ἡμίσει τȢ͂ γινομένȢ ἐκ τȢ͂ ὕψȢς ϗ τῆς βάσεως, ἤτοι 28 δακτυλιαίοις τετραγώνοις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄.

Παντὸς δοθέντος εὐθυγράμμȢ, οἷον τȢ͂ ΑΒΓΔΕ, τὸ ἐμβαδὸν καταμετρῆσαι. Σχ. 22.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ μιᾶς τȢ͂ σχήματος γωνίας, οἷον τῆς Α, ἐπὶ τὰς λοιπὰς εὐθειῶν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΓ, ΑΔ, εἰς τρίγωνα μεριϑήτω τὸ σχῆμα. καὶ ἤχθω ἐφ᾽ ἑκάστην τῶν τριγώνων βάσιν κάθετος. οἷον, ἐπὶ μὲν τὴν ΑΓ, ἡ ΒΘ· ἐπὶ δὲ τὴν ΓΔ, ἡ ΑΖ· ἐπὶ δὲ τὴν ΑΔ, ἡ ΕΗ. καταμετρηθήτω δὲ ἑκάστη τȢ́των, καὶ ἕκαστον ὕψος. ϗ ἔστω δὴ τὸ μὲν ΒΘ $=$ 3, ἡ δὲ ΑΓ $=$ 6· τὸ δὲ ΑΖ $=$ 5, ἡ δὲ ΓΔ $=$ 4· τὸ δὲ ΕΗ $=$ 2, ἡ δὲ ΑΔ $=$ 8, δακτύλοις. λέγω, ὅτι τὸ τȢ͂ σχήματος ἐμβαδὸν ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τȢ͂ ἀθροίσματος τῶν γινομένων ἐξ ἑκάστȢ ὕψȢς ϗ βάσεως, ἤτοι ἴσον (φ) $\frac{3.6+5.4+2.8}{2}=\frac{18+20+16}{2}=\frac{54}{2}=27$ δακτυλιαίοις τετραγώνοις.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ εὐθύγραμμον ΑΒΓΔΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς τριγώνοις ΑΒΓ, ΑΓΔ, ΑΔΕ. ἀλλὰ τȢ͂ μὲν ΑΒΓ τὸ ἐμβαδὸν $=\frac{3.6}{2}$, τȢ͂ δὲ ΑΓΔ ἴσον $\frac{5.4}{2}$, τȢ͂ δὲ ΑΔΕ ἴσον $\frac{2.8}{2}$· πάντων ἄρα ὁμȢ͂ τῶν τριγώνων, εἴτȢν τȢ͂ εὐθυγράμμȢ τὸ ἐμβαδὸν ἴσον $\frac{3.6+5.4+2.8}{2}=27$.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἰστέον, ὅτι εἰσί τινα μεγέθη ἀσύμμετρα, ὅπερ ἐστὶ κοινῷ μὴ καταμετρȢ́μενα μέτρῳ. ἐὰν Ȣ͂ν τὸ τȢ͂ δοθέντος εὐθυγράμμȢ ὕψος καὶ ἡ βάσις τοιαῦτα ᾖ, διαιρετέ-

(φ) Ὅρα τὴν ἐν τοῖς ὁρισμοῖς τȢ͂ β. βιβλ. σημ.

ρετέον αὐτὰ εἰς τὰ ἐλάχιστα τῶν ἐν χρήσει μέτρων, οἷον εἰς γραμμὰς, σκεπτέον δὲ τὸ ἀσύμμετρον μέρος ὁποίῳ τοῦ μέτρου μέρει ἐγγύτερον, ἡμίσει, ἢ τριτημορίῳ, ἢ δεκατημορίῳ, ἢ ἄλλῳ τῷ τυχόντι. πολλαπλασιαστέον δὲ πρῶτον τὸ ὕψος διὰ τοῦ μέρους τῆς βάσεως τῆς καταμετρηθείσης· εἶθ᾽ οὕτω μεριστέον τὸ ὕψος εἰς μέρη ἴσα τῷ καταλειφθέντι ἀσυμμέτρῳ μέρει τῆς βάσεως, καὶ οὕτως αὐτὸ διὰ τούτου πολλαπλασιαστέον. οἷον, κείσθω ἀσύμμετρον εἶναι τὸ ΑΒ, ὕψος, (σχ. 23) καὶ τὴν ΒΔ βάσιν τοῦ ὀρθογωνίου ΑΔ. καταμετρηθήτω δὲ ἑκάτερον τούτων γραμμαῖς. καὶ ἔστω τὸ μὲν ΑΒ = 3, ἡ δὲ ΒΒ = 2, τὸ δὲ ἐναπολειφθὲν τῆς ΒΔ ἀσύμμετρον μέρος ΒΔ ἴσον ἔστω ὡς ἔγγιστα ἡμίσει γραμμῆς. πολλαπλασιασθήτω δὴ ἓν πρῶτον τὸ ΑΒ ὕψος διὰ τῆς καταμετρηθείσης ΒΒ βάσεως, εἴτουν τὸ 3 διὰ τοῦ 2. τὸ ἓν γινόμενον 6. ἴσον τῷ τοῦ ΑΑΒΒ ὀρθογωνίου ἐμβαδῷ. καὶ ἐπεὶ τὸ καταλειφθὲν ἀσύμμετρον ΒΔ ὡς ἥμισυ γραμμῆς ἐκλαμβάνεται. τὸ ἄρα ὕψος ΑΒ 6 τοιαῦτα μέρη περιέχει. διὸ τὸ ἐκ τοῦ ΑΒ καὶ ΒΔ, εἴτουν τὸ ἐκ τοῦ 6, καὶ 1 γινόμενον, τετραγωνίδια 6 ἐμφαίνει, ἀπὸ ἡμισείας γραμμῆς, οἷον τῆς ΒΔ, ἀναγεγραμμένα, ὧν ἕκαστον τεταρτημόριον τοῦ ἀπὸ τῆς ὅλης ἀναγραφομένου γραμμῆς τετραγώνου. εἰσὶ δὲ τὰ 6 τεταρτημόρια ἴσα $1 + \frac{1}{2}$ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης ἀναγραφομένῳ γραμμῆς τετραγώνῳ. ἴσον ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΔΓ $1 + \frac{1}{2}$ γραμμικῷ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ΑΑΒΒ ἴσον 6 γραμμικοῖς τετραγώνοις. ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΔΓ ἴσον περίπου $7 + \frac{1}{2}$ γραμμικοῖς τετραγώνοις.

ΒΙΒ-

ΒΙΒΛΙΟΥ ΤΡΙΤΟΥ.

ΟΡΙΣΜΟΙ.

Α'. Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν οἱ Ζ, Ζ ὧν αἱ διάμετροι ΑΒ, ΓΔ, ἢ αἱ ἡμιδιάμετροι ΚΒ, ΕΔ ἴσαι εἰσί. πίν. θ. σχ. 1.

Β'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ κύκλε τε Χ ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τε κύκλε καὶ ἐκβαλλομένη, ε τέμνει τὸν κύκλον. σχ. 2.

Γ'. Κύκλοι, οἱ Υ, Υ, ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, ε τέμνεσιν ἀλλήλες. σχ. 3.

Δ'. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τε κέντρε Κ εὐθεῖαι αἱ ΕΔ, ΗΖ, λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τε κέντρε ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι, οἷον αἱ ΚΒ, ΚΓ ἴσαι ὦσι. (σχ. 4.) μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται ἡ ΓΘ, ἐφ' ἣ μείζων κάθετος ΚΔ πίπτει. σχ. 5.

Ε'. Τμῆμα κύκλε ἐςὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ΑΓ εὐθείας, καὶ κύκλε περιφερείας τῆς ΑΒΓ. σχ. 6.

Ϛ'. Τμήματος δὲ γωνία ἐςὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, τῆς ΑΒ, καὶ κύκλε περιφερείας τῆς ΑΒ. σχ. 7.

Ζ'. Ἐν τμήματι γωνία ἐςὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας ΑΔΓΕΒ τε τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, οἷον τὸ Γ, καὶ ἀπ' αὐτε ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ΑΒ, ἥτις ἐςὶ βάσις τε τμήματος, ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι, αἱ ΓΑ, ΓΒ, ἡ περιεχομένη γωνία ΑΓΒ ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. σχ. 8.

Η'. Ὅταν αἱ περιέχεσαι τὴν γωνίαν ΑΒΓ εὐθεῖαι, αἱ ΑΒ, ΒΓ ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, οἷον τὴν ΑΓ, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. σχ. 9.

Θ. Τομεὺς δὲ κύκλε ἐςὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ Κ αὐτε τε κύκλε ςαθῇ ἡ γωνία, οἷον ἡ ΑΚΓ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ΚΑΓ ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχεσῶν εὐθειῶν ΑΚ, ΚΓ, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας ΑΓ. σχ. 10.

Ι'. Ὅμοια τμήματα κύκλȣ ἐϛὶ τὰ ΒΑΓ, ΔΕΖ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, τὰς ΒΑΓ, ΔΕΖ. χ. 11.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α'.

Τȣ̃ δοθέντος κύκλȣ τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Ἔϛω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ. χ, 12.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Διήχθω τὶς εἰς αὐτὸν, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ. καὶ ἀπὸ τȣ̃ Δ ἤχθω ἡ ΔΓ κάθετος τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε. καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ δίχα κατὰ τὸ Κ. λέγω, ὅτι τὸ Κ ἐϛὶ τὸ κέντρον τȣ̃ ΑΓΒ κύκλȣ. μὴ γάρ· ἀλλ᾽ εἰ δυνατὸν ἔϛω τὸ Η. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΔ, ΗΑ, ΗΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις, ΗΔΒ, ΗΔΑ ἡ μὲν ΗΒ = ΗΑ. (α) ἡ δὲ ΑΔ = ΔΒ, (β) ἡ δὲ ΗΔ κοινή. ἄρα καὶ ἡ γωνία ΗΔΒ = ΗΔΑ. (γ) ἡ ΗΔ ἄρα κάθετός ἐϛι τῇ ΑΒ. (δ) ἡ ΗΔΒ γωνία ἄρα ὀρθή. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΔΒ ὀρθή. (ε) ἡ ἄρα ΚΔΒ = ΗΔΒ, τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἄτοπον. ȣ̓κ ἄρα τὸ Η κέντρον τȣ̃ ΑΓΒ κύκλȣ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ȣ̓δὲ ἄλλο τὶ, πλὴν τȣ̃ Κ. τὸ Κ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐϛὶ τȣ̃ ΑΓΒ κύκλȣ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Β'.

Ἐὰν κύκλȣ ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύω τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τȣ̃ κύκλȣ.

Ἔϛω

(α) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τȣ̃ α. β. (β) Ἐκ τῆς κατασκ. (γ) Κατὰ τὴν η. τȣ̃ α. (δ) Κατὰ τὸν ζ. ὁρισ. τȣ̃ α. β. (ε) Ἐκ τῆς κατασκ.

Ἔ·ω κύκλος ὁ ΑΕΓ, ϗ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτȣ̃ εἰλήφθω τυχόντα δύω σημεῖα τὰ Α, Β. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τȣ̃ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τȣ̃ κύκλȣ. χ. 13.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε. ϗ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ Κ ἐπὶ τὰ Α, Ε, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΕ, ΚΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΒ = ΚΑ. (ζ) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΒΑ = ΚΑΒ. (η) ἀλλ' ἡ ΚΕΒ μείζων τῆς ΚΑΕ. (θ) μείζων ἄρα ϗ τῆς ΚΒΕ. ϗ ἡ ΚΒ ἄρα μείζων τῆς ΚΕ. (ι) ἐπεὶ δὲ τὸ τῆς ΚΒ πέρας, ὅπερ ἐςὶ τὸ σημεῖον Β ἐπὶ τῆς περιφερείας ἐςὶ, τὸ τῆς ΚΕ, εἴτȣν τὸ Ε, ἐντὸς τȣ̃ κύκλȣ ἐςί. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ πάντα τὰ λοιπὰ σημεῖα τῆς ΑΒ, πλὴν τῶν Α, καὶ Β, ἐντὸς τȣ̃ κύκλȣ εἰσί. δῆλον ἄρα, ὅτι ἡ ΑΒ ἐντὸς πεσεῖται τȣ̃ κύκλȣ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Γ΄.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τὶς διὰ τȣ̃ κέντρȣ, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τȣ̃ κέντρȣ δίχα τέμνῃ, ϗ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· ϗ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, ϗ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΓΒ, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖα τὶς διὰ τȣ̃ κέντρȣ Κ ἡ ΚΖ, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τȣ̃ κέντρȣ τὴν ΑΒ δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ Ζ. λέγω, ὅτι ϗ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. χ. 14.

(ζ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τȣ̃ α. β. (η) Κατὰ τὴν ι. τȣ̃ α. (θ) Κατὰ τὴν ιϛ. τȣ̃ α. (ι) Κατὰ τὸν ιθ. τȣ̃ α.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΚΑΖ, ΚΒΖ, ἡ μὲν ΚΑ = ΚΒ, (κ) ἡ δὲ ΑΖ = ΖΒ, (λ) ἡ δὲ ΚΖ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΖΑ = ΚΖΒ. (μ) ἡ ἄρα ΚΖ πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὴν ΑΒ. (ν)

Τεμνέτω δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΑΒ. λέγω ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΑ = ΚΒ. (ξ) ἄρα καὶ γωνία ἡ ΚΑΒ = ΚΒΑ. (ο) ἐν τοῖς τριγώνοις ἐν ΑΚΖ, ΒΚΖ, ἡ μὲν γωνία ΚΑΖ = ΚΒΖ, ὡς δέδεικται, ἡ δὲ ΚΖΑ = ΚΖΒ, (π) ἡ δὲ ΚΑ = ΚΒ. ἄρα καὶ ΑΖ = ΖΒ. (ρ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Δ'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύω εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ δύω εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε, μὴ διὰ τοῦ κέντρου Κ οὖσαι. λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα, εἰ γὰρ δυνατὸν τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΔΕ τῇ ΕΒ. σχ. 15.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΕ.

ΔΕΙ-

(κ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. β. (λ) Ἐξ ὑποθ. (μ) Κατὰ τὴν η. τοῦ α. (ν) Κατὰ τὸν ζ. ὁρισ. τοῦ α. β. (ξ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. (ο) Κατὰ τὴν ε. τοῦ α. (π) Ἐξ ὑποθ. (ρ) Κατὰ τὴν κϛ. τοῦ α.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΕΓ ὀρθή ἐστιν. (σ) ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΕΔ ὀρθή. (τ) ἡ ἄρα ΚΕΓ = ΚΕΔ. τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ, ΒΔ δίχα ἀλλήλας τέμνουσι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ε'.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΒΗ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα. λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ Κ. σχ. 16.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΓ, καὶ διήχθω ἡ ΚΖΗ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΖ = ΚΓ. (υ) ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΗ = ΚΓ. (φ) ἄρα καὶ ἡ ΚΗ = ΚΖ. (χ) τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Κ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΒΗ κύκλων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Κ. σχ. 17.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΚΓ. καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ΚΕΒ.

(σ) Κατὰ τὴν προλαβ. (τ) Κατὰ τὴν αὐτ. (υ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. β. (φ) Κατὰ τὸ αὐτ. (χ) Κατὰ τὸ α. ἀξ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΚΕ = ΚΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΒ = ΚΓ. (ψ) ἄρα ἡ ΚΒ = ΚΕ. (ω) τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Κ σημεῖον κέντρον ἐςὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ζ'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τὶ σημεῖον, ὃ μή ἐςι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον, μεγίςη μὲν ἔςαι ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίςη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐςί. δύω δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίςης.

Ἔςω κύκλος ὁ ΑΓΔΛ, διάμετρος δ' αὐτοῦ ἡ ΑΔ. καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ εἰλήφθω τὶ σημεῖον τὸ Ζ, ὃ μή ἐςι κέντρον τοῦ κύκλου· κέντρον δὲ τοῦ κύκλου ἔςω τὸ Κ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΓΔΛ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες, αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΗ. λέγω Α'. ὅτι μεγίςη ἐςὶν ἡ ΖΑ, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον. Β'. ὅτι τῶν ἄλλων ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ μείζων, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ. Γ'. ὅτι ἐλαχίςη ἡ ΖΔ. Δ'. ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου δύω μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΔΛ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΔ ἐλαχίςης. χ. 18.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΗ. καὶ συνεςάτω ἡ ΖΚΘ γωνία ἴση τῇ ΖΚΗ. καὶ ἤχθωσαν αἱ ΖΛ, ΖΕ.

ΔΕΙ-

(ψ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. β. (ω) Κατὰ τὸ α. ἀξ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Αἱ ΖΚ, ΚΒ Μείζονές εἰσι τῆς ΒΖ. (α) ἀλλ᾽ ἡ ΚΒ = ΚΑ. (β) ἄρα αἱ ΖΚ, ΚΑ, ἤτοι ἡ ΖΑ μείζων τῆς ΖΒ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΒΚΖ, ΓΚΖ, ἡ μὲν ΒΚ = ΓΚ, ἡ δὲ ΚΖ κοινή. καὶ γωνία ἡ ΒΚΖ μείζων τῆς ΓΚΖ. καὶ ἡ ΖΒ ἄρα μείζων τῆς ΖΓ. (γ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΖΓ μείζων τῆς ΖΗ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ΄.

Αἱ ΗΖ, ΖΚ μείζονες τῆς ΚΗ. (δ) ἀλλ᾽ ἡ ΚΗ = ΚΔ. αἱ ἄρα ΗΖ, ΖΚ μείζονες τῆς ΚΔ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΚ. ἡ ἄρα ΗΖ μείζων τῆς ΖΔ. (ε)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Δ΄.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΖΚΗ, ΖΚΘ, ἡ μὲν ΚΗ = ΚΘ, ἡ δὲ ΚΖ κοινὴ, καὶ γωνία ἡ ΗΚΖ = ΖΚΘ. ἄρα καὶ ΗΖ = ΖΘ. (ϛ) ἄλλη δὲ ἴση τῇ ΖΗ ὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τῦ Ζ σημείυ. εἰ γὰρ δυνατὸν προσπιπτέτω. καὶ εἰ μὲν ἔγγιον τῆς διὰ τῦ κέντρυ ἤπερ ἡ ΖΘ, καθάπερ ἡ ΖΛ, μείζων ἔςαι τῆς ΖΘ, (η) ἤτυν τῆς ΖΗ. ἴση γὰρ ἡ ΖΘ τῇ ΖΗ, ὡς δέδεικται· εἰ δὲ ἀπώτερον, ὡς ἡ ΖΕ, ἐλάσσων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Η΄.

Ἐὰν κύκλυ ληφθῇ τὶ σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τῦ σημείυ πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τῦ κέντρυ, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περι-

(α) Κατὰ τὴν κ. τῦ α. (β) Κατὰ τὸ αὐτὸ ᾽δ. πόρ. (γ) Κατὰ τὴν κδ. τῦ α. (δ) Κατὰ τὴν κ. τῦ α. (ε) Κατὰ τὸ γ. ᾽Αξ. (ϛ) Κατὰ τὴν δ. τῦ α. (η) Κατὰ τὸ β. μέρος τῆς δε τῆς πρότ.

περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἔσται. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων· δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ εἰλήφθω τὶ σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ. καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον, αἱ ΔΑ, ΔΕ, ΔΖ, ΔΓ. ἔστω δὲ ἡ ΔΑ διὰ τοῦ κέντρου Κ. λέγω Α΄. ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ΔΑ. Β΄. ὅτι ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου μείζων τῆς ἀπώτερον, ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ, ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ. Γ΄. ὅτι τῶν πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἡ ΔΗ, ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου Δ καὶ τῆς διαμέτρου ΛΗ· τῶν δὲ ἄλλων ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης ΔΗ τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, ἡ μὲν ΔΜ τῆς ΔΛ, ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ. Δ΄. ὅτι δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου Δ προσπεσοῦνται ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης ἐπί τε τὴν κυρτὴν, καὶ τὴν κοίλην περιφέρειαν. πὶν 1. χ. 19.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν ΚΜ, ΚΛ, ΚΘ, ΚΓ, ΚΖ, ΚΕ. καὶ συνεστάτω ἡ ΔΚΒ γωνία ἴση τῇ ΔΚΜ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ ἐκβληθεῖσα συμπιπτέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ Ι. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΙ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α'.

Αἱ ΚΕ, ΚΔ μείζονές εἰσι τῆς ΕΔ. (θ) ἀλλ' ἡ ΚΕ = ΚΛ. (ι) ἄρα ΑΚ + ΚΔ, ἤτουν ΑΔ μείζων τῆς ΕΔ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΕΚΔ, ΖΚΔ, ἡ μὲν ΕΚ = ΖΚ, ἡ δὲ ΚΔ κοινή. καὶ γωνία ἡ ΕΚΔ μείζων τῆς ΖΚΔ. ἡ ἄρα ΔΕ μείζων τῆς ΔΖ. (κ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ μείζων τῆς ΔΓ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ'.

Αἱ ΚΜ, ΜΔ μείζονές εἰσι τῆς ΚΔ. (λ) ἀλλ' ἡ ΚΜ = ΚΗ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΜ λοιπῆς τῆς ΔΗ μείζων. καὶ ἐπεὶ αἱ ΚΜ, ΜΔ ἐλάσσονές εἰσι τῶν ΚΛ, ΛΔ, ἴση δὲ ἡ ΚΜ τῇ ΚΛ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΜ ἐλάσσων τῆς ΔΛ. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΔΛ ἐλάσσων τῆς ΔΘ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Δ'.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΚΒΔ, ΚΜΔ, ἡ μὲν ΚΒ = ΚΜ, ἡ δὲ ΚΔ κοινή, καὶ γωνία ἡ ΔΚΒ = ΔΚΜ. (μ) καὶ ἡ ΔΒ ἄρα ἴση τῇ ΔΜ. καὶ γωνία δὲ ἡ ΚΔΒ = ΚΔΜ, καὶ ἡ ΚΒΔ = ΚΜΔ. (ν) καὶ ἐπεὶ αἱ ΚΒΔ, ΚΒΙ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς. (ξ) ἴσαι δὲ δυσὶν ὀρθαῖς καὶ αἱ ΚΜΔ, ΚΜΕ. ἄρα ΚΒΔ + ΚΒΙ = ΚΜΔ + ΚΜΕ. (ο) καὶ ἀφαιρεθεισῶν τῶν ἴσων ΚΒΔ, ΚΜΔ, ἔσαι ΚΒΙ = ΚΜΕ. (π) ἀλλ' ἡ μὲν ΚΒΙ = ΚΙΒ, ἡ δὲ ΚΜΕ = ΚΕΜ. (ρ) ἄρα καὶ ἡ

(θ) Κατὰ τὴν κ τοῦ α. (ι) Κατὰ τὸ δ. τόρ. τοῦ α. (κ) Κατὰ τὴν κδ. τοῦ α. (λ) Κατὰ τὴν κ. τοῦ α. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ν) Κατὰ τὴν δ. τοῦ α. (ξ) Κατὰ τὴν ιγ. τοῦ α. (ο) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (π) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (ρ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ α.

ἡ ΚΙΒ = ΚΕΜ. ὅκεν ἐν τοῖς τριγώνοις ΙΔΚ, ΕΔΚ, ἡ μὲν γωνία ΔΙΚ = ΔΕΚ, ἡ δὲ ΚΔΙ = ΚΔΕ, ὡς δέδεικται, ἡ δὲ ΚΔ κοινή. ἄρα ἡ ΔΙ = ΔΕ. (σ) ὅτι δὲ τῇ ΔΙ εὐθείᾳ, εἴτεν τῇ ΔΕ ἄλλη ἴση ὁ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου δῆλον. αὕτη μὲν γὰρ ἤτοι ἔγγιον ἔσαι τῆς διὰ τοῦ κέντρου, ἢ ἀπώτερον, ἤπερ ἡ ΔΙ. καὶ εἰ μὲν ἔγγιον, μείζων· εἰ δ᾽ ἀπώτερον, ἐλάσσων. (τ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ΄.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τὶ σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύω εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐσὶ τοῦ κύκλου.

Ἔσω κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαι ἴσαι, αἱ ΚΓ, ΚΒ, ΚΑ. λέγω, ὅτι τὸ Κ σημεῖον, κέντρον ἐσὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. χ. 20.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα. καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΚΕ, ΚΖ, διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Η, Δ, Θ, Ι σημεῖα.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΑΚΕ, ΒΚΕ, ἡ μὲν ΑΚ = ΒΚ, (υ) ἡ δὲ ΑΕ = ΒΕ, (φ) ἡ δὲ ΕΚ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΚΕΑ = ΚΕΒ. (χ) ἡ ΔΗ ἄρα πρὸς ὀρθὰς ἐσὶ τῇ ΒΑ. (ω) ἀλλὰ καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. (α) ἐπ᾽ αὐτῆς

(σ) Κατὰ τὴν κϛ. τοῦ α. (τ) Κατὰ τὸ β. μέρ. (υ) Ἐξ ὑποθ. (φ) Ἐκ τῆς κατασκ. (χ) Κατὰ τὴν η. τοῦ α. (ω) Κατὰ τὸν ζ. ὁρισ. τοῦ α. (α) Ἐκ τῆς κατασκ.

τῆς ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κύκλου κέντρον. (β) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς ΘΙ ἐστὶ τὸ κέντρον· καὶ οὐδὲν ἕτερον αἱ ΗΔ, ΘΙ ἔχουσι κοινὸν σημεῖον ἢ τὸ Κ. τὸ Κ ἄρα σημεῖον κέντρόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ι΄.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύω.

Εἰ γὰρ δυνατὸν κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύω τεμνέτω, τὰ Β, Η, Ζ Θ. σχ. 21.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπὶ τὰ Β, Η, Ζ σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἐν τῷ ΔΕΖ κύκλῳ. (γ) τὸ Κ ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. (δ) ἔστι δὲ τὸ αὐτὸ Κ κέντρον καὶ τοῦ κύκλου ΑΒΓ. (ε) δύω ἄρα κύκλων ἀλλήλους τεμνόντων τὸ αὐτό ἐστι κέντρον. ὅπερ ἀδύνατον. (ζ) οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύω.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΑ΄.

Ἐὰν δύω κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύω

(β) Ἐκ τῆς α. τοῦ γ. δῆλον. (γ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. β. (δ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (ε) Ἐκ τῆς κατασκ. (ζ) Κατὰ τὴν ε. πρότ. τοῦ δε τοῦ β.

Δύω κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἁπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ, τοῦ δὲ ΑΔΕ, τὸ Η. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὸ Α σημεῖον πεσεῖται. μὴ γάρ· ἀλλ᾽ εἰ δυνατὸν πιπτέτω ἐπὶ τὸ Β, ὡς ἡ ΚΗΔΒ. χ. 22.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΑΗ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ ΚΗ, ΗΑ μείζονές εἰσι τῆς ΚΑ. (η) ἀλλ᾽ ἡ ΚΑ ἴση τῇ ΚΗΔΒ. (θ) ἄρα αἱ ΚΗ, ΗΑ μείζονες τῆς ΚΗΔΒ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΚΗ. ἡ ἄρα ΗΑ μείζων τῆς ΗΒ. (ι) ἀλλ᾽ ἡ ΗΑ = ΗΔ. (κ) ἡ ἄρα ΗΔ μείζων τῆς ΗΒ. τὸ μέρος μεῖζον τοῦ ὅλου, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς τῆς κατὰ τὸ Α συναφῆς πεσεῖται. ἐπ᾽ αὐτὴν ἄρα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΒ΄.

Ἐὰν δύω κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Δύω κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον. καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Η, τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Ζ. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς ἐλεύσεται. μὴ γάρ· ἀλλ᾽ εἰ δυνατὸν διερχέσθω διὰ τῶν Λ, Κ σημείων, ὡς ἡ ΗΛΚΖ. χ. 23.

ΚΑ-

(η) Κατὰ τὴν κ. τοῦ α. (θ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τοῦ α. β. (ι) Κατὰ τὸ γ. Ἀξ. (κ) Κατὰ τὸ δ. πόρ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΑΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ ΑΗ, ΑΖ μείζονές εἰσι τῆς ΗΛΚΖ. (λ) ἀλλ' ἡ μὲν ΑΗ = ΗΛ, ἡ δὲ ΑΖ = ΖΚ. ἄρα αἱ ΗΛ, ΖΚ μείζονες τῆς ΗΛΚΖ. τὰ μέρη τȣ̃ ὅλȣ μείζονα, ὅπερ ἀδύνατον. ȣ̓κ ἄρα ἡ ἀπὸ τȣ̃ Η ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη δι' ἄλλων σημείων ἐλεύσεται, ἢ διὰ τῆς ἐπαφῆς Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΓ'.

Κύκλος κύκλȣ ȣ̓κ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ καθ' ἓν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάντε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Εἰ γὰρ δυνατὸν κύκλος ὁ ΒΓΔ κύκλȣ τȣ̃ ΒΕΖ ἁπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν, τὰ Β, Δ. χ. 24.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω τȣ̃ μὲν ΒΓΔ κύκλȣ κέντρον τὸ Κ, τȣ̃ δὲ ΒΕΖ, τὸ Θ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΘ, ἐκβεβλήσθω, καὶ πιπτέτω κατὰ τὸ Β. (μ) καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΘΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ ΚΘ, ΘΔ μείζονές εἰσι τῆς ΚΔ. (ν) ἀλλ' ἡ ΚΔ = ΚΒ. ἄρα αἱ ΚΘ, ΘΔ μείζονες τῆς ΚΒ. ἀλλ' ἡ μὲν ΚΘ κοινὴ, ἡ δὲ ΘΔ = ΘΒ. αἱ ἄρα ΚΘ, ΘΔ καὶ μείζονες καὶ ἴσαι τῇ ΚΒ. ὅπερ ἀδύνατον. ȣ̓κ ἄρα κύκλος κύκλȣ ἐντὸς ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν.

Ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἐφαπτέσθω ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἓν, τὰ Α, Γ. χ. 25.

(λ) Κατὰ τὴν κ. τȣ̃ α. (μ) Κατὰ τὴν ια. τȣ̃ γ. (ν) Κατὰ τὴν κ. τȣ̃ α.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ Κ ἐπὶ τὸ Θ κέντρον ἐπεζεύχθω ἡ ΚΘ. ἥτις διὰ τῆς ἐπαφῆς διελεύσεται. ἐπεζεύχθωσαν δὲ, ϗ αἱ ΚΓ, ΘΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ μὲν ΚΑ = ΚΓ, ἡ δὲ ΘΑ = ΘΓ. αἱ ἄρα ΚΓ, ΘΓ ἴσαι τῇ ΚΘ. ὅπερ ἀδύνατον. (ξ) ȣ̓κ ἄρα κύκλος κύκλȣ ἐφάπτεται ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ εὐθεῖα κύκλȣ ȣ̓κ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν. ἐφαπτέσθω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἡ ΗΘ τȣ̃ ΒΓΖ κύκλȣ κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν, τὰ Δ, Γ. ϗ εἰλήφθω μεταξὺ αὐτῶν τρίτον τὸ Β. ϗ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ Κ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΚΒ, ΚΓ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΔ = ΚΓ. ϗ γωνία ἄρα ἡ ΚΔΓ = ΚΓΔ. (ο) ἀλλ᾽ ἡ ΚΒΓ μείζων τῆς ΚΔΓ. (π) μείζων ἄρα καὶ τῆς ΚΓΒ. ἡ ΚΓ ἄρα μείζων τῆς ΚΒ. (ρ) ἀλλὰ ϗ ἴση, (σ) ὅπερ ἀδύνατον. ȣ̓κ ἄρα εὐθεῖα κύκλȣ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἕν. Σχ. 26.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΔ.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχȣσιν ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχȣσαι ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΔΓ, ϗ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΓΔ. λέγω, ὅτι ἴσον ἀπέχȣσιν ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ. Σχ. 27.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθωσαν ἀπὸ τȣ̃ Κ κέντρȣ αἱ ΚΖ, ΚΗ κάθετοι ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΓΔ. ϗ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΓ.

ΔΕΙ-

(ξ) Κατὰ τὴν κ. τȣ̃ α. (ο) Κατὰ τὴν ε. τȣ̃ α. (π) Κατὰ τὴν ιϛ. τȣ̃ α. (ρ) Κατὰ τὴν ιθ. τȣ̃ α. (σ) Κατὰ τὸ δ. πόρ. τȣ̃ α. β.