

$Α Β$, ἤτοι $ή κ π$ εἶναι ἐφαπτομένη τοῦ ἡμίσεως τόξου $Κ Π$, ἢ τῆς γωνίας $Κ κ Π$, ὅραδὴ ὑπάρχει ἐφαπτομένη $22\frac{1}{2}^\circ$ ἀντὶ 45° .

Τὸν τρόπον τῆς ἐκθέσεως ταύτης μεταχειρίζονται πρὸ πολλοῦ οἱ Γεωγράφοι, εἰς τοὺς γενικοὺς πίνακας τῶν ἠπειρῶν, καὶ τῶν ἐπιπέδων ἡμισφαιρίων, τὸν ὁποῖον εἰσήγαγε πρῶτος ὁ κυρὸς Ἀζης. Εἰς τοὺς τοιοῦτους πίνακας, εἰς τὸ σημεῖον $Κ$, ἤτοι τὸ κέντρον αὐτῶν, κῆται ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν, ἢ μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῶν πόλων· παριστάνονται καὶ οἱ μεσημβρινοὶ καὶ οἱ παράλληλοι ὡς τόξα κύκλων· ὅθεν εὐκολύνεται πολὺ ἡ ἐκθεσις αὐτῶν, καὶ ἡ παράστασις τῶν τόπων κατὰ τὸ ἀνάλογον μῆκος καὶ πλάτος αὐτῶν. Ἐὰν ὅμως τὸ $Κ$ παριστάνει τινα τῶν πόλων· τότε οἱ μὲν μεσημβρινοὶ παριστάνονται ὡς περὶ τὸν πόλον ἐνοούμεναι εὐθεῖαι· οἱ δὲ παράλληλοι τοῦ ἰσημερινοῦ, ὡς κύκλοι ὁμόκεντροι τοῦ πόλου. Τὸ τοιοῦτον τῶν πινάκων δίκτυον ἐκτίθεται εὐκόλως, καὶ παριστάνονται ὡσούτως ἐν αὐτῷ οἱ τόποι, καὶ τὰ ἐν αὐτοῖς, κατὰ τὸ ὁρθὸν γεωγραφικὸν αὐτῶν μῆκος καὶ πλάτος. Πάντοτε ὅμως αὐξάνονται αἱ μαῖραι, καὶ ἐπομένως καὶ τὸ σχῆμα τῶν τόπων, ἀπομακρυνόμενα τοῦ κέντρου, κατὰ τὸν λόγον τῶν ἐφαπτομένων τῶν ἡμιγωνιῶν. Ἡ μέθοδος αὕτη ἔχει καὶ τοιοῦτον τι προτέρημα, ὅτι τὰ τόξα, ἤτοι οἱ μεσημβρινοὶ καὶ οἱ παράλληλοι, τέμνονται ὑπὸ γωνίας ὀρθῆς, καθὼς καὶ ἐπὶ τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν.

Οὐδέμια τῶν εἰρημένων κοινῶν μεθόδων τῶν ἐκθέσεων δύναται γὰρ παρασηῆση ἐπὶ τοὺς πίνακας τοὺς τόπους, κατὰ τὰ ἀνάλογα αὐτῶν μεγέθη· οὔτε ἔχει μία τις αὐ-

τῶν ἀπλοῦν τε εὐθύγραμμον μέτρον, εἰς καταμέτρησιν τῶν προσαλλήλων ἀποστάσεων τῶν τόπων, καθὼς γίνεται ἐπὶ τοὺς μερικοὺς πίνακας, τοὺς παριστάνοντας μικρὰ τῆς γῆς μέρη· διότι κατὰ μὲν τὸν ὀρθογραφικὸν τρόπον οἱ παριστάνομενοι τόποι συσέλλονται πολὺ καθ' ἑκάτερα τὰ ἄκρα· κατὰ δὲ τὸν κεντρογραφικὸν ἐκτείνονται ὑπερβαλλόντως. Κατὰ τὴν σφαιρογραφικὴν ὁμῶς μέθοδον γίνονται πανταχόθεν μετριώτεραι αἱ ἐκτάσεις, καὶ δὲν ἀλλοιοῦνται πολὺ τὸ σχῆμα τῶν τόπων. Ὅστις λοιπὸν θέλη νὰ μεταχειρισθῇ τινὰ τῶν τριῶν τούτων μεθόδων, πρέπει νὰ γινώσκῃ καλῶς τὰς ἐλλείψεις ἐκάστης καὶ τὰ πλεονεκτήματα· διότι δὲν εἶναι δυνατόν νὰ εἰσαχθῶσιν ἀνελλιπῶς εἰς τοὺς τοιοῦτους πίνακας πάντα τὰ ἰδιώματα τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας. Διὰ τοῦτο ἢ μὲν ὀρθογραφικὴ καὶ κεντρικὴ ἔκθεσις γίνεται μόνον εὐχρηστος ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ· ἢ ὀρθογραφικὴ, ὅταν θέλωσι νὰ ἐκθέσωσι σεληνιακοὺς, ἢ ἡλιακοὺς πίνακας, εἰς παράστασιν τῶν κηλίδων αὐτῶν, ἢ πίνακας τῆς γῆς εἰς χρῆσιν ἀστρονομικὴν, οἷον εἰς παράστασιν ἡλιακῆς, ἢ σεληνιακῆς ἐκλείψεως· καὶ ἢ κεντρικὴ, ὅταν θέλωσι νὰ παραστήσωσι σκηνογραφικῶς ἐπὶ τὸν ὀρίζοντα τινὸς τόπου, μέρη τινὰ τοῦ ἐνάστρου οὐρανοῦ. Ἡ δὲ σφαιρογραφικὴ μέθοδος ὑπάρχει ἀρμοδιωτάτη εἰς τὴν τῶν γεωγραφικῶν πινάκων ἔκθεσιν. Ἐνταῦθα ὁμῶς δὲν ἀναφέρονται, οὔτε πάντες οἱ κανόνες τῶν τριῶν τούτων μεθόδων, οὔτε πάντες οἱ τρόποι τῆς χρήσεως αὐτῶν· διότι τοῦτο εἶναι ἔργον τῆς Πρακτικῆς Γεωμετρίας.

Λέγω δὲ μόνον πρὸς τοῖς ἄλλοις καὶ τοῦτο, ὅτι ἂν καὶ κατὰ τὸν ὀρθογραφικὸν καὶ σφαιρογραφικὸν τρόπον, ἐ-

πιστέχεται θέσεις πολλὰς πρὸς τὸν ἰσημερινὸν καὶ τοὺς πόλους, ἢ διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας διερχομένη ἔκθεσις, εἴτε τὸ ἐπίπεδον τοῦ νοητοῦ ὀρίζοντος, καθὼς καὶ κατὰ τὸν κεντρογραφικὸν τρόπον ἢ ἐγγίζουσα τὴν σφαῖραν ἔκθεσις· εἶναι ὅμως δυνατόν νὰ ὑπαχθῶσι πᾶσαι εἰς τρεῖς γενικὰς κλάσεις. 1) Ἐὰν κατὰ τοὺς δύο πρώτους τρόπους ὑπάρχη εἰς τις τῶν πόλων τὸ κατακόρυφον σημεῖον, ἢ τὸ τῆς ἐπαφῆς κατὰ τὸν τρίτον τρόπον, καὶ ἐπομένως γίνεται ὁ πίναξ ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἰσημερινοῦ, ἢ παραλλήλως μετὰ αὐτό· τότε λέγεται ἡ τοιαύτη ἔκθεσις **Πολική**. Τὸ θ σχῆμα παριστάνει γεωγραφικῶς ἔντι μέρος τῆς γῆινου ἐπιφανείας κατὰ τὴν μέσθεον ταύτην τῆς ἐκθέσεως, ὅπου τὸ H εἶναι ὁ ἀρκτικὸς πόλος· τὸ δὲ AM ὁ ἰσημερινός. 2) Ἐὰν δὲ τὸ κατακόρυφον, ἢ τὸ τῆς ἐπαφῆς σημεῖον κῆται ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν· τότε ἐκτίθεται ὁ πίναξ ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τινὸς μεσημβρινοῦ, ἢ παραλλήλως μετὰ αὐτό· ἡ δὲ ἔκθεσις ὀνομάζεται **Ἰσημερινή**. 3) Ἐὰν τελευταῖον τὸ κατακόρυφον, καὶ τὸ τῆς ἐπαφῆς σημεῖον κῆνται ἐπὶ τι μέρος τῆς γῆινου ἐπιφανείας, μεταξὺ τῶν πόλων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ἐπομένως ἐκτίθεται ὁ πίναξ ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ νοητοῦ ὀρίζοντος, ἢ παραλλήλως μετὰ αὐτό· τότε λέγεται ἡ τοιαύτη παράστασις **Ὀριζοντία**.

Ἐν τῇ ὀρθογραφικῇ ἐκθέσει εἵπομεν, ὅτι ὁ ὀφθαλμὸς τοῦ θεατοῦ πρέπει νὰ ἀφίσταται ἀπείρως· ἀλλ' ἀπὸ ἀπείρου ἐκτάσεως ἡ γῆινος σφαῖρα γίνεται ἀόρατος· ἀρα δὲν εὐρίσκεται τόπος ἐν τῷ κόσμῳ, ὅθεν εἰ δυνατόν νὰ παρασθῇ σκηνογραφικῶς ἡ γῆινος ἐπιφάνεια, κατὰ τοὺς

ἀκριβεῖς κανόνας τῆς ὀρθογραφικῆς μεθόδου. Πρέπει λοιπὸν νὰ ὑποτεθῆ ἕθ τι μέγιστον ἀπόστημα, ὅθεν δύναται νὰ φανῆ ἡ γῆνός σφαῖρα ὑπὸ γωνίαν μιᾶς μοίρας, καὶ ἔτι ὀλιγώτερον, καθὼς βλέπομεν τὴν σελήνην καὶ τὸν ἥλιον, καὶ τότε γίνεται ἡ ἔκθεσις κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον· διότι ἡ περὶ αὐτὴν ἔλλειψις, ἥτοι τὸ μὴ ὁρώμενον τοῦ ἡμισφαιρίου μέρους, γίνεται ἀνεπαίσθητος. Ὁ δὲ κεντρικὸς καὶ σφαιρογραφικὸς τρόπος ὑπάρχουσι μόνον ἐπίπλαστοι καὶ κατ' ἐπίνοιαν σκηνογραφαί· εἰὸτι ὁ ἐκθέτης ποτὲ δὲν δύναται νὰ ζέκεται, οὔτε κατὰ τὸ κέντρον τῆς γῆς, οὔτε κατὰ τὸ ἀντικέντρον σημεῖον τοῦ σχεδιαζομένου ἡμισφαιρίου.

Οἱ δὲ θαλάσσιοι, ἢ ναυτικοὶ πίνακες παριστάνουσι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, τὴν ἐντὸς ἐνὸς γῆνους ἡμισφαιρίου, ἢ τοῦ πλείους αὐτοῦ μέρους, καὶ ἔχουσι διόλου σκοπὸν ἰδιαίτερον· διότι δὲν ἀποβλέπουσι τὰ ἀνάλογα μεγέθη τῶν τόπων καὶ θαλασσῶν, καὶ τὰς παραλλήλους αὐτῶν θέσεις· ἀλλ' ὁδηγοῦσι κυρίως τὸν ναύτην ἐπὶ τὰς ἀχανεῖς θαλάσσας τοῦ Ὠκεανοῦ εἰς τὴν εὐθυπορείαν, τὴν ὁποίαν διαπλέει διὰ τοῦ πολοδείκτου. Ὅταν αὐτὸς πλέῃ ἐντὸς τοῦ Ὠκεανοῦ, καὶ ἀκολουθῆ διερευκῶς τὴν εὐθυβολίαν τινὸς μεγίστου τῆς γῆς κύκλου, ὠφελεῖται βέβαια, ὡς διαπλέων τὰ μεταξὺ τῶν τόπων ἐλάχισα ἀποσῆματα· ὅταν ὁμῶς δὲν διαπλέῃ ὑπότινα μεσημβρινόν, ἢ ὑπὸ τὸν ἰσημερινόν, ἢ τινὰ τῶν παραλλήλων αὐτοῦ, ἀνάγκη νὰ μεταβάλλῃ συχνὰ διὰ τοῦ πηδάλιου καὶ τῶν ἰσίων τὰς γωνίας τοῦ πολοδείκτου· διότι ἕκαστος μέγιστος κύκλος τῆς γῆς, ὅστις κείται πρὸς τὸν ἰσημερινόν πλαγίως, τέμνει πάντας τοὺς μεσημβρινούς

κατὰ γωνίας διαφόρους, τὸ ὁποῖον προξενεῖ δυσκολίας ἀνι-
κῆτους. Ὁ ναύτης ἐκ τοῦ ἐναντίου, ἐν ὧσιν δὲν προα-
παντᾶ κανὲν ἐμπόδιον, πλέει πολὺ εὐκολώτερον ὑπὸ τὴν
αὐτὴν γωνίαν, ἢτοι πρὸς τὸ αὐτὸ τοῦ ὀρίζοντος μέρος, ἂν
καὶ ἐκκλίνη ἀπὸ τῆς βραχυτάτης ὁδοποιίας. Τὸ πλοῖον
αὐτοῦ ὅταν ἀκολουθῇ τὴν τριαύτην εὐύσθολίαν, τέμνει
ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνίαν πάντας τοὺς ἀπαντωμένους μεσημ-
βρινούς, καὶ καταγράφει ἐπὶ τὴν γηγένον σφαίραν μίαν καμπύ-
πύλην, ἣτις ὀνομάζεται Λοξοδρομική. Αὕτη λοιπὸν
ἢ γραμμή πρέπει νὰ παριστάνεται ἐπὶ τοὺς θαλασσίους
πίνακας, ἵνα προσδιορίξῃ ὁ ναύτης εὐκόλως τὸν δρόμον του,
ὑπὸ τὴν τυχούσαν τοῦ πολοδίσκτου γωνίαν.

Ἐπὶ τοὺς σχεδιαζομένους πίνακας κατὰ τὰς προη-
γουμένας μεθόδους, ἢτοι ὀρθογραφικῶς, κεντρογραφικῶς,
καὶ σφαιρογραφικῶς, αἱ μὲν λοξοδρομικαὶ γραμμαὶ παριστάνονται
ὡς καμπύλαι, τυλισσόμεναι σπειροειδῶς περὶ τοὺς πόλους· οἱ δὲ μεσημβρινοὶ, καὶ οἱ παράλληλοι τοῦ ἰσημερινοῦ,
ἢ μόνον τὸ ἓν εἶδος αὐτῶν, γράφονται ὡς κύκλοι.
Ἐπὶ τὸ ὅ σχῆμα φαίνονται τρεῖς τοιαῦται λοξοδρομηκαὶ
γραμμαὶ, ἐξ ὧν ἡμὲν ΚΝΠ προβαίνει πρὸς τὸ βόρειον βορρανατολικόν,
τέμνουσα πάντας τοὺς μεσημβρινούς ὑπὸ $22\frac{1}{2}^\circ$ γωνίαν· ἡ δὲ ΚΗΠ, πρὸς τὸ βορρανατολικόν, καὶ
τέμνει αὐτοὺς ὑπὸ γωνίαν 45° · ἡ δὲ ΚΣΥΠ, πρὸς τὸ ἀνατολικόν βορρανατολικόν,
τέμνουσα αὐτοὺς ὑπὸ γωνίαν $67\frac{1}{2}$ μοιρῶν. Ὁ ναύτης ἠπήντα βέβαια μεγάλας δυσκολίας,
εἰάν ἤθελε νὰ προσδιορίσῃ καὶ καταμετρήσῃ ἐπὶ τοὺς θαλασσίους
πίνακας τὸν δρόμον τοῦ πλοίου του, διὰ τοιούτων καμπύλων γραμμῶν. Διὰ ταῦτα ἀπεβλήθησαν διόλου

ὡς ἄχρηστοι οἱ σκηνογραφικοὶ πίνακες τῶν μεγάλων Θαλασσῶν, καὶ ἐξετέθησαν ἀντ' αὐτῶν ἄλλοι, ἐπὶ τοὺς ὁποίους δύναται νὰ καταμετρήῃ ὁ ναύτης τὴν λοξοδρομικὴν γραμμὴν, ἥτοι τὸν διαπλεόμενον δρόμον, ὅσος καὶ ἂν ᾖναι, διὰ μιᾶς εὐθείας γραμμῆς, καὶ νὰ εὐρίσκη ἐν ταύτῳ τῆς ὀρθῆς εὐθυπορίαντου, ἐπιθέτων ἐπ' αὐτοὺς ἓνα κανόνα, ἢ ἐκτείνων ἐν νῆμα ἐπὶ τὸν ἀνεμογνώμονα. "Ἴνα δὲ παρασταθῇ ἐπὶ πίνακος ἡ λοξοδρομικὴ γραμμὴ ὡς εὐθεῖα, πρέπει, ἐπειδὴ αὐτὴ ὡς ἴσομεν τέμνει πάντας τοὺς μεσημβρινοὺς ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνίαν, νὰ γραφῶσιν οἱ μεσημβρινοὶ ὡς εὐθεῖαι, μηδεμίαν κλίσιν πρὸς ἀλλήλας ἔχουσαι, ἥτοι ἐντελῶς παράλληλοι, καὶ τέμνουσαι τοὺς παράλληλους ὑπὸ γωνίαν ὀρθήν· ὡσεὶ καὶ οἱ παράλληλοι κύκλοι πρέπει νὰ ᾖναι εὐθύγραμμοι, καὶ πρὸς ἀλλήλους παράλληλοι. Διὰ ταῦτα αἱ μοῖραι τοῦ μήκους πρέπει νὰ παριστάνωνται ἐπὶ πάντας τοὺς παράλληλους ἴσαι μὲ τὰς μοῖρας τοῦ ἰσημερινοῦ· ἂν καὶ πραγματικῶς ἐπὶ τὴν γήινον σφαῖραν, αἱ μὲν μοῖραι τοῦ μήκους ἐλαττώνονται, προβαίνουσαι πρὸς τοὺς πόλους· αἱ δὲ μοῖραι τοῦ πλάτους διαμένουσαι πανταχοῦ ἴσαι, διὰ τὸ σφαιρικὸν τῆς γῆς σχῆμα.

"Ἴνα γενῶσι λοιπὸν εὐχρηστοὶ οἱ τοιοῦτοι πίνακες, ἐπὶ τοὺς ὁποίους παριστάνονται ἰσομεγέθεις αἱ τοῦ μήκους μοῖραι πάντων τῶν παράλληλων· ἔπρεπε νὰ ἀποδωθῇ διηλεκτικῆς τις ἐλάττωσις εἰς τὸ μέγεθος αὐτῶν, ὅσον προβαίνουσαι ἐγγύτερον τοῦ πόλου, ἥτοι νὰ προσδιορίζηται τὸ μέγεθος αὐτῶν διὰ τινος μέτρου, ἀυξουσαι διαίρσιν ἔχοντος. Τοῦτο ἐννοήσας περὶ τὰ μέσα τοῦ 15' αἰῶνος Ἐδουάρδος Βρίκτης ὁ Ἄγγλος, ἐφεῦρε τοὺς εἰς τὴν ναυτιλίαν

ὠφελιμωτάτους Θαλασσογραφικούς πίνακας, ὅτινες ὀνομάζονται Σύντομοι, ἢ Αὐξοπλατεῖς, καὶ προσέτι Μερκατόριοι· διότι πρῶτος ὁ Μερκάτωρ ἐδημοσίευσεν τῷ 1550 τὸν ὀρθὸν τρόπον τῆς αὐτῶν ἐκθέσεως. Ἐπὶ τοὺς τοιοῦτους πίνακας παριστάνονται αἱ μοῖραι τοῦ πλάτους πρὸς τὸν πόλον αὐξανόμεναι, καθ' ἕν λόγον ἐλαττώνονται προβαίνουσαι ἐκεῖσε αἱ τοῦ μήκους μοῖραι ἐκάστου παραλλήλου. Ἄλλ' ἐπειδὴ αἱ τῶν παραλλήλων μοῖραι ἐλαττώνονται ὡς τὰ συνημίτονα τοῦ πλάτους· ἄρα αἱ μοῖραι τοῦ μεσημβρινοῦ αὐξάνονται ὡς αἱ τέμνουσαι τοῦ πλάτους· διότι ἐν τῇ Τριγωνομετρίᾳ ἀποδεικνύεται, ὅτι τὸ συνημίτονον ἐκάστης γωνίας εἶναι ἐν ἀντιζρόφῳ λόγῳ πρὸς τὴν ἑαυτοῦ τέμνουσαν, τοῦτ' ἔστι τὸ συνημίτονον, αὐξανομένης τῆς γωνίας, γίνεται τοσοῦτον μικρότερον τῆς ἡμιδιαμέτρου, ὅσον ἡ τέμνουσα μεγαλητέρα· ὥστε τὸ συνημίτονον ἔχει πάντοτε λόγον πρὸς τὴν ἡμιδιάμετρον, ὅποιον ἡ ἡμιδιάμετρος πρὸς τὴν τέμνουσαν, οἷον τὸ συνημίτονον 60° εἶναι τὸ ἥμισυ τῆς ἡμιδιαμέτρου· ἡ δὲ τέμνουσα δις τοσαύτη.

Ἐπειδὴ λοιπὸν ἐπὶ τοὺς τοιοῦτους συντόμους πίνακας, αἱ μὲν τοῦ μήκους μοῖραι διατηροῦσι πανταχοῦ τὸ αὐτὸ μέγεθος· αἱ δὲ τοῦ πλάτους προβαίνουσαι ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους, αὐξάνονται διηνεκῶς, καθ' ὃν λόγον ἐλαττώνονται αἱ τοῦ μήκους μοῖραι ἐπὶ τὴν σφαῖραν· διὰ τοῦτο, ἔταν μετρήνται διὰ τινος κοινοῦ μέτρου, ἔχοντος αὐξανομένην διαίρεσιν ἀναλόγως, θέλει εὑρίσκειται πάντοτε μεταξὺ αὐτῶν ὁ αὐτὸς λόγος, τὸν ὅποιον σώζουσι πραγματικῶς καὶ ἐπὶ τὴν σφαῖραν. Ἄλλ' ἐπειδὴ εἰ

μεσημβρινοὶ αὐτῶν γράφονται ὡς εὐθεῖαι παράλληλαι, μὴ
 συμπέπτουσαι διόλου· εἶναι ἀδύνατον νὰ παρασθῶσιν
 ἐπ' αὐτοὺς οἱ πόλοι· διότι ἡ τέμνουσα τῆς 90 μοίρας εἶναι
 ἄπειρος· ἄρα καὶ αὐτὴ ἡ 90 μοῖρα. Τοῦτο ὅμως δὲν
 θεωρεῖται ὡς ἔλλειψις· διότι οἱ πόλοι ἐπὶ τοὺς πίνακας
 αὐτοὺς δὲν εἶναι ἀναγκαῖοι. Διὰ τὴν εἰρημένην αὐξήσιν
 τῶν μοιρῶν τοῦ πλάτους, παριστάνεται τὸ σχῆμα τῶν τό-
 πων ἐπὶ τοὺς συντόμους πίνακας διόλου παραμεμορφωμένον,
 καὶ ἐκτεινόμενον ἐπὶ τὸ μᾶλλον, καθ' ὅσον γίνονται ἐγ-
 γύτεροι εἰς τοὺς πόλους. Μετρούμενοι ὅμως μὲ τὸ ἀνήκου
 μέτρον τοῦ πλάτους αὐτῶν, σώζουσι πάντοτε τὴν πρὸς τοὺς
 λοιποὺς τόπους ὀρθὴν ἀναλογίαν. Τὸ οὐσιῶδες προτέρημα
 τῶν ναυτικῶν πινάκων εἶναι, ὅτι γράφεται ἐπ' αὐτοὺς ἡ
 λοξοδρομικὴ γραμμὴ διόλου εὐθεῖα· ὅθεν ὁ ναύτης δύνα-
 ται νὰ εὕρῃ ἐπ' αὐτοὺς εὐκόλως, τίνα εὐθυβολίαν πρέπει
 νὰ ἀκολουθήσῃ, ἵνα καταντήσῃ εἰς τοὺς σκοπούμενους αἰ-
 γιαλοὺς, καὶ πόσον μέρος τοῦ δρόμου αὐτοῦ διέπλευσε.
 Ἐὰν δύο τινὲς τόποι κῆνται ὑπὸ τὸ αὐτὸ πλάτος· τότε
 πολλαπλασιάζει τὰς μεταξὺ αὐτῶν μοίρας τοῦ μήκους, μὲ
 τὸ συνημίτονον τοῦ πλάτους, ἢ εὕρισκει τὴν ἔκτασιν αὐ-
 τῶν εἰς μίλλια, ἐν τῷ πίνακι τοῦ τῶν μοιρῶν μήκους.
 Ἐὰν δὲ οἱ τόποι κῆνται ὑπὸ τὸ αὐτὸ μήκος· τότε δείχνει
 ὡσαύτως τὴν ἀπόστασιν αὐτῶν εἰς μίλλια, ὅ εἰς ἀνίσους μοί-
 ρας διηρημένος μεσημβρινός. Εἰ δὲ τελευταῖον ἔχουσιν οἱ
 τόποι διάφορα μήκη καὶ πλάτη· τότε πρέπει νὰ λογαρια-
 σθῇ μὲ τὴν ἐνδεχομένην ἀκρίβειαν ἡ ἀπόστασις κατὰ τὸ
 πλάτος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου μέλλει νὰ πλεύσῃ τὸ πλοῖον.

§. 43.

Περὶ Κατασκευῆς καὶ Χρήσεως τῆς Γεω-
γραφικῆς Σφαίρας.

Μόνον ἡ Γεωγραφικὴ Σφαῖρα δύναται νὰ παραστήσῃ ἀκριβῶς τὸ σχῆμα τῆς γῆς. Αὕτῃ κατασκευάζεται ἐντελῶς σφαιρικὴ, χωρὶς νὰ παρισάνῃ τὴν περὶ τοὺς πόλους τῆς γῆς πῆσιν· διότι παραβαλλομένη ἢ μικρὰ αὕτη πῆσις πρὸς ὅλον τὸν ὄγκον τῆς γῆς, εὐρίσκεται τοσοῦτον ἀσήμαντος· ὥς οὔτε δυνατὴ εἶναι, ἀλλ' οὔτε ἀναγκαία κρίνεται ἢ παράσασος αὕτης διὰ τοιοῦτου ἐπιτόμου μέτρου. Ἡ γῆ λοιπὸν κατὰ τοῦτο δύναται νὰ ἐκληφθῇ ἐντελῶς σφαιρικὴ. Διότι εἰ ἐπὶ παραδείγματος θελήσῃ νὰ παραστήσῃ τις τὴν πῆσιν τῆς γῆς, ἐπὶ τινα γεωγραφικὴν σφαῖραν, ἔχουσαν ποδῶς διάμετρον· πρέπει νὰ κάμῃ τὴν διάμετρον τῶν πόλων ὡς 0,4 τῆς γραμμῆς βραχυτέραν τῆς τοῦ ἰσημερινοῦ διαμέτρου, τὸ ὅποιον θέλει προξενήσῃ πολλὰς δυσκολίας εἰς τὴν κατασκευὴν, καὶ πάλιν νὰ μὴ ὑποπίπτῃ εἰς τὴν ὄρασιν ἢ τοιαύτη τῆς γῆϊνου πιέσεως μίμησις. Μᾶλλον εὐλογώτερον παρισάνεται ἐπὶ τὴν γεωγραφικὴν σφαῖραν ἢ ἐπιφάνεια τῆς γῆς διόλου ὀμαλὴ· διότι ἢ ὡς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης διαφορὰ τῶν ὑψωμάτων καὶ κοιλωμάτων τῆς γῆς, καὶ ἔτι καὶ αὐτῶν τῶν ὑψηλοτάτων βουνῶν, εὐρίσκεται τόσον μικρὰ· ὥς εἶναι ἀδύνατον διόλου νὰ παρασαθῇ ἐπὶ τὴν εἰρημένην γεωγραφικὴν σφαῖραν, χωρὶς νὰ γενῶσι μεγάλα πταίσματα εἰς τὴν ἀναλογίαν. Διὰ τοῦτο λοιπὸν παρισάνεται καὶ ἡ τῆς

γῆς ἐπιφάνεια ἐπὶ τὰς τοιαύτας σφαίρας διόλου ὀμαλή· Ἄντι τούτων ὁμοίως παριστάνει ἡ γεωγραφικὴ σφαῖρα, πολὺ ἀκριδέστερον τῶν ἐπιπέδων ἡμισφαιρίων, καὶ τῶν γεωγραφικῶν πινάκων, τὰ ὄρα τῶν τόπων καὶ θαλασσῶν κατὰ τὰ ἀνάλογα αὐτῶν μεγέθη, καὶ τὴν προσάλληλον θέσην, τὰς πορείας τῶν μεγάλων ποταμῶν, τὰς σειρὰς τῶν ὀρέων, καὶ τὰς διασημοτάτας πόλεις, κατὰ τὰς ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις, τὰς γεωμετρικὰς καταμετρήσεις, καὶ ἄλλαις βεβαίαις γνώσεσι, παραδειγματίζουσα καταλλήλως τὴν ἐπιπέδου γῆς αὐτῶν θέσιν.

Τὰ κεφαλαῖώδη μέρη τῆς γεωγραφικῆς σφαίρας εἶναι δύο, ἡ σφαῖρα αὐτὴ, καὶ τὸ σφαιροσάσιον. Ἐπὶ μὲν τὴν σφαῖραν παριστάνονται αἱ ἡπειροὶ, καὶ αἱ μίγισται νῆσοι, οἱ ποταμοὶ, καὶ αἱ πόλεις, ὅσα δηλονότι ἐπιδέχεται ἡ ἔκτασις αὐτῆς. Πρὸς δὲ τούτοις σημειώνεται ὁ ἰσημερινὸς, οἱ τροπικοὶ καὶ πολικοὶ κύκλοι, καὶ τοσοῦτοι μεσημβρινοὶ καὶ παράλληλοι, ὅσους συγχωρεῖ τὸ μέγεθος αὐτῆς, ἥτοι γράφονται ἀναὰ πᾶσαν 5, ἢ 10, ἢ 15 μοίραν. Ἡ ἐκλειπτικὴ δὲν ἀνήκει κυρίως εἰς τὴν γεωγραφικὴν σφαῖραν· διότι ἡ θέσις τῶν γηϊνῶν τόπων ὡς πρὸς αὐτὴν μεταβάλλεται σιτηνεκῶς. Ἐπειδὴ ὁμοίως αὐτὴ γίνεται ἀναγκαιοτάτη εἰς τὴν λύσιν πολλῶν προβλημάτων τῆς μαθηματικῆς Γεωγραφίας· διὰ τοῦτο κρίνεται ἀναγκαιοτάτη ἡ παράστασις αὐτῆς ἐπὶ τὴν γεωγραφικὴν σφαῖραν· ὥστε ἢ μὴ ἔχουσα τὴν ἐκλειπτικὴν σφαῖρα γίνεται εἰς πολλὰς λύσεις ἄχρηστος. Διαιροῦνται δὲ εἰς μοίρας ὁ ἰσημερινὸς, ὁ πρῶτος μεσημβρινὸς, καὶ ἡ ἐκλειπτικὴ· ὁ μὲν εἰς δὴλωσιν τοῦ μήκους· ὁ δὲ μεσημβρινὸς, τοῦ πλάτους· ἡ δὲ εἰς δὴλωσιν

τῆς κινήσεως τοῦ ἡλίου. Οἱ δύο πόλοι εἰκονίζονται δια-
 δύο μεταλλίνων ὀβελίσκων, περὶ τὸν ἄξονα τῶν ὁποίων
 περιστρέφεται ἡ σφαῖρα. Ἐπὶ τοὺς ὀβελίσκους τούτους προ-
 σαρμόζεται παγίως εἰς ὄρειχάλκινος κρίκος, ὅστις περικυ-
 κλῶνει πᾶσαν τὴν σφαῖραν οὕτως· ὥστε πᾶν σημεῖον αὐτῆς
 δύναται νὰ ὑπαχθῇ ὑπ' αὐτόν. Οὗτος λοιπὸν ὁ κρίκος εἶναι
 δυνατὸν νὰ ἐκληφθῇ ἀντὶ παντὸς μεσημβρινοῦ· ὅθεν καὶ
 διαίρεται εἰς μοίρας τοῦ πλάτους, καὶ ὀνομάζεται **Κοι-
 νός**, ἢ **Ἀκίνητος**, ἢ **Μετάλλινος Μεσημ-
 βρινός**. Ἐπὶ τὸν ἀρκτικὸν πόλον ἐπιτίθεται παγίως εἰς
 ἄλλος μικρὸς κρίκος ἐξ ὄρειχάλκου, Ὁρικός λεγόμενος,
 ὅστις διαίρεται δις εἰς 12 ὥρας μὲ ὑποδιαίρέσεις, καὶ ἔχει
 ὠροδείκτην προσηλωμένον, καὶ συμπερισρεφόμενον μετὰ
 τῆς σφαίρας, καὶ διὰ τῆς χειρός. Οὗτος δείχνει λοιπὸν
 τὰς 24 ὥρας, εἰς τὰς ὁποίας διαίρεται ὁ χρόνος μιᾶς πε-
 ριστροφῆς τῆς γῆς. Πρὸς τούτοις ἐπὶ τὸν μετάλλινον με-
 σημβρινὸν προσκολλᾶται διὰ ἕλικος ἓν λεπτὸν ὄρειχάλ-
 κινον φύλλον, τὸ ὁποῖον κάμπτεται ἐπὶ τὴν σφαῖραν κατὰ τὴν
 χρεῖαν. Τὸ φύλλον τοῦτο εἶναι κύκλου τεταρτημόριον· ὅθεν
 διαίρεται εἰς 90 μοίρας (γίνεται ὅμως κοινῶς 18 μοίρας
 ἐκτενέστερον), καὶ ὀνομάζεται **Τετάρτο κύκλιον** τοῦ
Ψοῦς. Περὶ δὲ τὸ σφαιροστάσιον προσηλώνεται εἰς ξύ-
 λινος σέφανος, ἐπὶ τὸν ὁποῖον ἀναπαύεται ἡ σφαῖρα διὰ
 τοῦ μεταλλίνου μεσημβρινοῦ, καὶ προφαίνει μόνον τὸ ἥμισυ
 αὐτῆς μέρος, εἰς οἵανδήποτε θέσιν τεθῆ. Ὁ σέφανος οὗ-
 τος ὀνομάζεται **Ὀρίζων**· διότι παριστάνει τὴν θέσιν
 παντὸς ὀρίζοντος τῆς γῆς· ὅθεν σημειώνουσιν ἐπ' αὐτὸν
 κατὰ τὴν ἀνήκουσαν διείρεσιν τὰ μέρη τοῦ ὀρίζοντος, καὶ

τετράκις 90 μοίρας. Πρὸς δὲ τούτοις σημειώνονται ἅπτε τὸν ὀρίζοντα ἰδιαιτέρως τὰ 12 ζώδια, ἐτηρημένα ἕκαστον εἰς τὰς οἰκείας μοίρας, καὶ προσηρμοσμένα μὲ τοὺς 12 μῆνας, ἢ τὰς 365 ἡμέρας τοῦ ἐνιαυτοῦ. Αἱ μεγάλας γεωγραφικαὶ σφαῖραι ἔχουσι καὶ ἓνα πολοδείκτην, ὅστις προσηλώνεται παραλλήλως μὲ τὸν μεταλλίνον μεσημβρινόν, παρὰ τοὺς πόδας τοῦ σφαιροσταίου.

Ἡ γεωγραφικὴ σφαῖρα κρίνεται ἀκριβῆς, εἰάν ὑπάρχωσιν ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ ὀρθαὶ πᾶσαι αἱ διαιρέσεις τοῦ μεταλλίνου μεσημβρινοῦ, τοῦ ἰσημερινοῦ, τῆς ἐκλειπτικῆς, τοῦ τεταρτοκυκλίου τοῦ ὕψους, καὶ τοῦ ὠροδείκτου. Ἡ δὲ τῶν διαιρέσεων τούτων ὀρθότης εὐρίσκεται οὕτως. Μετρεῖται διὰ τοῦ διαβήτου εἰς τις ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν, καὶ εἰάν ἡ αὐτὴ τοῦ διαβήτου ἕκτασις περιλαμβάνει ἰσαριθμούς μοίρας, ἐπὶ πάντα τὰ μέρη τοῦ ἐξεταζομένου κύκλου· τότε ὑπάρχει κατάλληλος ἡ διαιρέσις. Αἱ μοῖραι τοῦ ἰσημερινοῦ, τῆς ἐκλειπτικῆς, καὶ τοῦ τεταρτοκυκλίου τοῦ ὕψους πρέπει νὰ ἦναι ἴσαι ἀκριβῶς πρὸς ἀλλήλας. Αἱ δὲ τοῦ μεταλλίνου μεσημβρινοῦ μοῖραι πρέπει νὰ ἦναι ἰσομεγέθεις μὲ τὰς μοίρας τοῦ ἐπὶ τὸν ὀρίζοντα ἐνδοτάτου κύκλου· διότι ἡ διάμετρος τοῦ μεσημβρινοῦ πρέπει νὰ ἦναι διόλου ἰσομεγέθης μὲ τὴν διάμετρον τοῦ ὀρίζοντος. Ἡ σφαῖρα ἐν πάσῃ θέσει πρέπει νὰ ἀπέχη ἐπίσης ἀπὸ πάντων τῶν μερῶν τοῦ μεταλλίνου μεσημβρινοῦ, καὶ τῆς ἐνδοτέρας περιφερείας τοῦ ξυλίνου ὀρίζοντος, καὶ ἐν τῇ τυχούσῃ περιστροφῇ, νὰ ἐπιμένῃ εἰς οἴανδήποτε στάσιν τεθῆ. Ὁ ἰσημερινὸς, ὅπως ἂν καὶ περιστραφῇ ἡ σφαῖρα, πρέπει νὰ διαιρῆ πανταχοῦ εἰς δύο ἴσα

μέρη τὸν μεσημβρινὸν καὶ τὸν ὀρίζοντα, καὶ ἐπομένως
 νὰ συμπίπτῃ πάντοτε μὲ τὰ ἀρκτικά σημεῖα τῶν τετρα-
 γώνων αὐτῶν. Ἐπὶ τούτοις οἱ τροπικοὶ καὶ οἱ πολικοὶ κύ-
 κλοι πρέπει νὰ ἔχωσι πανταχοῦ τὸ ὑπὸ τὸν ὀρειχάλκινον
 μεσημβρινὸν ἀνήκον εἰς αὐτοὺς πλάτος. Τὸ δὲ δίκτυον πρέπει
 νὰ ᾔηται ἐπιτεθειμένον ἐπὶ τὴν σφαῖραν ἀκριβῶς, χωρὶς
 νὰ φαίνωνται τὰ μέρη αὐτοῦ ἐκτετοπισμένα, καὶ πᾶσα ἡ
 σφαῖρα πρέπει νὰ ᾔηται ἀλειμμένη μὲ βερνίκιον διαρκές,
 καὶ ἀνεπίδεκτον τῆς ἐκ τῆς ὑγρασίας βλάβης.



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΑ *).

Πρόβλημα 1.

Νὰ εὑρεθῆ τὸ Γεωγραφικὸν μῆκος καὶ πλάτος παντὸς γεγραμμένου τόπου ἐπὶ τὴν Γεωγραφικὴν σφαίραν.

Λύσις. Περίσρεψον τὴν σφαίραν, ἕως οὗ καταστήσῃ ὁ δοθεὶς τόπος ὑπὸ τὸν μετάλλεινον μεσημβρινόν· ἔπειτα παρατήρησον εἰς ποίαν μοῖραν τοῦ μεσημβρινοῦ ἀντικρίξει ὁ τόπος, καὶ αὕτη εἶναι τὸ ζητούμενον αὐτοῦ πλάτος. Ὡσαύτως παρατήρησον κατὰ ποίαν μοῖραν τέμνεται ὁ ἰσημερινὸς ὑπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ, καὶ αὕτη δεικνύει τὸ γεωγραφικὸν μῆκος τοῦ προβαλλομένου τόπου.

Παράδειγμα. Δεδόσθω τόπος τὰ Ἰωάννινα. Θέσ τὸ ἐπὶ τῆς σφαίρας σημεῖον τῆς πόλεως ταύτης ὑπὸ τὸν

*) Μόνον 17 προβλήματα εἶναι τοῦ Συγγραφέως· τὰ δὲ λοιπὰ ἐλήφθησαν ἀπὸ ἄλλων συγγραφέων. Ὡσαύτως προσετέθησαν μετὰ τὰς λύσεις καὶ παραδείγματα διάφορα, εἰς πλείονα σαφῆσαι τῶν λεγομένων. Πάντων ὅμως τῶν προβλημάτων τούτων αἱ διὰ τῆς σφαίρας λύσεις γίνονται μόνον ὡς ἔγγιστα· ἢ δὲ ἀκρίβεια αὐτῶν εὑρίσκεται διὰ μαθηματικῶν λύσεων.

χαλκοῦν μεσημβρινόν, καὶ παρατήρησον ὑπὸ ποίαν μοί-
ραν τέμνει οὗτος τὸν Ἰσημερινόν, καὶ αὕτη ἐμφαίνει τὸ
μῆκος· τέμνει δὲ αὐτὸν κατὰ τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς 40 μοίρας· τὰ
Ἰωάννινα ἄρα ἔχουσι 39° καὶ 21' ἀνατολικὸν μῆκος·
ἔπειτα ἴδε εἰς ποίαν μοίραν τοῦ μεσημβρινοῦ ἀντικρίζει ἢ
ἐπ' αὐτὸν τεθείσα πόλις, καὶ αὕτη ἐμφαίνει τὸ πλάτος
αὐτῆς· ἔθεν εὐρίσκεται ὅτι τὰ Ἰωάννινα ἔχουσι 39° 25'
γεωγραφικὸν πλάτος.

2. Νὰ εὐρεθῇ ἢ ἐπὶ τῆς σφαίρας ἀρ-
μοδία θέσις τόπου τινός, τοῦ ὁποίου εἶναι
γνωστὸν τὸ Γεωγραφικὸν μῆκος καὶ πλάτος.

Λύσις. Περίσρεψον τὴν σφαίραν, ἕως οὗ κατα-
τήσῃ ὑπὸ τὸν κοινὸν μεσημβρινόν τὸ ἔθεν Γεωγραφικὸν
μῆκος τοῦ τόπου· ἔπειτα σημείωσον μὲ βελόνην τὴν ἐπὶ
τῆς σφαίρας σιγμὴν, ἣτις κεῖται ὑπὸ τὴν μοίραν τοῦ με-
σημβρινοῦ, τὴν δεικνύουσας τὸ ἔθεν πλάτος· ἢ δὲ σιγ-
μὴ αὕτη εἶναι ἢ ζητουμένη θέσις.

Παράδειγμα. Ἐξω δοθεὶς τόπος ἢ πόλις Διν-
δερά, ἣτις ἔχει 50° 20' 42'' ἀνατολικὸν μῆκος, καὶ
26° 8' 36'' ἀρκτικὸν πλάτος· θές τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς 50° τοῦ
ἰσημερινοῦ ὑπὸ τὸν χαλκοῦν μεσημβρινόν· ἔπειτα σημείω-
σον μὲ βελόνην τὴν σιγμὴν, ἣτις ἀντικρίζει σχεδὸν μὲ
τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς 28° τοῦ μεσημβρινοῦ, καὶ οὕτω θέλεις εὐρεῖ
ὅτι αὕτη ἢ πόλις κεῖται ἐντὸς τῆς ἄνω Αἰγύπτου, παρὰ
τὰς δυτικὰς ὄχθας τοῦ Νείλου.

3. Νὰ τεθῇ ἢ σφαῖρα κατὰ τὴν αὐτὴν
θέσιν, τὴν ὁποίαν ἔχει ἢ γῆ πρὸς τινα
τόπον.

Λύσεις. Ὑψωσον τὸν πλησιέστερον εἰς τὸν τόπον πόλου ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα τσαύτας μοίρας, ὅσας ἔχει τὸ γεωγραφικὸν τοῦ τόπου πλάτος· διότι γεωγραφικὸν πλάτος καὶ πολικὸν ὕψος εἶναι τὸ αὐτό. (ὄρα Σελ. 263). Μετὰ τοῦτο ἀπεύθυνον διὰ πολοδείκτου ἔχοντος γνωστὴν ἔκκλισιν, ἢ διὰ ἰσημερινῆς γραμμῆς (ὄρα Σελ. 270), τοὺς πόλους τῆς σφαίρας, τὸν μὲν ἀρκτικὸν πρὸς ἄρκτον· τὸν δὲ ἀνταρκτικὸν πρὸς νότον· ἔπειτα περίσρεψον τὴν σφαῖραν, ἕως αὐτῆς ἔλθῃ ὁ δοθεὶς τόπος ὑπὸ τὸν ἀκίνητον μισσημερινόν, καὶ οὕτως ἡ μὲν σφαῖρα παριστάνει τὴν πρὸς τὴν γῆν αὐτοῦ θέσιν· ὁ δὲ ὀρίζων τὸν νοητὸν αὐτοῦ ὀρίζοντα.

Πίναξ τῆς τοῦ ἡλίου Ἐκκλίσεως.

Ἀρκτική		Ἐκκλίσις τοῦ ☉	Μεσημβρινή	
21 Μαρτ. καὶ	23 Σεπτ.	0°	23 Σεπτ. καὶ	21 Μαρτ.
23 —	21 —	1	26 —	18 —
26 —	18 —	2	28 —	16 —
28 —	16 —	3	1 Ὀκτωβ. —	13 —
31 —	13 —	4	4 —	11 —
3 Ἀπριλλ. —	10 —	5	6 —	8 —
5 —	8 —	6	9 —	6 —
8 —	5 —	7	11 —	3 —
11 —	2 —	8	14 —	28 Φεβρ.
13 —	31 Αὐγ.	9	17 —	26 —
16 —	28 —	10	19 —	23 —
19 —	25 —	11	22 —	20 —
22 —	22 —	12	25 —	17 —
25 —	19 —	13	28 —	14 —
28 —	16 —	14	31 —	11 —
1 Μαΐου —	12 —	15	3 Νοέμβ. —	8 —
5 —	9 —	16	6 —	5 —
8 —	6 —	17	10 —	2 —
12 —	2 —	18	13 —	29 Ἰανν.
16 —	29 Ἰουλ.	19	18 —	25 —
21 —	24 —	20	22 —	21 —
26 —	19 —	21	27 —	16 —
1 Ἰουνίου —	13 —	22	3 Δεκεμ. —	10 —
21 Ἰουνίου		23 ¹	22. Δεκεμβ.	