ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Ε'.

Αἱ ΒΑΓ, ΓΑΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. (ζ) ἀλλ' ἡ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν, ὡς δέδεικται. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ΓΑΖ. ἀλλ' ἡ μικτόγραμμος ΔΑΓ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΓΔΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εὐθυγράμμου γωνίας ΓΑΖ. ἐλάσσων ἄρα ὀρθῆς ἐστί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΒ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τὶς εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου τοῦ ΔΓΒ ἐφαπτέσθω τὶς εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ τεμνέτω αὐτὸν ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ΖΒΔ ἴση τῇ ἐν τῷ ΔΑΒ τμήματι συνεστασομένῃ· ἡ δὲ ΕΒΔ ἴση τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι. σχ. 48.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΒΑ κάθετος τῇ ΖΕ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ἡ ΒΑ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῇ ἐφαπτομένῃ ΖΕ, ἐπ' αὐτῆς ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον. (η) τὸ ἄρα ΒΔΑ ἡμικύκλιόν ἐστιν. ἄρα ἡ ΒΔΑ γωνία ὀρθή ἐστιν. (θ) αἱ ἄρα ΔΑΒ

(ζ) Κατὰ τὴν ιγ τοῦ α. (η) Κατὰ τὴν ιθ. τοῦ γ. (θ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ.

ΔΑΒ, ΔΒΑ, αἱ λοιπαὶ τȣ̃ τριγώνȣ ΔΑΒ γωνίαι, μιᾷ ὀρθῇ εἰσιν ἴσαι. (ι) ἀλλὰ καὶ αἱ ΖΒΔ, ΔΒΑ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· ὅλη γὰρ ἡ ΖΒΑ ὀρθή ἐστιν· (κ) αἱ ἄρα ΔΑΒ, ΔΒΑ ἴσαι ταῖς ΖΒΔ, ΔΒΑ. (λ) κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΔΒΑ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΑΒ, ἡ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι, ἴση λοιπῇ τῇ ΖΒΔ. (μ) πάλιν ἐπεὶ αἱ Γ καὶ Α γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. (ν) δυσὶ δὲ ὀρθαῖς ἴσαι καὶ αἱ ΖΒΔ, ΕΒΔ. (ξ) ἄρα Γ + Α = ΖΒΔ + ΕΒΔ. (ο) ἀλλ' ἡ Α = ΖΒΔ, ὡς δέδεικται. ἄρα καὶ ἡ Γ, εἴτȣν ΔΓΒ = ΕΒΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΓ'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλȣ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ. ἥτις ἢ ὀξεῖά ἐστιν, ἢ ὀρθὴ, ἢ ἀμβλεῖα. ἔστω δὲ πρότερον ὀξεῖα. σχ. 49.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Συνεστάτω ἡ ΓΑΒ γωνία ἴση τῇ δοθείσῃ Γ. (π) καὶ ἤχθω ἡ ΑΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΓΔ. (ρ) καὶ συνεστάτω ἡ γωνία ΑΒΚ = ΒΑΚ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν ΚΑ, ΚΒ· ἴση γὰρ ἡ ΚΑ τῇ ΚΒ· (σ) κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΒΖΗ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΗ ἐστὶ τὸ ζητȣ́μενον κύκλȣ τμῆμα. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΖ.

(ι) Κατὰ τὴν δ. συνέπ. τῆς λβ. τȣ̃ α. (κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (μ) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (ν) Κατὰ τὴν κγ. τȣ̃ γ. (ξ) Κατὰ τὴν ιγ. τȣ̃ α. (ο) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (π) Κατὰ τὴν κγ. τȣ̃ α. (ρ) Κατὰ τὴν ια. τȣ̃ α. (σ) Κατὰ τὴν ς. τȣ̃ α.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ γωνία ΓΑΒ ἴση τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι ΑΖΒ. (τ) ἀλλὰ τῇ ΓΑΒ ἴση ἡ πρὸς τῷ Γ. (υ) καὶ ἡ ΑΖΒ ἄρα ἴση τῇ πρὸς τῷ Γ. (φ) γέγραπται ἄρα ἐπὶ τῆς δοθείσης ΑΒ τμῆμα κύκλου τὸ ΑΒΖΗ περιέχον γωνίαν τὴν ΑΖΒ ἴσην τῇ δοθείσῃ Γ. Ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ Γ δοθεῖσα γωνία.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθω δίχα ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Κ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν ΚΑ, ΚΒ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΑΛΒ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΛΒ ἐστὶ τὸ ζητούμενον τμῆμα. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΛ, ΛΒ. σχ. 50.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΑΛΒ γωνία ὀρθή ἐστιν. (χ) ἀλλὰ καὶ ἡ Γ ὀρθή. ἴση ἄρα ἡ ΑΛΒ τῇ πρὸς τῷ Γ.

Ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεῖα ἔστω.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Συνεστάτω ἡ ΒΑΔ γωνία ἴση τῇ πρὸς τῷ Γ. καὶ τὰ λοιπὰ κατασκευάσθω, καθάπερ καὶ ὅτε ὀξεῖα ἦν ἡ δοθεῖσα γωνία. λέγω δὴ, ὅτι τὸ ΑΛΒ τμῆμα ἐστὶ τὸ ζητούμενον. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΛ, ΑΛ. σχ. 51.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ γωνία ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι ΑΛΒ. (ψ) ἀλλ' ἡ ΒΑΔ $=$ Γ. (ω) καὶ ἡ ΑΛΒ ἄρα ἴση τῇ πρὸς τῷ Γ. (α)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΔ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω

(τ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (υ) Ἐκ τῆς κατασκ. (φ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (χ) Κατὰ τὴν λα. τοῦ γ. (ψ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (ω) Ἐκ τῆς κατασκ. (α) Κατὰ τὸ α. ἀξ.

Ἔστω ὁ μὲν δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ πρὸς τῷ Δ. σχ. 52.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β. καὶ συνεστάτω τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ΖΒΓ. λέγω, ὅτι τὸ ΒΑΓ ἐστὶ τὸ ζητούμενον τμῆμα. ληφθέντος γὰρ τυχόντος σημείου τοῦ Α ἐπὶ τῆς περιφερείας ΒΑΓ, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΖΒΓ γωνία ἴση τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι ΓΑΓ. (β) ἀλλὰ τῇ ΖΒΓ ἴση ἡ πρὸς τῷ Δ. (γ) ἡ ἄρα ΒΑΓ $=$ Δ. (δ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΕ'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύω εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓΔ δύω εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ΑΕ. ΕΓ $=$ ΔΕ. ΕΒ. σχ. 53.

Εἰ μὲν αἱ ΑΓ, ΒΔ διὰ τοῦ κέντρου διέρχωνται, φανερὸν ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν ΑΕ, ΕΓ, ΔΕ, ΕΒ, καὶ τὸ ΑΕ. ΕΓ $=$ ΔΕ. ΕΒ.

Ἀλλὰ δὴ ἡ μὲν ΑΓ διὰ τοῦ κέντρου Κ, ἡ δὲ ΔΒ μὴ διὰ τοῦ κέντρου διερχέσθω. τεμνέτωσαν δὲ πρῶτον ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε. σχ. 54.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ.

(β) Κατὰ τὴν λβ. τοῦ γ. (γ) Ἐκ τῆς κατασκ. (δ) Κατὰ τὸ α. ἀξ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΓ}^2$. (ε) ἔστι δὲ $\overline{ΚΓ}^2 = \overline{ΚΒ}^2$. ἡ γὰρ $ΓΚ = ΚΒ$. (ζ) ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΒ}^2$. (η) ἀλλὰ $\overline{ΚΒ}^2 = \overline{ΚΕ}^2 + \overline{ΕΒ}^2$. (θ) ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΕ}^2 + \overline{ΕΒ}^2$. (ι) κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{ΚΕ}^2$. ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ = \overline{ΕΒ}^2$. (κ) ἀλλ' $\overline{ΕΒ}^2 = ΔΕ.\,ΕΒ$· ἡ γὰρ $ΔΕ = ΕΒ$· (λ) ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ = ΔΕ.\,ΕΒ$.

Τεμνέτωσαν δὲ ἀλλήλας μὴ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΓ, ΔΒ. σχ. 55.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἡ ΚΗ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΓ}^2$. (μ) ἔστι δὲ $\overline{ΚΓ}^2 = \overline{ΚΔ}^2$. ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΔ}^2$. ἀλλὰ τὸ μὲν $\overline{ΚΕ}^2 = \overline{ΚΗ}^2 + \overline{ΕΗ}^2$· τὸ δὲ $\overline{ΚΔ}^2 = \overline{ΚΗ}^2 + \overline{ΔΗ}^2$. (ν) ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΚΗ}^2 + \overline{ΕΗ}^2 = \overline{ΚΗ}^2 + \overline{ΔΗ}^2$. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{ΚΗ}^2$. ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΕΗ}^2 = \overline{ΔΗ}^2$. ἀλλὰ $\overline{ΔΗ}^2 = ΔΕ.\,ΕΒ + \overline{ΕΗ}^2$. (ξ) ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ + \overline{ΕΗ}^2 = ΔΕ.\,ΕΒ + \overline{ΕΗ}^2$. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{ΕΗ}^2$. ἄρα $ΑΕ.\,ΕΓ = ΔΕ.\,ΕΒ$.

Ἀλλὰ δὴ μηδὲ πρὸς ὀρθὰς τεμνέτωσαν ἀλλήλας, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου Κ διερχέσθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΒ. σχ. 56.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ σημεῖα.

ΔΕΙ-

(ε) Κατὰ τὴν ε. τοῦ β. (ζ) Κατὰ τὸ δ. πορ. τοῦ α. (η) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (θ) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (ι) Κατὰ τὸ αὐτὸ ἀξ. (κ) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (λ) Κατὰ τὴν γ. τοῦ γ. (μ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ β. (ν) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (ξ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ β.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΑΕ. ΕΓ $=$ ΘΕ. ΕΗ. ἀλλὰ καὶ τὸ ΔΕ. ΕΒ $=$ ΘΕ. ΕΗ. (ο) ἄρα καὶ ΑΕ. ΕΓ $=$ ΔΕ. ΕΒ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛϚ'.

Ἐὰν κύκλȣ ληφθῇ τὶ σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπ' ἀυτȣ̃ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύω εὐθεῖαι· καὶ ἡ μὲν ἀυτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσαι τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνȣ́σης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τȣ̃ τε σημείȣ καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλȣ τȣ̃ ΑΒΓ εἰλήφθω τὶ σημεῖον ἐκτὸς, τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τȣ̃ Δ προσπιπτέτωσαν πρὸς τὸν κύκλον δύω εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ. καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω, ἡ δὲ ΔΒ ἐφαπτέσθω τȣ̃ κύκλȣ. λέγω, ὅτι ΔΑ. ΔΓ $=\overline{\text{ΔΒ}}^2$.

Σχ. 57.

Ἡ τὸν κύκλον τέμνȣσα ΔΓΑ ἤτοι διὰ τȣ̃ κέντρȣ ἐσὶν, ἢ ȣ̃. Ἔσω πρότερον διὰ τȣ̃ κέντρȣ Κ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ,

ΔΕΙΞΙΣ,

Ἐπεὶ ΑΔ. ΔΓ $+\overline{\text{ΚΓ}}^2=\overline{\text{ΚΔ}}^2$. (π) καὶ $\overline{\text{ΚΔ}}^2=\overline{\text{ΚΒ}}^2+\overline{\text{ΒΔ}}^2$. (ρ) ἄρα ΑΔ. ΔΓ $+\overline{\text{ΚΓ}}^2=\overline{\text{ΚΒ}}^2+\overline{\text{ΒΔ}}^2$. ἀλλὰ $\overline{\text{ΚΒ}}^2=\overline{\text{ΚΓ}}^2$. ἄρα ἀφαιρεθέντων τῶν ἴσων, ἔσαι ΑΔ. ΔΓ $=\overline{\text{ΒΔ}}^2$.

Ἀλλὰ

(ο) Κατὰ τὰ προλαβὸν δειχθέντα. (π) Κατὰ τὴν ϛ. τȣ̃ β. (ρ) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α.

Ἀλλὰ δὴ ἡ ΔΓΑ μὴ ἔςω διὰ τȣ̃ κέντρȣ Κ. σχ. 58.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΚΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΔΑ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ $A\Delta.\ \Delta\Gamma + \overline{Z\Gamma}^2 = \overline{Z\Delta}^2$. (σ) κοινὸν προσκείσθω τὸ $\overline{ZK}^2$. ἄρα $A\Delta.\ \Delta\Gamma + \overline{Z\Gamma}^2 + \overline{ZK}^2 = \overline{Z\Delta}^2 + \overline{ZK}^2$. (τ) ἀλλὰ τὰ μὲν $\overline{Z\Gamma}^2 + \overline{ZK}^2 = \overline{K\Gamma}^2$. τὰ δὲ $\overline{Z\Delta}^2 + \overline{ZK}^2 = \overline{K\Delta}^2$. (υ) ἄρα $A\Delta.\ \Delta\Gamma + \overline{K\Gamma}^2 = \overline{K\Delta}^2$. ἀλλὰ $\overline{K\Delta}^2 = \overline{KB}^2 + \overline{B\Delta}^2$. (φ) ἄρα $A\Delta.\ \Delta\Gamma + \overline{K\Gamma}^2 = \overline{KB}^2 + \overline{B\Delta}^2$. ἀλλὰ $\overline{K\Gamma}^2 = \overline{KB}^2$. τῶν ἴσων ἄρα ἀφαιρεθέντων, ἔςαι $A\Delta.\ \Delta\Gamma = \overline{B\Delta}^2$.

ΣΥΝΕΠΕΙΑΙ.

Α. Ἐὰν ἀπὸ τȣ̃ αὐτȣ̃ σημείȣ Δ (σχ. 59.) ἀχθῶσιν εὐθεῖαι ὁσαιδηποτȣ̃ν τὸν κύκλον τέμνȣσαι, ἔσονται πάντα τὰ ὑπὸ τῶν ὅλων καὶ τῶν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένων μεταξὺ τȣ̃ σημείȣ Δ καὶ τῆς περιφερείας περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἀλλήλοις· εἴτȣν $A\Delta.\ \Delta\Gamma = E\Delta.\ \Delta\gamma = Z\Delta.\ \Delta\gamma$. ἕκαςον γὰρ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΘ τετραγώνῳ.

Β. Αἱ ἀπὸ τȣ̃ αὐτȣ̃ σημείȣ Δ ἀχθεῖσαι τȣ̃ κύκλȣ ἐφαπτόμεναι ΔΘ, ΔΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἑκατέρα γὰρ ἴση τῷ ὀρθογωνίῳ ΑΔ. ΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΖ΄.

Ἐὰν κύκλȣ ληφθῇ τὶ σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τȣ̃ σημείȣ προσπίπτωσι δύω εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐ-

(σ) Κατὰ τὴν ς΄. τȣ̃ β. (τ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (υ) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (φ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ἡ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Κύκλου τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τὶ σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπιπτέτωσαν δύω εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ. καὶ ἡ μὲν τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπιπτέτω. ἔστω δὲ $\text{ΑΔ}.\ \text{ΔΓ} = \text{ΔΒ}^2$. λέγω, ὅτι ἡ ΔΒ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. χ. 60.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΔΕ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου. (χ) καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἐπὶ τὰ Ε, Δ, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΕ, ΚΔ, ΚΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ $\text{ΑΔ}.\ \text{ΔΓ} = \overline{\text{ΔΕ}}^2$. (ψ) ἀλλὰ $\text{ΑΔ}.\ \text{ΔΓ} = \overline{\text{ΔΒ}}^2$. (ω) ἄρα $\overline{\text{ΔΕ}}^2 = \text{ΔΒ}^2$. ἄρα ΔΕ = ΔΒ. Ἐν τοῖς τριγώνοις οὖν ΔΚΕ, ΔΚΒ, ἡ μὲν ΚΕ = ΚΒ, ἡ δὲ ΔΕ = ΔΒ, ἡ δὲ ΔΚ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΔΕΚ = ΔΒΚ. (α) ἀλλ' ἡ ΔΕΚ ὀρθή. (β) καὶ ἡ ΔΒΚ ἄρα ὀρθή ἐστιν. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΔΒ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. (γ)

(χ) Κατὰ τὴν ιζ. τοῦ γ. (ψ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (ω) Ἐξ ὑποθ. (α) Κατὰ τὴν η. τοῦ α. (β) Κατὰ τὴν ιη. τοῦ γ. (γ) Κατὰ τὴν ις. τοῦ γ.

ΒΙΒΛΙΟΥ ΤΕΤΑΡΤΟΥ.

ΟΡΙΣΜΟΙ.

Αʹ. Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τȣ̃ ἐγγραφομένȣ σχήματος ΑΒΓΔ γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τȣ̃ εἰς ὃ ἐγγράφεται ΕΖΗΘ ἅπτηται. πίν. ιγʹ. σχ. 1.

Βʹ. Σχῆμα δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τȣ̃ περιγραφομένȣ ΕΖΗΘ, ἑκάστης γωνίας τȣ̃ περὶ ὃ περιγράφεται ΑΒΓΔ ἅπτηται. σχ. 1.

Γʹ. Σχῆμα εὐθύγραμμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τȣ̃ ἐγγραφομένȣ ΑΒΓΔΕ ἅπτηται τῆς τȣ̃ κύκλȣ ΑΖΗ περιφερείας. σχ. 2.

Δʹ. Σχῆμα περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν τῆς τȣ̃ κύκλȣ ΑΘΗ περιφερείας ἑκάστη πλευρὰ τȣ̃ περιγραφομένȣ ΑΒΓΔΕΖ, ἅπτηται. σχ. 3.

Εʹ. Κύκλος εἰς σχῆμα ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τȣ̃ κύκλȣ ΑΗΘ περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τȣ̃ εἰς ὃ ἐγγράφεται ΑΒΓΔΕΖ ἅπτηται. σχ. 3.

Ϛʹ. Κύκλος περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τȣ̃ κύκλȣ ΑΖΗ περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τȣ̃ περὶ ὃ περιγράφεται ΑΒΓΔΕ ἅπτηται. σχ. 2.

Ζʹ. Εὐθεῖα ἡ ΕΓ εἰς κύκλον τὸν ΑΔΕΓ ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τȣ̃ κύκλȣ. σχ. 4.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Αʹ.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι ȣ̎σῃ τῆς τȣ̃ κύκλȣ διαμέτρȣ ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ Δ. σχ. 5.

ΚΑ-

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ἡ ΒΓ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ Δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δ' οὐ, μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Δ, κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΓΕ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖΗ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. λέγω, ὅτι ἡ ΓΖ ἐστὶν ἡ ζητουμένη.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΓΕ = ΓΖ. (δ) ἀλλὰ τῇ ΓΕ = Δ. (ε) ἄρα καὶ ἡ ΓΖ = Δ. (ζ) εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ΑΒΓ τῇ δοθείσῃ Δ ἴση ἐνήρμοσται ἡ ΓΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Β'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ μὲν δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ. σχ. 6.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΗΑΘ ἐφαπτομένη τοῦ ΑΒΓ κύκλου. (η) καὶ συνεστάτω ἡ μὲν γωνία ΗΑΒ = Ε, ἡ δὲ ΘΑΓ = Ζ. (θ) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. λέγω, ὅτι τὸ ΒΑΓ τρίγωνόν ἐστι τὸ ζητούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ γωνία ΗΑΒ = ΑΓΒ. (ι) ἀλλὰ τῇ ΗΑΒ = Ε. (κ) ἄρα καὶ ἡ ΑΓΒ = Ε. (λ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΒΓ = Ζ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑΓ ἴση λοιπῇ τῇ Δ. (μ)

(δ) Κατὰ τὸ δ. πορ. τοῦ α. (ε) Ἐκ τῆς κατασκ. (ζ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (η) Κατὰ τὴν ιζ. τοῦ γ. (θ) Κατὰ τὴν κγ. τοῦ α. (ι) Κατὰ τὴν λβ. τοῦ γ. (κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὸ α. ἀξ.

(μ) ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΒΑΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν δοθέντα κύκλον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Γ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Ἔςω ὁ μὲν δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ. χ. 7.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἡ ΕΖ ἐπὶ τὰ Θ, Ι σημεῖα. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἤχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ΚΒ. καὶ συνεςάτωσαν γωνίαι ἡ μὲν ΓΚΒ = ΔΕΙ, ἡ δὲ ΑΚΒ = ΔΖΘ. (ν) καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ ΛΜ, ΜΗ, ΗΛ. λέγω, ὅτι τὸ ΛΜΗ τρίγωνον ἐςὶ τὸ ζητούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ τοῦ ΗΓΚΒ τετραπλεύρου γωνίαι ἴσαι εἰσὶ τέσσαρσιν ὀρθαῖς. (ξ) ἀλλ' ἡ ΚΓΗ ὀρθή ἐςιν, ὁμοίως καὶ ἡ ΚΒΗ. (ο) αἱ ἄρα ΓΚΒ, ΓΗΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. ἀλλὰ καὶ αἱ ΔΕΙ, ΔΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. (π) ἄρα ΓΚΒ + ΓΗΒ = ΔΕΙ + ΔΕΖ. (ρ) ἀλλ' ἡ ΓΚΒ = ΔΕΙ. (σ) ἄρα καὶ ἡ ΓΗΒ, ὅπερ ἡ ΛΗΜ = ΔΕΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ΛΜΗ = ΔΖΕ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΜΛΗ [illegible] ΕΔΖ. (τ) ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΜΛΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον.

Ὅτι

(μ) Κατὰ τὴν ς. συνέπ. τῆς λβ πρότ. τοῦ α. (ν) Κατὰ τὴν κγ. τοῦ α. (ξ) Κατὰ τὴν ιδ. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α. (ο) Κατὰ τὴν ιη τοῦ γ. (π) Κατὰ τὴν ιγ. τοῦ α. (ρ) Κατὰ τὸ α. αξ. (σ) Ἐκ τῆς κατασκ. (τ) Κατὰ τὴν ς. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α.

Ὅτι δὲ αἱ ἐφαπτόμεναι ΜΛ, ΗΛ, ΜΗ ἀλλήλαις συμπίπτυσι, δειχθήσεται ὕτως· ἡ ΛΚ ὐκ ἔςιν ἐπ' εὐθείας τῇ ΚΓ. ἔςω γὰρ εἰ δυνατόν. αἱ ἄρα ΒΚΓ, ΒΚΛ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. (υ) καὶ ἐπεὶ αἱ ΔΖΘ, ΔΖΕ, ΔΕΙ, ΔΕΖ ἴσαι τέσσαρσιν ὀρθαῖς, (φ) αἱ δὲ ΔΖΕ, ΔΕΖ ἐλάσσονες δύω ὀρθῶν. (χ) αἱ ἄρα ΔΖΘ, ΔΕΙ μείζονες δύω ὀρθῶν. ἀλλ' ἡ μὲν ΒΚΓ = ΔΕΙ, ἡ δὲ ΒΚΛ = ΔΖΘ. (ψ) αἱ ἄρα ΒΚΓ, ΒΚΛ μείζονες δύω ὀρθῶν. ἀλλὰ καὶ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς ἐδείχθησαν· ὅπερ ἀδύνατον. ὐκ ἄρα ἡ ΛΚ ἐπ' εὐθείας τῇ ΚΓ. ἐπεζεύχθω ὖν ἡ ΛΓ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΚΓΛ, ΚΛΛ ὀρθαί εἰσιν· (ω) αἱ δὲ ΛΓΛ, ΓΛΛ ἐλάσσονες τῶν ΚΓΛ, ΚΛΛ. αἱ ἄρα ΛΓΛ, ΓΛΛ ἐλάσσονες δύω ὀρθῶν. ὐκ ἄρα ἡ ΗΛ παράλληλος τῇ ΜΛ. εἰ γὰρ παράλληλος, αἱ γωνίαι ΛΓΛ, ΓΛΛ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς, ἀλλὰ καὶ ἐλάσσονες· ὅπερ ἀδύνατον. ὐκ ἄρα ἡ ΗΛ παράλληλος τῇ ΜΛ· συμπίπτει ἄρα ἡ ΗΛ τῇ ΜΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ΗΛ, ΛΜ συμπίπτυσι τῇ ΗΜ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔςω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ σχ. 8.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι ταῖς ΒΚ, ΓΚ εὐθείαις, (α) αἳ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Κ. καὶ ἀπὸ τῦ Κ σημείυ ἤχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ, ΚΕ πρὸς ὀρθὰς ταῖς ΒΓ, ΓΑ, ΑΒ. (β) λέγω, ὅτι ὁ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ ΚΖ, ἢ ΚΗ ἢ ΚΕ γραφόμενος κύκλος ἐςὶν ὁ ζητύμενος.

ΔΕΙ-

(υ) Κατὰ τὴν ιγ. τῦ α. (φ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (χ) Κατὰ τὴν α. συνέπ. τῆς λβ τῦ α. (ψ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ω) Κατὰ τὴν ιη. τῦ γ. (α) Κατὰ τὴν θ. τῦ α. (β) Κατὰ τὴν ιβ. τῦ α.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΒΚΖ, ΒΚΕ, ἡ μὲν γωνία ΚΒΖ = ΚΒΕ, (γ) ἡ δὲ ΚΖΒ = ΚΕΒ, (δ) ἡ δὲ ΒΚ κοινή. καὶ ἡ ΚΖ, ἄρα ἴση τῇ ΚΕ. (ε) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΚΖ = ΚΗ. αἱ ἄρα ΚΖ, ΚΕ, ΚΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΖ, ἢ ΚΕ, ἢ ΚΗ κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἐφάψεται τῶν ΒΓ, ΓΑ, ΑΒ εὐθειῶν. (ζ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ε΄.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. Σχ 9.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ, ΑΓ δίχα κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα. (η) καὶ ἀπὸ τῶν Δ, Ε σημείων ταῖς ΑΒ, ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΚ, ΕΚ. συμπεσοῦνται δὲ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἢ ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. συμπιπτέτωσαν πρῶτον ἐντὸς κατὰ τὸ Κ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΓ, ΚΒ, ΚΑ. λέγω ὅτι ὁ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΓ, ἢ ΚΒ, ἢ ΚΑ γραφόμενος κύκλος ἐστὶν ὁ ζητούμενος.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΑΚΕ, ΓΚΕ, ἡ μὲν ΑΕ = ΕΓ, (θ) ἡ δὲ ΚΕ κοινὴ, καὶ γωνία ἡ ΚΕΑ = ΚΕΓ. ὀρθαὶ γάρ. καὶ ἡ ΚΑ ἄρα ἴση τῇ ΚΓ. (ι) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΚΑ = ΚΒ. αἱ τρεῖς ἄρα ΚΑ, ΚΓ, ΚΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ μιᾷ τῶν ΚΑ, ΚΓ, ΚΒ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοι-

---

(γ) Ἐκ τῆς κατασκ. (δ) Ὡσαύτως. (ε) Κατὰ τὴν κϛ. τοῦ α. (ζ) Κατὰ τὴν ιϛ τοῦ γ. (η) Κατὰ τὴν ι. τοῦ α. (θ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ι) Κατὰ τὴν δ. τοῦ α.

λοιπῶν σημείων, καὶ ἔςαι περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΚ, ΕΚ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας κατὰ τὸ Κ. (σχ. 10.) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΑ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ Κ σημεῖον κέντρον ἐςὶ τȣ̃ περὶ τὸ ΑΒΓ περιγραφομένȣ κύκλȣ.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΚ, ΕΚ συμπιπτέτωσαν ἐκτὸς τȣ̃ ΑΒΓ τριγώνȣ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΓ, ΚΒ. καὶ ὁμοίως δείξομεν, ὅτι τὸ Κ κέντρον ἐςὶ τȣ̃ ζητȣμένȣ κύκλȣ. σχ. 11.

ΣΥΝΕΠΕΙΑ.

Ὅτε μὲν ἐντὸς τȣ̃ τριγώνȣ πίπτει τὸ κέντρον τȣ̃ κύκλȣ, ἡ ΒΑΓ γωνία ἐλάττων ἐςὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς ΒΓ, ὀρθή ἐςαι· ὅταν δὲ ἐκτὸς τȣ̃ τριγώνȣ, μείζων. ὥςε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνη ἡ ΒΑΓ γωνία ἐντὸς τȣ̃ τριγώνȣ συμπεσȣ̃νται αἱ ΔΚ, ΕΚ· ὅταν δὲ ὀρθὴ, ἐπὶ τῆς ΒΓ· ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτός.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Ἔςω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. σχ. 12.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθωσαν τȣ̃ ΑΒΓΔ κύκλȣ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓΔ ἐςὶ τὸ ζητȣμενον τετράγωνον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΒΑΚ, ΔΑΚ, ἡ μὲν ΒΚ = ΚΔ, ἡ δὲ ΚΑ κοινὴ, καὶ γωνία ἡ ΑΚΒ = ΑΚΔ. (κ) ἄρα καὶ ΑΒ = ΑΔ. (λ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ, ἑκατέρα

(κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ α.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὰ ΑΘ, ΕΓ, ΑΚ, ΖΘ, ΕΗ, ΚΓ παραλληλόγραμμά εἰσιν. αἱ ἄρα ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. (α) καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΔ, ΑΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν (β) ἔστι δὲ ἡ μὲν ΑΕ ἡμίσεια τῆς ΑΔ, ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΑΒ· ἄρα ΑΕ = ΑΖ. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΑΕ = ΖΚ, ἡ δὲ ΑΖ = ΕΚ. (γ) ἄρα καὶ ἡ ΖΚ = ΕΚ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΚΘ, ΚΗ ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΖΚ, ΚΕ. αἱ τέσσαρες ἄρα ΕΚ, ΖΚ, ΚΘ, ΚΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ ἑνὶ αὐτῶν γραφόμενος κύκλος διὰ τῶν Ε, Ζ, Θ, Η σημείων ἥξει, καὶ ἐγγεγραμμένος ἔσται εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ΄.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ. σχ. 16.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΒ, καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Κ. λέγω, ὅτι ὁ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΚΑ, ΚΔ, ΚΓ, ΚΒ, γραφόμενος κύκλος ἐστὶν ὁ ζητούμενος.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΔΑΒ, ΔΓΒ, ἡ μὲν ΔΑ = ΔΓ, ἡ δὲ ΑΒ = ΒΓ, ἡ δὲ ΔΒ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΑΔΒ = ΓΔΒ, καὶ ἡ ΑΒΔ = ΓΒΔ. (δ) ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΔΓ, ΑΒΓ γωνιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΔΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΑΒ, ΔΓΒ, δίχα

(α) Κατὰ τὴν λδ. τοῦ α. (β) Ἐξ ὑποθ. (γ) Κατὰ τὴν λδ. τοῦ α. (δ) Κατὰ τὴν η. τοῦ α.