ἐπεὶ γὰρ ἡ ΠΑ $=$ ΑΤ. (π) ἔστι δὲ ἡ μὲν ΠΑ $=$ ΜΒ, ἡ δὲ ΑΤ $=$ ΜΡ. (ρ) ἄρα καὶ ἡ ΜΒ $=$ ΜΡ. διὸ ἡ ΒΡ διπλασία τῆς ΜΡ.

ΠΟΡΙΣΜΑ

Ἐντεῦθεν ἄλλη πρόεισι μέθοδος τοῦ ἐφαπτομένην ἄγειν ἀπὸ τοῦ δοθέντος τῆς Παραβολῆς σημείου, οἷον τοῦ Μ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Μ ἡ Δευτερεύα Διάμετρος ΒΜΖ τῇ κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομένῃ συμπίπτουσα κατὰ τὸ Β. καὶ ληφθείσης τῆς ΜΡ ἴσης τῇ ΜΒ, ἀπὸ τῆς κορυφῆς Α ἐπὶ τὸ Ρ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΡ. ἔσται δὴ οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ Μ τῇ ΡΑ ἀγομένη παράλληλος ΜΤ ἐφαπτομένη τῆς Παραβολῆς κατὰ τὸ Μ.

Β′. Εὑρεθείσης τῆς ὀρθίας πλευρᾶς Χ τῆς Δευτερεύας Διαμέτρου ΜΖ, εἴτουν τῆς τρίτης ἀναλόγου τῆς ἀποτετμημένης ΜΙ, καὶ τῆς τεταγμένης ΙΕ, (σ) ἔσεται τὸ ἀπὸ πάσης τεταγμένης τετράγωνον, οἷον τὸ ἀπὸ τῆς ΡΑ ἴσον τῷ ὀρθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῆς ἀποτεμνομένης ὑπ᾿ αὐτῆς ΜΡ καὶ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς Χ περιεχομένῳ. ἐπεὶ γὰρ ὡς $MI : IE :: IE : X$. ἄρα τὸ $MI . X = \overline{IE}^2$. (τ) ἔστι δὲ ὡς $MI : MP :: \overline{IE}^2 : \overline{PA}^2$, (υ) διὸ καὶ ὡς $MI : MP :: MI . X : \overline{PA}^2$. τὸ ἄρα $MI . \overline{PA}^2 = MP . MI . X$. καὶ τῶν ἴσων διὰ τῆς ΜΙ διαιρεθέντων, ἔσεται τὸ $\overline{PA}^2 = MP . X$. (φ).

Γ′. Καὶ τὸ ὀρθογώνιον δὲ τὸ ὑπὸ τοῦ ἀθροίσματος δύο ὁποιωνοῦν τεταγμένων καὶ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν περιεχόμενον ἴσον δειχθήσεται τῷ ὀρθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῆς

(π) Κατὰ τὸ ἀρημ. Πόρισ. (ρ) Κατὰ τὴν λδ′. τοῦ α′. (σ) Ὅρα τὸν κα′. ὅρισμ. (τ) Κατὰ τὴν ις′ τοῦ ς′. (υ) Κατὰ τὸ β′. μέρ. τῆς προκειμ. προτ. (φ) Η′ μθ′. πρότ. ἐστὶ τοῦ α′ βιβλ. τοῦ Ἀπολλων.

τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὑπ' αὐτῶν ἀποτεμνομένων ϗ τῆς ὀρθίας περιεχομένῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἔχει ἄρα ϗ ἡ Δευτεραία τῆς Παραβολῆς Διάμετρος τὰ τῆς πρώτης καὶ ἀρχικῆς ἰδιώματα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Ἐὰν ληφθῇ μέρος τοῦ Ἄξονος τῆς Παραβολῆς πρὸς τῇ κορυφῇ ἴσον τεταρτημορίῳ τῆς ὀρθίας αὐτῆς πλευρᾶς, ἀχθεῖσα δὲ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς τῷ Ἄξονι συμβάλλῃ, τὸ τετραπλάσιον τοῦ ἀπ' αὐτῆς ϗ τοῦ πέρατος τοῦ προειρημένου μέρους ἀπολαμβανομένου τμήματος τοῦ Ἄξονος ἴσον ἐστὶ τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς Δευτεραίας Διαμέτρου.

Ἔστω Παραβολὴ ἡ ΑΜ, ἧς Ἄξων μὲν ἡ ΤΚ, ἐφαπτομένη δὲ ἡ ΜΤ, Δευτεραία δὲ Διάμετρος ἡ ΜΡ. ϗ εἰλήφθω ἡ ΑΦ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς. Λέγω, ὅτι τὸ τετραπλάσιον τῆς ΦΤ ἴσον ἐστὶ τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς Δευτεραίας Διαμέτρου ΜΡ. πίν. Ε. χ. 1.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομένη ΑΓ, ϗ ἀπὸ μὲν τοῦ Α τεταγμένως κατήχθω ἐπὶ τὴν ΜΡ, ἡ ΑΡ, ἀπὸ δὲ τοῦ Μ ἐπὶ τὴν ΤΚ ἡ ΜΠ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΦΓ.

ΔΕΙ-

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΤΠ διπλασία ἐστὶ τῆς ΑΠ, (χ) εἴτουν τῆς ΑΤ, ἀλλ' ὡς ΤΠ : ΤΑ :: ΤΜ : ΤΓ. ὡσαύτως καὶ ὡς ΤΠ : ΤΑ :: ΠΜ :: ΑΓ. (ψ) ἄρα ἡ μὲν ΤΜ διπλασία τῆς ΤΓ, ἡ δὲ ΠΜ τῆς ΑΓ. οὐκοῦν καὶ τὸ $\overline{ΠΜ}^2$ τετραπλάσιον τοῦ $\overline{ΑΓ}^2$. ἐπεὶ δὲ ἡ ΑΦ τεταρτημόριόν ἐστι τῆς ὀρθίας πλευρᾶς, (ω) ἡ ἄρα 4ΑΦ ἴση τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ. ἔστι δὲ τὸ $\overline{ΠΜ}^2 =$ ΑΠ. 4ΑΦ. (α) τὸ ἄρα $\overline{ΠΜ}^2$ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΠ. ΑΦ, εἴτουν τοῦ ΑΤ. ΑΦ. ἀλλὰ τὸ αὐτὸ $\overline{ΠΜ}^2$ τετραπλάσιον δέδεικται καὶ τοῦ $\overline{ΑΓ}^2$. τὸ ἄρα $\overline{ΑΓ}^2 =$ ΤΑ. ΑΦ. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ Α γωνίαι ὀρθαί. (β) ἡ ἄρα ΤΓΦ γωνία ὀρθή. (γ) ὡς ἄρα ΑΤ : ΤΓ :: ΤΓ : ΤΦ. (δ) τὸ ἄρα $\overline{ΤΓ}^2 =$ ΑΤ. ΤΦ. (ε) ἔστι δὲ ἡ ΑΤ = ΜΡ, (ζ) τὸ ἄρα $\overline{ΤΓ}^2 =$ ΜΡ. ΤΦ. ἀλλὰ τὸ $\overline{ΤΜ}^2$ τετραπλάσιον τοῦ $\overline{ΤΓ}^2$. τὸ $\overline{ΤΜ}^2$ ἄρα τετραπλάσιον καὶ τοῦ ΜΡ. ΤΦ, εἴτουν τὸ $\overline{ΤΜ}^2 =$ ΜΡ. 4ΤΦ. ἀλλὰ ἡ ΤΜ = ΑΡ. (η) τὸ ἄρα $\overline{ΑΡ}^2 =$ ΜΡ. 4ΤΦ. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ΑΡ τεταγμένως κατήχθη ἐπὶ τὴν ΜΡ, ἡ δὲ ΜΡ ἡ ἀποτετμημένη ἐστὶν, ἡ ἄρα 4ΤΦ ἴση ἐστὶ τῇ ὀρθίᾳ τῆς Δευτεραίας Διαμέτρου ΜΡ. (θ).

ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α'. Καὶ τὸ τετραπλάσιον τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Μ ἐπιζευχθείσης εὐθείας ΦΜ ἴσον ἔσεται τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς Δευτεραίας Διαμέτρου ΜΡ. ἐπεὶ γὰρ τῶν τριγώνων ΜΦΓ, ΤΦΓ, ἡ μὲν ΓΜ = ΓΤ, ἡ δὲ

(χ) Κατὰ τὸ Πόρισ. τὸ μετὰ τὴν δ'. (ψ) Κατὰ τὴν δ'. τοῦ ς'. (ω) Ἐξ ὑποθ. (α) Κατὰ τὴν β'. (β) Κατὰ τὸν η'. ὁρισμ. καὶ τὴν δ'. προτ. (γ) Κατὰ τὴν β'. Συνέπ. τὴν μετὰ τὴν η'. τοῦ ς'. (δ) Κατὰ τὴν α'. Συνεπ. τῆς η'. τοῦ ς'. (ε) Κατὰ τὴν ιτ'. τοῦ ς'. (ζ) Κατὰ τὴν λδ'. τοῦ α'. (η) Κατὰ τὴν αὐτήν. (θ) Κατὰ τὴν β'. Συνέπ. τῆς ε'.

δὲ ΓΦ κοινή, ἔστι δὲ καὶ γωνία ἡ ΦΓΜ = ΦΓΤ· (ι) ἑκατέρα γὰρ ὀρθή· ἄρα καὶ ἡ ΦΜ = ΦΤ· (κ) ἀλλ' ἡ 4ΦΤ ἴση τῇ τῆς ΜΡ ὀρθίᾳ. ἄρα καὶ ἡ 4ΦΜ ἴση τῇ αὐτῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ.

Β΄. Ἐὰν ἐκτὸς τῆς Παραβολῆς πρὸς τῇ κορυφῇ Α ληφθῇ μέρος τοῦ Ἄξονος, τὸ ΑΒ ἴσον τῇ ΑΦ, ἀχθῇ δὲ ἀπὸ τοῦ Β τῇ τεταγμένῃ ΜΠ παράλληλος ἡ ΒΔ, συμπίπτουσα τῇ ἐκβληθείσῃ Δευτεραίᾳ Διατέτρῳ κατὰ τὸ Δ, ἔσεται τὸ τῆς ΔΜ τετραπλάσιον ἴσον τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς ΜΡ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΤΦ = ΤΑ + ΑΦ, ἔστι δὲ ἡ μὲν ΤΑ = ΑΠ, (λ) ἡ δὲ ΑΦ = ΑΒ, (μ) ἡ ἄρα ΤΦ = ΑΠ + ΑΒ = ΒΠ = ΔΜ. ἔστι δὲ ἡ 4 ΤΦ ἴση τῇ ὀρθίᾳ τῆς ΜΡ, ἄρα καὶ ἡ 4 ΒΠ, ἢ ἡ 4 ΔΜ ἴση τῇ αὐτῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ.

Γ΄. Καὶ ἡ ΦΜ ἴση ἐστὶ τῇ ΒΠ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΦΜ = ΦΤ, (ν) ἡ δὲ ΦΤ = ΒΠ, (ξ) ἄρα καὶ ἡ ΦΜ = ΒΠ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἄλλη ὁποιαοῦν ἡ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ τυχὸν τῆς τομῆς σημεῖον ἐπιζευχθεῖσα Φμ ἴση ἐστὶ τῇ Βπ, τῇ μεταξὺ τοῦ σημείου Β καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ μ ἀχθείσης τεταγμένης ἐπὶ τὸν Ἄξονα ΤΚ.

Δ΄. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι δοθείσης τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ἔνεστι πορίσασθαι συνεχῆ σημεῖα, δι' ὧν γραφήσεται ἡ Παραβολή. ἐκκείσθω γάρ τις εὐθεῖα, ἡ ΤΚ, καὶ εἰλήφθω ἀπ' αὐτῆς ἑκατέρα τῶν ΑΦ, ΑΒ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς δοθείσης ὀρθίας πλευρᾶς· ἀπὸ δὲ τῆς ΦΚ τυχόντα συνεχῆ σημεῖα τὰ Π, π, καὶ

(ι) Ὅρα τὴν ἀπόδ. τῆς προκειμ. προτ. (κ) Κατὰ τὴν δ΄. τοῦ α΄. (λ) Ὅρα τὸ Πόρισ. τὸ μετὰ τὴν δ΄. (μ) Ἐξ ὑποθ. (ν) Κατὰ τὴν προλ. α΄. Συνίπ. (ξ) Κατὰ τὴν προλ. Συνίπ.

καὶ ἄλλα ἐφεξῆς. καὶ ἤχθω ἡ μὲν ΦΜ = ΒΠ, ἡ δὲ φμ = βπ, καὶ ἐφεξῆς ἄλλαι ὁμοίως. ἔσται δὴ ὃν τὰ σημεῖα Μ, μ ἐπὶ τῆς τομῆς. ὡσαύτως καὶ ἄλλων συνεχῶν εὑρεθέντων σημείων, γραφήσεται ἡ Παραβολή.

Ε΄. Γραφήσεται δὲ ἡ Παραβολὴ καὶ διὰ Κανόνος καὶ Γνώμονος τῆς ὀρθίας αὐτῆς πλευρᾶς δοθείσης. Ἔστω γὰρ Κανὼν ὁ ΔΖ, (σχ. 2.) ἠυλακισμένος μὲν ἐπὶ τὰ τὰ Β, Ε μέρη, τῷ δὲ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ δεῖ τὴν Παραβολὴν γράψαι ἐστηριγμένος, καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνων εὐθεῖαν τὴν ΒΡ, τὸν Ἄξονα τῆς γραφθησομένης ἐμφαίνουσαν Παραβολῆς. οὕτω δὲ εἰσήχθω εἰς τὴν τοῦ Κανόνος ΔΖ ἄυλακα τὸ πέρας ΖΕ τοῦ ΖΕΓ Γνώμονος, ὥστε ἐφηρμοσμένον μένοντα τῇ ἄυλακι, ἐξεῖναι φέρεσθαι ἐπὶ τὰ Ζ μέρη. καὶ εἰλήφθω ἑκατέρα μὲν τῶν ΑΦ, ΑΒ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς δοθείσης ὀρθίας πλευρᾶς, ἡ δὲ ΒΡ, καὶ νῆμα τὸ ΦΜΓ ἴσον τῷ τοῦ Γνώμονος μήκει ΕΓ. καὶ τὸ μὲν τῶν περάτων τοῦ νήματος τῷ τοῦ Γνώμονος πέρατι Γ περιδεδέσθω, τὸ δὲ, ἐπὶ τὸ Φ ἐστηρίχθω. τῷ Γνώμονι δὲ ΖΕΓ ἐγγύτατα τῆς ΒΡ σαθέντι ἧλος ὁ ΗΜ συμπαρεντεθεὶς οὕτω συμφερέσθω παραλλήλως τῇ ΒΡ φερομένῳ ἐπὶ τὰ Ζ μέρη, ὥστε τὸ μὲν τοῦ νήματος μέρος ΦΜ, τὸ ἐκ τοῦ Γνώμονος ἐκχωριζόμενον, ἐντεταμένον διαπαντὸς διαμένειν, τὸ δὲ λοιπὸν, τὸ ΜΓ, τῷ Γνώμονι ἐφηρμοσμένον. λέγω δὴ, ὅτι τῇ τοιᾷδε φορᾷ Παραβολὴν καταγράψει ὁ ἧλος ΗΜ, τὴν ΑΜΨ, ἧς κορυφὴ τὸ Α σημεῖον, Ἄξων δὲ ἡ ΒΡ. κατήχθωσαν γὰρ τεταγμένως ἀπὸ τῶν Μ καὶ Γ σημείων αἱ ΜΠ, ΨΓΡ. καὶ ἐπεὶ τὸ νῆμα ΦΜΓ = ΒΡ, ἔστι δὲ τὸ μέρος ΜΓ = ΠΡ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΦΜ = ΠΒ. οὐκοῦν τὸ σημεῖον Μ ἐν Παραβολῇ ἐστὶν, ἧς ἡ κορυφὴ Α, ϗ Ἄξων ἡ ΒΡ. (ο) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ σημεῖα τῆς ΑΜΨ γραμμῆς, Παραβολῆς εἰσὶ σημεῖα. ἡ ἄρα ΑΜΨ Παραβολή ἐστι. χ. 1.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὸ μὲν σημεῖον Φ, (χ. 1.) Ἑστίαν, ἢ Ὀμφαλὸν τῆς Παραβολῆς καλεῖν εἰώθασι, τίνος δὲ χάριν, κατωτέρω εἰρήσεται· τὴν δὲ ΦΜ, τὴν ἀπὸ τῆς Ἑστίας ἐπὶ τὸ τυχὸν τῆς τομῆς σημεῖον ἐπιζευχθεῖσαν, Κεκλιμένην· τὴν δὲ ΒΔ, τὴν ἀπὸ τοῦ Β ταῖς τεταγμέναις ἀχθεῖσαν παράλληλον, ϗ τὰς ΜΔ, μδ, τὰς ἴσας ταῖς ΠΒ, πΒ περατοῦσαν, Εὐθεῖαν Μετεωρισμοῦ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ζ'.

Ἐὰν ἀπὸ Ἑστίας Παραβολῆς ἐπὶ τὸ τῆς ἐπαφῆς σημεῖον ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἀχθῇ ἡ Δευτεραία Διάμετρος, αἱ ὑπ' αὐτῶν καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω Παραβολὴ, ἧς Ἑστία μὲν, τὸ Φ· Ἐφαπτομένη δὲ, ἡ ΜΤ· Δευτεραία δὲ Διάμετρος, ἡ ΜΡ, καὶ Ἐπαφὴ, τὸ Μ. ϗ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Μ ἐπεζεύχθω ἡ ΦΜ. λέγω, ὅτι ἡ γωνία ΦΜΤ ἴση ἐστὶ τῇ ΡΜΨ.

ΔΕΙ-

(ο) Κατὰ τὴν προλ. γ'. Συνίσ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ἡ ΦΜ=ΦΤ, (π) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΦΜΤ= ΦΤΜ. (ϱ) ἀλλ' ἡ ΦΤΜ=ΡΜΨ. (σ) ἄρα καὶ ἡ ΦΜΤ=ΡΜΨ.

ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α'. Ἐὰν εὐθεῖαί τινες, αἱ ΗΠ, ΔΜ, (χ. 3.) πρὸς τὸ κυρτὸν τῆς Παραβολῆς ἕτω προσπίπτωσιν, ὥςε ἐκβληθείσας κατὰ τὴν Ἑςίαν Φ συμβάλλειν· ἀπὸ δὲ τῶν τῆς πτώσεως σημείων Π, Μ ἐφαπτόμεναι μὲν τῆς Παραβολῆς ἀχθῶσιν αἱ ΙΠΤ, ΥΜΤ, παράλληλοι δὲ τῷ Ἄξονι ΑΓ αἱ ΖΠΨ, ΛΜΡ, ἔσονται αἱ ὑπὸ τῶν προσπιπτεσῶν καὶ τῶν Ἐφαπτομένων περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι ταῖς ὑπὸ τῶν παραλλήλων καὶ τῶν ἐφαπτομένων, εἴτεν ἡ μὲν ΗΠΙ τῇ ΖΠΤ, ἡ δὲ ΔΜΥ τῇ ΛΜΤ. ἡ μὲν γὰρ γωνία ΦΠΤ= ΨΠΙ, (τ) ἔςι δὲ ἡ μὲν ΦΠΤ=ΗΠΙ, ἡ δὲ ΨΠΙ= ΖΠΤ. (υ) ἄρα καὶ ἡ ΗΠΙ=ΖΠΤ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΜΥ=ΛΜΤ.

Β.' Ἐὰν ἀπὸ τῆς Ἑςίας Φ (χ. 4.) τεταγμένως ἐπὶ τὸν Ἄξονα ΓΔ ἀναχθῇ ἡ ΦΜ, καὶ ἀπὸ τῦ Μ ἁπτομένη ἀχθῇ ἡ ΖΜΤ, τῇ μὲν κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομένη κατὰ τὸ Β, τῷ δὲ Ἄξονι κατὰ τὸ Τ συμβάλλυσα, ἔσεται ἡ μὲν ΦΜ ἴση τῇ ΑΝ, τῇ ἡμισεία τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ΑΥ· ἡ δὲ ΑΒ, τεταρτημορίῳ τῆς αὐτῆς· αἱ δὲ ΤΑ, ΑΒ, ΑΦ ἴσαι ἀλλήλαις. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΤΦ διπλασία τῆς ΑΦ, (φ) ἡ δὲ ΑΦ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ΑΥ, (χ) ἡ ἄρα ΤΦ=ΑΝ. ἀλλ' ἡ ΤΦ=ΦΜ, (ψ) ἄρα καὶ

(π) Ἐκ τῆς ά. Συνεπ. τῆς ϛ'. δῆλον. (ϱ) Κατὰ τὴν ί. τῦ ά. (σ) Κατὰ τὴν κθ'. τῦ ά. (τ) Κατὰ τὴν προκαμ. πρότ. (υ) Κατὰ τὴν ιέ. τῦ ά. (φ) Κατὰ τὸ Πόρισ. τὸ μετὰ τὴν δ'. (χ) Κατὰ τὴν ϛ'. (ψ) Κατὰ τὴν ά. Συνέπ. τῆς έ.

καὶ ἡ ΦΜ ἴση τῇ τῆς ὀρθίας ΑΥ ἡμισείᾳ ΑΝ. ἐπεὶ δὲ ὡς ΤΦ : ΤΑ :: ΦΜ : ΑΒ, (ω) καὶ ἡ ΦΤ διπλασία τῆς ΤΑ, ἄρα καὶ ἡ ΦΜ τῆς ΑΒ. ἡ ἄρα ΑΒ τεταρτημόριον τῆς ὀρθίας ΑΥ. αἱ δὲ ΤΑ, ΑΒ, ΑΦ ἴσαι ἀλλήλαις.

Γʹ. Ἐὰν ἀπὸ τῆς Ἑστίας Φ ἐπὶ τὸ τυχὸν τῆς Παραβολῆς σημεῖον Π ἐπιζευχθῇ ἡ ΦΠ, ἀπὸ δὲ τοῦ Π τεταγμένως ἐπὶ τὸν Ἄξονα καταχθῇ ἡ ΖΠΔ, τῇ Ἐφαπτομένῃ συμβάλλουσα κατὰ τὸ Ζ, ἔσται ἡ Κεκλιμένη ΦΠ ἴση τῇ ΖΠΔ. ἔστι γὰρ ὡς ΤΦ : ΦΜ :: ΤΔ : ΔΖ. (α) ἀλλ' ἡ ΤΦ = ΦΜ, ἄρα καὶ ἡ ΤΔ = ΔΖ. ἀλλ' ἡ ΤΔ = ΦΠ, (β) ἄρα καὶ ἡ ΦΠ = ΔΖ.

Δʹ. Ἔνεστιν ἄρα, δοθείσης τῆς ὀρθίας πλευρᾶς, συνεχῆ πορίσασθαι σημεῖα, δι' ὧν ἡ Παραβολὴ γραφήσεται. συνεστάτω γὰρ τρίγωνον ἰσοσκελές τε καὶ ὀρθογώνιον τὸ ΤΦΜ ἴσας ἔχον τὰς περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρὰς ΤΦ, ΦΜ ἀλλήλαις, καὶ ἑκατέραν ἴσην τῷ ἡμίσει τῆς δοθείσης ὀρθίας πλευρᾶς. καὶ ἐκβληθεισῶν κατὰ τὸ συνεχὲς τῶν ΤΦ, ΤΜ, καὶ ἀχθεισῶν ἀπὸ ληφθέντων σημείων τῶν Δ, δ, καὶ ἄλλων ἐφεξῆς, τῶν ΔΖ, δζ, καὶ ἐφεξῆς ἄλλων παραλλήλων τῇ ΦΜ, ἀπὸ τοῦ Φ ἐφηρμόσθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΦΠ, Φπ ἴσαι ταῖς ΔΖ, δζ. δῆλον ἄρα ὅτι τὰ Π, π, σημεῖα τῆς Παραβολῆς ἐστὶν, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ Α, τὸ μέσον τῆς ΦΤ, Ἑστία δὲ τὸ Φ, ἐφαπτομένη δὲ ἡ ΤΜ, καὶ ὀρθία πλευρὰ τὸ διπλάσιον ὁποτέρας τῶν ΤΦ, ΦΜ.

Εʹ. Ἐὰν ἀπὸ μὲν τῆς ἐπαφῆς Μ (πίν. ϛʹ. σχ. 1.) κάθετος ἀχθῇ τῇ ἐφαπτομένῃ ΖΜΟ, ἡ ΜΥ, τῷ

(ω) Κατὰ τὴν γʹ. τοῦ εʹ. (α) Κατὰ τὴν αὐτήν. (β) Κατὰ τὴν γʹ. Συνέπ. τῆς εʹ.

τῆς Παραβολῆς Ἄξονι συμπίπτουσα κατὰ τὸ Υ, ἀπὸ δὲ τοῦ Υ τῇ Κεκλιμένῃ ΦΜ κάθετος ἡ ΥΕ, τὸ ἀπ' αὐτῆς καὶ τῆς ἐπαφῆς ἀπολαμβανόμενον τῆς Κεκλιμένης μέρος τὸ ΜΕ ἴσον ἔσται τῷ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ἡμίσει. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Μ ἡ ΜϚ τῷ Ἄξονι ΑΥ παράλληλος. καὶ ἐπεὶ ἡ γωνία ϚΜΖ = ΦΜΔ, (γ) ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΥΜΖ ἴση ὅλῃ τῇ ΥΜΔ· (δ) ἑκατέρα γὰρ ὀρθή· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΥΜϚ ἴση λοιπῇ τῇ ΥΜΕ. ἔστι δὲ ἡ ΥΜϚ = ΜΥΚ, (ε) ἄρα καὶ ἡ ΥΜΕ = ΜΥΚ. ἔστι δὲ τῶν τριγώνων ΕΜΥ, ΚΜΥ καὶ γωνία ἡ ΥΕΜ = ΥΚΜ· (ζ) ἑκατέρα γὰρ ὀρθή· καὶ ἡ ΥΜ πλευρὰ κοινή, ἄρα καὶ ἡ ΕΜ = ΚΥ. (η) ἀλλ' ἡ ΚΥ Ὑποκάθετος οὖσα, ἴση ἐστὶ τῷ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ἡμίσει, (θ) καὶ ἡ ΕΜ ἄρα ἴση τῷ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς ἡμίσει.

Ϛ'. Ἐὰν ἀπὸ δύω τυχόντων τῆς Παραβολῆς σημείων, τῶν Π, Μ ἐπιζευχθῶσι μὲν ἐπὶ τὴν Ἑστίαν Φ αἱ ΠΦ, ΜΦ, ἀχθῶσι δὲ ἐφαπτόμεναι αἱ ΠΤΓ, ΜΓΟ, τῷ μὲν Ἄξονι κατὰ τὰ Τ καὶ Ο σημεῖα, ἀλλήλαις δὲ κατὰ τὸ Γ συμβάλλουσαι, ἔσεται ἡ ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν περιεχομένη γωνία ΠΦΜ διπλασία τῆς ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχομένης ΠΓΜ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΠΦ = ΦΤ. (ι) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΦΠΤ = ΦΤΠ. (κ) ἀλλ' ἡ γωνία ΠΦΥ = ΦΠΤ + ΦΤΠ. (λ) ἡ ἄρα ΠΦΥ διπλασία τῆς ΦΤΠ, εἴτουν τῆς ΟΤΓ. (μ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ΜΦΥ διπλασία τῆς

(γ) Κατὰ τὴν ζ. (δ) Ἐξ ὑποθ. (ε) Κατὰ τὴν κθ'. τοῦ α'. (ζ) Ἐξ ὑποθ. (η) Κατὰ τὴν κϚ'. τοῦ α'. (θ) Κατὰ τὸ Πόρισ. τὸ μετὰ τὴν δ. (ι) Κατὰ τὴν α'. Συνέκ. τῆς ε'. (κ) Κατὰ τὴν ε'. τοῦ α'. (λ) Κατὰ τὴν λβ'. τοῦ α'. (μ) Κατὰ τὴν ιε'. τοῦ α'.

τῆς ΤΟΓ. αἱ ἄρα ΠΦΥ+ΜΦΥ, εἴτουν ἡ ΠΦΜ διπλασία τῆς ΟΤΓ+ΤΟΓ. ἀλλ' ἡ ΟΤΓ+ΤΟΓ = ΠΓΜ. (ν) ἡ ἄρα ΠΦΜ διπλασία τῆς ΠΓΜ.

Ζ'. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῆς Ἑςίας Φ διαχθῇ τις εὐθεῖα ἡ ΨΜ τῇ Παραβολῇ κατὰ τὰ Ψ, Μ σημεῖα συμβάλλουσα, ἀπὸ δὲ τῶν Ψ Μ ἐφαπτόμεναι ἀχθῶσιν αἱ ΨΔ, ΜΔ, κατὰ τὸ Δ συμπίπτουσαι, ἡ ὑπ' αὐτῶν περιεχομένη γωνία ΨΔΜ ὀρθὴ ἔςαι. αἱ γὰρ ΨΦΥ, ΜΦΥ διπλασίαι οὖσαι τῆς ΨΔΜ, (ξ) ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς. (ο)

Η'. Ἡ αὐτὴ ΨΜ ἐὰν παράλληλος ᾖ τῇ ΛΧ τῇ κατὰ τὸ Λ τῆς Παραβολῆς ἐφαπτομένῃ, (χ. 2.) ἴση ἔσεται τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς Δευτερείας Διαμέτρου ΔΛΓ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΨΝ = ΝΜ, (π) ἡ δὲ γωνία ΨΔΜ ὀρθή, (ρ) ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Ν, διαςήματι δὲ ὁποτέρᾳ τῶν ΝΨ, ΝΜ γραφόμενος κύκλος διὰ τοῦ Δ ἥξει. (σ) αἱ ἄρα ΨΝ, ΝΔ, ΝΜ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἀλλ' ἡ ΝΔ Ὑφαπτομένη οὖσα, διπλασία ἐςὶ τῆς Ἀποτετμημένης ΛΝ. (τ) ἄρα ἡ ΨΜ διπλασία οὖσα τῆς ΝΔ, τετραπλασία ἐςὶ τῆς ΛΝ. ἀλλὰ τῇ ΛΝ ἴση ἡ ΦΧ. (υ) ἡ ἄρα ΨΜ τετραπλασία τῆς ΦΧ, εἴτουν ἴση τῇ ὀρθίᾳ πλευρᾷ τῆς Δευτερείας Διαμέτρου ΔΛΓ. (φ)

Θ'. Τῶν αὐτῶν κειμένων, ἡ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευχθεῖσα ΦΔ, πρὸς ὀρθὰς ἐςι τῇ ΨΜ, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῶν τμη-

Θ 2 μά-

(ν) Κατὰ τὴν λβ'. τοῦ α'. (ξ) Κατὰ τὴν προλ. Συνέπ. (ο) Κατὰ τὴν ιγ. τοῦ α'. (π) Κατὰ τὴν ε'. (ρ) Κατὰ τὴν προλ. Συνέπ. (σ) Κατὰ τὴν δ'. Συνέπ. τὴν μετὰ τὴν η'. τοῦ ς'. (τ) Κατὰ τὸ Πόρισ. τὸ μετὰ τὴν δ'. (υ) Κατὰ τὴν λγ'. τοῦ α'. (φ) Κατὰ τὴν ς'.

μάτων τῆς ΨΜ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, ἤτοι τὸ $\overline{\Phi\Delta}^2$ = ΨΦ. ΦΜ. ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΦΛ, ἴση ἔσαι τῇ ΦΧ. (χ) ἀλλ' ἡ ΦΧ = ΝΛ, (ψ) ἡ δὲ ΝΛ = ΛΔ. (ω) αἱ τρεῖς ἄρα ΝΛ, ΛΦ, ΛΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Λ, διαςήματι δὲ μιᾷ τῶν εἰρημένων ἴσων εὐθειῶν γραφόμενος κύκλος διὰ τοῦ Φ ἥξει. οὐκοῦν ἡ γωνία ΔΦΝ ὀρθή ἐςιν. (α) ἡ ἄρα ΦΔ πρὸς ὀρθὰς ἐςὶ τῇ ΨΜ. ἐπεὶ δὲ καὶ γωνία ἡ ΨΔΜ ὀρθή ἐςι, (β) τὸ ἄρα $\overline{\Phi\Delta}^2$ = ΨΦ. ΦΜ. (γ)

Ι. Ἡ τῆς ὀρθῆς γωνίας ΨΔΜ κορυφὴ ἐν τῇ τοῦ Μετεωρισμοῦ εὐθείᾳ ΒΥ κεῖται. ἔςι γὰρ ἡ μὲν ΦΛ = ΔΛ, ἡ δὲ ΦΑ = ΑΒ. (δ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Η΄.

Τὸ ὑπὸ τῆς τομῆς καὶ τῆς ὁποιασοῦν τεταγμένης καὶ τῆς ὑπ' αὐτῆς ἀποτεμνομένης περιεχόμενον παραβολικὸν χωρίον ἴσον ἐςὶ δυσὶ τριτημορίοις τοῦ ὀρθογωνίου τοῦ ὑπὸ τῆς αὐτῆς τεταγμένης, καὶ τῆς ὑπ' αὐτῆς ἀποτεμνομένης περιεχομένου.

Ἔςω Παραβολὴ ἡ ΑΖΓ, ἧς Διάμετρος μὲν ἡ ΑΠ, τεταγμένη δὲ ἐπ' αὐτὴν ἡ ΓΠ, καὶ ἡ ὑπ' αὐτῆς ἀποτεμνομένη ἡ ΑΠ. ἔςω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΠ, ΑΠ ὀρθογώνιον τὸ ΠΒ. λέγω, ὅτι τὸ παραβολικὸν χωρίον ΑΖΓΠ ἴσον ἐςὶ δυσὶ τριτημορίοις τοῦ ΠΒ ὀρθογωνίου, ἤτοι τὸ ΑΖΓΠ, πρὸς τὸ ΠΒ λόγον ἔχει, ὃν ὁ 2 : 3. κ. 3.

ΚΑ-

(χ) Ὅρα τὴν α΄. Συνέπ. τῆς ς΄. (ψ) Κατὰ τὴν λδ΄. τοῦ α΄. (ω) Ἐκ τῆς α΄. Συνέπ. τῆς ε΄. δῆλον. (α) Κατὰ τὴν λα΄. τοῦ ς΄. (β) Κατὰ τὴν προλ ζ΄. Συνέπ. (γ) Κατὰ τὴν α΄. Συνέπ. τῆς η΄. τοῦ ς΄. (δ) Ὅρα τὴν β΄. Συνέπ. τῆς ζ΄.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπιζευχθείσης ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ τῆς τὴν τομὴν ὑποτεινούσης ΑΓ, ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ τυχόντος τῆς ἀποτετμημένης σημείου Μ τεταγμένως ἐπὶ τὴν Διάμετρον ἡ ΜΖ, ἥτις ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν ΒΓ κατὰ τὸ Ψ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἤχθω ὁποτέρᾳ τῶν ΑΠ, ΒΓ παράλληλος ἡ ΔΖΦ. περιενεχθήτω δὲ τὸ ΠΒ ὀρθογώνιον σὺν τῷ τριγώνῳ ΑΓΒ περὶ τὴν ΑΒ ἕως οὗ ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι. οὐκοῦν ἀπὸ μὲν τοῦ ὀρθογωνίου ΠΒ Κύλινδρος, ἀπὸ δὲ τοῦ τριγώνου ΑΓΒ Κῶνος γίνεται. (ε)

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὡς $\overline{\text{ΓΠ}}^2 : \overline{\text{ΖΜ}}^2 :: \text{ΑΠ} : \text{ΑΜ}$. (ζ) ἀλλ' ἡ μὲν ΓΠ = ΑΒ, ἡ δὲ ΖΜ = ΑΔ, ἡ δὲ ΑΠ = ΔΦ, ἡ δὲ ΑΜ = ΔΖ. (η) ὡς ἄρα $\overline{\text{ΑΒ}}^2 : \overline{\text{ΑΔ}}^2 :: \text{ΔΦ} : \text{ΔΖ}$. ἔστι δὲ ὡς $\overline{\text{ΑΒ}}^2 : \overline{\text{ΑΔ}}^2 :: \overline{\text{ΒΓ}}^2 : \overline{\text{ΔΕ}}^2$ · (θ) ἔστι γὰρ ὡς ΑΒ : ΑΔ :: ΒΓ : ΔΕ· (ι) ἄρα καὶ ὡς $\overline{\text{ΒΓ}}^2 : \overline{\text{ΔΕ}}^2 :: \text{ΔΦ} : \text{ΔΖ}$, (κ) εἶτουν ὡς $\overline{\text{ΔΦ}}^2 : \overline{\text{ΔΕ}}^2 :: \text{ΔΦ} : \text{ΔΖ}$. ἔστι δὲ ὡς $\overline{\text{ΔΦ}}^2 : \overline{\text{ΔΕ}}^2$ οὕτως ὁ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλος, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΔΦ, πρὸς τὸν ἐν τῷ Κώνῳ κύκλον, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΔΕ. (λ) ὡς ἄρα ὁ ῥηθεὶς ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλος, πρὸς τὸν ῥηθέντα ἐν τῷ Κώνῳ κύκλον, οὕτως ἡ ΔΦ : ΔΖ, εἶτουν οὕτως ὅλη ἡ εὐθεῖα, ἡ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΠΒ, πρὸς τὸ μέρος αὐτῆς τὸ ἐν τῷ μικτογράμμῳ τριγράμμῳ ΑΖΓΒ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ πᾶς κύκλος ὁ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ, πρὸς πάντα κύκλον τὸν ἐν τῷ Κώνῳ λόγον ἔχει, ὃν ὅλη ἡ εὐθεῖα ἡ ἐν τῷ ὀρθο-

(ε) Κατὰ τὸν β', καὶ γ'. Ὁρισμ. τοῦ ιβ'. (ζ) Κατὰ τὴν α'. (η) Κατὰ τὴν λδ'. τοῦ α'. (θ) Κατὰ τὸ ζ'. Θεώρ. τῶν μετὰ τὸ ε'. βιβλ. (ι) Κατὰ τὴν δ'. τοῦ ς'. (κ) Κατὰ τὴν ε'. τοῦ ε'. (λ) Κατὰ τὴν β'. τοῦ ιβ.

θογωνίῳ, ἡ καὶ διάμετρος τοῦ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλου, πρὸς τὸ μέρος τῆς αὐτῆς εὐθείας τὸ ἐν τῷ εἰρημένῳ τριγράμμῳ. ἄρα καὶ πάντες οἱ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλοι, πρὸς πάντας τοὺς ἐν τῷ Κώνῳ κύκλους, οὕτω πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΠΒ, πρὸς πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἐν τῷ τριγράμμῳ ΑΖΓΒ, εἴτουν ὡς ὁ Κύλινδρος, πρὸς τὸν Κῶνον, οὕτω τὸ ΠΒ, πρὸς τὸ ΑΖΓΒ. ἀλλ' ὡς ὁ Κύλινδρος, πρὸς τὸν Κῶνον, οὕτω 3 : 1. (μ) ἄρα καὶ ὡς ΠΒ : ΑΖΓΒ : : 3 : 1. (ν) καὶ κατὰ ἀναστροφὴν λόγου ὡς ΠΒ : ΠΒ — ΑΖΓΒ : : 3 : 3 — 1. εἴτουν ὡς ὀρθογών. ΠΒ, πρὸς τὸ παραβολικὸν χωρίον ΑΖΓΠ : : 3 : 2. καὶ ἀνάπαλιν ὡς ΑΖΓΠ : ΠΒ : : 2 : 3.

ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α΄. Τὸ παραβολικὸν χωρίον ΑΖΓΠ, πρὸς τὸ εἰς αὐτὸ ἐγγεγραμμένον τρίγωνον ΑΓΠ λόγον ἔχει ὃν 4 : 3. ὡς γὰρ ΑΖΓΠ : ΒΠ : 4 : 6. (ξ) ὡς δὲ ΠΒ : ΑΓΠ : 6 : 3. (ο) ὡς ἄρα ΑΖΓΠ : ΑΓΠ : 4 : 3. (π)

Β΄. Τὰ παραβολικὰ χωρία ΑΖΓΠ, ΑΝΖΜ λόγον ἔχουσι πρὸς ἄλληλα, ὃν οἱ ἀπὸ τῶν τεταγμένων ΓΠ, ΖΜ Κύβοι, εἴτουν ἐστὶν ὡς ΑΖΓΠ : ΑΝΖΜ : $\overline{\Gamma\Pi}^3$: $\overline{ZM}^3$. ἐπεὶ γὰρ ὡς μὲν ΑΖΓΠ : ΠΒ : : 2 : 3, ὡς δὲ ΑΝΖΜ : ΜΔ : : 2, 3. (ρ) ἄρα καὶ ὡς ΑΖΓΠ : ΠΒ : : ΑΝΖΜ : ΜΔ. (σ) καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΑΖΓΠ : ΑΝΖΜ : : ΠΒ : ΜΔ. ἀλλὰ ΠΒ : ΜΔ λόγον ἔχει συγκείμενον ἔκτε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ΓΠ : ΖΜ, καὶ ΑΠ : ΑΜ, (τ)

(μ) Κατὰ τὴν ί. τοῦ ιβ΄. (ν) Κατὰ τὴν ι. τοῦ ε. (ξ) Κατὰ τὴν προκαμ. πρότ. (ο) Κατὰ τὴν μά. τοῦ ά. (π) Κατὰ τὴν ιβ΄ τοῦ ε. (ρ) Κατὰ τὴν προκαμ. πρότ. (σ) Κατὰ τὴν ι. τοῦ ε.

(τ) ἔστι δὲ ὡς ΑΠ : ΑΜ :: $\overline{\text{ΓΠ}}^2 : \overline{\text{ΜΖ}}^2$. (υ) τὸ ἄρα ΠΒ : ΜΔ λόγον ἔχει συγκείμενον ἔκ τε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ΓΠ : ΖΜ καὶ $\overline{\text{ΓΠ}}^2 : \overline{\text{ΖΜ}}^2$, εἴτουν ὡς ΠΒ : ΜΔ :: $\overline{\text{ΓΠ}}^3 : \overline{\text{ΖΜ}}^3$. (φ) ἄρα καὶ ὡς ΑΖΓΠ : ΑΝΖΜ :: $\overline{\text{ΓΠ}}^3 : \overline{\text{ΖΜ}}^3$. (χ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Ἐὰν περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον δύω γραφῶσι Παραβολαὶ, εὑρεθῇ δὲ μέση ἀνάλογον τῶν ὀρθιῶν αὐτῶν πλευρῶν, τὰ παραβολικὰ χωρία, τὰ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενα λόγον ἔχουσι πρὸς ἄλληλα ὃν τῆς ἑτέρας ἡ ὀρθία πλευρὰ, πρὸς τὴν ῥηθεῖσαν μέσην ἀνάλογον.

Ἔστωσαν Παραβολαὶ περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ΑΠ, ἡ ΑΔΜ, ἧς ὀρθία πλευρὰ ἡ ΑΖ, καὶ ἡ ΑΒΕ, ἧς ὀρθία ἡ ΑΓ, μέση δὲ ἀνάλογον τῶν ΑΖ, ΑΓ, ἡ ΑΝ. καὶ τετάχθω ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὴν Διάμετρον ΠΑ ἡ ΜΕΠ. λέγω ὅτι ὡς ΑΜΠ : ΑΕΠ :: ΑΖ : ΑΝ. πίν. Γ. σχ. 4.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ μὲν $\overline{\text{ΜΠ}}^2 =$ ΑΠ. ΑΖ, τὸ δὲ $\overline{\text{ΕΠ}}^2 =$ ΑΠ. ΑΓ. (ψ) ὡς ἄρα $\overline{\text{ΜΠ}}^2 : \overline{\text{ΕΠ}}^2$ :: ΑΠ. ΑΖ : ΑΠ. ΑΓ. ἀλλ' ὡς ΑΠ. ΑΖ : ΑΠ. ΑΓ :: ΑΖ : ΑΓ. (ω) ὡς ἄρα $\overline{\text{ΜΠ}}^2 : \overline{\text{ΕΠ}}^2$ :: ΑΖ : ΑΓ. (α) ἐπεὶ δὲ ὡς ΑΖ : ΑΝ : ΑΝ : ΑΓ, (β) ἔστιν ἄρα καὶ

(τ) Κατὰ τὴν κγ'. τοῦ ς'. (υ) Κατὰ τὴν ά. (φ) Κατὰ τὸν ζ'. ὁρισμ. τοῦ έ. καὶ τὴν μετὰ τὸν ή. τρίτ. Συνίκ. (χ) Κατὰ τὴν ί. τοῦ έ. (ψ) Κατὰ τὴν β'. (ω) Κατὰ τὴν ά. τοῦ ς'. (α) Κατὰ τὴν ό. τοῦ έ. (β) Ἐξ ὑποθ.

καὶ ὡς ΑΖ : ΑΓ :: $\overline{ΑΖ}^2$: $\overline{ΑΝ}^2$. (γ) ὡς ἄρα $\overline{ΜΠ}^2$: $\overline{ΕΠ}^2$ :: $\overline{ΑΖ}^2$: $\overline{ΑΝ}^2$. (δ) ὀκοῦν καὶ ὡς ΜΠ : ΕΠ :: ΑΖ : ΑΝ. (ε) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ πᾶσα τεταγμένη ἐν τῷ ΑΜΠ χωρίῳ, πρὸς πᾶσαν τὴν ἐν τῷ ΑΕΠ καὶ μέρος αὐτῆς οὖσαν λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΑΖ : ΑΝ. δ. καὶ πᾶσαι αἱ τεταγμέναι αἱ ἐν τῷ ΑΜΠ, πρὸς πάσας τὰς ἐν τῷ ΑΕΠ καὶ μέρη αὐτῶν οὔσας, λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΑΖ : ΑΝ. καὶ τὸ παραβολικὸν ἄρα χωρίον ΑΜΠ, πρὸς τὸ ΑΕΠ λόγον ἔχει ὃν ΑΖ : ΑΝ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Δοθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχουσι πρὸς ἄλληλα δύο παραβολικὰ χωρία, καὶ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς τῆς ἑτέρας τῶν Παραβολῶν, εὑρεθήσεται καὶ τῆς ἑτέρας ἡ ὀρθία πλευρά, δι᾽ ἧς γραφήσεται. ἔσω γὰρ ὁ λόγος ὃν ἔχει τὸ ΑΜΠ, πρὸς τὸ ΑΕΠ ὁ αὐτὸς ᾧ ἔχει ἡ ὀρθία ΑΖ τῆς Παραβολῆς ΑΜ, πρός τινα εὐθεῖαν τὴν ΑΝ. καὶ εὑρεθήτω τῶν ΑΖ, ΑΝ τρίτη ἀνάλογον, ἡ ΑΓ. οὐκοῦν ἡ ΑΓ ἡ ὀρθία ἐσὶ, δι᾽ ἧς γραφήσεται ἡ Παραβολὴ, ἧς τὸ χωρίον ΑΕΠ, πρὸς τὸ ΑΜΠ λόγον ἔχει ὃν ΑΝ : ΑΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Γ΄.

Ἐὰν Παραβολὴ σὺν τῷ περὶ αὐτὴν ὀρθογωνίῳ περὶ τὸν ἑαυτῆς Ἄξονα περιενεχθῇ ἕως ὅτου ἀποκατασαθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἡ ἀπὸ τῆς Παραβολῆς γενομένη Κωνοῒς ἡμίσεια ἔσαι τοῦ ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου γενομένου Κυλίνδρου.

Ἔσω

(γ) Κατὰ τὸ β΄. πόρισ. τοῦ ι΄. (δ) Κατὰ τὴν ι΄. τοῦ ϛ΄. (ε) Κατὰ τὸ ζ΄. τῶν Θεωρ. τῶν μετὰ τὸ ϛ΄ βιβλ.

Ε῎ςω Παραβολὴ ἡ ΑΖΓ, καὶ περὶ αὐτὴν ὀρθογώνιον τὸ ΠΒ, καὶ σὺν αὐτῷ περιενεχθήτω περὶ τὸν ἑαυτῆς Ἄξονα ΑΠ, καὶ ἀποκαταςαθήτω ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς Παραβολῆς ΑΖΓ Κωνοῒς ἡμίσειά ἐςι τῦ ἀπὸ τῦ ὀρθογωνίυ ΠΒ Κυλίνδρυ. Πίν. ϛ'. χ. 3.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὡς ὁ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλος, ὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΜΨ, πρὸς τὸν ἐν τῇ Κωνοΐδι κύκλον, ὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΜΖ, ὕτω $\overline{\text{ΜΨ}}^2 : \overline{\text{ΜΖ}}^2$, (ζ) ἤτυν ὕτω $\overline{\text{ΠΓ}}^2 : \overline{\text{ΜΖ}}^2$. ἔςι δὲ ὡς $\overline{\text{ΠΓ}}^2 : \overline{\text{ΜΖ}}^2 ::$ ΑΠ : ΑΜ, (η) καὶ ὡς ΑΠ : ΑΜ :: ΠΓ : ΜΟ, (θ) ἤτοι ὕτω ΜΨ : ΜΟ. ὡς ἄρα ὁ ῥηθεὶς ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλος, πρὸς τὸν ῥηθέντα ἐν τῇ Κωνοΐδι κύκλον, ὕτω ΜΨ : ΜΟ, ἤτοι ὕτως ἡ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΠΒ εὐθεῖα, πρὸς τὸ μέρος αὐτῆς, τὸ ἐν τῷ τριγώνῳ ΑΠΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ πᾶς κύκλος ὁ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ, πρὸς πάντα κύκλον τὸν ἐν τῇ Κωνοΐδι λόγον ἔχει, ὃν ἡ εὐθεῖα ἡ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΠΒ, ἡ καὶ ἡμιδιάμετρος τῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ κύκλυ, πρὸς τὴν εὐθεῖαν τὴν ἐν τῷ τριγώνῳ ΑΠΓ, τὴν καὶ μέρος αὐτῆς ὖσαν, καὶ ἡμιδιάμετρον τῦ ἐν τῇ Κωνοΐδι κύκλυ. διὸ καὶ πάντες οἱ ἐν τῷ Κυλίνδρῳ κύκλοι, πρὸς πάντας τὺς ἐν τῇ Κωνοΐδι λόγον ἔχυσιν, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΠΒ, πρὸς πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἐν τῷ τριγώνῳ ΑΠΓ. καὶ ὁ Κύλινδρος ἄρα ὁ ἀπὸ τῦ ΠΒ, πρὸς τὴν Κωνοΐδα τὴν ἀπὸ τῆς ΑΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὀρθογώνιον ΠΒ, πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΠΓ. ἀλλὰ τὸ τρίγωνον ΠΑΓ τὸ ἥμισυ ἐςὶ τῦ ΠΒ ὀρθογωνίυ. καὶ ἡ Κωνοῒς ἄρα ἡ ἀπὸ τῆς ΑΖΓ Παραβολῆς, ἡμίσειά ἐςι τῦ Κυλίνδρυ τῦ ἀπὸ τῦ ΠΒ ὀρθογωνίυ.

(ζ) Κατὰ τὴν β' τῦ ιβ'. (η) Κατὰ τὴν α'. (θ) Κατὰ τὴν δ'. τῦ ϛ'.

Περὶ τῆς χρήσεως τῆς Παραβολῆς.

Α΄. Τὰ τῇ ἰδίᾳ βαρύτητι ἐπὶ τὰ κάτω φερόμενα σώματα, διαστήματα διΐησιν, ὡς ἡ πεῖρα δείκνυσι, τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων, ἃς κτῶνται, ἢ τοῖς ἀπὸ τῶν καταναλισκομένων ἐν τῇ φορᾷ χρόνων τετραγώνοις ἀνάλογα. τοῦ σώματος οὖν τοῦ διὰ τῆς ΑΠ ἐπὶ τὰ κάτω φερομένου, τὰς ταχύτητας καὶ τοὺς καταναλωθέντας χρόνους ἐμφαίνουσιν αἱ τῆς γραφείσης Παραβολῆς ΑΜ τεταγμέναι ΔΦ, πμ, ΠΜ. ἔστι γὰρ ὡς ΑΔ : Απ :: $\overline{ΔΦ}^2 : \overline{πμ}^2$. (ι) ὅπερ ἐστὶ τὰ διαστήματα ΑΔ, Απ, τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων, ἢ τῶν χρόνων τετραγώνοις ἀνάλογον. ἐὰν οὖν ἡ μὲν ΑΔ = 1, ἡ δὲ Απ = 3, ἡ δὲ ΑΠ = 5, τὸ ἐπὶ τὰ κάτω φερόμενον σῶμα ἐπὶ μὲν τὸ Δ ἧξαν, ταχύτητα ἔχει 1, καὶ ὁ καταναλωθεὶς δὲ χρόνος ἐν τῇ φορᾷ, 1 ἐστίν· ἐπὶ δὲ τὸ π, 9· ἐπὶ δὲ τὸ Π καταντῆσαι, 25. πίν. Γ. σχ. 3.

Β΄. Πᾶν σῶμα εἴτε παραλλήλῳ, εἴτε πλαγίᾳ τῷ ὁρίζοντι ῥιπτόμενον φορᾷ, καμπύλην καταγράφει κινούμενον, οἷον τὸ τῇ ΑΡ ῥιπτόμενον φορᾷ, οὐδὲ διὰ τῆς ΑΡ, οὐδὲ διὰ τῆς ΑΠ φέρεται εὐθείας, ἀλλὰ διὰ τῆς ΑΜ καμπύλης. ἥτις δὴ ἡ Παραβολή ἐστι. καὶ γὰρ ἐν τοῖς περὶ κινήσεως τῶν σωμάτων θεωρήμασι δείκνυται, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετράγωνα τῶν ἐν τῇ καμπύλῃ τῇ ὑπὸ τοῦ ῥιπτομένου σώματος γραφομένῃ, λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ὑπ᾽ αὐτῶν ἀποτεμνόμεναι. τοῦτο δὲ τῆς Παραβολῆς σύμπτωμα, ὡς δῆλον.

ΣΗ.

(ι) Κατὰ τὴν α΄. πρότ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἰσέον, ὅτι ἐπὶ τȣ́τῳ καὶ ἄλλοις τῆς Παραβολῆς ἰδιώμασι πάντες ἵδρυνται οἱ κανόνες τῆς καλȣμένης Σφαιρικῆς, ἤτȣν τῆς τέχνης τȣ̃ ἐπὶ τὸν σκοπὸν εὐθύνειν τὰς ἐκ τῶν πυροβόλων ὅπλων ἐξωθȣμένας σφαίρας.

Γ΄. Αἱ ταχυτῆτες τȣ̃ ἀπό τινος σκεύȣς ἐκβλύζοντος ῥευστȣ̃ ὑποδιπλασίονα λόγον ἔχȣσι, κατὰ τȣ̀ς ὑγροστατικȣ̀ς κανόνας, ἤπερ τὰ τȣ̃ ῥευστȣ̃ ὕψη. οἷον, ἐὰν ἐκ τῆς ὀπῆς Α (πίν. ς. χ. 4) τȣ̃ σκεύȣς ΒΑΔ ῥευστὸν ἐκρέῃ, ἡ ταχυτὴς αὐτȣ̃, ὅτε ὕψος ἔχει τὸ ΑΠ, πρὸς τὴν ταχυτῆτα αὐτȣ̃, ὕψος ἔχοντος τὸ Απ λόγον ἔχει ὑποδιπλασίονα ἤπερ ΑΠ : Απ, ἤτȣν ἐστὶν ὡς $\sqrt{ΑΠ} : \sqrt{Απ}$. γραφείσης ȣ̃ν τῆς ΑΜ Παραβολῆς, κορυφὴν μὲν ἐχȣ́σης τὸ Α, Διάμετρον δὲ, τὸ τȣ̃ ῥευστȣ̃ μέγιστον ὕψος ΑΠ, αἱ τεταγμέναι ΠΜ, πμ τὰς τȣ̃ ῥευστȣ̃ ταχυτῆτας δηλώσȣσιν. ἔστι γὰρ ὡς ΠΜ : πμ : : $\sqrt{ΑΠ}$ $\sqrt{Απ}$. (κ)

Δ΄. Ἐὰν κάτοπτρα μεταλλικὰ, κοῖλά τε καὶ παραβολικὰ ἀπέναντι τȣ̃ Ἡλίȣ τεθῇ, ὅσαι τῶν ἀκτίνων αὐτȣ̃ παράλληλοι τῷ τῆς Παραβολῆς Ἄξονι ΑΚ (πίν. Ε. χ. 1.) προσπίπτȣσιν, οἷον αἱ ΡΜ, ρμ, ΖΗ, ζη· ἀνακλασθεῖσαι, κατὰ τὸ τȣ̃ Ἄξονος σημεῖον Φ ἀλλήλαις συμβάλλȣσι, τὸ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἀπέχον, ἀποστήματι τῷ ΦΑ ἴσῳ τεταρτημορίῳ τῆς ὀρθίας πλευρᾶς, ὡς αἱ ΜΦ, μφ, ΗΦ, ηφ. ἐπεὶ γὰρ ἡ λεγομένη τῆς πτώσεως γωνία, τȣτέστιν ἡ ΡΜΨ, ἡ ὑπὸ τῆς προσπιπτȣ́σης ἀκτῖνος ΡΜ καὶ τῆς ἐφαπτομένης ΤΨ περιεχομένη, ἴση τῇ τῆς ἀνακλάσεως, ἤτοι

(κ) Κατὰ τὴν α΄. Συνέπ. τῆς α΄. προτ.

ἤτοι τῇ ὑπὸ τῆς ἀνακλαθείσης ΜΦ καὶ τῆς αὐτῆς ἐφαπτομένης ΤΨ περιεχομένῃ ΤΜΦ, ὡς ἐν τοῖς ὀπτικοῖς διὰ πείρας δείκνυται· ἴση δὲ ἡ ΡΜΨ τῇ ΤΜΦ γίνεται, ἐὰν ἡ ΦΜ ἀνακλαθεῖσα κατὰ τὸ Φ τῷ Ἄξονι συμβάλλῃ· (λ) ἡ ἄρα ΡΜ ἀνακλασθεῖσα κατὰ τὸ Φ συμπίπτει. τὸ αὐτὸ δὲ ῥητέον καὶ περὶ πάσης ἀκτῖνος πρὸς τὸ κάτοπτρον προσπιπτούσης παραλλήλου τῷ Ἄξονι. δῆλον ἄρα ὅτι πᾶσαι αἱ τοῦ Ἡλίου ἀκτῖνες αἱ τῷ παραβολικῷ κατόπτρῳ προσπίπτουσαι παράλληλοι τῷ Ἄξονι, κατὰ τὸ Φ ἀλλήλαις συμβάλλουσι μετὰ τὴν ἀνάκλασιν. ἐπεὶ δὲ ἡ ἐπὶ τὸ Φ τῶν ἀκτίνων σύμπτωσις τοσοῦτον τὴν τῆς θερμότητος ἐπιτείνει δύναμιν, ὥστε τὰ ἐν αὐτῷ τιθέμενα σώματα φλέγεσθαί τε καὶ καταπίμπρασθαι, διὰ τοῦτο τὸ σημεῖον Φ ἑστία ἐκλήθη.

Ε΄. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ἐὰν ἐν τῇ Ἑστίᾳ Φ λαμπὰς τεθῇ, αἱ ἐξ αὐτῆς ἐκπεμπόμεναι, καὶ τῷ παραβολικῷ κατόπτρῳ προσπίπτουσαι τοῦ φωτὸς ἀκτῖνες, οἷον αἱ ΦΜ, Φμ, ΦΗ, Φη, ἀναλαθεῖσαι, παράλληλοι τῷ ΑΚ Ἄξονι γίνονται, ὡς αἱ ΜΡ, μρ, ΗΖ, ηζ. οὕτως οὖν ἔνεστι τὸ τῆς λαμπάδος φῶς ἀπαραμείωτον ἐπιμηκίστοις παρατεῖναι διαστήμασιν. ἐπεὶ γὰρ αἱ φωτιστικαὶ ἀκτῖνες μετὰ τὴν ἀνάκλασιν οὐκ ἀπ᾽ ἀλλήλων ἀφιστάμεναι, ἀλλὰ παράλληλοι τῷ Ἄξονι καὶ ἀλλήλαις φερόμεναι ἐπεκτείνονται, τὴν αὐτὴν πυκνότητα πανταχοῦ διατηροῦσαι, οὐδεμίαν τῆς ἑαυτῶν πάχουσι δυνάμεως μείωσιν.

Ϛ΄. Οὐ μόνον δὲ τὸ φῶς, ἀλλὰ καὶ ἡ καυστικὴ δύναμις διὰ τῶν παραβολικῶν ἐπεκτείνεται κατόπτρων. ἐὰν γὰρ δύω παραβολικοὺς σίφωνας, Α καὶ Β, (πίν.

(λ) Ἐκ τῆς ζ. δῆλον πρότ.

(πίν. ς'. χ. 5.) ὧν ὁ Α πολλῷ μείζων τοῦ Β, οὕτω κρεμάσῃς, ὥστε ἐκτὸς αὐτῶν τὰς αὐτῶν πίπτειν Ἑστίας, τάξῃς δὲ αὐτοὺς, ὥστε τοὺς μὲν Ἄξονας ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι, τὰς δὲ Ἑστίας αὐτῶν συμβάλλειν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ, αἱ πρὸς τὸν μείζονα τὸν Α προσπίπτουσαι ἡλιακαὶ ἀκτῖνες Η, Η παράλληλοι τῷ Ἄξονι ΑΔ, ἀνακλασθεῖσαι συμβαλοῦσι μὲν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ, ἐκεῖθεν δὲ ὡς ἐκ λαμπάδος προϊοῦσαι, καὶ ἐντὸς τοῦ Β σίφωνος προσπεσοῦσαι, παράλληλοί τε μετὰ τὴν ἀνάκλασιν τῷ Ἄξονι αὐτοῦ ΔΒ γενόμεναι, ἐπὶ τὰ Ε, Ε μέρη ἐνεχθήσονται. διὰ δὲ τὸ πάνυ πεπυκνωμένας εἰς τὸν Β σίφωνα εἰσιέναι, καὶ μὴ ἀπ' ἀλλήλων ἀφισαμένας, ἀλλὰ παραλλήλους ἐξιέναι, τὴν φλεκτικὴν ἔχουσι δύναμιν.

Ζ'. Ἐὰν δὲ ἡ τοῦ τόπου θέσις, ἐν ᾧ τὸ καυθησόμενον κεῖται σῶμα, τὸ ἐπ' εὐθείας τοὺς τῶν παραβολικῶν σιφώνων ἄξονας κεῖσθαι ἀπείργῃ, μικρὸν παραβολικὸν κυρτὸν κάτοπτρον, τὸ ΔΒ οὕτω τάξον μεταξὺ τοῦ παραβολικοῦ σίφωνος Α (πίν. Ζ. χ. 1.) καὶ τῆς Ἑστίας αὐτοῦ, ὥστε ταυτίζεσθαι μὲν τὰς ἑκατέρων Ἑστίας, περιάγεσθαι δὲ περὶ τὴν κοινὴν Ἑστίαν, ἀνάγεσθαί τε καὶ κατάγεσθαι. οὕτω γὰρ ὅπου ἂν βούλῃ τὴν πυρώδη διευθυνεῖς δύναμιν. ἔστω μὲν γὰρ ὁ τόπος ἐν ᾧ τὸ καταφλεχθησόμενον σῶμα ὁ Π, καὶ περιενεχθήτω τὸ ΔΒ κάτοπτρον, ἕως οὗ ὁ Ἄξων αὐτοῦ ἐπ' εὐθείας ᾖ τῷ Π. ἐκοῦν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες αἱ πρὸς τὸ κοῖλον τοῦ παραβολικοῦ σίφωνος Α προσπεσοῦσαι τῷ ἑαυτοῦ Ἄξονι παράλληλοι, ἐπὶ τὴν κοινὴν Ἑστίαν μετὰ τὴν ἀνάκλασιν συμπεσεῖν σπεύδουσι· πίπτουσι δ' οὖν ὅμως πρὶν ἢ ἀλλήλαις συμβαλεῖν ἐπὶ τὸ κυρτὸν τοῦ μεταξὺ κατόπτρου ΔΒ. διὸ ἀνακλασθεῖσαι, καὶ παράλληλοι τῷ τοῦ ΔΒ κατόπτρου Ἄξο-

Ἄξονι γενόμεναι, (μ) ἐπὶ τὸ Π πεπυκνωμέναι φέρονται καὶ καυστικαί.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Πιθανὸν οὖν ἔοικεν τὸ παρά τινων (*) καθιστορηθὲν ἀξιοπίστων· ἀμέλειτοι τὸν μὲν Ἀρχιμήδην τὰς τῶν Ῥωμαίων ναῦς ἐγγὺς τῆς Συρακούσης, τὸν δὲ Πρόκλον τὸν τοῦ Οὐϊταλιανοῦ στόλον πλησίον τοῦ Βυζαντίου κατακαῦσαι. κἂν γὰρ ἐν τῇ Ἑστίᾳ, ἢ ἀλλήλαις συμβάλλουσιν αἱ ἀκτῖνες, τὴν μεγίστην ἔχωσι καταφλεκτικὴν δύναμιν, καὶ ἐν ταῖς μετὰ τὴν ἀνάκλασιν μέντοιγε παραλλήλοις τηλικαύτη ἐνυπάρχει ἰσχὺς, ὥστε καταφλέγειν μὲν τὰ ἔμψυχα, ἀναλύειν δὲ τὰ ἄψυχα, καὶ τῶν στερεῶν ἐκεῖνα, ὧν τὰ μέρη οὐ σφόδρα ἐγκρατῶς συνέχονται.

Η'. Καὶ σάλπιγγας δὲ παραβολικὰς κατασκευάζουσι, Στεντορίους (**) καλουμένας, δι' ὧν λίαν παρεκτείνεται ὁ Ἦχος. τιθεμένου γὰρ τοῦ στόματος ἐν τῇ Ἑστίᾳ Γ (σχ. 2.) τῆς ΝΜΚΛ παραβολικῆς σάλπιγγος, αἱ φωνητικαὶ ἀκτῖνες (εἴτουν τὰ ὑπὸ τοῦ στόματος κινούμενά τε καὶ κυματιζόμενα τοῦ ἀέρος μόρια) ΓΚ, ΓΛ, ΓΜ, ΓΝ, αἱ πρὸς τὰς τῆς σάλπιγγος πλευρὰς προσπίπτουσαι, παράλληλοι μετὰ τὴν ἀνάκλασιν τῷ Ἄξονι ΓΒ φέρονται, οἷον αἱ ΚΟ, ΛΠ, ΜΡ, ΝϚ, ἔνθεντοι καὶ μὴ ἀπ' ἀλλήλων ἀφιστάμεναι, μηδὲ διασκεδαζόμεναι, ἀλλὰ ἐγγὺς ἀλλήλων καὶ πεπυκνωμέναι προϊοῦσαι, μεγάλῳ παραπέμπουσι τὴν τῆς φωνῆς τάσιν ἀποστήματι.

Θ'.

(μ) Ὅρα τὴν α'. Συνέπ. τῆς ζ'.

(*) Ὅρα τὴν τοῦ Οὐόλφ. Ὀπτικ. (**) Ἀπὸ τοῦ Στέντορος τινὸς τοῦ εἰς τὸν τῆς Τρωάδος πόλεμον ἀφικομένου, καὶ τοσοῦτον βοῶντος ὅσον ὁμοῦ ἄνδρες πεντήκοντα. περὶ οὗ ὅρα τὸν Ὅμηρ.

Θʹ. Τοὔμπαλιν δὲ συμβαίνει, ἐὰν τὸ μὲν οὖς ἐν τῇ Ἑστίᾳ Γ τεθῇ, ὁ δὲ βοῶν ἀπεναντίας στῇ τῆς σάλπιγγος. αἱ γὰρ φωνητικαὶ αὐτοῦ ἀκτῖνες αἱ εἰς τὴν σάλπιγγα παράλληλοι τῷ Ἄξονι εἰσιοῦσαι, καὶ πρὸς τὰς πλευρὰς αὐτῆς προσπίπτουσαι, οἷον αἱ ΠΛ, ΟΚ, ϚΝ, ΡΜ μετὰ τὴν ἀνάκλασιν κατὰ τὸ Γ συμπίπτουσαι, γεγονωτέραν τὴν φωνὴν καθιστῶσιν. ὅθεν οὐ μόνον τοῦ πόῤῥω βοῶντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ λαλοῦντος τῶν φωνῶν ἀκούειν ἔνεστιν.

Ιʹ. Ὥσπερ οὖν τοῖς μύωψί τε καὶ πρεσβύωψι καὶ γεγηρακόσι χρήσιμα τὰ κατασκευαζόμενα Διοπτήρια, οὕτω δὴ καὶ τοῖς ὑποκώφοις τὰ Ἀκουστήρια· οἷός ἐστιν ὁ κερατοειδὴς παραβολικὸς σίφων ΔΑΑΔ, (σχ. 3.) ὁ πλατύτερος μὲν κατὰ τὰ ΑΑ, ἥπερ κατὰ τὰ ΔΔ μέρη, οὗ ἡ Ἑστία ἐν τῷ Γ. ἐφαρμόζεται δὲ τούτῳ τὸ κεκυρτωμένον σιφώνιον ΒΔΔ πολλῷ αὐτοῦ στενότερον, καὶ ὀπὴν μικροτάτην ἔχον ἐπὶ τῷ Β. τὸ γοῦν τοῦ σιφωνίου πέρας Β ἐν τῷ τῆς ἀκοῆς πόρῳ, ὁ δὲ σίφων ἀπέναντι τοῦ λαλοῦντος τίθεται. καὶ ἐπεὶ αἱ φωνητικαὶ αὐτοῦ ἀκτῖνες, αἱ παράλληλοι τῷ Ἄξονι ταῖς τοῦ σίφωνος ἔσω πλευραῖς προσπίπτουσαι, κατὰ τὴν Ἑστίαν Γ μετὰ τὴν ἀνάκλασιν ἀλλήλαις συμβάλλουσιν, ἐκεῖθέν τε πεπυκνωμέναι διὰ τοῦ σιφωνίου ΔΔΒ διιοῦσαι εἰς τὸν τῆς ἀκοῆς εἰσδύουσι πόρον, καθαρώτερον ὁ ὑπόκωφος τῆς τοῦ λαλοῦντος φωνῆς ἀκούει.

ΤΜΗΜΑ