

2^{ον}. Νὰ πολλαπλασιάσωμεν 130 ὄρ. 5 π. 0 δ.
11 γρ. ἐπὶ 25 λίβ. 10 σολ. 11 δην.

Ἀπόκρισις· 3635 ὄρ. 2 π. 5 δ. 10 γρ. $\frac{133}{240}$.

3^{ον}. Νὰ πολλαπλασιάσωμεν 31 λίβ. 17 σολ. 9 δην.
ἐπὶ 15 λίβ. 11 γρ. 5 δ. Το γινόμενον θέλει εἶναι τῆς ἰδίας
φύσεως μὲ τὴν τῶν δύο παραγόντων· μ' ὅλον τοῦτο
(ἀριθμ. 74) πρέπει πάντοτε νὰ θεωρῶμεν εἰς τὸν πολ-
πλαπλασιασμὸν τὸν πολλαπλασιαστὴν, ὡς ἀριθμὸν
ἀφτηρημένον.

Ἀπόκρισις. 496 λίβ. 10 σολ. 3 δην. $\frac{47}{80}$.

Ἐν καιρῷ θέλωμεν θεωρήσει ζητήματα ἀνήκοντα
εἰς τὰς δύο τελευταίας πράξεις· ταῦτα εἶναι τὰ ζητή-
ματα περὶ τόκου.

Διαίρεσις τῶν Συμμιγῶν ἢ συμπεπλεγ-
μένων ἀριθμῶν.

Διακρίνομεν παρομοίως δύο ἀρχικὰς περιστάσεις,
ἢ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι τῆς αὐτῆς φύσε-
ως, ὡς πρὸς τὴν ἀρχικὴν των μονάδα, ἢ εἶναι δια-
φορετικῆς φύσεως.

§. 76. Πρώτη περίστασις. Ἐὰν ὁ διαιρετέος
καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως σχετικῶς πρὸς
τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ἄγομεν (ἀριθμ. 66) τοὺς ἀριθ-
μοὺς εἰς μονάδας τῆς πλέον μικροτέρας ὑποδιαιρέσεως,
τὴν ὁποίαν περιέχουσιν οἱ τοιοῦτοι ἀριθμοί. Μετὰ
ταῦτα ἐκτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν τῶν δύο ἐξαγομένων,
τρέποντες κατὰ τὸν κανόνα τοῦ (ἀριθ. 67) τὸ πηλίκον
εἰς ἓνα ἀριθμὸν συμπεπλεγμένον τοιαύτης φύσεως,
ὁποίαν ἀπαιτεῖ ἡ ἔκφρασις τοῦ ζητήματος· τοῦτο σα-
φινίξεται ἐπὶ παραδειγμάτων.

Πρῶτον παράδειγμα,

Ἡ ὄργανιᾶ ἐνὸς τινὸς τεχνήματος ἀξίζει 47 λίβ. 19 σολ. 5 ὄην. Ζητεῖται ποῖον ἀριθμὸν ὄργανιῶν δυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν διὰ 2728 λίβ. 17 σολ. 10 ὄην.

Ἴδὲν ἐγνωρίζαμεν τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν τῶν ὄργανιῶν, εἶναι φανερόν, ὅτι πολλαπλασιάζοντες τὴν τιμὴν μιᾶς ὄργανιᾶς ἢ 47 λίβ. 19 σ. 5 ὄ., ἐπὶ τοῦτον τὸν ἀριθμὸν, ἐπρεπε νὰ παραχθῇ ὁ ἀριθμὸς 2728 λίβ. 17 σολ. 10 ὄην. Λοιπὸν πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τοῦτον διὰ 47 λίβ. 19 σ. 5 ὄ.

λίβ.	σολ.	ὄακ.	λίβ.	σολ.	ὄακ.	
2728	17	10	47	19	5	654934 11513
20			20			79284 56 5 5 9
<hr/>			<hr/>			10206
54577			959			6
12			12			<hr/>
654934			11513			61236
						3671
						12
						<hr/>
						44052
						9513
						12
						<hr/>
						114156

• 10539 ὑπόλοιπον.

Ἀναχθέντων εἰς δηνάρια τῶν δύο δεδομένων ἀριθμῶν εὐρίσκεται, ὅτι ὁ πρῶτος καταντᾷ εἰς $\frac{654934}{240}$ τῆς λίβρας, καὶ ὁ δεύτερος εἰς $\frac{11513}{240}$ τῆς

λίβρας. Τώρα διὰ νὰ διαιρέσωμεν τὸν πρῶτον ἀριθμὸν διὰ τοῦ δευτέρου πρέπει (ἀριθμ. 59) νὰ ἀντιστρέ-

ψωμεν τὸ διαιροῦν γλάσμα, τὸ ὁποῖον δίδει $\frac{240}{11513}$

E.γ.Δ.Π.Σ.Κ.Ε.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

καὶ νὰ πολλαπλασιάσωμεν $\frac{654034}{240}$ ἐπὶ $\frac{240}{11513}$, ἀλλ'

ὁ παράγων 240 μὲ τὸ νὰ εἶναι κοινὸς εἰς τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ, καὶ εἰς ἐκεῖνο τοῦ παρονομαστοῦ, δυνάμεθα νὰ τὸν ἐξαλείψωμεν, καὶ οὕτως συνάγομεν

$\frac{654034}{11513}$. Λοιπὸν κατὰ πάντα λόγον πρέπει νὰ διαι-

ρέσωμεν 654034 διὰ 11513, τὸ ὁποῖον εἶναι σύμφωνον μὲ τὸν προσυσταθέντα κανόνα.

Ἀλλὰ δὲν ἐμβαίνομεν εἰς καμμίαν περιγραφὴν περὶ τούτου, ἐπειδὴ βλέπομεν ἀνωτέρω τὴν πράξιν, ἣτις ἐκτελεῖται κατὰ τὸν κανόνα τοῦ ἀριθμοῦ 67. Παρατηροῦμεν δὲ μόνον, ὅτι κατὰ τὴν ἐκφρασιν τοῦ ζη-

τήματος ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{654034}{11513}$ πρέπει νὰ ἐκ-

τιμηθῇ εἰς ὀργυιάς, πόδας, κ. τ. λ. Τὸ δὲ προκύ-

πτον εἶναι 56^ρ. 4^π. 3^δ. 9^{γρ}. καὶ $\frac{10539}{11513}$.

Δεύτερον Παράδειγμα.

Ἐπληρώθη 1 λίβ. διὰ 15^ρ. 4^π. 7^δ. τεχνήματος τινός, ζητεῖται ἡ πληρωτέα ποσότης διὰ 320^ρ. 5^π. 11^δ. 8^{γρ}.

Ἐὰν ἐγνωρίζωμεν τὸ ζητούμενον ἄθροισμα, ἐπολλαπλασιάσωμεν 15^ρ. 4^π. 7^δ. ἐπὶ αὐτὸ τὸ ἄθροισμα, καὶ εὕρισκαμεν τὸν ἀριθμὸν 320^ρ. 5^π. 11^δ. 8^{γρ}. ἢ μᾶλλον ὅσας 320^ρ. 5^π. 11^δ. 8^{γρ}. περιέχουσι 15^ρ. 4^π. 7^δ, τόσας λίβρας, σολδία καὶ δηνάρια πρέπει νὰ πληρώσωμεν. Ὅθεν δῆλον, ὅτι πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τοὺς δύο τούτους ἀριθμοὺς τὸν ἓνα διὰ τοῦ ἄλλου, καὶ τὸ πηλίκον θέλει ἐκφράξῃ εἰς λίβρας, σολδία καὶ δηνάρια τὴν ζητουμένην ποσότητα.

ὄρ.	π.	δ.	γ.	ὄρ.	π.	δ.			
329	5	11	8	15	4	7	285116	13620	
6				6			12716	20 ^{λίβ.} 18 ^{τ.} 8 ^{δ.}	
<hr/>				<hr/>					
1979				94			20		
12				12			254320		
<hr/>				<hr/>					
13759				1135			118120		
12				12			9160		
<hr/>				<hr/>					
285116				13620			12		
							100920		
							960.		

Μετὰ τὴν ἀναγωγὴν τῶν δύο ἀριθμῶν εἰς γραμμάς, ἐπειδὴ ἡ γραμμὴ εἶναι ἡ μικροτέρα ὑποδιαίρεσις, εὐρίσκειται, ὅτι οἱ τοιοῦτοι ἀριθμοὶ δύνανται νὰ τεθῶ-

σιν ὑπὸ τὴν μορφήν $\frac{285116}{864}$ καὶ $\frac{13620}{864}$ τῆς ὀργυιᾶς.

Λοιπὸν πολλαπλασιάζοντες τὸ πρῶτον ἐπὶ τὸ δεύτερον ἀντιστρεφόμενον, εὐρίσκομεν $\frac{285116}{13620}$, τρέ-

ποντες δὲ τὸν κλασματικὸν τοῦτον ἀριθμὸν εἰς συμπλεγμένον ἐκ λιβρῶν, εὐρίσκομεν τὸ ζητούμενον πηλί-

κον 20^{λίβ.} 18^{τ.} 8^{δ.} ἢ $\frac{960}{13620}$ ἢ $\frac{16}{227}$.

Ἐὰν εἷς τῶν ὄρων τῆς διαιρέσεως δὲν ᾗτον συμπλεγμένον, ἔπρεπε πάλιν νὰ ἄξωμεν καὶ τοὺς δύο ἀριθμοὺς εἰς μονάδας τῆς μικροτέρας διαιρέσεως τῆς εἰς τὸν ἕνα ἐξ αὐτῶν εὐρεθησομένης.

§. 77. Δευτέρα περίστασις. Ἐστω ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης φύσεως διαφορετικῆς σχετικῶς πρὸς τὴν ἀρχικὴν μονάδα.

Ἐἰς ταύτην τὴν περίστασιν δύο τιὰ συμβαίνουν, ἢ ὁ διαιρέτης εἶναι ἀμιγῆς, ἢ εἶναι συμμιγῆς.

1^{ον}. Εάν ὁ διαιρέτης εἶναι ἀμιγῆς, τὸν θεωροῦμεν ὡς ἀφρημένον, καὶ ἐκτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν τοῦ διαιρετέου διὰ τοῦ διαιρέτου, ἀνάγοντες τὸ πηλίκον εἰς ἀρχικὰς μονάδας καὶ ὑποδιαίρεσεις τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τὴν τοῦ διαιρετέου.

2^{ον}. Εάν ὁ διαιρέτης εἶναι συμμιγῆς, τὸν τρέπομεν (ἀριθμ. 66) εἰς κλασματικὸν τινὰ ἀριθμὸν τῆς ἀρχικῆς μονάδας, καὶ πολλαπλασιάζομεν τὸν διαιρετέον ἐπὶ τὸν παρανομαστήν τοῦ διαιρουῦντος κλάσματος, καὶ διαιροῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ, ἀνάγοντες πάντοτε τὸ πηλίκον εἰς ἀρχικὰς μονάδας καὶ ὑποδιαίρεσεις τῆς αὐτῆς φύσεως μὲ τὴν τοῦ διαιρετέου.

Πρῶτον παράδειγμα.

Ζητεῖται ἡ τιμὴ	λίβ.	σ.	δ.	568
τῆς ὀργυιᾶς ἐνὸς τινὸς	25469	19	11	44 λίβ. 16 σ. 9 δ.
τεχνήματος, ὑποθέ-	2749			
τομένου, ὅτι ἐπληρώ-	477			
σαμεν 25469 λίβ. 19 σ.	20			
7 δ. διὰ 568 ὀρ. τοῦ	9559			
ἰδίου τεχνήματος.	3879			
Ἄφ' οὗ ἡ τιμὴ	471			
τῆς ὀργυιᾶς γνωστῆ,	12			
πολλαπλασιαζομένη	5663			
ἐπὶ 568 θέλει παρά-	551			
ξει 25469 λίβ. 19 σ.				

11^{ον}. Διὰ τοῦτο πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τοῦτον τὸν τελευταῖον ἀριθμὸν διὰ 568.

Ἄφ' οὗ διαιρέσωμεν 25469 διὰ 568 κατὰ τὴν συνήθειαν, καὶ εὔρωμεν 44 λίβρας διὰ πηλίκον, καὶ 477 λίβρας ὑπόλοιπον, ἄγομεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς σολ

διά πολλαπλασιάζοντες το ἐπὶ 20, καὶ ἐνόηοντες μὲ τὸ
 γινόμενον τὰ 19 σολδία τοῦ διαιρετέου, ὅθεν προκύπ-
 τει 9559^{σολ.}, τὰ ὅποια διαιροῦμεν ἔτι διὰ 568, καὶ
 εὐρίσκομεν πηλίκον 16 σολδία, καὶ ὑπόλοιπον 471^{σολ.},
 τὰ ὅποια πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 12, διὰ γὰρ τὰ κάμω-
 μεν δηνάρια, καὶ προσθέτοντες εἰς τὸ γινόμενον τὰ 11
 δηνάρια τοῦ διαιρετέου εὐρίσκομεν 5663^{δ.}, τὰ ὅποια
 διαιροῦμεν πάλιν διὰ 568, ὅθεν προκύπτει πηλίκον 9
 δηνάρια, καὶ ὑπόλοιπον 551. Λοιπὸν τὸ ὅλον πηλί-
 κον, ἢ ἡ τιμὴ τῆς ὀργυιᾶς εἶναι 44^{λίβ.} 10^{σ.} 9^{δ.} καὶ
 551
 568

Δεύτερον Παράδειγμα.

Ἠγοράσθησαν 258^{λίτ.} 1^{ἡμ.} 7^{ούγ.} 5^{δρ.} πραγμα-
 τεῖαι μὲ τὴν ποσότητα 3259^{λίβ.} 17^{σολ.} 10^{δην.} Ζητεῖται
 πόσον ἀξίζει μίαν λίτρα ταύτης τῆς πραγματείας.

Ἴαν ἦτον γνωστὴ ἡ τιμὴ τῆς λίτρας, ἠθέλαμεν
 πολλαπλασιάσει αὐτὴν ἐπὶ 258^{λίτ.} 1^{ἡμ.} 7^{ούγ.} 5^{δρ.} καὶ
 ἠθέλαμεν εὐρεῖ 3259^{λίβ.} 17^{σ.} 10^{δην.} Διὰ τοῦτο πρέπει
 γὰρ διαιρέσωμεν τὸν δεύτερον ἀριθμὸν διὰ τοῦ πρώ-
 του.

	λίβ.	σολ.	δην.	λίτ.	ήμ. ούγ. δρ.
	3250	17	10	258	1 7 5
	128			2	
	<hr/>			<hr/>	
	26072			517	
	6518			8	
	<hr/>			<hr/>	
	3250			4143	
δια 10 ^σ .	64			8	
5	32			<hr/>	
2	12 . . .	16		33140	
0	3 . . .	4			
3	1 . . .	12			
1	0 . . .	10 . . .	8		
	<hr/>			<hr/>	
	417260	λίβ.	. . . 2 ^σ 8 ^δ .	33140
	<hr/>				
	55776				λ. σ. δ.
	<hr/>				
	19478				12 11 9
	<hr/>				
	20				
	<hr/>				
	380562				
	<hr/>				
	58072				
	<hr/>				
	24923				
	<hr/>				
	12				
	<hr/>				
	209084				
	<hr/>				
	743				

Ἄφ' οὗ ἀλλάξωμεν τὸν διαιρέτην εἰς κλασματικὸν ἀριθμὸν, κατὰ τὸν κανόνα τοῦ (ἀριθμ. 66) εὐρίσκομεν διὰ τὸν τοιοῦτον διαιρέτην $\frac{33140}{128}$ ἐπειδὴ

(ἀριθμ. 65) ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ 128^{ον} τῆς λίτρας, ἀλλὰ διὰ νὰ διαιρέσωμεν 3250^{λίβ.} 17^{σολ.} 10^{δην.} διὰ $\frac{33140}{128}$, πρέπει (ἀριθμ. 59) νὰ πολλαπλασιάσωμεν

τὸν διαιρέτεον ἐπὶ τὸν παρονομαστήν 128, ὅθεν προ-

ηύπτει, ὡς ἐδῶ βλέπομεν, 417266 λίβ. 2^{τ} . 8^{δ} , καὶ
 νὰ διαιρέσωμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ 33149 .
 Αὕτη ἡ τελευταία πράξις μᾶς ἄγει εἰς τὸ ἀνωτέρω πα-
 ράδειγμα, καὶ εὐρίσκομεν τὴν ζητούμενην τιμὴν 12 λίβ.

11 τολ. 9 ἡν. 745
 33149

Τὰ ἑξῆς τὰ παραδείγματα ἀρκούν διὰ νὰ μᾶς δεί-
 ξωσι τὴν ὁδόν, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀκολουθήσωμεν
 εἰς κάθε ἄλλο παράδειγμα.

§. 78. Παρατήρησις. Ὅσκις ὁ διαιρετέος
 καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως σχετικῶς πρὸς
 τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ἡ ἔκφρασις μόνη τοῦ ζητήματος
 δείχνει ὁποῖα πρέπει νὰ ἦναι ἡ φύσις τῆς ἀρχικῆς μο-
 νάδος τοῦ πηλίκου· ἀλλ' ὅταν ὁ διαιρετέος καὶ ὁ
 διαιρέτης ἦναι διαφορετικῆς φύσεως, τὸ πηλίκον πρέ-
 πει νὰ ἦναι τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τὴν τοῦ διαιρετέου·
 ἐπειδὴ ὁ διαιρετέος, μὲ τὸ νὰ ἦναι γινόμενον, πρέπει
 νὰ ἦναι (ἀριθμ. 74) τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τοῦ ἐνὸς ἐκ
 τῶν δύο παραγόντων.

§. 79. Ἡ δὲ βάσανος τῆς διαιρέσεως ἡδύνατο
 νὰ ἐκτελεσθῇ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ· ὅμως εἶναι
 πλέον σύντομον νὰ διπλασιάσωμεν τοὺς δύο ὅρους, ἢ
 νὰ λάβωμεν τὸ ἕμισυ αὐτῶν, καὶ τὸ πηλίκον πρέπει
 νὰ ἦναι τὸ αὐτό (ἀριθμ. 40).

Ἴδου καὶ ἄλλα παραδείγματα.

1^{ον}. Νὰ διαιρέσωμεν 13470^{ρ} . 1^{π} . 7^{δ} διὰ 9^{ρ} . 5^{π} .
 7^{δ} . 10^{ρ} , καὶ τὸ πηλίκον πρέπει νὰ ἐκφράξῃ λίβρας,
 σολῶια καὶ ὀηνάρια.

Ἀπόκρισις · 135 λίβ. 10^{τ} . 2^{δ} . $\frac{466}{859}$.

2^{ον}. Νὰ διαιρέσωμεν 859 λίβ. 11^{τ} . 7^{ρ} ην. διὰ
 39^{ρ} . 4^{π} . 7^{δ} . 10^{ρ} .

Ἀπόκρισις · 9^{λίβ.} 11^{σ.} 6^{δ.}

3^{οῦ} Νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τῆς πῆχης ἐνὸς ὑφάσματος, ὑποθέτοντες ὅτι 69 πῆχαι καὶ $\frac{7}{8}$ τῆς πῆχης ἔχουσι 2728^{λίβ.} 17^{τ.} 9^{δ.}.

Ἀπόκρισις · 39^{λίβ.} 4^{σ.} 4^{δ.} καὶ $\frac{176}{835}$.

ΚΕΦΑΛΕΟΝ Δ΄.

Περὶ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων, καὶ περὶ τοῦ νέου συστήματος τοῦ βάρους (ἢ σταθμῶν) καὶ τῶν μέτρων.

§. α^{οῦ}. Περὶ τῶν Δεκαδικῶν κλασμάτων.

§. 80. Ἀφ' ὅλους τοὺς τρόπους τοῦ ὑποδιαίρειν τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ὁ ἀπλούστερος καὶ εὐκολώτερος διὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς εἶναι ἀναντιρρήτως ἡ ὑποδιαίρεσις εἰς μέρη δεκάκις μικρότερα τῆς μονάδος · τὰ μέρη ταῦτα καλοῦνται δεκαδικὰ κλάσματα. Οὗτος ὁ τρόπος τῆς ὑποδιαίρεσεως εἶναι ἐπιωφελέστατος, ἐπειδὴ ἄγει ἀμέσως, ἢ τοῦλάχιστον δι' εὐκολωτάτων μεταμορφώσεων τὰς πράξεις τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν εἰς τὰς ἀπλᾶς πράξεις τῶν ἀκεραίων. Τοῦτο θέλομεν ἀναπτύξει, ἀφ' οὗ γνωρίσωμεν τὴν ἀρίθμησιν τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων, τούτέστι τὴν ὀνοματολογίαν, καὶ τὸν τρόπον τοῦ γράφειν τούτους διὰ χαρακτήρων.

Δεκαπλασιαζομένης διαδοχικῶς τῆς μονάδος, σχηματίζονται νέαι μονάδες, εἰς τὰς ὁποίας ἐδόθη τὸ