ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἐπὶ τὸ Θ κέντρον ἐπεζεύχθω ἡ ΚΘ. ἥτις διὰ τῆς ἐπαφῆς διελεύσεται. ἐπεζεύχθωσαν δὲ, καὶ αἱ ΚΓ, ΘΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ μὲν ΚΑ = ΚΓ, ἡ δὲ ΘΑ = ΘΓ. αἱ ἄρα ΚΓ, ΘΓ ἴσαι τῇ ΚΘ. ὅπερ ἀδύνατον. (ξ) οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ εὐθεῖα κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν. ἐφαπτέσθω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἡ ΗΘ τοῦ ΒΓΖ κύκλου κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν, τὰ Δ, Γ. καὶ εἰλήφθω μεταξὺ αὐτῶν τρίτον τὸ Β. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΚΒ, ΚΓ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΔ = ΚΓ. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΔΓ = ΚΓΔ. (ο) ἀλλ' ἡ ΚΒΓ μείζων τῆς ΚΔΓ. (π) μείζων ἄρα καὶ τῆς ΚΓΒ. ἡ ΚΓ ἄρα μείζων τῆς ΚΒ. (ρ) ἀλλὰ καὶ ἴση, (σ) ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν. Σχ. 26.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΔ.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΔΓ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΓΔ. λέγω, ὅτι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. Σχ. 27.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Κ κέντρου αἱ ΚΖ, ΚΗ κάθετοι ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΓΔ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΓ.

ΔΕΙ-

(ξ) Κατὰ τὴν κ. τοῦ α. (ο) Κατὰ τὴν ε. τοῦ α. (π) Κατὰ τὴν ιϛ. τοῦ α. (ρ) Κατὰ τὴν ιθ. τοῦ α. (σ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ κ. β.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ AB = ΓΔ. (τ) ἀλλ' ἡ μὲν AZ ἡμίσεια τῆς AB, ἡ δὲ ΓΗ τῆς ΓΔ. (υ) κ) ἡ AZ ἄρα ἴση τῇ ΓΗ. (φ) ἀλλὰ τὸ μὲν $\overline{AK}^2 = \overline{AZ}^2 + \overline{ZK}^2$, τὸ δὲ $\overline{\Gamma K}^2 = \overline{\Gamma H}^2 + \overline{HK}^2$. (χ) ἔςι δὲ τὸ $\overline{AK}^2 = \overline{\Gamma K}^2$. ἴση γὰρ ἡ AK τῇ ΓΚ. ἄρα κ) $\overline{AZ}^2 + \overline{ZK}^2 = \overline{\Gamma H}^2 + \overline{HK}^2$. (ψ) ἀφῃρήσθω τὰ ἴσα $\overline{AZ}^2$, κ) $\overline{\Gamma H}^2$. ἄρα $\overline{ZK}^2 = \overline{HK}^2$. (ω) ἄρα κ) ZK = HK. αἱ ἄρα AB, ΓΔ ἴσον ἀπέχȣσι τȣ̃ κέντρȣ. (α)

Ἀλλὰ δὴ αἱ AB, ΓΔ ἴσον ἀπεχέτωσαν τȣ̃ κέντρȣ K, τȣτέςιν ἴση ἔςω ἡ KZ τῇ KH. λέγω, ὅτι ἴση ἐςὶ καὶ ἡ AB τῇ ΓΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ μὲν $\overline{AK}^2 = \overline{AZ}^2 + \overline{KZ}^2$, τὸ δὲ $\overline{\Gamma K}^2 = \overline{\Gamma H}^2 + \overline{KH}^2$. (β) ἀλλ' $\overline{AK}^2 = \overline{\Gamma K}^2$. ἄρα $\overline{AZ}^2 + \overline{KZ}^2 = \overline{\Gamma H}^2 + \overline{KH}^2$. (γ) ἀλλὰ $\overline{KZ}^2 = \overline{KH}^2$. (δ) ἄρα τῶν ἴσων ἀφαιρεθέντων, κ) $\overline{AZ}^2 = \overline{\Gamma H}^2$. (ε) κ) ἡ AZ ἔςαι ἄρα ἴση τῇ ΓΗ. ἀλλ' ἡ μὲν AZ ἡμίσειά ἐςι τῆς AB, ἡ δὲ ΓΗ τῆς ΓΔ. (ζ) καὶ ἡ AB ἄρα ἴση τῇ ΓΔ. (η)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΕ'.

Ἐν κύκλῳ μεγίςη μὲν ἐςὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τȣ̃ κέντρȣ, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐςίν.

(τ) Ἐξ ὑποθ. (υ) Κατὰ τὴν γ. τȣ̃ γ. (φ) Κατὰ τὸ ς. ἀξ. (χ) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (ψ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (ω) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (α) Κατὰ τὸν δ. ὁρισ. τȣ̃ γ. (β) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (γ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (δ) Ἐξ ὑποθ. (ε) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (ζ) Κατὰ τὴν γ. τȣ̃ γ. (η) Κατὰ τὸ ς. ἀξ.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΘΔ, διάμετρος δ᾽ αὐτȣ̃ ἡ ΑΔ. κ̀ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ. λέγω, ὅτι μεγίςη μέν ἐςιν ἡ ΑΔ, μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. Σχ. 28.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθωσαν ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ Κ αἱ ΚΕ, ΚΛ πρὸς ὀρθὰς ταῖς ΒΓ, ΖΗ. κ̀ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ ΚΒ, ΚΓ μείζονές εἰσι τῆς ΒΓ. (θ) ἀλλ᾽ αἱ ΚΒ, ΚΓ ἴσαι τῇ ΑΔ. ἡ ΑΔ ἄρα μείζων τῆς ΒΓ. ἐπεὶ δὲ τὸ μὲν $\overline{ΚΒ}^2 = \overline{ΚΕ}^2 + \overline{ΕΒ}^2$, τὸ δὲ $\overline{ΚΖ}^2 = \overline{ΚΛ}^2 + \overline{ΛΖ}^2$. (ι) ἔςι δὲ $\overline{ΚΒ}^2 = \overline{ΚΖ}^2$. ἄρα κ̀ $\overline{ΚΕ}^2 + \overline{ΕΒ}^2 = \overline{ΚΛ}^2 + \overline{ΛΖ}^2$. (κ) ἀλλὰ τὸ $\overline{ΚΕ}^2$ ἔλαττον τȣ̃ $\overline{ΚΛ}^2$. (λ) τὸ ἄρα $\overline{ΕΒ}^2$ μεῖζον τȣ̃ $\overline{ΛΖ}^2$. κ̀ ἡ ΕΒ ἄρα μείζων τῆς ΛΖ. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΕΒ ἡμίσεια τῆς ΒΓ, ἡ δὲ ΛΖ τῆς ΖΗ. (μ) καὶ ἡ ΒΓ ἄρα μείζων τῆς ΖΗ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙϚ'.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τȣ̃ κύκλȣ πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τȣ̃ κύκλȣ. καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα ȣ̓ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τȣ̃ ἡμικυκλίȣ γωνία ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμȣ μείζων ἐςὶν, ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

Ἔςω

(θ) Κατὰ τὴν κ. τȣ̃ α. (ι) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (κ) Κατὰ τὸ κ. Ἀξ. (λ) Ἐξ ὑποθ. (μ) Κατὰ τὴν γ. τȣ̃ γ.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ περὶ τὸ Κ κέντρον, καὶ διάμετρον τὴν ΑΒ. λέγω Α΄. ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγομένη ΑΕ, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. Β΄. ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας ΑΕ καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. Γ΄. ὅτι ἡ μὲν μικτόγραμμος τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν. ἡ δὲ λοιπὴ μικτόγραμμος, ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν. χ. 29.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, πιπτέτω ἡ ΑΕ ἐντὸς, ὡς ἡ ΑΓ. καὶ πάλιν εἰ δυνατὸν παρεμπιπτέτω μεταξὺ τῆς ΑΕ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἡ ΑΔ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΓ. καὶ ἤχθω ἡ ΚΗ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἡ ΚΑ = ΚΓ. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΑΓ = ΚΓΑ. ὀρθὴ δὲ ἡ ΚΑΓ. (ν) ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ΚΓΑ. αἱ ἄρα ΚΑΓ ΚΓΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. (ξ) οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἐπὶ τῆς περιφερείας. ἐκτὸς ἄρα πίπτει, ὡς ἡ ΑΕ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἐπεὶ ἡ γωνία ΚΗΑ ὀρθή ἐστιν, (ο) ἡ ἄρα ΚΑΗ ἐλάσσων ὀρθῆς. (π) ἡ ἄρα ΚΑ μείζων τῆς ΚΗ. (ρ) ἀλλ᾽

(ν) Ἐξ ὑποθ. (ξ) Κατὰ τὴν λβ. τοῦ α. (ο) Ἐκ τῆς κατασκ. (π) Κατὰ τὴν γ. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α. (ρ) Κατὰ τὴν ιθ.

ἀλλ' ἡ ΚΛ = ΚΘ. ἄρα καὶ ἡ ΚΘ μείζων τῆς ΚΗ. τὸ μέρος μεῖζον τȣ̃ ὅλȣ. ὅπερ ἀδύνατον. ἐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε ΑΕ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ'.

Εἰ γάρ ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος, μείζων μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας, παρεμπεσεῖται εὐθεῖα· ἥτις ποιήσει μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας, ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην, ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας. ἐ παρεμπίπτει δὲ, ὡς δέδεικται. ἐκ ἄρα, κτ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ'.

Ἀπὸ τȣ̃ δοθέντος σημείȣ τȣ̃ δοθέντος κύκλȣ ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ, ȣ̃ κέντρον τὸ Κ. πίν. ιά. χ. 30.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τȣ̃ Κ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθω ἡ ΚΑ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΖΗ. καὶ ἀπὸ τȣ̃ Δ ἤχθω ἡ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΚ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΖ. καὶ ἀπὸ τȣ̃ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ ἦκται ἐφαπτομένη τȣ̃ ΒΓΔ κύκλȣ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΚΖΔ, ΚΑΒ, ἡ μὲν ΚΔ = ΚΒ, ἡ δὲ ΚΖ = ΚΑ. καὶ γωνία ἡ Κ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΔΖ = ΚΒΑ. (σ) ἀλλ' ἡ ΚΔΖ ὀρθή ἐστι. (τ) καὶ ἡ ΚΒΑ

(σ) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ α. (τ) Ἐκ τῆς κατασκ.

ΚΒΑ ἄρα ὀρθή ἐστιν. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΑΒ τοῦ κύκλου. (υ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Κύκλου τοῦ ΑΕΓ ἁπτέσθω τὶς εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἐπὶ τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΓ. λέγω, ὅτι ἡ ΚΓ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. εἰ γὰρ μὴ, χ. 31.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΚΗ κάθετος ἐπὶ τὴν ΓΕ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΗΓ γωνία ὀρθή ἐστιν. (φ) ἡ ἄρα ΚΓΗ ἐλάσσων ὀρθῆς. (χ) μείζων ἄρα ἡ ΚΓ τῆς ΚΗ. (ψ) ἀλλ' ἡ ΚΓ = ΚΒ. καὶ ἡ ΚΒ ἄρα μείζων τῆς ΚΗ. τὸ μέρος μεῖζον τοῦ ὅλου. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ΚΗ κάθετος τῇ ΕΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τὶς, πλὴν τῆς ΚΓ. ἡ ΚΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΘ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

(υ) Κατὰ τὴν προλαβ. (φ) Ἐκ τῆς κατασκ. (χ) Κατὰ τὴν γ. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α. (ψ) Κατὰ τὴν ιθ. τοῦ α.

Κύκλȣ τȣ̃ ΑΒΓ ἀπτέϑω τὶς εὐϑεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τȣ̃ Γ πρὸς ὀρϑὰς τῇ ΔΕ ἤχϑω ἡ ΓΑ. λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς ΓΑ ἐςὶ τὸ κέντρον τȣ̃ κύκλȣ. μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν, ἔςω τὸ Ζ. ϰ. 32.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζέυχϑω ἡ ΖΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΑΓΔ γωνία ὀρϑή ἐςιν. (ω) ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΓΔ ὀρϑή. (α) ἡ ἄρα ΑΓΔ = ΖΓΔ. τὸ ὅλον τῷ μέρει. ὅπερ ἀδύνατον. ȣ̓κ ἄρα τὸ Ζ κέντρον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ȣ̓δὲ ἄλλο τὶ, πλὴν τὸ ἐπὶ τῆς ΓΑ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κ'.

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐςὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὼ αὐτὼ περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ αὐτȣ̃ Κ γωνία ἔςω ἡ ΒΚΓ, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ ἡ ΒΑΓ. ἐχέτωσαν δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν, τὴν ΒΓ. λέγω, ὅτι διπλασίων ἐςὶν ἡ ΒΚΓ τῆς ΒΑΓ. ἔςω πρῶτον ἡ ἑτέρα τῶν πλευρῶν τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίας, ἡ ΒΚ, ἐπ' εὐϑείας τῇ ἑτέρᾳ τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ τῇ ΚΑ. ϰ. 33.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΑ = ΚΓ. ἄρα καὶ γωνία ἡ ΚΑΓ = ΚΓΑ. (β) ἀλλ' ἡ ΒΚΓ = ΚΑΓ + ΚΓΑ. (γ) ἡ ἄρα ΒΚΓ διπλασίων τῆς ΒΑΓ.

Ἔςωσαν δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ πλευραὶ τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίας ΒΚΓ ἐντὸς τῶν πλευρῶν ΑΒ, ΑΓ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ γωνίας ΒΑΓ. ϰ. 34.

ΚΑ·

(ω) Ἐξ ὑποϑ. (α) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (β) Κατὰ τὴν ε. τȣ̃ α. (γ) Κατὰ τὴν λβ. τȣ̃ α.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΚ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΑ = ΚΒ. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΑΒ = ΚΒΑ. (δ) ἀλλ' ἡ ΒΚΕ = ΚΑΒ + ΚΒΑ. (ε) ἡ ἄρα ΒΚΕ διπλασία τῆς ΚΑΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΓΚΕ διπλασία τῆς ΚΑΓ. ὅλη ἄρα ἡ ΒΚΓ διπλασίων ὅλης τῆς ΒΑΓ.

Πάλιν τεμνέσθω ἡ ἑτέρα τῶν πλευρῶν, ἡ ΚΓ, τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίας ὑπὸ τῆς ἑτέρας, τῆς ΒΑ, τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ γωνίας. σχ. 35.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ἡ μὲν ΓΚΕ διπλῆ τῆς ΓΑΕ, ἡ δὲ ΒΚΕ τῆς ΒΑΕ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΚΒ διπλασίων ἐστὶ τῆς λοιπῆς ΓΑΒ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΑ'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ τμήματι τῷ ΒΑΕΔ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ΒΑΔ, ΒΕΔ. λέγω, ὅτι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. σχ. 36.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ ἐπὶ τὰ Β, Δ σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΒΚΔ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς τε ΒΑΔ, καὶ τῆς ΒΕΔ. (ζ) ἡ ἄρα ΒΑΔ = ΒΕΔ. (η)

(δ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ α. (ε) Κατὰ τὴν λβ. τοῦ α. (ζ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (η) Κατὰ τὸ ε. ἀξ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΒ'.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ. λέγω, ὅτι αἱ ἀπεναντίον αὐτῆ γωνίαι ΔΓΒ, ΒΑΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὡσαύτως αἱ ΑΔΓ, ΓΒΑ. χ. 37.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ γωνίαι ΔΓΒ, ΓΔΒ, ΓΒΔ τῆ ΒΔΓ τριγώνε δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. (θ) ἀλλ' ἡ μὲν ΓΔΒ = ΓΑΒ, ἡ δὲ ΓΒΔ = ΓΑΔ. (ι) αἱ ἄρα ΔΓΒ, ΓΑΒ, ΓΑΔ, ἤτοι αἱ ΔΓΒ, ΒΑΔ δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ ΑΔΓ, ΓΒΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΓ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύω τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα ἐ συςαθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Εἰ γὰρ δυνατὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύω τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεςάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ ΑΓΒ, ΑΔΒ. χ. 38.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Διήχθω ἡ ΑΓΔ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΒ, ΔΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὸ ΑΓΒ τμῆμα τῷ ΑΔΒ τμήματι ὅμοιόν ἐςιν, (κ) ἡ γωνία ἄρα ΑΓΒ = ΑΔΒ. (λ) ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός ὅπερ ἐςὶν ἀδύνατον. ἐκ ἄρα, κτ.

ΠΡΟ-

(θ) Κατὰ τὴν λβ. τῆ α. (ι) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (κ) Ἐξ ὑποθ. (λ) Κατὰ τὸν ι. ὁρισ. τῆ γ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΔ΄.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Ἔςωσαν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοια τμήματα κύκλων, τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ. λέγω, ὅτι ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. χ. 39.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐφαρμοζομένȣ τȣ̃ ΑΕΒ τμήματος ἐπὶ τὸ ΓΖΔ, ϗ τιθεμένȣ τȣ̃ μὲν Α σημείȣ ἐπὶ τὸ Γ, τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ, ἐφαρμόσει ϗ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον· διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΓΔ· ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ, ἐφαρμόσει ϗ τὸ ΑΕΒ τμῆμα ἐπὶ τὸ ΓΖΔ. εἰ γὰρ ἡ ΑΒ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΓΔ ἐφαρμόσει, τὸ δὲ ΑΕΒ τμῆμα μὴ ἐφαρμόσῃ, ἀλλὰ παραλλάξῃ, ὡς τὸ ΓΗΔ· κύκλος ὁ ΓΗΔ, κύκλον τὸν ΓΖΔ κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύω, τὰ Γ, Η, Δ τέμνει. ὅπερ ἐςὶν ἀδύνατον. (μ) ἐφαρμοσάσης ἄρα τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ, καὶ τὸ ΑΕΒ τμῆμα τῷ ΑΖΔ ἐφαρμόσει, καὶ ἴσον αὐτῷ ἔςαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΕ΄.

Κύκλȣ τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, ȣ̃περ ἐςὶ τμῆμα.

Ἔςω τὸ δοθὲν τȣ̃ κύκλȣ τμῆμα τὸ ΑΒΓ. χ. 40.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθω δίχα ἡ ΑΓ κατὰ τὸ Δ. καὶ ἤχθω ἡ ΔΒ κάθετος τῇ ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ. ἡ ἄρα ΑΒΔ γωνία τῆς ΔΑΒ ἢ μείζων ἐςὶν, ἢ ἴση, ἢ ἐλάσσων. ἔςω πρῶτον μείζων. συνεςάτω ἡ ΒΑΕ = ΔΒΑ. καὶ διήχθω

(μ) Κατὰ τὴν ι. τȣ̃ γ.

ἤχθω ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. λέγω, ὅτι τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ τινος τμῆμα τὸ ΑΒΓ. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΕΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΕΔΑ, ΕΔΓ, ἡ μὲν ΑΔ = ΓΔ. (ν) ἡ δὲ ΔΕ κοινὴ, καὶ γωνία ἡ ΑΔΕ = ΓΔΕ. (ξ) ἄρα καὶ ΑΕ = ΕΓ. (ο) ἀλλ' ΑΕ = ΕΒ. (π) ἐστι γὰρ ἡ γωνία ΕΑΒ = ΕΒΑ. (ρ) αἱ τρεῖς ἄρα ΕΑ, ΕΒ, ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις. (σ) τὸ Ε ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗτινος τμῆμα τὸ ΑΒΓ. (τ) καὶ δῆλον ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὸ τὸ Ε κέντρον αὐτοῦ ἐκτὸς τυγχάνειν.

Ἀλλ' ἔστω ἡ ΑΒΔ = ΔΑΒ. λέγω, ὅτι τὸ Δ κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗπερ τμῆμα τὸ ΑΒΓ. σχ. 41.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ γωνία ἡ ΑΒΔ = ΔΑΒ, ἄρα καὶ ΔΒ = ΔΑ. (υ) ἀλλὰ ΑΔ = ΔΓ. (φ) αἱ τρεῖς ἄρα ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις. τὸ Δ ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ προσαναπληρωθησομένου κύκλου. δῆλον δὲ, ὅτι τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιόν ἐστιν.

Ἔστω δὲ πάλιν ἡ ΑΒΔ ἐλάσσων τῆς ΔΑΒ. λέγω, ὅτι γινομένης τῇ ΑΒΔ ἴσης τῆς ΒΑΕ, τὸ Ε ἔσται κέντρον τοῦ κύκλου, οὗ τμῆμα τὸ ΑΒΓ. σχ. 42.

ΔΕΙΞΙΣ.

Δειχθήσεται καθάπερ καὶ πρότερον, ὅτι αἱ τρεῖς ΕΒ, ΕΑ, ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις. τὸ ἄρα Ε κέντρον ἐστὶ τοῦ περιγραφθησομένου κύκλου. καὶ δῆλον, ὅτι τὸ ΑΒΓ μεῖζον ἡμικυκλίου.

ΠΡΟ-

(ν) Ἐκ τῆς κατασκ. (ξ) Ὀρθαὶ γὰρ ἐκ τῆς κατασκ. (ο) Κατὰ τὴν δ. τοῦ α. (π) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ α. (ρ) Ἐκ τῆς κατασκ. (σ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (τ) Κατὰ τὴν θ. τοῦ γ. (υ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ α. (φ) Ἐκ τῆς κατασκ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κς.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἔςωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔςωσαν, πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ΒΚΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ΒΑΓ, ΕΔΖ. λέγω, ὅτι ἴση ἐςὶν ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ. χ. 43.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, (χ) ἴσαι ἄρα καὶ αἱ ΒΚ, ΚΓ, ταῖς ΕΘ, ΘΖ. ἔςι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Κ γωνία τῇ πρὸς τῷ Θ ἴση. (ψ) καὶ ἡ ΒΓ ἄρα ἴση τῇ ΕΖ. (ω) καὶ ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ, ὅμοια ἄρα τὰ ΒΑΓ, ΕΔΖ τμήματα· (α) καὶ ἐςὶν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ, ὡς δέδεικται. ἴσα ἄρα ἀλλήλοις εἰσίν. (β) ἔςι δὲ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ ἐςὶν ἴση.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἐν

(χ) Ἐξ ὑποθ. (ψ) Ἐξ ὑποθ. (ω) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ α. (α) Κατὰ τὸν ι. ὁρ. τȣ̃ γ. (β) Κατὰ τὴν κδ. τȣ̃ γ.

Ἐν ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς Κ, Θ κέντροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ΒΚΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ΒΑΓ, ΕΔΖ. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ΒΚΓ = ΕΘΖ, ἡ δὲ ΒΑΓ = ΕΔΖ. χ, 44.

Εἰ μὲν ἡ ΒΚΓ = ΕΘΖ, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ΒΑΓ = ΕΔΖ. (γ) εἰ δ' οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΒΚΓ,

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Συνεστάτω ἡ ΒΚΗ = ΕΘΖ. (δ)

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ γωνία ΒΚΗ = ΕΘΖ. (ε) ἄρα καὶ ἡ ΒΗ περιφέρεια, τῇ ΕΖ περιφερείᾳ ἴση. (ζ) ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ = ΕΖ. (η) ἄρα ἡ ΒΓ = ΒΗ. (θ) τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΚΓ τῇ ΕΘΖ. ἄρα ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν πρὸς τῷ Α ἡμίσεια τῆς πρὸς τῷ Κ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Δ ἡμίσεια τῆς πρὸς τῷ Θ. (ι) καὶ ἡ πρὸς τῷ Α ἄρα ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ (κ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΕΖ, τὰς μὲν ΒΑΓ, ΕΔΖ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι, τὰς δὲ ΒΗΓ, ΕΘΖ ἐλάττονας. λέγω ὅτι ἡ μὲν ΒΑΓ = ΕΔΖ, ἡ δὲ ΒΗΓ = ΕΘΖ. χ. 45.

ΚΑ-

(γ) Κατὰ τὴν κ. τοῦ γ. (δ) Κατὰ τὴν κγ. τοῦ α. (ε) Ἐκ τῆς κατασκ. (ζ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (η) Ἐξ ὑποθ. (θ) Κατὰ τὸ κ. ἀξ. (ι) Κατὰ τὴν κ. τοῦ γ. (κ) Κατὰ τὸ ζ. Ἀξ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τῶν κέντρων Κ, Λ ἐπὶ τὰ Β, Γ, Ε, Ζ σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΛΕ, ΛΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΒΚΓ, ΕΛΖ; ἡ μὲν ΒΚ = [illegible], ἡ δὲ ΚΓ = ΛΖ· ἴσοι γὰρ οἱ κύκλοι· (λ) ἡ δὲ ΒΓ = [illegible] (μ) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΒΚΓ = ΕΛΖ. (ν) ἄρα καὶ περιφέρεια ΒΗΓ = ΕΘΖ. (ξ) ἀλλ᾽ ὅλη ἡ ΑΒΗΓ περιφέρεια ἴση ὅλη τῇ ΔΕΘΖ. (ο) καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑΓ ἴση λοιπῇ τῇ ΕΔΖ. (π)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΘ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι. λέγω, ὅτι ἡ ΒΓ = ΕΖ. σχ. 45.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τῶν Κ, Λ κέντρων ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ Β, Γ, Ε, Ζ σημεῖα αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΛΕ, ΕΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΒΚΓ, ΕΛΖ, ἡ μὲν ΒΚ = ΕΛ, ἡ δὲ ΚΓ = ΛΖ, (ρ) καὶ γωνία ἡ ΒΚΓ = ΕΛΖ. (σ) ἄρα καὶ ΒΓ = ΕΖ. (τ).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Λ'.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἔστω

(λ) Ἐξ ὑποθ. (μ) Ἐξ ὑποθ. (ν) Κατὰ τὴν η. τοῦ α. (ξ) Κατὰ τὴν κς. τοῦ γ. (ο) Ἐξ ὑποθ. (π) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (ρ) Ἐξ ὑποθ. (σ) Κατὰ τὴν κζ. τοῦ γ. (τ) Κατὰ τὴν δ. τοῦ α.

Ἔςω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ ΑΔΒ. χ. 46.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. καὶ ἤχθω ἡ ΓΔ κάθετος τῇ ΑΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΑΔΒ περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΔ, ΒΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΓΔΒ, ΓΔΑ, ἡ μὲν ΑΓ = ΓΒ, (υ) ἡ δὲ ΓΔ κοινὴ, καὶ γωνία ἡ ΔΓΒ = ΔΓΑ. (φ) ἄρα καὶ ΔΒ = ΔΑ. (χ) ἄρα καὶ ἡ ΔΕΒ περιφέρεια τῇ ΔΖΑ ἴση. (ψ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΑ'.

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐςιν· ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς· ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐςὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐςὶν ὀρθῆς.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῦ ἡ ΒΓ, κέντρον δὲ τὸ Κ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας δύω τυχόντα σημεῖα τὰ Α καὶ Δ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ. λέγω πρῶτον, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ΒΑΓ ὀρθή ἐςιν. Β'. ὅτι ἡ ΑΓΒ ἡ ἐν τῷ μείζονι τῦ ἡμικυκλίῦ τμήματι ἐλάσσων ὀρθῆς. Γ'. ὅτι ἡ ΑΔΓ, ἡ ἐν τῷ ἐλάττονι τῦ ἡμικυκλίῦ τμήματι μείζων ὀρθῆς. Δ'. ὅτι ἡ μὲν τῦ μείζονος τμήματος μικτόγραμμος γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιφε-

(υ) Ἐκ τῆς κατασκ. (φ) Ὁμοίως. (χ) Κατὰ τὴν δ. τῦ α. (ψ) Κατὰ τὴν κη. τῦ γ.

ριφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ὀρθῆς. Ε΄. ὅτι ἡ τοῦ ἐλάττονος τμήματος μικτόγραμμος γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΔΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. χ. 47.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἡ ΚΑ = ΚΒ. (ω) ἄρα καὶ γωνία ἡ ΚΑΒ = ΚΒΑ. (α) ἀλλ' ἡ ΑΚΓ = ΚΑΒ + ΚΒΑ. (β) ἡ ἄρα ΑΚΓ διπλασία τῆς ΚΑΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΚΒ διπλασία τῆς ΚΑΓ. αἱ ἄρα ΑΚΒ, ΑΚΓ διπλασίονες τῶν ΚΑΓ, ΚΑΒ. ἀλλ' αἱ ΑΚΒ, ΑΚΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. (γ) αἱ ἄρα ΚΑΓ, ΚΑΒ, εἴτουν ἡ ΒΑΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴση.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἐπεὶ τοῦ ΑΓΒ τριγώνου μία γωνία ἡ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν, ὡς δέδεικται, ἑκατέρα ἄρα τῶν λοιπῶν ἐλάσσων ὀρθῆς. (δ) ἡ ἄρα ΑΒΓ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ΄.

Αἱ τοῦ τετραπλεύρου ΑΔΓΒ ἀπεναντίον γωνίαι ΑΔΓ, ΑΒΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. (ε) ἀλλὰ δέδεικται ἡ ΑΒΓ ἐλάσσων ὀρθῆς. ἄρα ἡ ΑΔΓ μείζων ὀρθῆς.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Δ΄.

Ἡ ΒΑΓ γωνία ὀρθή ἐστιν, ὡς δέδεικται. ἀλλ' ἡ μικτόγραμμος ΓΑΒ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ἐστὶ τῆς εὐθυγράμμου γωνίας ΒΑΓ. ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς.

Η ΔΕΙ-

(ω) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. (α) Κατὰ τὴν ε. τοῦ α. (β) Κατὰ τὴν λβ. τοῦ α. (γ) Κατὰ ιγ. τοῦ α. (δ) Κατὰ τὴν γ. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α. (ε) Κατὰ τὴν κβ. τοῦ γ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Ε΄.

Αἱ ΒΑΓ, ΓΑΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. (ζ) ἀλλ᾽ ἡ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν, ὡς δέδεικται. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ΓΑΖ. ἀλλ᾽ ἡ μικτόγραμμος ΔΑΓ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΓΔΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εὐθυγράμμου γωνίας ΓΑΖ. ἐλάσσων ἄρα ὀρθῆς ἐστί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΒ΄.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τὶς εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου τοῦ ΔΓΒ ἐφαπτέσθω τὶς εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ τεμνέτω αὐτὸν ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ΖΒΔ ἴση τῇ ἐν τῷ ΔΑΒ τμήματι συνεσταμένῃ, ἡ δὲ ΕΒΔ ἴση τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι. σχ. 48.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΒΑ κάθετος τῇ ΖΕ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ἡ ΒΑ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῇ ἐφαπτομένῃ ΖΕ, ἐπ᾽ αὐτῆς ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον. (η) τὸ ἄρα ΒΔΑ ἡμικύκλιόν ἐστιν. ἄρα ἡ ΒΔΑ γωνία ὀρθή ἐστιν. (θ) αἱ ἄρα ΔΑΒ

(ζ) Κατὰ τὴν ιγ τοῦ α. (η) Κατὰ τὴν ιθ. τοῦ γ. (θ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ.