

ΠΡΑΚΤΕΟΝ.

Διαιρεθήτω ὁ συμπράκτωρ τῆς ἐν τῷ Ω διαιρέσεως, διὰ τῆς τῆς ἐν τῷ C διαιρέσεως καὶ τῷ πηλίκῳ προσγεγράφῃ τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως τῶν ἐντὸς τῶν ῥιζῶν ἐκθέσεων προκύψαν πηλίκον μετὰ τῆς τῆς ῥίζης σημείου καὶ ἔσται δὴ τὸ ζητούμενον πηλίκον τὸ ἐν τῷ D ὁμοίως τὸ ἐκ τῶν E καὶ G, τὸ ἐν τῷ M.

Κ Ε Φ. Η'.

Περὶ προθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως, πολλαπλασιασμῶ καὶ διαιρέσεως τῶν ὀλοκλήρων ἐκθέσεων διὰ τῶν κεκλασμένων, καὶ τῶν ῥιζῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'.

§. 75. Τὴν ἐν τῷ Α (9) δοθεῖσαν ὀλόκληρον ἐκθεσιν τῆ ἐν τῷ Β ἐπισυναΐψαι κεκλασμένην.

ΠΡΑΚΤΕΟΝ.

Ἐυθείας ὑπὸ τὴν ὀλόκληρον ἀχθείσης, ἡ μονὰς γεγράφῃ ὑπ' αὐτήν. ὡς ἔν κεκλασμένη τῆ ὀλοκλήρῳ λογιθείσῃ ἐπισυνήφῃ ἡ ἐν τῷ Β κεκλασμένη. (§. 58.) ἔσται δὴ ἔν τὸ ζητούμενον κεφάλαιον τὸ ἐν τῷ Γ.

Τῶν αὐτῶν δὴ πραχθέντων, ἀφαιρεθήσεται μὲν ἡ ἐν τῷ Δ ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Ε, καὶ ἡ διαφορὰ αὐτῶν ἴση ἔσται τῆ ἐν τῷ Ζ. (§. 59.) πολλαπλασιασθήσεται δὲ ἡ ἐν τῷ Η διὰ τῆς ἐν τῷ Θ, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον ἔσται τὸ ἐν τῷ Ι. (§. 60.) διαιρεθήσεται δὲ ἡ ἐν τῷ Κ διὰ τῆς ἐν τῷ Λ, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν προκύψαν πηλίκον ἔσται (§. 61.) τὸ ἐν τῷ Μ.

ΠΡΟΒ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

§. 76. Τὴν ἐν τῷ Ν δοθεῖσαν ὀλόκληρον ἔκθεσιν τῇ ἐν τῷ Ξ δοθείσῃ ἐπισυναΐψαι ρίζῃ.

ΠΡΑΚΤΕΟΝ.

Ἡ τε ὀλόκληρος ἔκθεσις καὶ ἡ ρίζα κατὰ σειράν γεγραφθῶ, κ̄ ἔσαι δὴ τὸ κεφάλαιον αὐτῶν τὸ ἐν τῷ Ο.

Ἀφαιρεθήσεται δὲ ἡ ἐν τῷ Ρ ρίζα ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Π ὀλοκλήρου ἐκθέσεως, εἰὰν τὸ σημεῖον αὐτῆς μεταβληθῇ, κ̄ κατὰ σειράν τῇ ὀλοκλήρῳ γραφῇ, ὡς ἐν τῷ Σ ὁράται. ἡ δὲ ἐν τῷ Υ ὀλόκληρος ἔκθεσις ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Υ ρίζης ἀφαιρεθήσεται, εἰὰν μεταβληθῇ τὰ σημεῖα αὐτῆς καὶ κατὰ σειράν τῇ ρίζῃ γραφῇ, ὡς ἐν τῷ Φ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ΄.

§. 77. Τὴν ἐν τῷ Χ δοθεῖσαν ὀλόκληρον ἔκθεσιν διὰ τῆς ἐν τῷ Ψ πολλαπλασιάσαι.

ΠΡΑΚΤΕΟΝ.

Πολλαπλασιασθῆτω ἡ ὀλόκληρος ἔκθεσις διὰ τῆς ἐκτὸς τῆς ρίζης συμπράκτορος, καὶ τῷ γινομένῳ προσγεγραφθῶ ἡ ρίζα ὡς ἔχει. κ̄ ἔσαι δὴ τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον τὸ ἐν τῷ Ω.

Ὅμοίως δὲ τῆς μὲν ἐν τῷ C ὀλοκλήρου διὰ τῆς ἐν τῷ D ρίζης συμπράκτορος διαιρεθείσης, πηλίκον προκύψει τὸ ἐν τῷ E· τῆς δὲ ἐν τῷ F ρίζης συμπράκτορος διὰ τῆς ἐν τῷ G ὀλοκλήρου διαιρεθέντος, προκύψει τὸ ἐν τῷ L πηλίκον.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

§. 78. Ἰστέον δὲ, ὅτι κ̄ ἄλλως πολλαπλασιάσαι κ̄ διελθεῖν ἕνεσι διὰ τῶν ριζῶν τὰς ὀλοκλήρους ἔκθεσις. ἐμφανέτω γὰρ τὸ μὲν Α τὴν ὁποιανῆν ὀλόκληρον ἔκ-

θεσιν· τὸ δὲ $\sqrt[n]{A}$, τὴν ὅποιανἔν ρίζαν. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν $A = A^1$, ἢ δὲ $\sqrt[n]{A} = A^{\frac{1}{n}}$, τῶν n καὶ $\frac{1}{n}$ μεταβληθεί-
 θων εἰς τὰ $\frac{v}{n}$ καὶ $\frac{1}{v}$, ἔσται τὸ $A^1 = A^{\frac{v}{v}}$. ἰμοειδεῖς
 ἔν ἕσαι $A^{\frac{v}{v}}$, $A^{\frac{1}{v}}$, ἔτεν αἱ $\sqrt[v]{A^v}$, $\sqrt[v]{A}$, πολλαπλα-
 σιαθῆσονται μὲν κατὰ τὸν τῷ πολλαπλασιασμῷ κα-
 νόνα, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον ἔσαι τὸ $\sqrt[v]{A^v \cdot A} =$
 $\sqrt[v]{A^{v+1}}$. διαιρεθῆσονται δὲ τῷ τῆς διαιρέσεως κανόνι,
 καὶ ἔσαι τὸ ἐξ αὐτῶν πηλίκον, τὸ $\sqrt[v]{A^v \cdot A^1} = \sqrt[v]{A^{v-1}}$.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Δ'.

§. 79. Τῆς ἐν τῷ M δοθείσης κεκλασμένης ἐκθέ-
 σεως, καὶ τῆς ἐν τῷ N ρίζης εὐρεῖν τὸ κεφάλαιον.

Π Ρ Α Κ Τ Ε Ο Ν.

Ἐυθείας ὑπὸ τὸν τῆς ρίζης συμπράκτορα ἀχθεί-
 σης γραφθῆτω ὑπ' αὐτὴν ἢ μονάς. ὡς κλάσματι δὲ
 τῷ τῆς ρίζης συμπράκτορι ἐκληφθέντι, ἀχωρίσῃ δια-
 μένοντι τῆς ρίζης, συνήφθω ἢ κεκλασμένη ἔκθεσις.
 (§. 58.) καὶ ἔσαι δὴ τὸ κεφάλαιον αὐτῶν, τὸ ἐν τῷ Q .

Τῶν αὐτῶν προχθέντων, ἢ μὲν διαφορὰ τῶν ἐν
 τοῖς R καὶ S ἔσαι ἢ ἐν τῷ V . τὸ δὲ γινόμενον ἐκ τῶν
 ἐν τοῖς A καὶ B , (ι) τὸ ἐν τῷ Γ . τὸ δὲ πηλίκον, τὸ
 ἐκ τῶν ἐν τοῖς Δ καὶ E , τὸ Z .

Κ Ε Φ. Θ'.

Περὶ τῆς τῶν ριζῶν ἐξαγωγῆς.

ΣΗ.

(ι) Πίν. VIII.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Α'.

§. 80. Ειδέναι δεῖ ἐκ ποίων μερῶν πᾶσα Δύναμις σύγκεται. τέττε γὰρ γνωθέντος, ῥᾶον ἢ τῆς δοθείσης Δυναμέως ῥίζα εὐρεθήσεται. πολλαπλασιασθήτω ἔν τῷ $\alpha \pm \beta$ πρώτον μὲν ἐφ' ἑαυτὸ, εἶτα διὰ τῆς δευτέρας Δυναμέως, εἶτα διὰ τῆς τρίτης, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως. ἔσαι δὲ ἔν τῷ μὲν ἐκ τῆ $\alpha \pm \beta$ τετραγώνου, τὸ ἐν τῷ Η, ὁ δὲ κύβου, ὁ ἐν τῷ Θ, ἢ δὲ τετάρτη Δυναμις ἢ ἐν τῷ Ι. τὸ μὲν ἔν ἀπὸ τῆς διμερῆς ἐκθέσεως $\alpha \pm \beta$ τετραγώνου σύγκεται ἐκ τῆ τετραγώνου τῆ ἀπὸ τῆ πρώτης τῆς ἐκθέσεως μέρος, καὶ τῆ δις ὀρθογωνίᾳ τῆ ὑπὸ τῆ πρώτης καὶ τῆ δευτέρας, καὶ ἐκ τῆ τετραγώνου τῆ ἀπὸ τῆ δευτέρας· ὁ δὲ κύβου, ἐκ τῆ κύβου τῆ ἀπὸ τῆ πρώτης μέρος, ἐκ τῆ τριπλασίᾳ τῆ γινομένην ἔκτε τῆ τετραγώνου τῆ ἀπὸ τῆ πρώτης μέρος καὶ ἐκ τῆ δευτέρας, ἐκ τῆ τριπλασίᾳ τῆ γινομένην ἐκ τῆ πρώτης μέρος καὶ τῆ τετραγώνου τῆ ἀπὸ τῆ δευτέρας, καὶ ἐκ τῆ κύβου τῆ ἀπὸ τῆ δευτέρας μέρος· ἢ δὲ τετάρτη Δύναμις, ἐκ τῆς τετάρτης Δυναμέως τῆς ἀπὸ τῆ πρώτης μέρος, ἐκ τῆ τετραπλασίᾳ τῆ γινομένην ἔκτε τῆ κύβου τῆ ἀπὸ τῆ πρώτης μέρος καὶ ἐκ τῆ δευτέρας μέρος, ἐκ τῆ ἑξαπλασίᾳ τῆ γινομένην ἐκ τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῆ πρώτης καὶ δευτέρας μέρος, ἐκ τῆ τετραπλασίᾳ τῆ γινομένην ἐκ τῆ πρώτης μέρος καὶ τῆ κύβου τῆ ἀπὸ τῆ δευτέρας, καὶ ἐκ τῆς τετάρτης Δυναμέως τῆς ἀπὸ τῆ δευτέρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.

§. 81. Τέτων, ἔμην ἀλλὰ καὶ τῶν ἐκθετῶν τῶν γραμμαῶτων, ἐξ ὧν πᾶσα Δύναμις σύγκεται εὐσόχως παρατηρηθέντων, ἢ ἐν τῷ Κ γενικὴ ἐκθεσις συνίσταται, πᾶσαν Δύναμιν ἐκ διμερῆς ἐκθέσεως γινομένην ἐμφαίνουσα, εἰάν ἀντὶ τῆ ν ὁ τῆς Δυναμέως ἐκθέτης ἐν αὐτῇ

τῆ τεθῆ. ἐπεὶ δὲ πᾶσαι πολυμερῆς ἐκθέσεις εἰς διμερῆ μεταβάλλεται, τῆ μὲν τῶν μερῶν αὐτῆς ἴσες κείμεναι τῷ πρώτῳ τῆς διμερῆς, οἷον τῷ α, τῶν δὲ λοιπῶν ἀπάντων ἴσων τῷ δευτέρῳ, οἷον τῷ β, ἡ ἄρα ἐν τῷ Κ ἐκθέσεις πᾶσαν Δύναμιν ἐμφαίνει τῆς ἐξ ὁποιασῶν ἐκθέσεως.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Β'.

§. 82. Ἐάν μὲν ἀποφατικός ἀριθμὸς ἢ τὸ ν ἢ ἐν τῷ Κ ἐκθέσεις μονάδα ἐμφαίνει διὰ τῶν τῆς ἐκθέσεως μερῶν διηρημένην· εἰάν δὲ κεκλασμένος, μέρη ἀπειροσθέντα τῆς ῥίζης, τῆς ὑπὸ τῆ ὀνοματῆ τῆ κλάσματος δηλωμένης.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 83. Ἐάν μὲν τὸ $\nu = -2$, ἔσται τὸ $\overline{\alpha \pm \beta} = \overline{\alpha \pm \beta}^2 = \frac{1}{\alpha \pm \beta}^2$, ὁμοίως εἰάν τὸ $\nu = -3$, ἔσται $\overline{\alpha \pm \beta} = \overline{\alpha \pm \beta}^3 = \frac{1}{\alpha \pm \beta}^3$ (§. 31.) εἰάν δὲ τὸ $\nu = \frac{1}{2}$, ἔσται τὸ $\overline{\alpha \pm \beta} = \overline{\alpha \pm \beta}^{\frac{1}{2}}$, ὅπερ ἴσον τῆ ἐν τῷ Λ σειρά.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

§. 84. Ἡ ἄρα τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ μὴ ὄντος τετραγώνου ἐκ μερῶν σύγεται, ὧν ὁ ἀριθμὸς πέρασ ἐκ ἔχει ὁμοίως καὶ ἡ κυβικὴ τῆ μὴ ὄντος κύβου, καὶ ἡ τῶν ἄλλων Δυνάμεων, τῶν μὴ τοιούτων ἔσῶν, εἴα ἢ ζητημένη ῥίζα. ὅπερ δὴ καὶ ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς δῆλον.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Γ'.

§. 85. Αἱ μὲν τετραγωνικαὶ τῆς μονάδος ῥίζαι δύο εἰσιν, αἱ ἐν τῷ Μ' ἐξ ἑκατέρας γὰρ ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθείσης, τὸ ἐκ μονάδος προκύπτει τετράγωνον·

αί δὲ κυβικαὶ τρεῖς, αἱ ἐν τῷ Ν· ἐξ ἑκάστης γὰρ αὐ-
τῶν δις πολλαπλασιασθείσης, ὁ ἐκ μονάδος γίνεται
κύβος· αἱ δὲ τῆς τετάρτης Δυναμέως, αἱ ἐν τῷ Ξ δια-
τὸν αὐτὸν λόγον· αἱ δὲ τῆς πέμπτης αἱ ἐν τῷ Ο. τί-
τι δὲ μεθόδῳ ἔυρηνται, κατωτέρω ἐρῶμεν.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Δ΄.

§. 86. Πᾶσαν ῥίζαν διὰ τῶν τῆς μονάδος ῥιζῶν
πολλαπλασιασθῆναι χρή. τὴν μὲν τετραγωνικὴν διὰ τῶν τε-
τραγωνικῶν, τὴν δὲ κυβικὴν διὰ τῶν κυβικῶν, τὴν δὲ
τῆς τετάρτης Δυναμέως διὰ τῶν τῆς τετάρτης, καὶ
τῆς τῶν ἄλλων Δυναμέων ὁμοίως. τῆς γὰρ $\sqrt{a^2}$ διὰ
τῶν ἐν τῷ Μ τετραγωνικῶν τῆς μονάδος ῥιζῶν πολλα-
πλασιασθείσης, προκίπτουσιν αἱ $+1\sqrt{a^2}$, $-1\sqrt{a^2}$.
ἔστι δὲ ἢ μὲν $+1\sqrt{a^2} = +1 \cdot +a$ ἢ δὲ $-1\sqrt{a^2} =$
 $-1 \cdot +a = -a$. ἐξ ἑκατέρας δὲ τούτων ἐφ' ἑαυτὴν
πολλαπλασιασθείσης, τὸ a^2 γίνεται. ὁμοίως τῆς $\sqrt[3]{a^3}$
διὰ τῶν ἐν τῷ Ν κυβικῶν τῆς μονάδος ῥιζῶν πολλα-
πλασιασθείσης, τρεῖς προκύπτουσι ῥίζαι, ἢ $1\sqrt[3]{a^3}$, ἢ
 $-\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{a^3}$, καὶ ἢ $-\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^3} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{-3} \cdot$
 $\sqrt[3]{a^3}$. ἐξ ἑκάστης δὲ αὐτῶν δις πολλαπλασιασθείσης,
γίνεται ἢ $\sqrt[3]{a^3}$, εἴτεν ὁ κύβος a^3 . ταῦτα αὐτὰ δὲ καὶ
ἐπὶ τῆς ῥίζης τῆς τετάρτης Δυναμέως, καὶ τῆς πέμ-
πτῆς, καὶ τῶν ἄλλων ἐφεξῆς συμβαίνει διὰ τῶν ταυ-
τωνύμων τῆς μονάδος ῥιζῶν πολλαπλασιασθείσης. ἐπεὶ
ἐν τῇ μὲν τετραγώνῳ, οἷον τῇ a^2 ἢ ῥίζα ἦτοι ἢ $+a$

εἶναι, ἢ ἡ — α, τῆ δὲ κύβου, οἷον τῆ αβ, μία τῶν εἰρημένων τριῶν, διὰ τῆτο πᾶσαν ῥίζαν, ὡς μονάδι ἢ ἐνὶ γράμματι ἴσην ἐκλαμβάνομένην, πολλαπλασιάζειν καὶ διὰ τῶν ταυτωνύμων αὐτῇ μοναδικῶν ῥιζῶν. ἔτω μὲν γὰρ ἕ μόνον μίαν, ἀλλ' ἐκάστην τῶν ῥιζῶν τῆς προκειμένης εὐρίσκομεν Δυνάμεως.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄.

§. 87. Τῆς ἐν τῷ Λ (κ) δοθείσης ἐκθέσεως τὴν τετραγωνικὴν εὐρεῖν ῥίζαν.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Α΄. Τετάρχθωσαν τὰ τῆς ἐκθέσεως μέρη κατὰ τὸ μέγεθος τῶν Δυνάμεων, ὡς ἐν τῷ περὶ διαιρέσεως κεφαλαίῳ εἴρηται, (§. 50.) καὶ τῷ Β ὁράται.

Β΄. Εὐρεθῆτω ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς ἐκθέσεως πρώτου μέρους, ἦτοι τῆ α². ἦτις δὴ εἶναι ἡ α²=α. (§. 26.) καὶ γραφθῆτω ἐν τῷ Γ, ὡς πρῶτον μέρος τῆς ζητεμένης ῥίζης. καὶ τῆ ἀπ' αὐτῆς τετραγώνου α² ἀπὸ τῆ προειρημένου πρώτου τῆς ἐκθέσεως μέρους ἀφαιρεθέντος, τὰ λοιπὰ αὐτῆς μέρη γεγραφθῶσαν ὡς ἐν τῷ Δ ὁράται.

Γ΄. Διὰ τῆ διπλασίῃ τῆς εὐρεθείσης ῥίζης α, εἴτεν διὰ τῆ 2α διελὼν τὸ τῆς ἐν τῷ Δ ἐκθέσεως πρῶτον μέρος, ἦτοι τὸ 2αβ, τὸ πηλίκον β, ὃ εἶσι τὸ δεύτερον τῆς ζητεμένης ῥίζης μέρος, (§. 50.) γράψον ἐν τῷ Γ μετὰ τὸ εὐρεθὲν πρῶτον μέρος α.

Δ΄. Τὸ δις ὀρθογώνιον, τὸ ὑπὸ τῆ πρώτου τῆς ῥίζης μέρους α, καὶ τῆ δευτέρου β, σὺν τῷ ἀπὸ τῆ δευτέρου τετραγώνῳ β², εἴτεν τὸ 2αβ + β² ἀφηρήθω ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Δ ἐκθέσεως.

Ἐπεὶ

(κ) Πίν. ΙΧ.

Ἐπεὶ δὲ τὸ λοιπὸν ἔδέν ἐστι, δῆλον ἄρα ὅτι ἡ προκειμένη ἔκθεσις τετράγωνόν ἐστιν, ἧς ἡ ρίζα ἢ ἐυρεθεῖσα $\alpha + \beta$.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Α'.

§. 88. Ἐάν τι μετὰ τὰς εἰρημέναις πράξεις καταλειφθῆ, ἡ προκειμένη ἔκθεσις ἐκ ἐστὶ τετράγωνον. διὸ δὴ ἐδὲ ἐξὸν τὴν ἐπ' ἀκριβὲς τετραγωνικὴν αὐτῆς ρίζαν ἐυρεῖν. σύγκειται γὰρ αὕτη ἐξ ἀπειροαριθμῶν μερῶν. (§. 84.) τὸ αὐτὸ δὲ σημειωτέον καὶ περὶ τῶν ριζῶν τῶν ἄλλων Δυναμῶν.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Β'.

§. 89. Τῶ αὐτῶ δὴ τρόπῳ ἐυρεθήσεται ἡ τῆ τετραγώνου ρίζα, καίπερ πολυμερῆς ἔσα. ταχθείσης γὰρ τῆς ἐν τῷ Ε' ἐκθέσεως ὡς εἴρηται ἐν (§. 56.) καὶ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης Χ τῆ πρώτῃ αὐτῆς μέρῃ ἐυρεθείσης, καὶ ἀφαιρεθέντος τῆ ἀπ' αὐτῆς τετραγώνου X^2 ἀπὸ τῆ προειρημένῃ τῆς ἐκθέσεως πρώτῃ μέρῃ, τὰ λοιπὰ, τὰ ἐν τῷ Η, ἴσα εἰσὶ τοῖς ἐν τῷ Θ. διὸ τῆ πρώτῃ αὐτῶν μέρῃ αX . $\gamma + \zeta$. διὰ τῆ διπλασίᾳ τῆς ἤδη ἐυρεθείσης ρίζης, εἴτεν διὰ τῆ αX , διαυρεθέντος, τὸ πηλίκον $\gamma + \zeta$, τὸ δεύτερον τῆς ζητεμένης ρίζης μέρος ἐστὶ, καὶ ὡς ἐν μόνον λογίζεται. (§. 81.) τῆ ἔν δὲ ὀρθογωνίᾳ τῆ ὑπὸ τῆ πρώτῃ Χ καὶ τῆ δευτέρῃ μέρῃ $\gamma + \zeta$ σὺν τῶ ἀπ' αὐτῆ τῆ δευτέρῃ μέρῃ τετραγώνῳ ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Θ ἐκθέσεως ἀφαιρεθέντων, τὸ λοιπὸν ἔδέν ἐστιν. ἐξ ὧ δῆλον, ὅτι ἡ προκειμένη ἐν τῷ Ε' ἔκθεσις τετράγωνόν ἐστιν, ἧς ρίζα ἢ ἐν τῷ Ζ κειμένη. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τῶν ἄλλων Δυναμῶν πολυμερῆς ρίζα ἐυρεθήσεται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'.

§. 90. Τῆς ἐν τῷ Ι δοθείσης ἐκθέσεως τὴν κυβικὴν ρίζαν ἐυρεῖν.

Α'. Τετάρτῳ ἢ ἔκθεσις ὡς ἐν τῷ Κ ὀράται. §. 56.

Β'. Ἐυρεθῆτω ἡ κυβική ρίζα τῆ πρώτῃ τῆς ἐκθέσεως μέρος a^3 , ἣτις ἐστὶν $a^{\frac{3}{3}} = a$. τῆτο δὲ πρῶτον τῆς ζητημένης κυβικῆς ρίζης μέρος ἐστὶν.

Γ'. Ὁ κύβος a^3 τῆς ευρεθείσης ρίζης a ἀφηρήθῃ ἀπὸ τῆ πρώτῃς προκειμένης ἐκθέσεως πρώτῃς μέρος, τὰ δὲ λοιπὰ αὐτῆς μέρη γεγραφῶ ὡς ἐν τῷ Μ.

Δ'. Τὸ τῆς ἐν τῷ Μ ἐκθέσεως πρῶτον μέρος, εἶπεν τὸ $3a^2\beta$, διὰ τῆς τριπλασίῃς τῆς τετραγώνῃς τῆς ἀπὸ τῆς ἤδη ευρεθείσης ρίζης, ἥτοι διὰ τῆς $3a^2$ διελε. καὶ ἔσται δὴ τὸ πηλίκον β τὸ δεύτερον τῆς ζητημένης ρίζης μέρος.

Ε'. Τὸ τριπλάσιον τῆς γινομένης ἐκ τῆς τετραγώνῃς τῆς ἀπὸ τῆς πρώτῃς μέρος καὶ τῆς δευτέρῃς τῆς ευρεθείσης ρίζης, εἶπεν τὸ $3a^2\beta$, σὺν τῷ γινομένῳ ἐκ τῆς τριπλασίῃς τῆς πρώτῃς καὶ τῆς τετραγώνῃς τῆς ἀπὸ τῆς δευτέρῃς τῆς ρίζης μέρος, ἥτοι τὸ $3a\beta^2$, σὺν τῷ ἀπ' αὐτῆς τῆς δευτέρῃς μέρος κύβῳ, τετέσι τὸ β^3 , ἀφελε ἀπὸ τῆς ἐν τῷ Μ ἐκθέσεως.

Ἐπειδὴ δὲ τὸ λοιπὸν ἔδεν ἐστὶ, δῆλον ὅτι ἡ δοθεῖσα ἔκθεσις κύβος ἐστὶν, ἥτις ρίζα ἡ ἐν τῷ Λ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ

§. 91. Ἐὰν δὲ ἡ ἔκθεσις, ἥς ἡ ρίζα ζητεῖται, κεκλασμένη ἦ, τὴν τε τῆς ἀριθμητῆς καὶ τῆς ὀνομαστῆς ρίζαν ευρετέον, καὶ τὴν ἑτέραν, τὴν τῆς ὀνομαστῆς, ὑπὸ τὴν ἑτέραν, τὴν τῆς ἀριθμητῆς, γραπτέον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 92. Ἡ μὲν τετραγωνική ρίζα τῆς ἐν τῷ Ν ἐκθέσεως ἐστὶν ἡ ἐν τῷ Ξ· ἡ δὲ κυβική τῆς ἐν τῷ Ο, ἡ ἐν τῷ Π· ἡ δὲ τῆς τετάρτης Δυνάμεως, τῆς ἐν τῷ Ρ, ἡ ἐν τῷ Σ.

ΚΕΦ.