσκετο ὑποδιαστολὴ, καὶ οὕτως εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον πηλίκον.

Διαιρεθήτω 43,047 διὰ 2,53698

Κατὰ πρῶτον προσθέτομεν δύο μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 43,047 καὶ οὕτως συνάγομεν 43,04700· μετὰ ταῦτα διαιροῦμεν 4304700 διὰ 253698, καὶ εὑρίσκομεν τὸ ἀκριβὲς πηλίκον $16\frac{245532}{253698}$.

$$\begin{array}{r|l} 4304700 & 253698 \\ \hline 1767720 & 16 \\ \hline 245532 & \end{array}$$

Τῷ ὄντι ἀφ' οὗ ἐπροσθέσαμεν τὰ δύο μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου, τὰ ὁποῖα δὲν τοῦ ἀλλάττουν τὴν τιμὴν, οἱ δύο ἀριθμοὶ δύνανται νὰ τεθῶσιν ὑπὸ τὴν μορφὴν $\frac{4304700}{100000}$ καὶ $\frac{253698}{100000}$· τώρα διὰ νὰ διαιρέσωμεν τὸ ἓν διὰ τοῦ ἄλλου, πρέπει (ἀριθμ. 59) νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸ διαιρούμενον ἐπὶ τὸ διαιροῦν κλάσμα, ἀντεστραμμένον. Συνάγομεν λοιπὸν, παρατηροῦντες, ὅτι 100000 εἶναι κοινὸς παράγων τῶν δύο ὅρων, τὸ ἐξαγόμενον $\frac{4304700}{253698}$, τουτέστιν, ὅτι πρέπει νὰ κάμωμεν τὴν διαίρεσιν τῶν δύο ἀριθμῶν, χωρὶς νὰ θεωρῶμεν τὴν ὑποδιαστολὴν, ἀφ᾽ οὗ καταστήσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκαδικῶν ψηφίων τὸν αὐτὸν καὶ εἰς τοὺς δύο.

Δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν προσέτι, ὅτι τῶν δύο δεκαδικῶν κλασμάτων ἀναχθέντων εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν, ἐὰν ἐξαλείψωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν ἀπὸ τοὺς δύο ὅρους, καθιστάνομεν τὸν διαιρετέον καὶ τὸν διαιρέτην κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν τῶν φορῶν μεγαλητέρους. Λοιπὸν τὸ πηλίκον δὲν ἀλλάζει (ἀριθμ. 63).

Τὸ πηλίκον τοῦ 3,4703 διὰ 0,027 εἶναι 128 $\frac{143}{270}$

ἐκεῖνο τοῦ 0,596 διὰ 0,00201 εἶναι 296 $\frac{104}{201}$.

34703	270
770	128
2303	
143	

§. 88. Εἰς τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα εὑρήκαμεν μὲ εὐκολίαν τὸ ἀκέραιον πηλίκον τῆς διαιρέσεως· ἀλλὰ τὰ ἀναγκαῖα κλάσματα, διὰ νὰ καταστήσωσι πλῆρες τὸ πηλίκον, ἔχοντα ἐν γένει μεγάλους ὅρους, μὲ δυσκολίαν ἐκτιμοῦνται. Διὰ τοῦτο εἶναι ἀνάγκη νὰ ζητήσωμεν νὰ τὰ ἐκφράζωμεν εἰς μέρη πλέον ἁπλούστερα τῆς ἀρχικῆς μονάδος, π. χ. εἰς δεκατημόρια, ἑκατοστημόρια, χιλιοστημόρια καὶ ἐφεξῆς.

Ἂς προτείνωμεν λοιπὸν τὸ ἀκόλουθον νέον γενικὸν ζήτημα.

Δοθέντος ἑνός τινος κλάσματος τῆς ἀρχικῆς μονάδος ὁποιουδήποτε εἴδους, νὰ ἐκτιμήσωμεν τὸ κλάσμα τοῦτο εἰς κλάσμα δεκαδικὸν, ἢ μᾶλλον νὰ τὸ τρέψωμεν εἰς κλάσμα δεκαδικόν.

Ἔστω π. χ. κατὰ πρῶτον τὸ κλάσμα $\frac{13}{47}$.

130	47
360	0,27659 .
310	
280	
450	
27	

Ὁ προτεθεὶς ἀριθμὸς ἀναφερόμενος εἰς τὴν ἀρχικὴν μονάδα ἐκφράζει $\frac{13}{47}$ ταύτης τῆς μονάδος· ἀλλ' ἐπειδὴ μία ἁπλῆ μονὰς ἰσοδυναμεῖ μὲ 10 δεκατημόρια, ἕπεται, ὅτι $\frac{13}{47}$ τῆς μονάδος ἄλλο δὲν εἶναι, παρὰ $\frac{130}{47}$ τῶν δεκατημορίων· οὕτως ἀφ' οὗ διατάξωμεν τοὺς δύο ἀριθμοὺς 13 καὶ 47, ὡς εἰς τὴν κοινὴν διαίρεσιν, καὶ θέσωμεν κατὰ πρῶτον ἓν 0 εἰς τὸ πηλίκον, διὰ νὰ κρατῇ τὸν τόπον τῶν ἀκεραίων, καὶ μετὰ ταῦτα βάλλωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν, καὶ διαιρέσωμεν τὸ 130 διὰ 47, τὸ οὕτως εὑρεθὲν πηλίκον εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς γεγραμμένον παρασταίνει τὸν ἀριθμὸν τῶν περιεχομένων δεκάτων εἰς τὰ $\frac{13}{47}$, τουτέστι $\frac{13}{47}$ εἶναι ἴσον μὲ 2 δέκατα πλέον $\frac{36}{47}$ τοῦ δεκάτου. Παρομοίως ἐπειδὴ ἓν δέκατον ἰσοδυναμεῖ μὲ 10 ἑκατοστημόρια, ἕπεται, ὅτι $\frac{36}{47}$ τοῦ δεκάτου εἶναι ἴσον μὲ $\frac{360}{47}$ τοῦ ἑκατοστημορίου. Ἐκτελοῦντες τὴν νέαν ταύτην διαίρεσιν, συνάγομεν 7 ἑκατοστημόρια πλέον $\frac{31}{47}$ τοῦ ἑκατοστημορίου, καὶ προσθέτοντες ἓν 0 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 31 καὶ διαιροῦντες 310 διὰ 47, εὑρίσκομεν πηλίκον 6 χιλιοστημόρια, τὰ ὁποῖα γράφομεν εἰς τὰ δεξιὰ τῶν δύο πρώτων, καὶ ὑπόλοιπον 28, σιμὰ εἰς τὸ ὁποῖον προσθέτομεν ἓν ἄλλο 0, διὰ νὰ σχηματίσωμεν τὰ δεκαχιλιοστημόρια· καὶ οὕτω καθεξῆς. Ἐξακολουθοῦντες δὲ τὴν πρᾶξιν, ἕως οὗ νὰ λάβωμεν 5 δεκαδικὰ ψηφία, εὑρίσκομεν $\frac{13}{47}$ ἰσοδυναμοῦν μὲ 0,27659, πλέον $\frac{27}{47}$ τοῦ ἑκατοχιλιοστημορίου, κλάσμα, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ ἀμελήσωμεν· καὶ λέγομεν λοιπὸν τότε, ὅτι 0,27659 εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ $\frac{13}{47}$ μεῖον ἑνὸς ἑκατοχιλιοστημορίου σχεδόν· ἐπειδὴ τὸ ἀμεληθὲν κλάσμα εἶναι μικρότερον τῆς μονάδος ταύτης τῆς τάξεως.

Ἐν γένει διὰ νὰ τρέψωμεν κοινόν τι κλάσμα εἰς δεκαδικὸν, διατάττομεν τοὺς δύο ἀριθμοὺς, ὡς εἰς τὴν διαίρεσιν, καὶ γράφομεν ἓν 0 εἰς τὸ πηλίκον, καὶ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 0 τὴν ὑποδιαστολήν. Τούτου τεθέντος, προσθέτομεν εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ ἀριθμητοῦ 0, καὶ διαιροῦμεν τὸν συναγόμενον ἀριθμὸν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, καὶ οὕτως εὑρίσκομεν πηλίκον ἐκφράζον τὰ δεκατημόρια, καὶ ἕν τι ὑπόλοιπον. Γράφομεν ἔπειτα ἓν 0 εἰς τὰ δεξιὰ αὐτοῦ τοῦ ὑπολοίπου, καὶ διαιροῦμεν τὸν συναγόμενον ἀριθμὸν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ· οὕτως εὑρίσκομεν πηλίκον ἐκφράζον τὰ ἑκατοστημόρια, καὶ νέον τι ὑπόλοιπον. Γράφομεν πάλιν ἓν 0 εἰς τὰ δεξιὰ αὐτοῦ τοῦ ὑπολοίπου, καὶ διαιαιροῦμεν τὸν συναγόμενον ἀριθμὸν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, καὶ οὕτω λαμβάνομεν πηλίκον ἐκφράζον χιλιοστημόρια, καὶ τρίτοντι ὑπόλοιπον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου πράττομεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Τέλος πάντων ἐξακολουθοῦμεν ταύτην τὴν σειρὰν τῶν πράξεων, ἕως οὗ νὰ λάβωμεν τόσα ψηφία δεκαδικὰ, ὅσα θέλομεν, ἢ ὅσα ἀπαιτεῖ ἡ ὑπόθεσις, ἐὰν ἔχωμεν ὑπόλοιπον. Τὸ οὕτω ληφθὲν δεκαδικὸν κλάσμα δὲν διαφέρει ἀπὸ τὸ προτεθὲν, εἰμὴ κατὰ ποσότητά τινὰ μικροτέραν τῆς μονάδος τῆς τάξεως τῶν δεκαδικῶν, εἰς τὴν ὁποίαν ἐπαύσαμεν τὰ πηλίκα.

Ἐὰν ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος εἶναι μεγαλήτερος ἀπὸ τὸν παρονομαστὴν, τότε ἐξάγομεν τὰς ἀκεραίας μονάδας, τὰς ὁποίας γράφομεν εἰς τὸ πηλίκον ἀντὶ τοῦ μηδενὸς, τὸ ὁποῖον πρότερον εἴχαμεν γράψει.

Μὲ εὐκολίαν γνωρίζομεν τὴν σχέσιν, ἥτις ὑπάρχει μεταξὺ ταύτης τῆς πράξεως καὶ ἐκείνης, ἥτις ἔχει διὰ σκοπὸν νὰ τρέψωμεν κλασματικὸν ἀριθμὸν ἀρχικῆς τινος μονάδος εἰς ἀριθμὸν συμπεπλεγμένον, τουτέστι εἰς ἀρχικὰς μονάδας, καὶ εἰς ὑποδιαιρέσεις τῆς μονάδος ταύτης· (ὅρ. ἀριθμ. 67).

Ὅλα ταῦτα θέλομεν ἐφαρμόσει εἰς παραδείγματα διαιρέσεως, περὶ ὧν ἀνεφέραμεν εἰς τὸν προηγούμενον ἀριθμόν.

Προβάλλεται π. χ. νὰ διαιρέσωμεν 43,047 διὰ 2,53698, καὶ νὰ ἐκτιμήσωμεν τὸ πηλίκον, ἕως οὗ ἡ διαφορὰ αὐτοῦ νὰ ἦναι μικροτέρα ἀπὸ $\frac{1}{1000}$.

Ἀφ' οὗ εὕρωμεν, ὡς ἀνωτέρω, τὸ πηλίκον 16 μὲ τὸ ὑπόλοιπον 245532, θεωροῦμεν τὸ ὑπόλοιπον τοῦτο ὡς ἀριθμητὴν κλάσματος, τοῦ ὁποίου ὁ παρονομαστὴς εἶναι 253698, καὶ τότε προσθέτομεν 0 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ ὑπολοίπου τούτου, καὶ μετὰ ταῦτα ἐξακολουθοῦμεν

4304700	25,3698
1707720	16,967
2455320	
1720380	
1981920	
200034	

τὴν διαίρεσιν, ἥτις μᾶς δίδει 9 δεκατημόρια πηλίκον, καὶ ὑπόλοιπον 172038, εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ ὁποίου γράφομεν ἀκόμη 0. Μετὰ ταῦτα διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ αὐτοῦ διαιρέτου, καὶ εὑρίσκομεν πηλίκον 6 ἑκατοστημόρια, καὶ ὑπόλοιπον 198192, σιμὰ εἰς τὸ ὁποῖον θέτομεν 0, διαιροῦμεν ἐκ νέου διὰ τοῦ ἰδίου διαιρέτου, καὶ συνάγομεν πηλίκον 7 χιλιοστημόρια μὲ ὑπολοιπόν τι, τὸ ὁποῖον ἀμελοῦμεν.

Οὕτω λαμβάνομεν 16,967 τὸ πηλίκον μεῖον $\frac{1}{1000}$, ἐπειδὴ ἡ ἀμεληθεῖσα ποσότης εἶναι $\frac{206034}{253698}$ τοῦ χιλιοστοῦ.

Ἠθέλαμεν εὕρει προσέτι ὡς πηλίκον τῆς διαιρέσεως τοῦ 3,4703 διὰ 0,027, 128,5296 μεῖον τοῦ 0,0001. Παρομοίως 0,596 διαιρεθὲν διὰ 0,0201, δίδει πηλίκον 296,51 μεῖον 0,01.

Θέλομεν ἐπανέλθει πάλιν εἰς τὴν τροπὴν τῶν κοινῶν κλασμάτων εἰς δεκαδικὰ, ἐπειδὴ αὕτη ἡ πρᾶξις παῤῥησιάζει πολλὰς ἀξιοπαρατηρήτους ἰδιότητας, τὰς ὁποίας κατὰ τὸ παρὸν πληρέστατα δὲν δυνάμεθα νὰ ἀναπτύξωμεν.

§. 89. Ὅταν εἰς τὴν διαίρεσιν ὁ διαιρέτης ἦναι ἀκέραιος ἀριθμὸς, ἢ περιέχει ὀλιγώτερα ψηφία δεκαδικὰ παρὰ τὸν διαιρούμενον, ἀντὶ νὰ προσθέσωμεν εἰς τὰ δεξιά του μηδενικὰ, διὰ νὰ τὰ ἀνάξωμεν εἰς τὸν αὐτὸν μὲ τὸν τοῦ διαιρετέου παρονομαστὴν, εἶναι ἁπλούστερον νὰ πράξωμεν, ὡς τώρα θέλομεν ἰδεῖ.

1ον Ἂς διαιρέσωμεν 437,4825 διὰ 56.

Ἐπειδὴ ἡ διαίρεσις δύναται ἐδῶ νὰ θεωρηθῇ ὡς νὰ ἐζητούσαμεν τὸ 56ον τοῦ διαιρετέου, λαμβάνομεν κατὰ πρῶτον τὸ 56ον τοῦ 437, ἢ διαιροῦμεν 437 διὰ 56, τὸ ὁποῖον μᾶς δί-

```
437,4825|56.
  454   |7,8121
   68
  122
  105
   49.
```