καὶ ὡς ΦΗΥ : ΜΤΠ : : ΓΔΑ—ΓΒΥ : : ΓΔΑ—ΓΜΠ. (α) ἀλλὰ τὸ μὲν ΓΔΑ—ΓΒΥ = ΒΔΑΥ, τὸ δὲ ΓΔΑ—ΓΜΠ = ΜΔΑΠ. ὡς ἄρα ΦΗΥ : ΜΤΠ : : ΒΔΑΥ : ΜΔΑΠ. ἀλλὰ τὸ ΜΤΠ ἴσον δέδεικται τῷ ΜΔΑΠ. ἄρα καὶ τὸ ΦΗΥ = ΒΔΑΥ. (β)

## ΣΥΝΕΠΕΙΑ.

Ἐὰν μεταξὺ τῶν Μ καὶ Α σημείων ληφθῇ τι ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ δύω εὐθεῖαι ἀχθῶσιν αἱ ΙΡ, ΦΗ, ἡ μὲν τῇ Τεταγμένῃ ΜΠ, ἡ δὲ τῇ ἐφαπτομένῃ ΜΤ παράλληλος, ἔσεται τὸ ὑπ' αὐτῶν περατούμενον τετράπλευρον ΡΚΗΓ ἴσον τῷ ΓΜΤ τριγώνῳ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ΚΗΙ = ΑΙΡΔ, (γ) προσκείσθω ἑκάτερον τῷ ΓΡΙ τριγώνῳ, οὗκουν ἔσεται τὸ ΔΓΑ = ΡΚΗΓ. ἀλλὰ τὸ ΔΓΑ = ΓΜΤ. ἄρα καὶ τὸ ΡΚΗΓ = ΓΜΤ.

## ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'. (δ)

Ἐὰν Ἐλλείψεως εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ Διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῇ ἐπὶ ταυτὰ τῆς τομῆς, δίχα τεμεῖται τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην· τὰ δὲ ἀπὸ τῶν διχοτομουμένων εὐθειῶν τετράγωνα λόγον ἕξουσι πρὸς ἄλληλα, ὃν τὰ ὀρθογώνια τὰ ὑπὸ τῶν ὑπ' αὐτῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τοῖς πέρασι τῆς διὰ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἁφῆς ἀχθείσης.

Ἐπ-

(α) Κατὰ τὴν αὐτ. (β) Κατὰ τὴν β'. τοῦ ε'. (γ) Κατὰ τὸ αὐτ. κάμ. Λῆμ. (δ) Τὸ μὲν α'. μέρ. ἡ μζ' ἐστὶ τοῦ α'. βιβλ. τοῦ Ἀπολλων. τὸ δὲ β'. ὅμοιον τῇ ν'. τοῦ αὐτοῦ.

Ἐπιψαυέτω Ἐλλείψεως τῆς ΑΦΨϚ ἡ ΜΤ, τῇ διαμέτρῳ κατὰ τὸ Τ συμπίπτουσα, καὶ διὰ τῆς ἐπαφῆς Μ καὶ τοῦ κέντρου Γ διήχθω ἡ ΜΓϚ. καὶ ἀπὸ τῶν Φ καὶ Ε σημείων ἤχθωσαν αἱ ΦΗ, ΕΛ τῇ ἐφαπτομένῃ ΜΤ παράλληλοι. λέγω Α΄. ὅτι ἡ μὲν ΦΛ = ΛΚ, ἡ δὲ ΕΩ = ΩΔ. Β΄. ὅτι ὡς $\overline{ΚΛ}^2 : \overline{ΛΩ}^2 ::$ ϚΛ. ΛΜ : ϚΩ. ΩΜ.

Ἡ μὲν τοῦ Α΄. μέρους δεῖξις ἡ αὐτή ἐστι τῇ τοῦ Α΄. μέρ. τῆς ζ΄. προτ. τοῦ προλαβ. τμήμ. ἀντὶ δὲ τοῦ εἰπεῖν, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ τετραπλεύρου ΞΩΛΝ, εἰπὲ, τοῦ τριγώνου ΩΛΓ. Τὸ δὲ Β΄. μέρος δείξεις οὕτω·

Τὸ ΔΓΑ = ΓΜΤ. (ε) κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΩΓΑ. τὸ ἄρα ΩΔΑ = ΩΜΤΑ. πάλιν τὸ ΙΜΤ = ΡΚΗΓ. (ζ) ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ ΛΗΓ. τὸ ἄρα ΛΡΚ = ΛΜΤΗ. ὡς ἄρα ΩΔΑ : ΛΡΚ :: ΩΜΤΑ : ΛΜΤΗ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΩΜΤΑ = ΓΜΤ — ΓΩΑ, τὸ δὲ ΛΜΤΗ = ΓΜΤ — ΓΛΗ. ὡς ἄρα ΩΔΑ : ΛΡΚ :: ΓΜΤ — ΓΩΑ : ΓΜΤ — ΓΛΗ. ἐπεὶ δὲ ὡς ΓΜΤ : ΓΩΑ :: $\overline{ΜΓ}^2 : \overline{ΩΓ}^2$, (η) καὶ διαιρεθέντα ὡς ΓΜΤ — ΓΩΑ : ΓΩΑ :: $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2 : \overline{ΩΓ}^2$, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΓΜΤ — ΓΩΑ : $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2$ :: ΓΩΑ : $\overline{ΩΓ}^2$. ἔστι δὲ ὡς ΓΩΑ : $\overline{ΩΓ}^2$ :: ΓΛΗ : $\overline{ΓΛ}^2$. (θ) ἄρα καὶ ὡς ΓΜΤ — ΓΩΑ : $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2$ :: ΓΛΗ : $\overline{ΓΛ}^2$. (ι) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ὡς ΓΜΤ — ΓΛΗ : $\overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΓΛ}^2$ :: ΓΛΗ : $\overline{ΓΛ}^2$. διὸ δὴ καὶ ὡς ΓΜΤ — ΓΩΑ : $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2$ :: ΓΜΤ — ΓΛΗ : $\overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΓΛ}^2$. (κ) καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΓΜΤ — ΓΩΑ : ΓΜΤ — ΓΛΗ :: $\overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΩΓ}^2 : \overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΓΛ}^2$. οὐκοῦν καὶ ὡς ΩΔΑ : ΛΡΚ :: $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2 : \overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΓΛ}^2$. (λ) ἀλλὰ τὸ μὲν $\overline{ΜΓ}^2 - \overline{ΩΓ}^2$ = ϚΩ. ΩΜ, τὸ δὲ $\overline{ΓΜ}^2 - \overline{ΓΛ}^2$ =



(ε) Ὅρα τοῦ Λήμ. τὴν δεῖξιν. (ζ) Κατὰ τὴν προλαβ. Συν'κ. (η) Κατὰ τὴν ιϛ΄. τοῦ ε΄. (θ) Κατὰ τὴν αὐτ. (ι) Κατὰ τὴν ε΄. τοῦ ε΄. (κ) Κατὰ τὴν αὐτ. (λ) Κατὰ τὴν αὐτ.

$\overline{\Gamma\Lambda}^2 = \text{ϛ}\Lambda . \Lambda M$, (μ) ἔςι δὲ καὶ ὡς ΩΔΑ : ΛΡΚ :: $\overline{\Lambda\Omega}^2 : \overline{K\Lambda}^2$, (ν) ὡς ἄρα $\overline{\Lambda\Omega}^2 : \overline{K\Lambda}^2$ :: ϛΩ. ΩΜ : ϛΛ. ΛΜ, καὶ ἀνάπαλιν, ὡς $\overline{K\Lambda}^2 : \overline{\Lambda\Omega}^2$ :: ϛΛ. ΛΜ : ϛΩ. ΩΜ.

## ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α΄. Αἱ ΓΩ, ΓΜ, ΓΔ συνεχῶς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ τὸ $\overline{\Gamma M}^2 = \Gamma\Omega . \Gamma\Delta$. ἔχεις τὴν δεῖξιν ἐν τῇ Α΄. Συνεπ. τῆς εἰρημ. Ζ΄. προτ.

Β΄. Ἐὰν ἀπὸ τοῦ πέρατος ϛ ἐπὶ τῆς κορυφῆς Α ἐπιζευχθῇ ἡ ϛΑ, καὶ ἐκβληθεῖσα συμπέσῃ τῇ ἐφαπτομένῃ ΜΤ κατὰ τὸ Χ, τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτῆς μέρος ΜΧ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὸ Ο ὑπὸ τῆς κατὰ κορυφὴν ἁπτομένης ΑΔ. ὅρα τὴν δεῖξ. τῆς Β΄. Συνεπ. τῆς αὐτ. προτ.

Γ΄. Ἡ ἄρα ϛΜΔ Δευτεραία Διάμετρός ἐςι. καὶ γὰρ δίχα τέμνει τὰς ἐπ' αὐτὴν τεταγμένας ΚΦ, ΛΕ· καὶ ἐςὶν ὡς $\overline{K\Lambda}^2 : \overline{\Lambda\Omega}^2$ :: ϛΛ. ΛΜ : ϛΩ. ΩΜ· καὶ ἡ κατὰ κορυφὴν δὲ ἁπτομένη ΑΔ αὐτὴν μὲν οὕτω τέμνει, ὥςε τὰς ΓΩ, ΓΜ, ΓΔ συνεχῶς ἀνάλογον εἶναι, τὸ δὲ τῆς ἐφαπτομένης μέρος ΜΧ δίχα κατὰ τὸ Ο· καὶ τοῖς λοιποῖς δὲ συμπτώμασι τῆς ἀρχικῆς Διαμέτρου ὑπόκειται. διὸ δὴ καὶ ἡ ὀρθία αὐτῆς πλευρὰ ἡ τετάρτη ἀνάλογός ἐςι τῶν ϛΩ. ΩΜ, $\overline{\Lambda\Omega}^2$, καὶ ϛΜ.

Δ΄. Ἡ διὰ τοῦ κέντρου Γ τῇ Τεταγμένῃ ΕΩ διαχθεῖσα παράλληλος ςμ, ἡ δευτέρα Διάμετρός ἐςι τῆς Δευτεραίας ϛΜ. κείσθω γὰρ τὴν τῆς ϛΜ ὀρθίαν πλευρὰν εἶναι τὴν ΡΜ. καὶ ἐπεὶ ὡς ϛΓ. ΓΜ : $\overline{\varsigma\Gamma}^2$ :: ϛΜ : ΡΜ, (ξ) εἶτουν ὡς $\overline{\varsigma\Gamma}^2 : \overline{\varsigma\Gamma}^2$ :: ϛΜ : ΡΜ ἐςι

(μ) Ἐκ τῆς ε΄. τοῦ ϛ΄. δῆλ. (ν) Κατὰ τὴν ιθ΄. τοῦ ε΄. (ξ) Ὅμ προλ. Συνέπ.

ἔστι δὲ ὡς μὲν $\overline{\varsigma\Gamma}^2 : \overline{s\Gamma}^2 :: \overline{\varsigma M}^2 : \overline{s\mu}^2$, ϗ ὡς $\varsigma M : PM :: \overline{\varsigma M}^2 : \varsigma M.PM$, (ο) ἄρα ϗ ὡς $\overline{\varsigma M}^2 : \overline{s\mu}^2 :: \overline{\varsigma M}^2 : \varsigma M.PM$. (π) τὸ ἄρα $\overline{s\mu}^2 = \varsigma M.PM$. (ρ) ὡς ἄρα $\varsigma M : s\mu :: s\mu : PM$. (σ) ἡ ἄρα σμ παράλληλός-ἐστι ταῖς Τεταγμέναις, (τ) καὶ δίχα κατὰ τὸ Γ τεμνομένη, (υ) καὶ μέσον λόγον ἔχουσα τῆς τε ςΜ καὶ τῆς ΡΜ. διὸ δὴ δῆλον, ὅτι δευτέρα Διάμετρός-ἐστι τῆς ςΜ. (φ)

## ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ζ΄.

**Ἐὰν ἀπὸ τῶν περάτων τῶν συζυγῶν Διαμέτρων ἐφαπτόμεναι τῆς Ἐλλείψεως ἀχθῶσι, τὰ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενα παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἔσονται.**

Ἔστωσαν συζυγεῖς Διάμετροι τῆς ΙΑΚΨ Ἐλλείψεως αἱ ΙΚ, ΛΨ, καὶ ςΞ, ΔΗ. καὶ ἀπὸ τῶν περάτων αὐτῶν ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τῆς τομῆς αἱ ΖΠ, ΕΩ, ΩΠ, ΕΖ, ΧΟ, ΦΒ, ΧΦ, ΟΒ. λέγω, ὅτι τὸ ΠΩΕΖ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ΧΟΒΦ παραλληλογράμμῳ. πίν. ΚΒ΄. σχ. 1.

### ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ςΑ. καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ ς ἐπὶ τὴν ΙΚ τετάχθω ἡ ΥςΛ, ἀπὸ δὲ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΔΗ ἡ ΝΑΜ. καὶ ἐκβληθεῖσαι αἱ ΚΙ, ΦΧ, ΔΗ συμβαλλέτωσαν κατὰ τὰ Θ, Ω σημεῖα.



(ο) Κατὰ τὴν α΄. τοῦ ς΄. (π) Κατὰ τὴν ί τοῦ έ. (ρ) Κατὰ τὴν β΄. τοῦ ί. (σ) Κατὰ τὴν ιζ΄. τοῦ ς΄. (τ) Ἐξ ὑποθ. (υ) Κατὰ τὸν ζ΄. ὁρισμ. (φ) Ἐκ τοῦ κδ΄. ὁρισμ.

### ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς ΓΩ : ΓΗ :: ΓΗ : ΓΜ, (χ) καὶ ὡς μὲν ΓΩ : ΓΗ :: ΓΩΤΡ : ΓΗΟϚ, ὡς δὲ ΓΗ : ΓΜ :: ΓΗΟϚ : ΓΜΝϚ, (ψ) ὡς ἄρα ΓΩΤΡ : ΓΗΟϚ :: ΓΗΟϚ : ΓΜΝϚ. (ω) τὸ ἄρα ΓΩΤΡ, πρὸς τὸ ΓΜΝϚ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΩΤΡ, πρὸς τὸ ΓΗΟϚ. (α) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, ἐπεὶ ὡς ΓΡ : ΓΙ :: ΓΙ : ΓΛ, καὶ τὸ ΓΩΤΡ πρὸς τὸ ΓΛΥΛ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΩΤΡ, πρὸς τὸ ΓΙΠΛ· ἔστι δὲ ὡς ΓΩΤΡ : ΓΜΝϚ :: ΓΩΤΡ : ΓΛΥΛ· (β) ἔστι γὰρ τὸ ΓΜΝϚ = ΓΛΥΛ· ἑκάτερον γὰρ διπλάσιον τȣ̃ αὐτȣ̃ ΓϚΛ τριγώνȣ· (γ) ἄρα καὶ ὡς ΓΩΤΡ : ΓΗΟϚ :: ΓΩΤΡ : ΓΙΠΛ. (δ) οὐκȣ̃ν τὸ ΓΗΟϚ = ΓΙΠΛ. (ε) ἀλλὰ τὸ μὲν ΓΗΟϚ τεταρτημόριόν ἐστι τȣ̃ ΧΟΒΦ, τὸ δὲ ΓΙΠΛ τȣ̃ ΙΠΩΕΖ. τὸ ἄρα ΙΠΩΕΖ = ΧΟΒΦ.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τȣ́τȣ δὴ δῆλον, ὅτι καὶ αἱ τὰ πέρατα τῶν συζυγῶν Διαμέτρων ΙΚ, ΑΨ, καὶ ϚΞ, ΔΗ ἐπιζευγνῦσαι εὐθεῖαι ἴσα συνιςῶσι παραλληλόγραμμα τὰ ΙΑΚΨ, ϚΗΞΔ.

### ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει σύμπτωμα καὶ ταῖς συνεζευγμέναις Ὑπερβολαῖς, ταῖς ἐν ταῖς Ἀσυμπτώτοις, ὡς δῆλον ἐκ τῆς ΙΔ΄. προτ. τȣ̃ προλ. τμήμ.

ΔΗΜ.

(χ) Κατὰ τὴν α΄. Συνέπ. τῆς προλ. προτ. (ψ) Κατὰ τὴν ε΄. τȣ̃ ς΄. (ω) Κατὰ τὴν ε΄. τȣ̃ ί. (α) Κατὰ τὸ β΄. Πόρ. τῆς μετὰ τὸ ί. (β) Κατὰ τὴν α΄. τȣ̃ ί. (γ) Κατὰ τὴν μετὰ τȣ̃ α΄. (δ) Κατὰ τὸ ζ΄. τῶν Θεωρημ. τῶν μετὰ τὸ ί. (ε) Κατὰ τὴν β΄. τȣ̃ ί.

## ΛΗΜΜΑ.

Ἐαν ἀπὸ τῷ Ψ Λ Ἄξονος τῆς ΨΝΑΜ (Σχ. 2.) ἐλλάψεως μέρη ληφθῇ πρὸς ταῖς κορυφαῖς Ψ, Λ, τὰ ΨΓ ΑΦ, ὥςε τὸ ὑπὸ ἑκατέρε κ̀ τῷ λοιπῷ τῆς πλαγίας πλευρᾶς τμήματος περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τεταρτημορίῳ τῷ ἐκ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ΨΛ κ̀ τῆς ὀρθίας ΑΛ γινομένε ὀρθογωνίε, ἤτοι ἐὰν ᾖ τὸ ΨΓ. ΓΛ $= \frac{ΨΛ.\ ΑΛ}{4}$, κ̀ τὸ ΑΦ. ΦΨ $= \frac{ΨΛ.\ ΑΛ}{4}$ ἀπὸ δὲ τῶν σημείων Γ, Φ ἐπὶ τὰ Β,Χ, καθ' ἃ ἡ ἐφαπτομένη ΒΜΧ ταῖς κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομέναις ΨΒ, ΑΧ συμβάλλει, εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΒ, ΓΧ, ΦΧ, ΦΒ· λέγω Α' ὅτι αἱ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμεναι γωνίαι, αἱ μὲν πρὸς τοῖς Γ, Φ σημείοις, ἤτοι αἱ ΒΓΧ, ΒΦΧ ὀρθαί εἰσιν, αἱ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΦΧ ὑποτεινόμεναι ἴσαι ἀλλήλαις, ἤτοι ἡ μὲν ΒΧΓ τῇ ΒΦΓ, ἡ δὲ ΦΓΧ τῇ ΦΒΧ· Β'. ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως Η ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν Μ ἐπιζευχθεῖσα ΗΜ πρὸς ὀρθάς ἐςι τῇ ἐφαπτομένῃ ΒΜΧ.

Ἡ δεῖξις τῷ Α'. μέρες ἡ αὐτή ἐςι τῇ τῷ Α'. μέρ. τῷ Λήμματος τῷ πρὸ τῆς Η'. προτ. τῷ προλ. τμήμ. εἰπὼν δὲ, ἄρα καὶ ἡ ΑΓΧ+ΒΓΨ, πρόσθες εὐθὺς, ἴση μιᾷ ὀρθῇ.

ὀρθῇ. ἐκεῖν καὶ ἡ ΒΥΧ ἴση μιᾷ ὀρθῇ. (ζ) διὰ τὰ αὐτά, κτ. Ἐν δὲ τῇ τοῦ Β΄. μέρες ἀποδείξει μετὰ τὸ εἰπεῖν, ὡς ἄρα ΙΒ : ΙΧ :: ΨΚ : ΚΑ, εἰπὲ, καὶ συντεθέντα, ὡς ΒΧ : ΧΙ :: ΨΑ : ΚΑ. ἔστι δὲ ὡς ΨΑ : ΚΑ :: ΨΧ : ΔΧ, καὶ ὡς ΨΧ : ΔΧ :: ΒΧ : ΜΧ. (η) ἄρα καὶ ὡς ΒΧ : ΧΙ :: ΒΧ : ΜΧ. ἡ ἄρα ΧΙ = ΜΧ. τὸ ὅλον τῷ μέρει, κτ.

## ΠΡΟΤΑΣΙΣ Η΄.

**Τῶν αὐτῶν κειμένων, ἐὰν ἀπὸ τῶν ληφθέντων τοῦ Ἄξονος σημείων ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν ἐπιζευχθῶσι δύω εὐθεῖαι, αἱ ὑπ᾽ αὐτῶν καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.**

Ἔστω τὰ ληφθέντα τοῦ Ἄξονος σημεῖα τὰ Υ, Φ, καὶ ἀπ᾽ αὐτῶν ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν Μ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΥΜ, ΦΜ. λέγω, ὅτι ἡ γωνία ΒΜΥ ἴση ἐστὶ τῇ ΧΜΦ.

Ὅρα τὴν δεῖξιν τῆς Η΄. προτ. τοῦ προλ. τμήμ. μετὰ δὲ τὸ εἰπεῖν, ἡ δὲ ΦΜΧ, πρόσθες, ἴση τῇ ΦΗΧ. ἔστι δὲ ἡ ΦΗΧ = ΒΗΥ. ἄρα καὶ ἡ ΒΜΥ = ΧΜΦ

### ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α΄. Ὁρισθήσονται τὰ Υ καὶ Φ σημεῖα, ἐὰν πρὸς ὀρθὰς τῷ Ἄξονι διαχθῇ ἡ δευτέρα Διάμετρος ΓΝ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ν, διαστήματι δὲ ἴσῳ τῇ ΓΨ κύκλος γραφῇ, διατέμνων τὴν ΨΑ κατὰ τὰ Υ καὶ Φ σημεῖα. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΝΥ. καὶ ἐπεὶ τὸ $\overline{N\Upsilon}^2 = \overline{N\Gamma}^2 + \overline{\Gamma\Upsilon}^2$, (θ) ἔστι δὲ τὸ $\overline{N\Upsilon}^2 = \overline{\Gamma\Psi}^2$, τὸ ἄρα $\overline{\Gamma\Psi}^2 = \overline{N\Gamma}^2 + \overline{\Gamma\Upsilon}^2$. ἀλλὰ τὸ $\overline{\Gamma\Psi}^2 = \overline{\Gamma\Upsilon}^2 + A\Upsilon . \Upsilon\Psi$.

(ζ) Κατὰ τὴν α΄. Συνέπ. τὴν μετὰ τὴν ιγ΄. τοῦ α΄. (η) Ἐκ τοῦ β΄. τοῦ ς΄. δῆλ. (θ) Κατὰ τὴν μζ΄. τοῦ α΄.

ΥΨ. (ι) τὸ ἄρα $\overline{\mathrm{N}\Gamma}^2 + \overline{\Gamma\Upsilon}^2 = \overline{\Gamma\Upsilon}^2 + \mathrm{A}\Upsilon.\Upsilon\Psi$. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{\Gamma\Upsilon}^2$. τὸ ἄρα $\overline{\mathrm{N}\Gamma}^2 = \mathrm{A}\Upsilon.\Upsilon\Psi$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, ἐπιζευχθείσης τῆς ΝΦ, δειχθήσεται τὸ $\overline{\mathrm{N}\Gamma}^2 = \Psi\Phi.\Phi\mathrm{A}$. ἔστι δὲ τὸ $\overline{\mathrm{N}\Gamma}^2$ ἴσον τεταρτημορίῳ τοῦ ΨΑ. ΑΛ, (κ) ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΥ. ΥΨ, ΨΦ. ΦΑ ἴσον τεταρτημορίῳ τοῦ ΨΑ. ΑΛ. τὰ ἄρα Φ, Υ σημεῖα εἰσι τὰ ζητούμενα. (λ)

Β'. Ἀχθήσεται δὲ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἐν αὐτῇ σημείου Μ, ἐὰν ἐπὶ τὰ Υ, Φ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι αἱ ΜΥ, ΜΦ· τῆς δὲ ἑτέρας αὐτῶν ἐπὶ τὸ Ζ ἐκβληθείσης, ἡ ΦΜΖ γωνία δίχα τμηθῇ ὑπό τινος εὐθείας, οἷον τῆς ΧΜΒ. αὕτη μὲν γὰρ ἐφάψεται τῆς τομῆς. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΧΜΖ = ΧΜΦ, τῇ δὲ ΧΜΖ = ΒΜΥ. ἄρα καὶ ἡ ΧΜΦ = ΒΜΥ. ἡ ἄρα ΧΜΒ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

### ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὰ Υ, Φ σημεῖα Ἑστίαι, ἢ Ὀμφαλοὶ τῆς Ἐλλείψεως λέγονται.

## ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

**Αἱ ἀπὸ τοῦ τυχόντος τῆς Ἐλλείψεως σημείου ἐπὶ τὰς Ἑστίας ἐπιζευγνύμεναι δύω εὐθεῖαι ἴσαι εἰσὶ τῇ πλαγίᾳ πλευρᾷ.**

Ἔστω τυχὸν μὲν σημεῖον τῆς Ἐλλείψεως τὸ Μ, Ἑστίαι δὲ αἱ Υ, Φ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΥΜ, ΦΜ. λέγω, ὅτι ἡ ΥΜ + ΦΜ = ΨΑ. σχ. 3.

Ἡ δεῖξις ἡ αὐτή ἐστι τῇ τῆς Θ'. προτ. τοῦ προλ. τμήμ. ἀρχόμενος δὲ αὐτῆς εἰπὲ, ἐπεὶ ἡ ΥΜΠ = ΦΜΧ,



(ι) Κατὰ τὴν ι. τοῦ β'. (κ) Ἐκ τοῦ κδ'. ὁρισμ. δῆλ. (λ) Ἐκ τῆς προλ. ζ. προτ. δῆλ.

ἡ δὲ ΦΜΧ = ΜΠΥ, ἡ ἄρα κτ. ἀντὶ δὲ τȣ͂, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΨΙΧ, λέγε, ἡ ΥΤΛ. ϗ κατωτέρω δὲ, ἀντὶ τȣ͂, ἄρα ἡ ΥΜ − ΦΜ, εἰπὲ, ἡ ΥΜ + ΦΜ διπλασία τῆς ΤΝ + ΝΓ, ἤτȣν τῆς ΤΓ. διπλασία δὲ τῆς ΤΓ ϗ ἡ ΨΑ. ἄρα ἡ ΥΜ + ΦΜ = ΨΑ.

## ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α΄. Ἐντεῦθεν πορίζεται μέθοδος τȣ͂ γράφειν τὴν Ἔλλειψιν, δοθείσης τῆς πλαγίας αὐτῆς πλευρᾶς ϗ τȣ͂ τῶν Ἑςιῶν ἀποςήματος. Ἔςω μὲν γὰρ πλαγία πλευρὰ τῆς γραφεισομένης Ἐλλείψεως ἡ ΕΑ, (Σχ. 4.) ἀπόςημα δὲ τῶν Ἑςιῶν ἡ ΦΥ. ϗ τȣ͂ νήματος ΦΜΥ, ἴσȣ τῇ ΒΑ, τὸ μὲν τῶν περάτων ἐπὶ τὸ Φ, τὸ δὲ ἐπὶ τὸ Υ πεπήχθω. ἧλος δὲ ὁ ΜΔ ἔνδοθεν τὸ νῆμα τεῖνον, ὀρθὸς πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον περιαγέσθω. λέγω δὴ ὅτι ὁ ἧλος ΜΔ τὴν Ἔλλειψιν καταγράφει. ἐν παντὶ γὰρ σημείῳ τῷ ὑπ᾽ αὐτȣ͂ γραφομένῳ ἡ ΦΜ + ΜΥ = ΨΑ. ἐξ ȣ͂ δῆλον τὸ προκείμενον.

Β΄. Τῶν αὐτῶν δοθέντων ϗ συνεχῆ ἔξεςι πορίσασθαι σημεῖα, δι᾽ ὧν ἡ Ἔλλειψις ἥξει. τμηθείσης γὰρ ὡς ἔτυχε τῆς πλαγίας πλευρᾶς ΒΑ κατὰ τὸ Π, κέντρῳ μὲν θατέρᾳ τῶν Ἑςιῶν, ἤτȣν τῷ Φ, διαςήματι δὲ τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων τῷ ΒΠ κύκλος γεγράφθω· ὡσαύτως κέντρῳ μὲν τῇ ἑτέρᾳ τῶν Ἑςιῶν Υ, διαςήματι δὲ τῷ λοιπῷ μέρει ΠΑ ἕτερος γεγράφθω κύκλος, τὸν πρῶτον διατέμνων κατά τι σημεῖον, οἷον τὸ Μ. λέγω δὴ, ὅτι διὰ τȣ͂ Μ ἡ Ἔλλειψις ἥξει. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΥΜ, ΦΜ. ϗ ἐπεὶ ἡ μὲν ΦΜ = ΒΠ, ἡ δὲ ΥΜ = ΑΠ. ἡ ἄρα ΦΜ + ΥΜ = ΒΠ + ΠΑ = ΨΑ. ȣ̓κȣ͂ν τὸ Μ Ἐλλείψεως σημεῖόν ἐςι. τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ ϗ ἄλλα τοιαῦτα πορισθήσονται σημεῖα.

Γ΄.

Γ΄. Ἐὰν ἀπὸ τῆς ἑτέρας τῶν Ἑςιῶν Φ (χ. 3.) κάθετος τῇ ἐφαπτομένῃ ΧΙΙ ἀχθῇ ἡ ΦΙ, τῇ ἀπὸ τῆς ἑτέρας Ἑςίας Υ ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν Μ ἐπεζευγμένῃ καὶ ἐκβεβλημένῃ ΥΙ κατὰ τὸ Ι συμβάλλουσα, ἔσεται ἡ ΥΙ ἡ ἀπὸ τῆς καθέτου ἀπολαμβανομένη ἴση τῇ πλαγίᾳ πλευρᾷ ΨΛ. χρῶ τῇ δείξει τῆς Γ΄. Συνεπ. τῆς εἰρημ. Θ΄. προτ. ἀντὶ δὲ τοῦ, ἀλλὰ ἡ ΥΜ. ΦΜ, εἰπὲ, ἀλλ᾽ ἡ ΥΜ+ΦΜ= ΨΛ. ἄρα ἡ ΥΜ+ΜΙ, ἤτουν ἡ ΥΙ=ΨΛ.

Δ΄. Ἡ αὐτὴ ἐςὶ τῇ Δ΄. τῆς εἰρημ. Θ΄.

Ε΄. Ἐὰν διὰ τοῦ κέντρου Γ (πίν ΚΓ΄. χ. 1.) εὐθεῖα ἀχθῇ ἡ ϚΠ τῇ μὲν ἐφαπτομένῃ ΡΚ παράλληλος, τῇ δὲ ἀπὸ τῆς Ἑςίας Φ ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν Μ ἐπεζευγμένῃ ΦΜ κατὰ τὸ Τ συμβάλλουσα, ἔσεται τὸ ὑπ᾽ αὐτῆς ἀπολαμβανόμενον μέρος ΜΤ ἴσον τῷ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ἡμίσει ΓΛ. ἀπὸ γὰρ τῆς ἑτέρας Ἑςίας Υ ἐπεζεύχθω μὲν ἡ ΥΜ, ἤχθω δὲ ἡ ΥΗ ὁποτέρᾳ τῶν ΡΚ, ϚΠ παράλληλος. καὶ ἐπεὶ ἡ γωνία ΥΜΚ=ΦΜΡ, (μ) ἔςι δὲ ἡ μὲν ΥΜΚ= ΗΥΜ, ἡ δὲ ΦΜΡ=ΜΗΥ, (ν) ἄρα καὶ ἡ ΗΥΜ= ΜΗΥ. διὸ καὶ ἡ ΜΥ=ΜΗ. (ξ) ἐπεὶ δὲ ὡς ΦΥ: ΦΓ:: ΦΗ: ΦΤ, (ο) ἔςι δὲ ἡ ΦΥ διπλασία τῆς ΦΓ, ἄρα καὶ ἡ ΦΗ διπλασία τῆς ΦΤ, ἤτουν τῆς ΤΗ. ἔςι δὲ ἡ ΦΜ+ΜΥ=ΦΗ+ΗΜ+ΜΥ=ΦΗ+2ΗΜ. ἡ ἄρα ΦΜ+ΜΥ διπλασία τῆς ΤΗ+ΗΜ, ἤτοι τῆς ΤΜ. ἀλλ᾽ ἡ ΦΜ+ΜΥ=ΨΛ (π) ἄρα καὶ ἡ ΨΛ διπλασία τῆς ΜΤ. ἀλλ᾽ ἡ ΨΛ διπλασία καὶ τῆς ΓΛ, ἡ ἄρα ΜΤ=ΓΛ.

Ἡ μὲν Ϛ΄. ἡ αὐτή ἐςι τῇ Ε΄. τῆς εἰρημ. Θ΄. προτ.
Ἡ δὲ Ζ΄. ἡ αὐτὴ τῇ Ϛ΄. τῆς αὐτῆς. ἀντὶ δὲ τοῦ καὶ διαιρεθέντα, εἰπὲ, καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ΓΛ: ΓΦ::

 ΓΤ:

(μ) Κατὰ τὴν ή. τοῦ δε τοῦ τμήμ. (ν) Κατὰ τὴν κθ΄. τοῦ ά. (ξ) Κατὰ τὴν ϛ΄. τοῦ ά. (ο) Κατὰ τὴν δ΄. τοῦ ς΄. (π) Κατὰ τὴν προκειμ. πρότ.

ΓΤ : ΓΛ, καὶ κατὰ ἀναστροφὴν λόγου ὡς ΓΛ : ΑΦ : : ΓΤ : ΑΓ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΓΑ : ΓΤ : : ΛΦ : ΑΤ, ἔστι δὲ κτ. Σχ. 2.

Η'. Τοῦ ΤΜΦ τριγώνου ἡ ΤΦ πλευρὰ μείζων ἐστὶ τῆς ΦΜ. ἐπεὶ μὲν γὰρ ὡς ΦΑ : ΑΤ : : ΒΦ : ΒΤ, (ϱ) ἔστι δὲ ἡ ΦΑ=ΑΙ, (σ) ὡς ἄρα ΑΙ : ΑΤ : : ΒΦ : ΒΤ. ἀλλ' ἡ ΒΤ > ΒΦ. ἄρα καὶ ἡ ΑΤ μείζων τῆς ΑΙ. ἔστι δὲ ὡς ΑΤ : ΑΙ : : ΤΦ : ΦΜ. (τ) ἄρα καὶ ἡ ΤΦ μείζων τῆς ΦΜ.

Ἡ μὲν Θ'. ἡ αὐτή ἐστι τῇ Η'. τῆς Θ'. προτ. τοῦ προλ. τμήμ.

Ἡ δὲ Ι'. τῇ Θ'. τῆς αὐτῆς, ἀντὶ δὲ τοῦ εἰπεῖν, τὴν ΦΜ μείζονα τῆς ΤΦ, λέγε τὴν ΤΦ μείζονα τῆς ΦΜ. καὶ πάλιν ἀντὶ τοῦ, ἤτε ἐλάσσων ΤΦ, εἰπὲ, ἤτε μείζων ΤΦ.

Ἡ δὲ ΙΑ'. τῇ Ι'. τῆς αὐτῆς. ἀντὶ δὲ τοῦ, ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΦΩ, ΓΜ, (Σχ. 3.) εἰπὲ αἱ ΦΩ, ΥΡ, καὶ συμβαλλέτωσαν κατὰ τὸ Δ. μετὰ δὲ τὸ εἰπεῖν, καὶ ΦΡ. ΡΕ=ΦΩ. ΠΡ, εἰπὲ, προσκείσθω τῷ μὲν ΡΥ. ΡΕ τὸ ΦΡ. ΡΕ, τῷ δὲ ΥΗ. ΠΡ τὸ ΦΩ. ΠΡ. οὐκοῦν τὸ ΡΥ. ΡΕ+ΦΡ. ΡΕ=ΥΗ. ΠΡ+ΦΩ. ΠΡ, εἴτουν τὸ $\overline{\text{ΡΥ+ΦΡ}}$. ΡΕ=$\overline{\text{ΥΗ+ΦΩ}}$. ΠΡ. ἀλλὰ ΡΥ+ΦΡ=ΨΝ. (υ) τὸ ἄρα ΨΝ. ΡΕ=$\overline{\text{ΥΗ+ΦΩ}}$. ΠΡ. ἐπεὶ δὲ, κτ. ἀντὶ δὲ τοῦ οὐκοῦν ἡ ΥΗ − ΦΩ, λέγε, ἡ ΥΗ + ΦΩ διπλασία τῆς ΓϚ+ϚΜ, εἴτουν κτ. καὶ ἀντὶ τοῦ ὡς ἐναλλὰξ, εἰπὲ ὡς ἐκτὸς τῇ ἐντός. ἀντὶ δὲ τοῦ ἔστι δὲ ἡ ΠΟΡ= ΙΓΖ, εἰπὲ, ἔστι δὲ ἡ ΠΟΡ=ΙΜΓ.

ΙΒ'.

(ϱ) Κατὰ τὴν η'. Συνέπ. τῆς δ'. τοῦ δε τοῦ τμήμ. (σ) Κατὰ τὴν προλ. ς'. Συνέπ. (τ) Κατὰ τὴν δ'. τοῦ ς'. (υ) Κατὰ τὴν προκειμ. πρότ.

ΙΒ'. Αἱ ΖΦ, ΖΠ, ΖΥ συνεχῆ ἁρμονικὸν λόγον πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν, ἤτοι ἐςὶν, ὡς ΠΦ : ΠΥ :: ΖΦ : ΖΥ. ἔχεις τὴν δεῖξιν ἐν τῇ ΙΑ' : Συνεπ. τῆς εἰρημ. Θ'. προτ.

ΙΓ'. Ἐὰν ἀπὸ δύω τῆς ΨΡΑΗ Ἐλλείψεως σημείων τῶν Ρ, Η ἐπὶ τὰς Ἑςίας Υ, Φ (πίν. ΚΔ'. χ. 1.) εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΡΦ, ΡΥ, καὶ ΗΦ, ΗΥ, ἀχθῶσι δὲ δι᾽ αὐτῶν καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ ΡΝ, ΗΤ, ἀλλήλαις κατὰ τὸ Ν συμβάλλουσαι, ἡ ὑπεροχὴ τῶν ὑπὸ τῶν εἰρημένων εὐθειῶν περιεχομένων γωνιῶν ΡΦΗ, ΡΥΗ διπλασία ἔσεται τῆς ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχομένης ΡΝΗ γωνίας. ἤτοι ἔςαι ἡ ΡΦΗ−ΡΥΗ = 2ΡΝΗ. ἐπεὶ γὰρ ἡ γωνία ΥΡΚ = ΡΥΖ + ΡΖΥ, (φ) ἔςι δὲ ἡ ΥΡΚ = ΦΡΖ, (χ) ἡ ἄρα ΦΡΖ = ΡΥΖ+ΡΖΥ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΡΖΥ. οὐκοῦν ἡ ΦΡΖ+ ΡΖΥ = ΡΥΖ + 2ΡΖΥ. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΦΡΖ + ΡΖΥ = ΡΦΥ, (ψ) ἡ δὲ ΡΖΥ = ΤΖΝ. (ω) ἡ ἄρα ΡΦΥ = ΡΥΖ+2ΤΖΝ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ΗΦΥ = ΗΥΦ+2ΖΤΝ. ἡ ἄρα ΡΦΥ+ΗΦΥ, ἤτοι ἡ ΡΦΗ = ΡΥΖ + ΗΥΦ + 2ΤΖΝ + 2ΖΤΝ. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΡΥΖ + ΗΥΦ = ΡΥΗ, ἡ δὲ 2ΤΖΝ + 2ΖΤΝ = 2ΡΝΗ. (α) ἡ ἄρα ΡΦΗ = ΡΥΗ + 2ΡΝΗ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΡΥΗ. ἡ ἄρα ΡΦΗ - ΡΥΗ = 2ΡΝΗ·

ΙΔ'. Ἐὰν ἄρα διὰ τῆς Ἑςίας Φ διαχθῇ τις εὐθεῖα ἡ ΕΗ, τῇ Ἐλλείψει κατὰ τὰ Ε καὶ Η σημεῖα συμβάλλουσα, ἀφ᾽ ἑκατέρου δὲ αὐτῶν ἐφαπτομένη ἀχθῇ ἤτε ΕΛ καὶ ἡ ΗΛ, ἡ ὑπ᾽ αὐτῶν περιεχομένη γωνία ΕΛΗ ὀξεῖα ἔςαι. ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΦΥ, ΗΦΥ ἴσαι δυσὶν

---

(φ) Κατὰ τὴν λβ'. τοῦ α'. (χ) Κατὰ τὴν η'. τοῦ δε τοῦ τμήμ. (ψ) Κατὰ τὴν ἐηθ. λβ'. (ω) Κατὰ τὴν ιε'. τοῦ α'. (α) Κατὰ τὴν λβ'. τοῦ α'.

σὶν ὀρθαῖς, (β) ἀφαιρεθείσης ἀπ' αὐτῶν τῆς ΕΥΗ, τὸ λοιπὸν ἔλαττον ἐςαι δύο ὀρθῶν. διὸ καὶ τὸ τοῦ λοιποῦ ἥμισυ ἔλαττον ὀρθῆς. ἀλλὰ τῷ τοῦ λοιποῦ ἡμίσει, ὅπερ ἐςὶ τῇ ὑπεροχῇ, ἴση ἡ ΕΛΗ. (γ) ἡ ἄρα ΕΛΗ ἐλάσσων ὀρθῆς, ἤτουν ὀξεῖα.

ΙΕ'. Τὸ τῶν Ἑςιῶν ἀπόςημα ΦΥ (πίν. ΚΓ'. σχ. 4.) μέσον λόγον ἔχει τῆς πλαγίας πλευρᾶς ΨΑ, καὶ τῆς ὑπεροχῆς ΨΖ, καθ' ἣν ἡ πλαγία ΨΑ τὴν ὀρθίαν ΑΖ ὑπερέχει, ἤτουν ἐςὶν ὡς ΨΑ : ΦΥ :: ΦΥ : ΨΖ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ΨΦ. ΦΑ = ΨΑ. ΑΖ, (δ) ἑκατέρου ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ $\overline{\Gamma\Lambda}^2$, ἔσεται 4 $\overline{\Gamma\Lambda}^2$ — ΨΦ. ΦΑ = $\overline{\Gamma\Lambda}^2$ — ΨΑ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ $\overline{\Gamma\Lambda}^2$ — ΨΦ. ΦΑ = $\overline{\Gamma\Phi}^2$. (ε) τὸ ἄρα 4 $\overline{\Gamma\Phi}^2$ = $\overline{\Gamma\Lambda}^2$ — ΨΑ. ΑΖ. διὸ δὴ καὶ τὸ $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ = $\overline{\Psi\Lambda}^2$ − ΨΑ. ΑΖ. ἀλλὰ τὸ $\overline{\Psi\Lambda}^2$ 4 — ΨΑ. ΑΖ = ΑΨ. ΨΖ. (ζ) τὸ ἄρα $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ = ΨΑ. ΨΖ. ὡς ἄρα ΨΑ : ΥΦ :: ΥΦ : ΨΖ (η)

ΙϚ'. Τὸ ἀπὸ τοῦ ἀποςήματος τῶν Ἑςιῶν τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας Διαμέτρου λόγον ἔχει, ὃν ἡ ῥηθεῖσα ὑπεροχὴ ΨΖ, πρὸς τὴν ὀρθίαν πλευρὰ ΑΖ. ἤτουν ἐςὶν ὡς $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ : $\overline{\mathrm{EB}}^2$ :: ΨΖ : ΑΖ. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ = ΨΑ. ΨΖ, (θ) τὸ δὲ $\overline{\mathrm{EB}}^2$ = ΨΑ. ΑΖ, (ι) ἔςιν ἄρα ὡς $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ : $\overline{\mathrm{EB}}^2$ :: ΨΑ. ΨΖ : ΨΑ. ΑΖ. ἀλλ' ὡς ΨΑ. ΨΖ : ΨΑ. ΑΖ :: ΨΖ : ΑΖ. (κ) ὡς ἄρα $\overline{\Upsilon\Phi}^2$ : $\overline{\mathrm{EB}}^2$ :: ΨΖ : ΑΖ.

ΙΖ'. Ἐὰν ἀπὸ τῶν Ἑςιῶν Φ, Υ (πίν. ΚΔ'. σχ. 2.) ἐπὶ τὸ τυχὸν τῆς Ἐλλείψεως σημεῖον Μ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι αἱ ΦΜ, ΥΜ, τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμενον ὀρθο-

(β) Κατὰ τὴν ιγ'. τοῦ α'. (γ) Ἐκ τῆς προλ. Συνεπ. δῆλ. (δ) Κατὰ τὸ Λῆμ. τὸ πρὸ τῆς η'. τοῦ δὲ τοῦ τμήμ. (ε) Ἐκ τῆς ε'. τοῦ β'. δῆλ. (ζ) Ἐκ τῆς β'. τοῦ β'. δῆλ. (η) Κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ϛ'. (θ) Κατὰ τὴν προλ. Συνέπ. (ι) Κατὰ τὸν κδ'. ὁρισμ. (κ) Κατὰ τὴν α'. τοῦ ϛ'.

ὀρθογώνιον ἴσον ἔσται τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου ΓΗ τῆς δευτέρας Διαμέτρου τῆς Δευτερείας ΜΓ, τῆς ἀπὸ τοῦ Μ διὰ τοῦ κέντρου Γ ἀχθείσης. ὅρα τὴν δεῖξιν τῆς ΙΕ'. Συνεπ. τῆς προειρημ. Θ'. προτ. μετὰ δὲ τὸ εἰπεῖν τὸ, τούτων κειμένων, πρόσθες τάδε· ἤχθω ἀπὸ τοῦ Η ἐφαπτομένη τῆς Ἐλλείψεως ἡ ΗΡ, καὶ ἀπὸ τῶν σημείων Η, Β, Μ τετάχθωσαν αἱ ΗΙ, ΗΠ, ΒΛ, ΒΔ, ΜΟ, ΜΕ. καὶ ἐπεὶ ὡς ΓΗ : ΓΛ :: ΓΡ : ΓΒ· (λ) παράλληλος γὰρ ἡ ΒΛ τῇ ΗΡ· (μ) καὶ ὡς ΓΡ : ΓΒ :: ΓΒ : ΓΠ, (ν) ἄρα καὶ ὡς ΓΗ : ΓΛ :: ΓΒ : ΓΠ. τὸ ἄρα ΓΗΠ τρίγωνον ἴσον τῷ ΓΛΒ τριγώνῳ. (ξ) ἀλλὰ τὸ μὲν ΓΗΠ = ΓΙΗ, τὸ δὲ ΓΛΒ = ΓΔΒ. (ο) τὸ ἄρα ΓΙΗ = ΓΔΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δή, ἐπεὶ ὡς ΓΜ : ΓΔ :: ΓΚ : ΓΒ, καὶ ὡς ΓΚ : ΓΒ :: ΓΒ : ΓΕ, ἔσεται καὶ ὡς ΓΜ : ΓΔ :: ΓΒ : ΓΕ. διὸ τὸ ΓΜΕ = ΓΔΒ. ἀλλὰ τὸ ΓΔΒ = ΓΙΗ, ὡς δέδεικται. τὸ ἄρα ΓΜΕ = ΓΙΗ. ἔστι δὲ ὡς ΖΜΟ : ΟΜΓ :: ΖΟ : ΟΓ. (π) ὡς δὲ ΖΟ : ΟΓ :: ΖΜ : ΜΚ, καὶ ὡς ΖΜ : ΜΚ :: ΓΕ : ΕΚ, (ρ) καὶ ὡς ΓΕ : ΕΚ :: ΓΜΕ : ΕΜΚ. (σ) ὡς ἄρα ΖΜΟ : ΟΜΓ :: ΓΜΕ : ΕΜΚ. (τ) ἀλλὰ τὸ ΓΜΕ = ΓΜΟ = ΓΙΗ. ὡς ἄρα ΖΜΟ : ΓΙΗ :: ΓΙΗ : ΕΜΚ. ἔστι δὲ τὸ ΖΜΟ ὅμοιον τῷ τε ΓΙΗ, (ἡ γὰρ ΟΖΜ = ΙΓΗ, διὰ τὰς παραλλήλους ΖΚ, ΓΗ· ἡ δὲ ΜΟΖ = ΗΙΓ, διὰ τὰς παραλλήλους ΜΟ, ΗΙ.) καὶ τῷ ΕΜΚ. διὸ δὴ καὶ τὰ ΓΙΗ, ΕΜΚ καὶ ἀλλήλοις ὅμοια. (υ) ὡς

---

(λ) Κατὰ τὴν δ'. τοῦ ς'. (μ) Ὅρα τὴν δ'. Συνέπ. τῆς ς'. τοῦ δε τοῦ τμήμ. (ν) Κατὰ τὴν δ'. Συνέπ. τῆς δ'. τοῦ δε τοῦ τμήμ. (ξ) Κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ς'. (ο) Κατὰ τὴν λδ'. τοῦ α'. (π) Κατὰ α'. τοῦ ς'. (ρ) Κατὰ τὴν β'. τοῦ ς'. (σ) Κατὰ τὴν α'. τοῦ ς'. (τ) Κατὰ τὴν ε'. τοῦ ε'. (υ) Κατὰ τὴν κα'. τοῦ ς'.

ὡς ἄρα $ZMO : \Gamma IH :: \overline{ZM}^2 : \overline{\Gamma H}^2$, καὶ ὡς $\Gamma IH : EMK :: \overline{\Gamma H}^2 : \overline{MK}^2$. (φ) ἐκοῦν καὶ ὡς $\overline{ZM}^2 : \overline{\Gamma H}^2 :: \overline{\Gamma H}^2 : \overline{MK}^2$. (χ) ἄρα καὶ ὡς $ZM : \Gamma H :: \Gamma H : MK$. (ψ) Τὸ ἄρα $ZM.\, MK = \overline{\Gamma H}^2$. (ω) ἀλλὰ τὸ $ZM.\, MK = \Phi M.\, \Upsilon M$, ὡς δέδεικται. τὸ ἄρα $\Phi M.\, \Upsilon M = \overline{\Gamma H}^2$.

ΙΗ'. Τὸ ὑπὸ τῶν ΥΡ, ΡΦ, τῶν ἀπὸ τῶν Ἑςιῶν Υ, Φ (πίν. ΚΓ'. χ. 4.) ἐπὶ τὸ τυχὸν σημεῖον Ρ ἐπεζευγμένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον σὺν τῷ τετραγώνῳ $\overline{\Gamma P}^2$, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτεραίας Διαμέτρȣ ΡΘ, τῆς ἀπὸ τȣ͂ Ρ διὰ τȣ͂ κέντρȣ Γ ἀχθείσης, ἴσον ἐςὶ τῇ ὑπεροχῇ καθ' ἣν τὸ διπλάσιον τȣ͂ τετραγώνȣ, τȣ͂ ἀπὸ τῆς ΓΑ, τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας πλευρᾶς ΨΑ, ὑπερέχει τὸ ἀπὸ τȣ͂ ἡμίσεως τȣ͂ ἀποςήματος ΥΦ τῶν Ἑςιῶν τετράγωνον. ἤτȣν τὸ $\Upsilon P.\, P\Phi + \overline{\Gamma P}^2 = 2\overline{\Gamma A}^2 - \overline{\Upsilon\Gamma}^2$. ἐπεὶ γὰρ $\Upsilon P + P\Phi = \Psi A$, (α) τῶν ΥΡ, ΡΦ ἐπ' εὐθείας κειμένων, ἔσεται τὸ $\overline{\Upsilon P}^2 + \overline{P\Phi}^2 + 2\Upsilon P.\, P\Phi = \overline{\Psi A}^2$. (β) ἀχθείσης δὲ ἀπὸ τȣ͂ Ρ τῆς ΡΚ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΨΑ, τὸ μὲν $\overline{\Upsilon P}^2 = \overline{\Upsilon\Gamma}^2 + \overline{\Gamma P}^2 + 2\Upsilon\Gamma.\, \Gamma K$, (γ) τὸ δὲ $\overline{P\Phi}^2 = \overline{\Gamma P}^2 + \overline{\Gamma\Phi}^2 - 2\Gamma\Phi.\, \Gamma K$. (δ) τὸ ἄρα $\overline{\Upsilon P}^2 + \overline{P\Phi}^2 = 2\overline{\Gamma P}^2 + 2\overline{\Upsilon\Gamma}^2$. ἐκοῦν τὸ $2\overline{\Gamma P}^2 + 2\overline{\Upsilon\Gamma}^2 + 2\Upsilon P.\, P\Phi = \overline{\Psi A}^2$. διὸ καὶ τὸ $\overline{\Gamma P}^2 + \overline{\Upsilon\Gamma}^2 + \Upsilon P.\, P\Phi = 2\overline{\Gamma A}^2$. καὶ κοινȣ͂ ἀφαιρεθέντος τȣ͂ $\overline{\Upsilon\Gamma}^2$, ἔσεται τὸ $\Upsilon P.\, P\Phi + \overline{\Gamma P}^2 = 2\overline{\Gamma A}^2 - \overline{\Upsilon\Gamma}^2$.

ΙΘ'. Τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ δύω συζυγῶν Διαμέτρων ὁμȣ͂ ληφθέντα ἴσα εἰσὶ τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ δύω συζυγῶν Διαμέτρων ὁμȣ͂ ληφθεῖσιν, ἤτȣν τὸ $\overline{\Psi A}^2 +$

---

(φ) Κατὰ τὴν ιθ'. τȣ͂ ϛ'. (χ) Κατὰ τὴν ἑηθ. ε. (ψ) Κατὰ τὸ ζ. τῶν τȣ͂ ε. θεωρ. (ω) Κατὰ τὴν ιζ'. τȣ͂ ϛ'. (α) Κατὰ τὴν θ'. τȣ͂ δε τȣ͂ τμήμ. (β) Κατὰ τὴν δ'. τȣ͂ β'. (γ) Κατὰ τὴν ιβ'. τȣ͂ β'. (δ) Κατὰ τὴν ιγ'. τȣ͂ β'.

$\overline{\Psi\Lambda}^2 + \overline{EB}^2 = \overline{P\Theta}^2 + \overline{H\Delta}^2$. ἐπεὶ γὰρ τὸ $\overline{\Gamma P}^2 + \Upsilon P . P\Phi = 2\overline{\Gamma\Lambda}^2 - \overline{\Upsilon\Gamma}^2$, (ε) ἔστι δὲ τὸ μὲν $\Upsilon P . P\Phi = \overline{\Gamma H}^2$, (ζ) τὸ δὲ $\overline{\Gamma\Lambda}^2 = \overline{\Gamma\Phi}^2 + \Psi\Phi . \Phi\Lambda$, (η) τὸ ἄρα $\overline{\Gamma P}^2 + \overline{\Gamma H}^2 = \overline{\Gamma\Lambda}^2 + \overline{\Gamma\Phi}^2 + \Psi\Phi . \Phi\Lambda - \overline{\Upsilon\Gamma}^2$. ἀλλὰ τὸ μὲν $\overline{\Gamma\Phi}^2 = \overline{\Upsilon\Gamma}^2$; τὸ δὲ $\Psi\Phi . \Phi\Lambda = \overline{\Gamma E}^2$. (θ) τὸ ἄρα $\overline{\Gamma P}^2 + \overline{\Gamma H}^2 = \overline{\Gamma\Lambda}^2 + \overline{\Gamma E}^2$. διὸ δὴ καὶ τὸ $\overline{\Psi\Lambda}^2 + \overline{EB}^2 = \overline{P\Theta}^2 + \overline{H\Delta}^2$.

## ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ι′.

**Ἐὰν τῇ αὐτῇ πλαγίᾳ πλευρᾷ δύω γραφῶσιν Ἐλλάψεις, ὧν οὐχ ἡ αὐτὴ ὀρθία, Ἔλλαψις, πρὸς Ἔλλειψιν λόγον ἔχει, ὃν ἡ ὀρθία πλευρὰ τῆς ἑτέρας, πρὸς τὴν μέσην ἀνάλογον τῶν δύω ὀρθιῶν.**

Πλαγίᾳ μὲν πλευρᾷ τῇ ΨΝ, ὀρθίᾳ δὲ τῇ ΝΕ Ἔλλειψις γεγράφθω ἡ ΝΠΨ· πλαγίᾳ δὲ τῇ αὐτῇ, καὶ ὀρθίᾳ τῇ ΝΑ, ἡ ΝΒΨ. καὶ κείσθω ὡς ΝΕ : ΡΚ :: ΡΚ : ΝΑ. λέγω, ὅτι ὡς Ἔλλειψ. ΝΠΨ, πρὸς Ἔλλειψ. ΝΒΨ, οὕτω ΝΕ : ΡΚ πίν. Κ′. χ. 5.

### ΔΕΙΞΙΣ.

Τεταγμένως ἐπὶ τὴν Διάμετρον ΨΝ καταχθείσης τῆς ΒΖΚ, ἔσεται ὡς $\overline{ZK}^2 : \Psi K . KN :: HE : \Psi N$. ἔστι δὲ καὶ ὡς $\Psi K . KN : \overline{BK}^2 :: \Psi N : NA$. (ι) ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς $\overline{ZK}^2 : \overline{BK}^2 :: NE : NA$. ἀλλ' ὡς $NE : NA :: \overline{NE}^2 : \overline{PK}^2$· (κ) ἔστι γὰρ ὡς $NE : PK :: PK : NA$· (λ) ὡς ἄρα $\overline{ZK}^2$ :

(ε) Κατὰ τὴν προλ. Συνέπ. (ζ) Κατὰ τὴν προλ. ιζ′. Συνέπ. (η) Κατὰ τὴν ε′. τοῦ β′. (θ) Ἐκ τοῦ Λήμ. τοῦ πρὸ τῆς η′. Πρότ. τοῦ δε τοῦ τμήμ. καὶ τοῦ κδ′. ὁρισ. δῆλ. (ι) Κατὰ τὴν α′. Συνέπ. τῆς α′ τοῦδε τοῦ τμήμ. (κ) Κατὰ τὸ β′. πόρ. τοῦ ε′. (λ) Ἐξ ὑπόθ.

$\overline{ZK}^2 : \overline{BK}^2 :: \overline{NE}^2 : \overline{PK}^2$. (μ) διὸ δὴ καὶ ὡς ΖΚ : ΒΚ :: ΝΕ : ΡΚ. (ν) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι πᾶσα Τεταγμένη ἡ ἐν τῇ Ἐλλείψει ΝΠΨ, πρὸς πᾶσαν Τεταγμένην ἐν τῇ ΝΒΨ, καὶ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ κειμένην, λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΝΕ : ΡΚ. καὶ ἡ Ἔλλειψις ἄρα ΝΠΨ, πρὸς τὴν Ἔλλειψιν ΝΒΨ :: ΝΕ : ΡΚ.

## ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α΄. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι τὸ ἐλλειπτικὸν τμῆμα ΝΥΛ, πρὸς τὸ ΝΠΛ λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΛΥ : ΛΠ.

Β΄. Ἐὰν ἡ ΝΒΨ τομὴ κύκλου ᾖ, ἡ Ἔλλειψις ΝΠΨ, πρὸς τὸν κύκλον ΝΒΨ λόγον ἔχει, ὃν ἡ δευτέρα Διάμετρος ΘΜ, πρὸς τὴν πλαγίαν ΨΝ. ἔστι γὰρ ὡς $\overline{ZK}^2 : \overline{M\Gamma}^2$ :: ΨΚ. ΚΝ : ΨΓ. ΓΝ. (ξ) ἀλλὰ τὸ μὲν ΨΚ. ΚΝ $= \overline{BK}^2$, τὸ δὲ ΨΓ. ΓΝ $= \overline{H\Gamma}^2$. (ο) ὡς ἄρα $\overline{ZK}^2 : \overline{M\Gamma}^2 :: \overline{BK}^2 : \overline{H\Gamma}^2$. (π) διὸ δὴ καὶ ὡς ΖΚ : ΜΓ :: ΒΚ : ΗΓ, (ρ) καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΖΚ : ΒΚ :: ΜΓ : ΗΓ, ἔστι δὲ ὡς ΜΓ : ΗΓ :: ΘΜ : ΨΝ. διὸ καὶ ὡς ΖΚ : ΒΚ :: ΘΜ : ΨΝ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι πᾶσα Τεταγμένη ἐν τῇ Ἐλλείψει ΝΠΨ, πρὸς πᾶσαν Τεταγμένην τὴν ἐν τῷ κύκλῳ ΝΒΨ, καὶ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ κειμένην λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΘΜ : ΨΝ. ἄρα καὶ ὡς Ἔλλ. ΝΠΨ : Κύκλ. ΝΒΨ :: ΘΜ : ΨΝ.

Γ΄. Ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου Γ ἐπὶ τὰ Π, Υ σημεῖα ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΠ, ΓΥ, ἔσεται ὁ ἐλλειπτικὸς τομεὺς ΓΝΠ, πρὸς τὸν κυκλικὸν τομέα ΓΝΥ, οὕτω ΓΜ : ΓΗ. ἐπεὶ γὰρ ὡς ΛΝΠ : ΛΝΥ :: ΛΠ : ΛΥ, (σ) καὶ

(μ) Κατὰ τὴν ε΄, τοῦ ε΄ (ν) Κατὰ τὸ ζ΄. τῶν τοῦ ε΄. Θεωρημ. (ξ) Κατὰ τὴν α΄. τοῦ τοῦδε τοῦ τμήμ. (ο) Κατὰ τὴν β΄. Συνέπ. τῆς η΄. τοῦ ς΄. (π) Κατὰ τὴν ε΄. τοῦ ε΄ (ρ) Κατὰ τὸ ζ΄. τῶν τοῦ ε΄. Θεωρ. (σ) Κατὰ τὴν προλ. α΄. Συνέπ.

καὶ ὡς ΓΛΠ : ΓΛΥ :: ΛΠ : ΛΥ. (τ) ἄρα καὶ ὡς ΛΝΠ + ΓΛΠ : ΛΝΥ + ΓΛΥ :: ΛΠ : ΛΥ, (υ) ἤτουν ὡς ΓΝΠ : ΓΝΥ :: ΛΠ : ΛΥ. ἀλλ' ὡς ΛΠ : ΛΥ :: ΓΜ : ΓΗ. (δειχθήσεται τοῦτο καθάπερ δέδεικται ἐν τῇ προλ. συνεπ. ὅτι ὡς ΖΚ : ΒΚ :: ΜΓ : ΗΓ.) ἄρα καὶ ὡς ΓΝΠ : ΓΝΥ :: ΓΜ : ΓΗ. (φ)

Δ΄. Ἐὰν τό, τε ἡμικύκλιον ΝΗΨ καὶ ἡ ἡμιέλλειψις ΝΜΨ περὶ τὸν Ἄξονα ΨΝ περιενεχθῇ, ἕως ὅτου ἀποκαταςαθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ σφαιροειδὲς τὸ ἐκ τῆς ἡμιελλείψεως, πρὸς τὴν σφαῖραν τὴν ἐκ τοῦ ἡμικυκλίου γινομένην λόγον ἕξει, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας Διαμέτρου ΘΜ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ΨΝ τετράγωνον. ἐπεὶ γὰρ ὡς ΘΜ : ΨΝ :: ΖΚ : ΒΚ, (χ) ἔσεται καὶ ὡς $\overline{\Theta M}^2 : \overline{\Psi N}^2 :: \overline{ZK}^2 : \overline{BK}^2$. (ψ) ἀλλ' ὡς $\overline{ZK}^2 : \overline{BK}^2$, οὕτω κύκλος, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΖΚ, πρὸς κύκλον, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ ΒΚ. ἄρα καὶ $\overline{\Theta M}^2 : \overline{\Psi N}^2$, οὕτω κύκλος ὁ ἔχων ἡμιδιάμετρον τὴν ΖΚ, πρὸς κύκλον τὸν ἡμιδιάμετρον ἔχοντα τὴν ΒΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι πᾶς κύκλος ὁ ἐν τῷ σφαιροειδεῖ, τῷ ἐκ τῆς ἡμιελλείψεως, πρὸς πάντα κύκλον τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ, τῇ ἐκ τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ ἐπ' εὐθείας αὐτῷ κείμενον, λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\Theta M}^2 : \Psi N^2$. καὶ τὸ σφαιροειδὲς ἄρα τὸ ἐκ τῆς ἡμιελλείψεως, πρὸς τὴν σφαῖραν τὴν ἐκ τοῦ ἡμικυκλίου λόγον ἔχει, ὃν τ' $\overline{\Theta M}^2 : \overline{\Psi N}^2$, ἢ ὃν τὸ $\overline{M\Gamma}^2 : \overline{H\Gamma}^2$.

Ε΄. Αἱ Ἐλλείψεις λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας, ὃν τὰ ὀρθογώνια τὰ ὑπὸ τῆς πλαγίας πλευρᾶς καὶ τῆς δευ-



(τ) Κατὰ τὴν α΄. τοῦ ϛ΄. (υ) Ἐκ τῆς ιδ΄. τοῦ ε΄. δῆλον. (φ) Κατὰ τὴν ἀριθμ. ε΄. (χ) Ὅρα τὴν προλαβ. β΄. Συνέπ. (ψ) Κατὰ τὸ ἀριθμ. ζ. Θεώρ.

δευτέρας Διαμέτρου περιεχόμενα. ἔστωσαν γὰρ Ἐλλείψεις αἱ ΛΒΨ, αβψ, (πίν. ΚΔ΄. χ. 3, 4.) ὧν πλαγίαι μὲν πλευραὶ αἱ ΛΨ, αψ, δεύτεραι δὲ Διάμετροι αἱ ΔΒ, δβ. λέγω, ὅτι ὡς ΛΒΨ : αβψ :: ΛΨ. ΔΒ : αψ. δβ. γεγράφθωσαν γὰρ ἐπὶ τῶν ΛΨ, αψ, ἡμικύκλια τὰ ΛΚΨ, ακψ. καὶ ἐκβληθεῖσαι αἱ ΔΒ, δβ, συμβαλλέτωσαν ταῖς περιφερείαις κατὰ τὰ Κ, κ σημεῖα. καὶ ἐπεὶ ὡς ΛΒΨ : ΛΚΨ :: ΔΒ : ΛΨ, (ω) καὶ ὡς ΔΒ : ΛΨ :: ΔΒ. ΛΨ : $\overline{ΛΨ}^2$, (α) ὡς ἄρα ΛΒΨ : ΛΚΨ :: ΔΒ. ΛΨ : $\overline{ΛΨ}^2$, (β) καὶ ἐναλλὰξ ὡς ΛΒΨ : ΔΒ. ΛΨ :: ΛΚΨ : $\overline{ΛΨ}^2$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι ὡς αβψ : δβ. αψ :: ακψ : $\overline{αψ}^2$. ἀλλ᾽ ὡς ΛΚΨ : $\overline{ΛΨ}^2$ :: ακψ : $\overline{αψ}^2$. (γ) ἄρα καὶ ὡς ΛΒΨ : ΔΒ. ΛΨ :: αβψ : δβ. αψ, (δ) καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΛΒΨ : αβψ :: ΔΒ. ΛΨ : δβ. αψ.

## Περὶ τῆς ἐν τοῖς ὀπτικοῖς χρήσεως τῶν τῆς Ἐλλείψεως συμπτωμάτων.

Α΄. Ἐὰν ἐκ μετάλλου κατασκευασθῇ στερεὸν ἐξ Ἐλλείψεως γινόμενον, καὶ μέρους μὲν αὐτοῦ ἀποτμηθέντος, τὸ λοιπὸν γλυφὲν, κοῖλον γένηται, αἱ τοῦ φωτὸς ἀκτῖνες τοῦ ἐπὶ τῆς ἑτέρας τῶν Ἑστιῶν Υ (πίν. ΚΒ΄. χ. 2.) τεθέντος, αἱ τῇ κοίλῃ ἐλλειπτικῇ ἐπιφανείᾳ προσπίπτουσαι, μετὰ τὴν ἀνάκλασιν τῇ ἑτέρᾳ τῶν Ἑστιῶν Φ συμβαλοῦσαι συλλεχθήσονται. προσπιπτέτω γὰρ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ Υ φωτὸς πρὸς τὴν ἐλλειπτικὴν κοίλην ἐπιφάνειαν ΔΜ ἡ ἀκτὶς ΥΜ. καὶ ἤχθω ἡ

(ω) Κατὰ τὴν προλ. α΄. Συνίπ. (α) Κατὰ τὴν α΄. τοῦ ε΄. (β) Κατὰ τὴν ι΄. τοῦ ε΄. (γ) Κατὰ τὴν β΄. τοῦ ιβ΄. (δ) Κατὰ τὴν ἀξιωμ. ε΄.