δυναμεῖ μὲ 72 κόκκους, καὶ λέγομεν 49 ἀπὸ τὰ 72 πλέον 17. ἢ ἀπὸ τὸ 89 μένουν 40. Μετὰ ταῦτα 6 ἀπὸ τὰ 8 πλέον 3, ἢ ἀπὸ τὰ 11 μένουν 5. Περνῶντες εἰς τὰς οὐγγίας, 7 ἀπὸ τὰ 4 εἶναι ἀδύνατον νὰ ἀφαιρεθῶσιν· ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ λίτρα κάμνει 16 οὐγγίας, λέγομεν 7 ἀπὸ τὰς 16 πλέον 4, ἢ 20 μένουν 13. Τέλος πάντων 4 ἀπὸ τὰς 16 μένουν 12. Λοιπὸν τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ εἶναι 12 λιτ. 13 ουγ. 5 δρ. 40 κοκ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΗΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Πολλαπλασιασμὸς τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν.

Αὕτη ἡ πρᾶξις, πλέον συμπεπλεγμένη ἀπὸ τὰς δύο προτέρας, ἀπαιτεῖ μεγάλην προσοχὴν, καὶ διὰ παραδειγμάτων σαφηνίζεται καλλίτερα.

Διὰ πλειοτέραν σαφήνειαν διακρίνομεν δύο ἀρχικὰς περιστάσεις.

Ἡ πρώτη εἶναι, ὅταν τοῦ πολλαπλασιαστέου ὄντος συμπεπλεγμένου, ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι ἁπλοῦς, καὶ ἡ δευτέρα, ὅταν, ὄντος τοῦ πολλαπλασιαστέου συμπεπλεγμένου, ἢ μὴ, ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι συμπεπλεγμένος.

§. 72. Ἂς θεωρήσωμεν κατὰ πρῶτον τὴν πρώτην περίστασιν, καθ' ἣν τοῦ πολλαπλασιαστέου ὄντος συμπεπλεγμένου, ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι ἁπλοῦς, ἢ ἀκέραιός τις ἀριθμός.

	λιβρ.	σολ.	δην.
Πολλαπλασιασθήτω.	247	17	11.
ἐπὶ	9		
	2231	1	3.

Εὑρίσκομεν αὐτὸ τὸ γινόμενον, πολλαπλασιάζοντες ὅλα τὰ μέρη τοῦ πολλαπλασιαστέου, ἀρξάμενοι ἀπὸ τὰ πλέον μικρότερα ἐπὶ τὸν πολλαπλαστὴν, προσ-

Εγ. Δ. Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

έχοντες νὰ κρατῶμεν διὰ τὰς ἀνωτέρας τάξεις, τὰς μονάδας τῶν κατωτέρων γινομένων.

Οὕτως λέγομεν 9 φορ. 11 δηνάρια κάμνουν 99, τὰ ὁποῖα περιέχουσιν 8 φοραῖς 12 δηνάρια, ἢ 8 σολδία καὶ 3 δηνάρια. Γράφομεν τὰ 3 δηνάρια, καὶ κρατοῦμεν τὰ 8 σολδία, διὰ νὰ τὰ φέρωμεν εἰς τὸ γινόμενον τῶν σολδίων.

Μετὰ ταῦτα 9 φορ. 7 κάμνουν 63 καὶ 8 τὰ κρατηθέντα σχηματίζουσιν 71 σολδία, γράφομεν ἕνα, καὶ κρατοῦμεν 7 δεκάδας σολδίων· 9 φορ. 1 δίδουν 9 καὶ 7 τὰ κρατηθέντα σχηματίζουσι 16 δεκάδας σολδίων, καὶ ἐπειδὴ δύο δεκάδες σολδίων σχηματίζουν μίαν λίβραν, λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τοῦ 16, τὸ ὁποῖον εἶναι 8, καὶ τὸ ὁποῖον βαστοῦμεν, διὰ νὰ τὸ ἑνώσωμεν μὲ τὸ γινόμενον τῶν λιβρῶν, ἐπὶ τῶν ὁποίων πράττομεν, κατὰ τὰς ἑρμηνείας τὰς περὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, καὶ συνάγομεν τέλος

	λιβ.	σολ.	δην.
πάντων διὰ τὸ ζητούμενον γινόμενον	2231	1	3.

Εἰς τοῦτο τὸ παράδειγμα, ὅπου ὁ πολλαπλασιαστὴς γράφεται δι' ἑνὸς μόνου ψηφίου, ἀρχίσαμεν ἀπὸ τὰ δεξιὰ, καὶ ἐπροσδιορίσαμεν διαδοχικῶς τὰ σολδία τὰ συναγόμενα ἀπὸ τὸ γινόμενον τῶν δηναρίων, καὶ τὰς λίβρας τὰς συναγομένας ἀπὸ τὸ γινόμενον τῶν σολδίων. Ἐὰν ὅμως ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶχε πολλὰ ψηφία, οἱ αὐτοὶ προσδιορισμοὶ δὲν ἐκτελοῦντο μὲ τόσην ταχύτητα, ἢ μὲ τὴν ἐνθύμησιν· καὶ διὰ νὰ φθάσωμεν ἐχρειάζετο νὰ κάμωμεν ξεχωριστὰ τοὺς πολλαπλασιασμοὺς, καὶ μετὰ ταῦτα τὰς διαιρέσεις, διὰ νὰ τρέψωμεν τὰ μικρότερα εἴδη εἰς τὰ μεγαλήτερα, ἡ ὁποία πρᾶξις ἀπαιτοῦσε μέγιστον ὑπολογισμόν. Εἰς ταύτην τὴν περίστασιν ἡ πρᾶξις ἐκτελεῖται ἁπλούστερα, ὡς ἐδῶ θέλομεν ἰδεῖ εἰς τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΘΕΟΤΟΚΗΣ
Ε.Υ. ... Τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

		λιβ.	σολ.	δην.
Νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμὸν		784	15	9
	ἐπὶ	857		
		λιβ.		
		5488		
		3920		
		6272		
διὰ $10^{\text{σολ.}}$	. . . . .	428	$10^{\text{σολ.}}$	
5	. . . . .	214	5	
$6^{\text{δην.}}$	. . . . .	21	8 . . .	$6^{\text{δην.}}$
3	. . . . .	10	14	3
		$672562^{\text{λίβ.}}$	$17^{\text{σολ.}}$	$9^{\text{δην.}}$

Ἀφ' οὗ ἐκτελέσαμεν τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ 784 ἐπὶ 857 κατὰ τὸ σύνηθες περνῶμεν εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν 15 σολδίων ἐπὶ 857. Διὰ νὰ λάβωμεν ἀμέσως τὸ τοιοῦτον γινόμενον εἰς λίβρας, παρατηροῦμεν, ὅτι ἐὰν εἴχαμεν μίαν λίβραν, ἥτις νὰ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 857, τὸ γινόμενον ἦτον $857^{\text{λιβ.}}$ ἀλλὰ 15 σολδία ἢ $\frac{15}{20}$ τῆς λίβρας ἄλλο δὲν εἶναι παρὰ τὰ τρία τέταρτα τῆς λίβρας, ἢ μᾶλλον ἀναλυομένων εἰς 10 σολδία καὶ 5 σολδία εἶναι τότε τὸ ἥμισυ πλέον τὸ τέταρτον. Λοιπὸν τὸ ζητούμενον γινόμενον σύγκειται ἀπὸ τὸ ἥμισυ τῶν 857 λιβρῶν, πλέον τὸ τεταρτημόριον τῶν 857, ἢ τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ αὐτὸ, πλέον τὸ ἥμισυ τοῦ ἡμίσεος τῶν 857 λιβρῶν· οὕτως λέγομεν: διὰ 10 σολδία, τὸ ἥμισυ τῶν 867, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μὲ 428 (ὅρα ἀριθμ. 30), καὶ μένει μία λίβρα, ἥτις κάμνει 20 σολδία, τῆς ὁποίας τὸ ἥμισυ εἶναι 10, καὶ συνάγομεν 428 λίβρας καὶ 10 σολδία, διὰ τὸ γινόμενον τῶν σολδίων ἐπὶ 857.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.ΙΑ της Κ.τ.Ι ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Λαμβάνοντες τώρα τὸ ἥμισυ τῶν 428 λιβρῶν καὶ 10 σολδίων, συνάγομεν 214 λίβρα, καὶ 5 σολδία διὰ τὸ γινόμενον τῶν 5 σολδίων ἐπὶ 857.

Περνῶντες εἰς τὰ δηνάρια παρατηροῦμεν, ὅτι 9 δηνάρια ἀναλύονται εἰς 6 καὶ 3 δηνάρια, ἀλλὰ 6 δηνάρια εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ σολδίου, καὶ ἑπομένως τὸ ἥμισυ τοῦ πεμπτημορίου, ἢ τὸ $10^{ον}$ τῶν 5 σολδίων· λοιπὸν τὸ γινόμενον τῶν 6 διναρίων ἐπὶ 857 εἶναι τὸ $10^{ον}$ τοῦ προηγουμένου γινομένου $214^{λιβ.}$ καὶ $5^{σολ.}$ Λαμβάνοντες κατὰ πρῶτον τὸ $10^{ον}$ τῶν 214, ἔχομεν πηλίκον 21, καὶ ὑπόλοιπον 4 λίβρας, αἱ ὁποῖαι ἰσοδυναμοῦσι μὲ 4 φοραῖς 20, ἢ 80 σολδία, τὰ ὁποῖα ἑνόνομεν μὲ 5 σολδία· τὸ $10^{ον}$ τῶν 85 εἶναι 8 σολδία, καὶ μένουν 5 σολδία, τὰ ὁποῖα ἰσοδυναμοῦν μὲ 5 φοραῖς 12 ἢ 60 δηνάρια. Τέλος πάντων τὸ $10^{ον}$ τοῦ 60 εἶναι 6· ὅθεν τὸ γινόμενον τῶν 6. δηναρίων ἐπὶ 857 εἶναι $21^{λιβρ.}$ $8^{σολ.}$, $6^{δην.}$

Διὰ νὰ λάβωμεν τὸ γινόμενον τῶν 3 δηναρίων ἐπὶ 857, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν τὸ ἥμισυ τοῦ προηγουγουμένου γινομένου, καὶ εὑρίσκομεν $10^{λιβ.}$ $14^{σολ.}$ καὶ $3^{δην.}$

Ὑπογραμμίζοντες τὸ ὅλον, καὶ ἀθροίζοντες τὰ μερικὰ γινόμενα λαμβάνομεν $672562^{λιβ.}$ $17^{σολ.}$ καὶ $9^{δη.}$ τὸ ὅλον γινόμενον.

Οὗτος ὁ τρόπος τοῦ εὑρίσκειν τὰ γινόμενα τῶν ὑποδιαιρέσεων τῆς ἀρχικῆς μονάδος τοῦ πολλαπλασιαστέου ἐπὶ τὸν πολλαπλασιαστὴν, καλεῖται μέθοδος τῶν ὁμοίων μεριδίων, ἐπειδὴ συνίσταται εἰς τὸ νὰ ἀναλύσῃ τοὺς ἀριθμοὺς τῶν μονάδων τῶν ὑποδιαιρέσεων εἰς μερίδια ὅμοια εἴτε τῆς ἀρχικῆς μονάδος, εἴτε μερικὰ τούτων εἰς ἄλλα, τουτέστι (ἀριθ. 48.) εἰς μερίδια περιεχόμενα μὲ ἀκρίβειαν τὸ ἓν εἰς τὸ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Ε.Ν.Φ. Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἄλλο, καὶ τότε διὰ νὰ σχηματίσωμεν γινόμενον ἀνάλογον τῶν τοιούτων ὁμοίων μεριδίων ἐξ ἑνὸς τῶν προτέρων γινομένων, λαμβάνομεν ἓν μερίδιον σημειωμένον ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν φορῶν, κατὰ τὰς ὁποίας τὰ ὅμοια μερίδια, τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν, περιέχονται εἰς τὰ μερίδια τὰ ἀνταποκρινόμενα εἰς τοῦτο τὸ γινόμενον.

Ἔστω π. χ. νὰ πολλαπλασιάσωμεν διὰ

	ὀρ.	ποδ.	δακ.	γρ.
νὰ πολλαπλασιάσωμεν	67	5	6	5
διὰ	59			
	603ὀρ			
	335			
διὰ 3ποδ.	29	3ποδ.		
2	19	4		
6ποδ.	4	5	6δακ.	
1	0	4	11	
4γρ.	0	1	7	8γρ.
1	0	0	4	11
	ὀρ.	ποδ.	δακ.	γρ.
	4007	2	6	7

Διὰ νὰ λάβωμεν τὸ γινόμενον τῶν 5 ποδῶν ἐπὶ 59, παρατηροῦμεν, ὅτι 5 πόδες ἀναλύονται εἰς 3 πόδας σχηματίζοντας $\frac{1}{2}$ ὀργυιάν, καὶ 2 πόδας σχηματίζοντας $\frac{1}{3}$ τῆς ὀργυιᾶς. Λοιπὸν ἐπειδὴ τὸ γινόμενον μιᾶς ὀργυιᾶς ἐπὶ 59 εἶναι 59 ὀργυιαὶ, ἐκεῖνο τῶν 5 ποδῶν ἐπὶ 59 σύγκειται ἀπὸ τὸ ἥμισυ τῶν 59 ὀργυιῶν πλέον τὸ τριτημόριον τῶν 59. Λαμβάνοντες κατὰ πρῶτον τὸ ἥμισυ τῶν ὀργυιῶν συνάγομεν 29 μὲ ὑπόλοιπον 1 ὀργυιὰν, ἥτις ἰσοδυναμεῖ μὲ 6 πόδας, τῶν ὁποίων τὸ ἥμισυ εἶναι 3 πόδες. Οὕτως τὸ γινό-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ. της Π.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

μενον τοῦ 3 ποδ. ἐπὶ 59 εἶναι 29 ὀρ. 3 ποδ. Παρομοίως τὸ τρίτον μέρος τοῦ 59 εἶναι 19 διὰ 57, καὶ μένει 2 ὀργυιαὶ ἢ 12 πόδες, τῶν ὁποίων τὸ τριτημόριον εἶναι 4. Ἔχομεν λοιπὸν 19 ὀρ. 4 ποδ. γινόμενον τῶν 2 ποδῶν πολλαπλασιαζομένων ἐπὶ 59.

Ἂς ἔλθωμεν τώρα εἰς τοὺς δακτύλους, παρατηροῦντες, ὅτι 6 δάκτυλοι σχηματίζουσι τὸ ἥμισυ ἑνὸς ποδὸς, ἢ τὸ τεταρτημόριον 2 ποδῶν, οὕτω διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ γινόμενον τῶν 6 δακτύλων ἐπὶ 59, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν τὸ τεταρτημόριον τοῦ γινομένου 19 ὀργ. 4 ποδ., ὅθεν προκύπτει 4 ὀργ. 5 ποδ. 6 δακ.

Ἤδη δὲ 5 γραμμαὶ ἀναλύονται εἰς 4 γραμμὰς πλέον 1 γρ., καὶ ἐπειδὴ 4 γραμμαὶ εἶναι τὸ τριτημόριον τοῦ δακτύλου, ὅς τις εἶναι τὸ $\overline{6}^{ον}$ τῶν 6 δακτύλων, ἕπεται ὅτι 4 γραμμαὶ σχηματίζουσι τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ $\frac{1}{6}$ ἢ τὸ $\frac{1}{18}$ τῶν 6 δακτύλων· διὰ τοῦτο πρέπει νὰ λάβωμεν τὸ $\overline{18}^{ον}$ τῶν 4 ὀργ. 5 ποδ. 6 δακ., τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι τόσον εὔκολον· ἀλλ' εὐκολυνόμεθα, ὅταν σχηματίσωμεν συμβοηθητικόν τι γινόμενον (ἀναρμόστως καλούμενον ψευδὲς γινόμενον), τουτέστι τὸ γινόμενον τοῦ ἑνὸς δακτύλου ἐπὶ 59, ἀλλὰ τὸ τοιοῦτον γινόμενον εἶναι τὸ $\overline{6}^{ον}$ τῶν 4 ὀργ. 5 ποδ. 6 δακ., καὶ εἶναι ἴσον μὲ 0 ὀργ. 4 ποδ. 11 δακ., τὸ ὁποῖον γράφομεν μὲ σημεῖον ἐξαλείψεως ὑπὸ τὰ ἄλλα γινόμενα, ὡς ἄνω βλέπομεν, καὶ τὸ ὁποῖον δὲν ὑποβάλλομεν εἰς τὸν ὑπολογισμόν. Μετὰ ταῦτα ἐξάγομεν τὸ γινόμενον τῶν 4 γραμμῶν ἐπὶ 59, λαμβάνοντες τὸ τριτημόριον τοῦ τοιούτου γινομένου, διὰ τὸ ὁποῖον εὑρίσκομεν 0 ὀργ. 1 ποδ. 7 δακ. 8 γρ.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Τέλος πάντων ἐπειδὴ μία γραμμὴ εἶναι τὸ τεταρτημόριον τῶν 4 γραμμῶν· διὰ τοῦτο λαμβάνομεν τὸ τέταρτον τοῦ τελευταίου γινομένου, καὶ εὑρίσκομεν $0^{\text{όρ.}}\ 0^{\text{ποδ.}}\ 4^{\text{δακ.}}\ 11^{\text{γρ.}}$, καὶ προσθέτοντες ὅλα αὐτὰ τὰ γινόμενα, συνάγομεν διὰ τὸ ὅλον γινόμενον $4007^{\text{όρ.}}\ 2^{\text{ποδ.}}\ 6^{\text{δακ.}}\ 7^{\text{γρ.}}$

§. 73. Ἄς θεωρήσωμεν ἤδη τὴν περίστασιν, καθ' ἣν ὁ πολλαπλασιαστὴς ἔχει ἀκέραια καὶ ὑποδιαιρέσεις ἀρχικῆς μονάδος.

Ἀλλ' ἂς λάβωμεν κατ' ἀρχὰς παράδειγμα ὄχι τόσον πολὺ συμπεπλεγμένον.

Ἡ πήχη ἑνὸς ὑφάσματος δίδει $65^{\text{λιβ.}}\ 17^{\text{σολ.}}\ 11^{\text{δην.}}$ Ζητεῖται ἡ τιμὴ τῶν 39 πηχῶν καὶ $\frac{7}{8}$.

		λιβ.	σολ.	δην.		
		65	17	11		
		39	$\frac{7}{8}$			
		585λ.				
		195				
διὰ	$10^{\sigma.}$	19	10			
	5	9	15			
	2	3	18			
	$6^{\delta.}$	0	19	$6^{\delta.}$		
	3	0	9	9		
	2	0	6	6	8	
	$\frac{4}{8}$ π.	32	18	11	$\frac{1}{2}$ ..4..4	
	$\frac{2}{8}$	16	9	5	$\frac{3}{4}$ ..2..6	
	$\frac{1}{8}$	8	4	8	$\frac{7}{8}$ ..1..7	
		$2627^{\lambda.}$	$11^{\sigma.}$	$11^{\delta.}$	$\frac{1}{8}$	

$$\begin{array}{c|c} 17 & 8 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

Ἐπειδὴ ἡ πήχη δύναται $65^{\text{λιβ.}}\ 17^{\text{σολ.}}\ 11^{\text{δην.}}$ εἶναι φανερὸν, ὅτι 39 πῆχαι καὶ $\frac{7}{8}$ πρέπει νὰ ἔχωσι

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

39 φοραῖς 65 $^{λίβ.}$ 17 $^{σολ.}$ 11 $^{δην.}$ πλέον $\frac{7}{8}$ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ, τουτέστι πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν κατὰ πρῶτον 65$^{λίβ.}$ 17$^{σολ.}$ 11$^{δην.}$ ἐπὶ 39, καὶ μετὰ ταῦτα ἐπὶ $\frac{7}{8}$. Ὁ πρῶτος πολλαπλασιασμὸς δὲν παριστάνει κἀμμίαν δυσκολίαν κατὰ τὰ εἰρημένα ἀνωτέρω· ὅθεν ἄνευ ἐμποδίου συνάγομεν τὰ ὀκτὼ πρῶτα μερικὰ γινόμενα ὡς πρότερον.

Ἄς περάσωμεν εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν $\frac{7}{8}$. Ἤδη αὐτὸ τὸ κλάσμα ἀναλύεται εἰς $\frac{4}{8}$ ἢ $\frac{1}{2}$, πλέον $\frac{2}{8}$, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν $\frac{4}{8}$ πλέον $\frac{1}{8}$, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν $\frac{2}{8}$. Λοιπὸν εὑρίσκομεν τὸ γινόμενον ἐπὶ $\frac{7}{8}$, λαμβάνοντες πρῶτον τὸ ἥμισυ 65 $^{λίβ.}$ 17 $^{σολ.}$ 11 $^{δην.}$ ἔπειτα τὸ ἥμισυ τοῦ τοιούτου ἡμίσεος, καὶ τέλος πάντων τὸ ἥμισυ τούτου τοῦ νέου ἡμίσεος.

Λαμβάνοντες λοιπὸν τὸ ἥμισυ τοῦ πολλαπλασιαστέου, συνάγομεν 32 $^{λίβ.}$ 18 $^{σολ.}$ 11 $^{δην.}$ καὶ $\frac{1}{2}$, τὸ ὁποῖον γράφομεν ὑποκάτω τῶν ἀνωτέρω γινομένων.

Λαμβάνομεν ἤδη τὸ ἥμισυ τούτου τοῦ τελευταίου γινομένου· τὸ ἥμισυ τοῦ 32 εἶναι 16, τὸ ἥμισυ τοῦ 18 $^{σολ.}$ εἶναι 9, τὸ ἥμισυ τοῦ 11 εἶναι 5, καὶ μένει 1, τὸ ὁποῖον ἑνωμένον μὲ τὸ $\frac{1}{2}$ δίδει $\frac{3}{2}$, τῶν ὁποί-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ων τὸ ἥμισυ εἶναι $\frac{3}{4}$. Οὕτως τὸ νέον γινόμενον εἶναι

16 $^{\lambda \acute{\iota} \beta.}$ 9 $^{\sigma o \lambda.}$ 5 $^{\delta \eta \nu.}$ καὶ $\frac{3}{4}$.

Λαμβάνομεν ἀκόμη τὸ ἥμισυ τούτου τοῦ γινομένου, καὶ λέγομεν τὸ ἥμισυ τοῦ 16 εἶναι 8, τὸ ἥμισυ τοῦ 9 εἶναι 4 καὶ μένει ἓν σολδίον, τὸ ὁποῖον ἰσοδυναμεῖ μὲ 12 δηνάρια: 12 καὶ 5 κάμνουν 17, τῶν ὁποίων τὸ ἥμισυ εἶναι 8, καὶ μένει ἓν τὸ ὁποῖον ἑνωμένον μὲ τὰ $\frac{3}{4}$ δίδει $\frac{7}{4}$, τῶν ὁποίων τὸ ἥμισυ εἶναι $\frac{7}{8}$, καὶ οὕτως τὸ τελευταῖον τοῦτο γινόμενον εἶναι ἴσον μὲ 8 $^{\lambda \acute{\iota} \beta.}$ 4 $^{\sigma o \lambda.}$ 8 $^{\delta \eta \nu.}$ καὶ $\frac{7}{8}$.

Πρέπει τώρα νὰ προσθέσωμεν ὅλα τὰ τοιαῦτα μερικὰ γινόμενα, ἀρχίζοντες ἀπὸ τὰ κλάσματα.

Ἐπειδὴ ὁ παρονομαστὴς 8 εἶναι ἐξ αὐτῆς τῆς φύσεως τῶν πράξεων πολλαπλάσιος τῶν ἄλλων δύο, τὸν βάλλομεν κατὰ πρῶτον (ἀριθμ. 55) εἰς τὰ δεξιὰ, καὶ ὀλίγον ἄνω τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$, καὶ ὑπογραμμίζομεν. Μετὰ ταῦτα γράφομεν ὑπὸ τοῦ 8, καὶ εἰς τὴν ἰδίαν γραμμὴν τῶν κλασμάτων τὰ πηλίκα 4, 2 καὶ 1, προκύπτοντα ἐκ τῆς διαιρέσεως τοῦ 8 διὰ τῶν τριῶν παρονομαστῶν, (οἱ τοιοῦτοι εἶναι ἀριθμοὶ, ἐπὶ τοὺς ὁποίους πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τοὺς δύο ὅρους ἑκάστου κλάσματος, διὰ νὰ λάβωσι τὸν αὐτὸν παρονομαστήν)· μετὰ ταῦτα πολλαπλασιάζομεν τοὺς ἀριθμητὰς τῶν τοιούτων κλασμάτων ἐπὶ ταῦτα τὰ πηλίκα, καὶ συνάγομεν 4, 6 καὶ 7, τῶν ὁποίων κάμνοντες τὸ ἄθροισμα εὑρίσκομεν 17· οὕτως τὸ κεφάλαιον

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τῶν κλασμάτων εἶναι $\frac{17}{8}$ ἢ 2 καὶ $\frac{1}{8}$, τότε γράφομεν ὑπὸ τῶν κλασμάτων τὸ $\frac{1}{8}$, καὶ κρατοῦμεν τὰ δύο δηνάρια, διὰ νὰ τὰ φέρωμεν εἰς τὴν στήλην τῶν δηναρίων, ἐπάνω εἰς τὴν ὁποίαν πράττομεν, καθὼς καὶ εἰς τὰς ἄλλας, ὡς ἀνωτέρω ἐδιδάξαμεν. Οὕτω λοιπὸν τὸ ζητούμενον γινόμενον, τουτέστιν ἡ τιμὴ τῶν $39^{\text{ποδ.}}$ καὶ $\frac{7}{8}$ εἶναι $2627^{\text{λιβ.}}$ $11^{\text{σολ.}}$ $11^{\text{δην.}}$ καὶ $\frac{1}{8}$.

Ἐκ τούτου τοῦ παραδείγματος βλέπομεν, ὅτι ὅταν ὁ πολλαπλασιαστὴς περιέχῃ μέρη, ἢ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἀρχικῆς μονάδος, ἡ τέχνη τῆς μεθόδου συνίσταται ἀκόμη εἰς τὸ νὰ ἀναλύσωμεν τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ τοιούτου παράγοντος εἰς μερίδια ὅμοια τόσον σχετικῶς πρὸς τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ὅσον σχετικῶς πρὸς ἄλληλα, μετὰ ταῦτα νὰ λάβωμεν ἀπὸ τὸν πολλαπλασιαστέον, ἢ ἀπὸ τὰ συναγόμενα γινόμενα, μερίδια δεικνυόμενα ἀπὸ τὰ ὅμοια ταῦτα μέρη.

Προβάλλεται ὡς δεύτερον παράδειγμα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τῶν $69^{\text{ὀρ.}}$ $4^{\text{ποδ.}}$ $11^{\text{δακ.}}$ ἑνός τινος τεχνήματος, ὑποθέτοντες, ὅτι καθε ὀργυιὰ ἔχει $25^{\text{λιβ.}}$ $19^{\text{σολ.}}$ $5^{\text{δην.}}$

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΡΓΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΘΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

	λίβ. σολ. δην.					
	25 19 5					
	οργ. π. δακ.					
	69 4 11					
	225 λ.					
	150					
διὰ 10σ.	34 10σ.					
5	17 5					
2	6 18					
2	6 18					
4δ.	1 3					
1	0 5	9 δην.	$\frac{1}{2}$	$\frac{72}{36}$	36	
3π.	12 19	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{72}{36}$	36	
1	4 6	6	$\frac{5}{6}$	12	60	
6δ.	2 3	3	$\frac{5}{12}$	6	30	
3	1 1	7	$\frac{17}{24}$	3	51	
1	0 7	2	$\frac{41}{72}$	1	41	
1	0 7	2	$\frac{41}{72}$	1	41	
	1813λ. 5σ. 4δ.		$\frac{43}{72}$		259 | 72	
					43 | 3	

Ὑποθέτομεν ἐδῶ, ὡς εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, ὅτι ἐκτελέσαμεν κατὰ πρῶτον τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν 25 λίβ. 19 σολ. καὶ 5 δην. ἐπὶ 69, καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν τοιούτων πρώτων μερικῶν γινομένων ἐκφράζει τὴν τιμὴν τῶν 69 ὀργυιῶν.

Τώρα διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τῶν 4 ποδ., 11 δακ. τοῦ αὐτοῦ τεχνήματος, παρατηροῦμεν, ὅτι μία ὀργυιὰ ἔχουσα 25 λίβ. 19 σολ. 5 δην., 4 πόδες ἢ 3 πόδες πλέον ἕνα πόδα, τουτέστι $\frac{3}{6}$ πλέον $\frac{1}{6}$ τῆς ὀργυιᾶς πρέπει νὰ ἔχῃ $\frac{3}{6}$, ἢ τὸ ἥμισυ πλέον $\frac{1}{6}$, ἢ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Ε.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὸ τρίτον τοῦ ἡμίσεος τῶν 25 $^{λίβ.}$ 19 $^{σολ.}$ 5 $^{δην.}$ παρομοίως 11 δάκτυλοι ἀναλύονται εἰς 6 δακτύλους πλέον 3$^{δ.}$, πλέον 2$^{δ.}$, ἢ $\frac{6}{12}$ πλέον $\frac{3}{12}$, πλέον $\frac{1}{12}$, πλέον $\frac{1}{12}$ τοῦ ποδὸς, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ ἔχωσι τὸ ἥμισυ τῆς τιμῆς, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχῃ εἷς ποῦς πλέον τὸ ἥμισυ τοῦ τοιούτου ἡμίσεος, πλέον τέλος πάντων δύο φοραῖς τὸ τρίτον τοῦ τοιαύτου νέου ἡμίσεος. Πρέπει λοιπὸν νὰ σχηματίσωμεν ὅλα τὰ τοιαῦτα γινόμενα.

Κατὰ πρῶτον διὰ 3 πόδας λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τῶν 25 $^{λίβ.}$ 19 $^{σολ.}$ 5 $^{δην.}$, τὸ ὁποῖον δίδει 12 $^{λίβ.}$ 19 $^{σολ.}$ 8 $^{δην.}$ καὶ $\frac{1}{2}$· διὰ ἕνα πόδα λαμβάνομεν τὸ τριτημόριον τούτου τοῦ γινομένου, καὶ εὑρίσκομεν 4 $^{λίβ.}$ 6 $^{σολ.}$ 6 $^{δην.}$ καὶ $\frac{5}{6}$ (παρατηροῦντες, ὅτι ὅταν ἐφθάσαμεν εἰς τὰ δηνάρια, ἔμειναν 2, τὰ ὁποῖα ἑνωμένα μὲ τὸ $\frac{1}{2}$ δίδουσι $\frac{5}{2}$, τῶν ὁποίων τὸ τρίτον εἶναι $\frac{5}{6}$).

Διὰ 6 δακτύλους πέρνομεν τὸ ἥμισυ τοῦ προηγουμένου γινομένου, καὶ συνάγομεν 2 $^{λίβ.}$ 3 $^{σολ.}$ 3 $^{δην.}$ καὶ $\frac{5}{12}$· διὰ 3 δακτύλους λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τούτου τοῦ τελευταίου γινομένου, τὸ ὁποῖον δίδει 1 $^{λίβ.}$ 1 $^{σολ.}$ 7 $^{δην.}$ καὶ $\frac{17}{24}$. Τέλος πάντων διὰ ἕνα δάκτυλον

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΗΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

λαμβάνομεν τὸ τριτημόριον τούτου, καὶ ἔχομεν $0^{\text{λίβ.}}$ $7^{\text{σολ.}}$ $2^{\text{δην.}}$ καὶ $\frac{41}{72}$, τὸ ὁποῖον γράφομεν δύο φοραῖς.

Τὴν δὲ πρόσθεσιν τῶν τοιούτων μερικῶν γινομένων ἐκτελοῦμεν, ὡς εἰς τὸ πρῶτον παράδειγμα, παρατηροῦντες πάντοτε, ὅτι ὁ μεγαλήτερος παρονομαστὴς 72, εἶναι πολλαπλάσιος ὅλων τῶν ἄλλων· ὅθεν δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὰ κλάσματα τὰς ἁπλότητας τοῦ (ἀριθμοῦ 44).

Ἕως τοῦ νῦν ὁ πολλαπλασιαστέος παρέσταινε τὸν ἀριθμὸν τῶν λιβρῶν, σολδίων καὶ δηναρίων, ὅθεν τὸ γινόμενον παρέσταινε τὰς μονάδας καὶ τὰς ὑποδιαιρέσεις τῆς ἰδίας φύσεως. Ἰδοὺ νέον τι ζήτημα, εἰς τὸ ὁποῖον ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ τὸ γινόμενον ἐκφράζουν ὀργυιὰς, πόδας κ. τ. λ.

Εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκτελεσθῶσιν $69^{\text{ὀργ.}}$ $4^{\text{πόδ.}}$ $11^{\text{δακ.}}$ ἐργασίας διὰ μίαν λίβραν, ζητεῖται ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀργυιῶν τῶν ἐκτελουμένων διὰ $25^{\text{λίβ.}}$ $19^{\text{σολ.}}$ $15^{\text{δην.}}$

Εἶναι φανερὸν ὅτι, διὰ νὰ προσδιορισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν ζητουμένων ὀργυιῶν πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῶσιν αἱ $69^{\text{ὀργ.}}$ $4^{\text{π.}}$ $11^{\text{δ.}}$ ἐπὶ τὰς 25 λίβρας, καὶ ἐπὶ τὰς ὑποδιαιρέσεις τῆς λίβρας, τὰς ὁποίας περιέχει ἡ ἔκφρασις, ἐπειδὴ ἐὰν μὲ μίαν λίβραν ἐκτελέσθησαν $69^{\text{ὀργ.}}$ $4^{\text{π.}}$ $11^{\text{δακ.}}$, ἕπεται ὅτι μὲ $19^{\text{σολ.}}$ ἢ $\frac{19}{20}$ τῆς λίβρας δυνάμεθα νὰ κάμωμεν $\frac{19}{20}$ τῶν $69^{\text{ὀρ.}}$ $4^{\text{π.}}$ $11^{\text{δ.}}$, τουτέστι τὰ $\frac{10}{20}$ ἢ τὸ ἥμισυ, πλέον τὰ $\frac{5}{20}$, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ἡμίσεος, πλέον καὶ ἐφεξῆς.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ.
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Ἐνταῦθα παρασταίνεται ὁ πίναξ τῶν ὑπολογισμῶν τοῦ νέου τούτου πολλαπλασιασμοῦ.

	ὀρ.	π.	δακ.				
	69	4	11				
	$25^{λ.}$	$10^{π.}$	$5^{δ.}$				
	$345^{ὀρ.}$						
	138						
διὰ $3^{δ.}$	12	$3^{ποδ.}$					
1	4	1					
$6^{δ.}$	2	0	$6^{δακ.}$				
3	1	0	3				
2	0	4	2				
$10^{τολ.}$	34	5	5	$6^{γρ.}$			
5	17	2	8	9			
2	6	5	10	8	... $\frac{2}{5}$	... $\frac{20}{4}$	... 8
2	6	5	10	8	... $\frac{2}{5}$	... 4	... 8
$4^{δην.}$	1	0	11	9	... $\frac{2}{5}$	... 4	... 8
1	0	1	8	11	... $\frac{7}{20}$	... 1	... 7
	ὀρ.	ποδ.	δακ.	γρ.			
	1813	1	7	4	... $\frac{11}{20}$		

31	20
11	1

§. 74. Σ. Κ. Παρατηροῦμεν, ὅτι εἰς τοῦτο τὸ τελευταῖον παράδειγμα οἱ δύο παράγοντες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι οἱ ἴδιοι μὲ ἐκείνους τοῦ προτελευταίου, καὶ μ᾽ ὅλον τοῦτο εὑρήκαμεν ἐξαγόμενα διαφορετικὰ ἀναμεταξύ των· ἐὰν ὄχι εἰς τὰ ἀκέραια, τὰ ὁποῖα εἰς αὐτὰ εὑρίσκονται, κἂν εἰς τὴν φύσιν τῆς ἀρχικῆς μονάδος καὶ εἰς τὰς ὑποδιαιρέσεις αὐτῆς. Βλέπομεν λοιπὸν, ὅτι ἡ ἀρχὴ τοῦ ἀριθμοῦ 26, ἥτις συνίσταται εἰς τὸ ὅτι δυνάμεθα νὰ ἀλλάξωμεν τὴν τάξιν τῶν παραγόντων τοῦ γινομένου, χωρὶς νὰ ἀλλαχθῇ τὸ γινόμενον, εἶναι κατὰ πάντα ἀκριβὴς μόνον εἰς τοὺς ἀφηρημένους ἀριθμούς. Προκύπτει τῷ ὄντι ἀπὸ τὸν ὁρι-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Ρ.Ε.Ν.Φ. τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

σμὸν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅτι ὁσάκις θεωροῦμεν ἀριθμοὺς συγκεκριμένους, τὸ γινόμενον καὶ ὁ πολλαπλασιαστέος πρέπει νὰ εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως *), ἐνῷ ὁ πολλαπλασιαστὴς, δυνάμενος κατὰ πρῶτον νὰ ἐκφράζῃ συγκεκριμένον ἀριθμὸν, πρέπει πάντοτε νὰ θεωρῆται, ὡς ἀριθμὸς ἀφῃρημένος, σημειόνων ποσάκις λαμβάνεται ὁ πολλαπλασιαστέος, ἢ ποῖον μέρος αὐτοῦ πρέπει νὰ ληφθῇ. Πρέπει λοιπὸν εἰς τὴν ἐκτέλεσιν πολλαπλασιασμοῦ τινὸς, νὰ προσδιορίζωμεν ποῖος τῶν δύο παραγόντων πρέπει νὰ ληφθῇ, ὡς πολλαπλασιαστέος, τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι δύσκολον, ἐπειδὴ εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τὴν τοῦ γινομένου φύσιν, ἥτις δείκνυται ἐκ τῆς ἐκφράσεως τοῦ ζητήματος.

§. 75. Ἡ φυσικὴ βάσανος τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἐκτελεῖται διὰ τῆς διαιρέσεως· ἀλλ' ἐν γένει εἶναι ἁπλούστερον ἐξαιτίας τῶν συχνάκις περιεχομένων κλασμάτων εἰς τὸ γινόμενον νὰ διπλασιάζωμεν τὸν πολλαπλασιαστέον, καὶ νὰ λαμβάνωμεν τὸ ἥμισυ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, ἢ τὸ ἀνάπαλιν. Παρακινοῦμεν δὲ τοὺς ἀρχαρίους νὰ ξαναλάβουν τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα, καὶ νὰ κάμωσι κατὰ τὴν μέθοδον αὐτὴν τὰς βασάνους των.

Ἰδοὺ καὶ ἄλλα νέα παραδείγματα, ἐπὶ τῶν ὁποίων δύνανται νὰ γυμνασθῶσι.

1ον. Νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν 35 λιτ. 1 ημ. 5 ουγ. 4 δρ. 48 κοκ. μιᾶς ὁποιασδήποτε πραγματείας, ὑποτιθεμένου, ὅτι ἡ λίτρα δύναται 23 λίβ. 17 σολ. 8 δην.

Ἀπόκρισις· 855 λίβ. 8 σολ. 10 δην. $\frac{63}{64}$.

*) Ἡ [illegible] τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν στερεῶν εἰς τὴν Γεωμετρίαν κάμνει ἐξαίρεσιν τῆς νέας ταύτης ἀρχῆς.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

2ον. Νὰ πολλαπλασιάσωμεν 139 ὀρ. 5 π. 0 δ. 11 γρ. ἐπὶ 25 λίβ. 19 τολ. 11 δην.

Ἀπόκρισις· 3635 ὀρ. 2 π. 5 δ. 10 γρ. $\frac{133}{240}$.

3ον. Νὰ πολλαπλασιάσωμεν 31 λίβ. 17 τολ. 9 δην. ἐπὶ 15 λίβ. 11 π. 5 δ. Τὸ γινόμενον θέλει εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τὴν τῶν δύο παραγόντων· μ' ὅλον τοῦτο (ἀριθμ. 74) πρέπει πάντοτε νὰ θεωρῶμεν εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τὸν πολλαπλασιαστὴν, ὡς ἀριθμὸν ἀφῃρημένον.

Ἀπόκρισις. 496 λίβ. 10 τολ. 3 δην. $\frac{47}{80}$.

Ἐν καιρῷ θέλομεν θεωρήσει ζητήματα ἀνήκοντα εἰς τὰς δύο τελευταίας πράξεις· ταῦτα εἶναι τὰ ζητήματα περὶ τόκου.

Διαίρεσις τῶν Συμμιγῶν ἢ συμπεπλεγμένων ἀριθμῶν.

Διακρίνομεν παρομοίως δύο ἀρχικὰς περιστάσεις, ἢ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι τῆς αὐτῆς φύσεως, ὡς πρὸς τὴν ἀρχικήν των μονάδα, ἢ εἶναι διαφορετικῆς φύσεως.

§. 76. Πρώτη περίστασις. Ἐὰν ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως σχετικῶς πρὸς τὴν ἀρχικὴν μονάδα, ἄγομεν (ἀριθμ. 66) τοὺς ἀριθμοὺς εἰς μονάδας τῆς πλέον μικροτέρας ὑποδιαιρέσεως, τὴν ὁποίαν περιέχουσιν οἱ τοιοῦτοι ἀριθμοί. Μετὰ ταῦτα ἐκτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν τῶν δύο ἐξαγομένων, τρέποντες κατὰ τὸν κανόνα τοῦ (ἀριθ. 67) τὸ πηλίκον εἰς ἕνα ἀριθμὸν συμπεπλεγμένον τοιαύτης φύσεως, ὁποίαν ἀπαιτεῖ ἡ ἔκφρασις τοῦ ζητήματος· τοῦτο σαφηνίζεται ἐπὶ παραδειγμάτων.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006