πλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὀρθογώνιον· (ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΓΒ, ὡς δέδεικται.) ὃ καὶ ἴσον τῷ ΗΕ. τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΕ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον. καὶ ἐπεὶ ΑΕ = ΘΖ + ΓΚ + ΑΗ + ΗΕ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὰ περὶ τὴν διάμετρον τοῦ τετραγώνου παραλληλόγραμμα, τετράγωνά εἰσιν, ὡς ἐκ τῶν δειχθέντων δῆλον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ε'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ. χ. 8.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ἤχθω ἡ ΔΗ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ· διὰ δὲ τοῦ Θ, ἡ ΚΜ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Α ἡ ΑΚ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΓΘ = ΘΖ. (χ) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ. τὸ ἄρα ΓΜ = ΔΖ. (ψ) ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΛ = ΓΜ. (ω) τὸ ἄρα ΑΛ = ΔΖ. (α) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ. τὸ ἄρα ΑΘ ἴσον τῷ γνώμονι ΙΡΝ. (β) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ. ἄρα ΑΘ + ΛΗ = ΓΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΘ τὸ ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· (ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ·) (γ) τὸ δὲ ΛΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνόν ἐστι, (δ) τὸ δὲ ΓΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προσεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. χ. 9.

(χ) Κατὰ τὴν μγ. τοῦ α. (ψ) Κατὰ τὸ β. Ἀξ. (ω) Κατὰ τὴν λϛ. τοῦ α. (α) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (β) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (γ) Κατὰ τὴν προλαβ. σημείωσ. (δ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Β ἤχθω ἡ ΒΗ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΔΖ, ΓΕ· διὰ δὲ τοῦ Θ, ἡ ΜΚ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Α, ἡ ΑΚ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΔΜ παράλληλος.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΓΘ = ΘΖ. (ε) ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΛ = ΓΘ. (ϛ) τὸ ἄρα ΘΖ = ΑΛ. (η) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ. τὰ ἄρα ΘΖ + ΓΘ = ΑΘ. (θ) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΒΜ. ὁ ἄρα γνώμων ΙΡΝ = ΑΜ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ. ἄρα ΑΜ + ΛΗ = ΓΖ. (ι) ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΜ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· (ἴση γὰρ ἡ ΔΜ τῇ ΒΔ.) (κ) τὸ δὲ ΛΗ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ ἐστὶ τετράγωνον. (λ) τὸ δὲ ΓΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. (μ) τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ζ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἐυ·

(ε) Κατὰ τὴν μγ. τοῦ α. (ϛ) Κατὰ τὴν λϛ. τοῦ α. (η) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (θ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (ι) Κατὰ τὸ αὐτό. (κ) Κατὰ τὴν εἰρημ. σημείωσιν. (λ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ.

Ἐυθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐςὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ. χ. 10.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω τετράγωνα ἀπο μὲν τῆς ΑΒ, τὸ ΑΔ, ἀπὸ δὲ τῆς ΑΓ, τὸ ΑΛ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΛΓ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦ Θ ἤχθω ἡ ΜΗ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΕΔ, ΑΒ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ μὲν ΗΑ = ΓΒ· (ἴση γὰρ τῇ ΘΓ, ἴση οὔσῃ τῇ ΓΒ·) (ν) ἡ δὲ ΑΚ = ΑΓ. (ξ) ὅλη ἄρα ἡ ΗΚ = ΑΒ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΘ = ΑΓ. τὸ ἄρα ΗΛ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιόν ἐςι. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ΗΜ = ΑΒ, ἡ δὲ ΕΗ = ΑΓ. ἴση γὰρ τῇ ΗΘ, ἤτοι τῇ ΑΓ. καὶ τὸ ΗΔ ἄρα ὀρθογώνιόν ἐςιν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ περιεχόμενον. τὸ ἄρα ΗΛ σὺν τῷ ΗΔ τὸ δὶς ὀρθογώνιόν ἐςι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ περιεχόμενον· ἔςι δὲ καὶ τὸ μὲν ΓΜ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον· (ο) τὸ δὲ ΑΔ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ. καὶ ἐπεὶ τὰ ΑΔ + ΑΛ = ΗΛ + ΗΔ + ΓΜ· (π) δῆλον ἄρα ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐςὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Η΄.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ

(ν) Κατὰ τὴν σημ. τὴν μετὰ τὴν δ. πρότ. τοῦ δε τοῦ βιβλ. (ξ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ο) Κατὰ τὴν ἀρημ. σημ. (π) Κατὰ τὸ θ. Ἀξ.

ἀπὸ τῦ λοιπῦ τμήματος τετραγώνυ, ἴσον ἐςὶ τῷτε ἀπὸ τῆς ὅλης ἢ τῦ εἰρημένυ τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἐυθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ. λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνυ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΒΓ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. χ. 11.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐκβεβλήσθω ἐπ' ἐυθείας τῇ ΑΒ ἐυθεία ἡ ΒΔ, ἢ κείσθω τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΒΔ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον τὸ ΔΟ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΛ. καὶ ἀπὸ μὲν τῶν Β καὶ Γ σημείων ἤχθωσαν αἱ ΒΙ, ΓΖ παράλληλοι ὁποτέρᾳ τῶν ΑΟ, ΔΛ· ἀπὸ δὲ τῶν Ρ, Σ, αἱ ΤΝ, ΜΗ παράλληλοι ὁποτέρᾳ τῶν ΔΑ, ΛΟ

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΔΣ = ΣΟ. παραπληρώματα γάρ εἰσι τῦ παραλληλογράμμυ ΔΟ. (ρ) ἀλλὰ καὶ τὸ ΒΣ = ΣΝ. παραπληρώματα γὰρ τῦ ΒΝ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΠ ἴσον λοιπῷ τῷ ΚΟ. (σ) ἀλλὰ τὰ ΔΠ, ΒΣ ἴσα ἀλλήλοις εἰσί. (τ) τὰ τέσσαρα ἄρα ΔΠ, ΒΣ, ΣΝ, ΚΟ ἴσα ἀλλήλοις εἰσί. πάλιν τὸ ΜΡ = ΡΖ. παραπληρώματα γὰρ τῦ παραλληλογράμμυ ΜΖ. ἀλλὰ τῷ μὲν ΜΡ = ΠΚ, τῷ δὲ ΡΖ = ΤΙ. (υ) τὰ τέσσαρα ἄρα ΜΡ, ΠΚ, ΡΖ, ΤΙ ἴσα ἀλλήλοις εἰσί. προσκείσθω τῷ μὲν ΚΟ τὸ ΡΖ, τῷ δε ΔΠ τὸ ΜΡ, τῷ δὲ ΒΣ τὸ ΠΚ, τῷ δὲ ΣΝ τὸ ΤΙ. τὰ τέσσαρα ἄρα ΝΙ, ΔΡ,

(ρ) Κατὰ τὴν μγ. τῦ α. (σ) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (τ) Κατὰ τὴν λς. τῦ α. (υ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

ΔΡ, ΒΚ, καὶ ΣΝ + ΤΙ ἴσα ἀλλήλοις ἐςίν. (φ) ἀλλὰ τὸ μὲν ΝΙ ὀρθογώνιόν ἐςι περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. ἴση γὰρ ἡ μὲν ΙΟ τῇ ΑΒ· (χ) ἡ δὲ ΡΙ τῇ ΙΛ, (ψ) τυτέςι τῇ ΔΒ, (ω) ἔτυν τῇ ΒΓ. (α) τὰ ἄρα ΝΙ, ΔΡ, ΒΚ, ΣΝ + ΤΙ τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιόν ἐςίν. ἔςι δὲ καὶ τὸ μὲν ΓΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· (β) τὸ δὲ ΔΟ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΒΓ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφὲν τετράγωνον. (γ) καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΟ = ΝΙ + ΔΡ + ΒΚ + ΣΝ + ΤΙ + ΓΗ. (δ) τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνυ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΒΓ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ΄.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐςι τῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνυ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ, λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. χ. 12.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἀπὸ τῦ Γ ἡ ΓΕ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ, (ε) καὶ ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ. (ζ) καὶ ἐπεζεύχθωσαν

(φ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (χ) Κατὰ τὴν λδ. τῦ α. (ψ) Κατὰ τὴν ἀρημ. σημ. (ω) Κατὰ τὴν λδ. τῦ α. (α) Ἐκ τῆς κατασκ. (β) Κατὰ τὴν ἀρημ. σημ. (γ) Ἐκ τῆς κατασκ. (δ) Κατὰ τὸ θ. ἀξ. (ε) Κατὰ τὴν ια. τῦ α. (ζ) Κατὰ τὴν γ. τῦ α.

σαν αἱ ΕΑ, ΕΒ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ἤχθω ἡ ΔΖ παράλληλος τῇ ΓΕ· διὰ δὲ τοῦ Ζ, ἡ ΖΗ παράλληλος τῇ ΑΒ. (η) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΑΓ = ΓΕ. (θ) ἄρα καὶ γωνία ἡ ΓΑΕ = ΓΕΑ. (ι) ἀλλ' ἡ ΑΓΕ ὀρθή. (κ) ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑΕ, ΓΕΑ ἡμίσεια ὀρθῆς. (λ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΓΒΕ, ΓΕΒ ἡμίσεια ὀρθῆς. ὅλη ἄρα ἡ ΑΕΖ ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΔΒΖ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν, ἡ δὲ ΖΔΒ ὀρθή· ἴση γὰρ τῇ ΕΓΒ· (μ) καὶ ἡ ΔΖΒ ἄρα ἡμίσεια ὀρθῆς. (ν) ἴση ἄρα ἡ ΔΒΖ τῇ ΔΖΒ. ἄρα καὶ ἡ ΔΒ = ΔΖ. (ξ) πάλιν ἐπεὶ ἡ ΗΖΕ = ΓΒΖ. (ο) καὶ ἡ ΗΖΕ ἄρα ἡμίσεια ὀρθῆς. ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΕΖ ἡμίσεια ὀρθῆς δέδεικται. ἡ ἄρα ΗΖΕ = ΗΕΖ. ἄρα καὶ ΗΖ = ΗΕ. (π) καὶ ἐπεὶ $\overline{\text{ΑΕ}}^2 = \overline{\text{ΑΓ}}^2 + \overline{\text{ΓΕ}}^2$ (ρ) ἔστι δὲ ἡ ΑΓ = ΓΕ. (σ) τὸ ἄρα $\overline{\text{ΑΕ}}^2$ διπλάσιον τοῦ $\overline{\text{ΑΓ}}^2$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ $\overline{\text{ΕΖ}}^2$ διπλάσιον τοῦ $\overline{\text{ΗΖ}}^2$, εἴτουν τοῦ $\overline{\text{ΓΔ}}^2$. ἴση γὰρ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ. ἄρα $\overline{\text{ΑΕ}}^2 + \overline{\text{ΕΖ}}^2$ διπλάσιά εἰσι τῶν $\overline{\text{ΑΓ}}^2 + \overline{\text{ΓΔ}}^2$. ἀλλὰ $\overline{\text{ΑΕ}}^2 + \overline{\text{ΕΖ}}^2 = \overline{\text{ΑΖ}}^2$. (τ) τὸ ἄρα $\overline{\text{ΑΖ}}^2$ διπλάσιον τῶν $\overline{\text{ΑΓ}}^2 + \overline{\text{ΓΔ}}^2$. ἀλλ' $\overline{\text{ΑΖ}}^2 = \overline{\text{ΑΔ}}^2 + \overline{\text{ΔΖ}}^2$. (υ) τὰ ἄρα $\overline{\text{ΑΔ}}^2 + \overline{\text{ΔΖ}}^2$ διπλάσιά ἐστι τῶν $\overline{\text{ΑΓ}}^2 + \overline{\text{ΓΔ}}^2$. ἀλλὰ ΔΖ = ΔΒ ὡς δέδεικται. τὰ ἄρα $\overline{\text{ΑΔ}}^2 + \overline{\text{ΔΒ}}^2$ διπλάσια τῶν $\overline{\text{ΑΓ}}^2 + \overline{\text{ΓΔ}}^2$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟ-

(η) Κατὰ τὴν λα. τοῦ α. (θ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ι) Κατὰ τὴν ι. τοῦ α. (κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὴν θ. συνέπ. τῆς λβ. τοῦ α. (μ) Κατὰ τὴν κθ. τοῦ α. (ν) Κατὰ τὴν αὐτὴν συνέπ. (ξ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ α. (ο) Κατὰ τὴν κθ. τοῦ α. (π) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ α. (ρ) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (σ) Ἐκ τῆς κατασκ. (τ) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (υ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ι'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προςεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ ϗ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐςι τῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, ϗ τῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας ϗ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνυ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. πίν. Η. χ. 13.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἀπὸ τῦ Γ σημείυ ἡ ΓΕ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ, (φ) καὶ ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ. (χ) ϗ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ. καὶ διὰ μὲν τῦ Ε ἤχθω ἡ ΕΖ παράλληλος τῇ ΑΔ, διὰ δὲ τῦ Δ, ἡ ΔΖ παράλληλος τῇ ΓΕ. (ψ) καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΕΒ, ΖΔ, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. ϗ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Δειχθήσεται ὡς καὶ ἐν τῇ προλαβούσῃ προτάσει, ὅτι ἡ μὲν ΑΕΒ γωνία ὀρθή ἐςιν, ἡ δὲ ΕΒΓ ἡμίσεια ὀρθῆς. ἐπεὶ δὲ ἡ ΔΒΗ = ΕΒΓ. (ω) καὶ ἡ ΔΒΗ ἄρα ἡμίσεια ὀρθῆς. ἀλλ' ἡ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γὰρ τῇ ΔΓΕ· (α)

(φ) Κατὰ τὴν ια. τῦ α. (χ) Κατὰ τὴν γ. τῦ α. (ψ) Κατὰ τὴν λα. τῦ α. (ω) Κατὰ τὴν ἡ. τῦ α.

(α) ἄρα ϗ ἡ ΒΗΔ ἡμίσεια ὀρθῆς. (β) ἡ ἄρα ΔΒΗ = ΔΗΒ. ἄρα καὶ ΔΒ = ΔΗ. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΕΗΖ ἡμίσεια ὀρθῆς, ἡ δὲ ΕΖΗ ὀρθή· ἴση γὰρ τῇ ΕΓΔ· (γ) καὶ ἡ ΖΕΗ ἄρα ἡμίσεια ὀρθῆς. ἡ ἄρα ΕΗΖ = ΖΕΗ. ἄρα ϗ ΖΗ = ΖΕ. (δ) ϗ ἐπεὶ ΑΕ^2 = ΕΓ^2 + ΑΓ^2. (ε) ἔςι δὲ ΕΓ^2 = ΑΓ^2. ἡ γὰρ ΕΓ = ΑΓ. (ζ) τὸ ἄρα ΑΕ^2 διπλάσιον τῦ ΑΓ^2. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ϗ τὸ ΕΗ^2 διπλάσιον τῦ ΕΖ^2, εἴτυν τῦ ΓΔ^2. ἡ γὰρ ΕΖ = ΓΔ. τὰ ἄρα ΑΕ^2 + ΕΗ^2 διπλάσια τῶν ΑΓ^2 + ΓΔ^2. ἀλλὰ τὰ ΑΕ^2 + ΕΗ^2 = ΑΗ^2. (η) τὸ ἄρα ΑΗ^2 διπλάσιον τῶν ΑΓ^2 + ΓΔ^2. ἀλλ' ΑΗ^2 = ΑΔ^2 + ΔΗ^2. (θ) τὰ ἄρα ΑΔ^2 + ΔΗ^2 διπλάσια τῶν ΑΓ^2 + ΓΔ^2. ἀλλὰ ΔΗ^2 = ΒΔ^2. δέδεικται γὰρ ἡ ΔΗ = ΒΔ. τὰ ἄρα ΑΔ^2 + ΔΒ^2 διπλάσια τῶν ΑΓ^2 + ΓΔ^2. ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΑ΄.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥςε τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης ϗ τῦ ἑτέρυ τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῦ λοιπῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔςω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. χ. 14.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ τῦ Α σημείυ ἤχθω ἡ ΑΔ πρὸς ὀρθάς τε ϗ ἴση τῇ ΑΒ. ϗ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΔ κατὰ τὸ Ε, ϗ ἐπε-

(α) Κατὰ τὴν κθ. τῦ α. (β) Κατὰ τὴν θ. συνέπ. τῆς λβ. τῦ α. (γ) Κατὰ τὴν λδ. τῦ α. (δ) Κατὰ τὴν ε. τῦ α. (ε) Κατὰ τὴν μζ. τῦ α. (ζ) Ἐκ τῆς κατασκ. (η) Κατὰ τὴν μζ. τῦ α. (θ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

ἐπεζεύχθω ἡ ΕΒ. καὶ διήχθω ἡ ΔΑ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω ἡ ΕΖ ἴση τῇ ΕΒ. εἰλήφθω δὲ ἡ ΑΗ ἴση τῇ ΑΖ. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ τέτμηται κατὰ τὸ Η, ὥςε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης ΑΒ καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων ΗΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος ΑΗ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ τετράγωνα ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒ, τὸ ΑΓ· ἀπὸ δὲ τῆς ΑΗ, τὸ ΛΘ.

ΔΕΙΞΙΣ.

$\Delta Z.\ ZA + \overline{EA}^2 = \overline{EZ}^2$. (ι) ἀλλ᾽ $\overline{EZ}^2 = \overline{EB}^2$. (κ) ἄρα $\Delta Z.\ ZA + \overline{EA}^2 = \overline{EB}^2$. (λ) ἀλλ᾽ $\overline{EB}^2 = \overline{EA}^2 + \overline{AB}^2$. (μ) ἄρα $\Delta Z.\ ZA + \overline{EA}^2 = \overline{EA}^2 + \overline{AB}^2$. (ν) κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{EA}^2$. ἄρα $\Delta Z.\ ZA = \overline{AB}^2$ (ξ) ἀλλὰ τὸ ΔΖ. ΖΑ τὸ ὀρθογώνιον ΔΘ ἐςίν. ἴση γὰρ ἡ ΖΑ τῇ ΖΘ. τὸ δὲ $\overline{AB}^2$, τὸ ΑΓ τετράγωνόν ἐςιν. τὸ ἄρα $\Delta\Theta = A\Gamma$ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗ. τὸ ἄρα $H\Gamma = \Lambda\Theta$. (ο) ἀλλὰ τὸ μὲν ΗΓ ἐςὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΗΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· τὸ δὲ ΛΘ ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΗ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΒ΄.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ

(ι) Κατὰ τὴν ς. τοῦ β. (κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (μ) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (ν) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (ξ) Κατὰ τὸ γ. Ἀξ. (ο) Κατὰ τὸ ἀντ. Ἀξ.

τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπότε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, κ̀ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτε πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔςω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ΒΑΓ γωνίαν. καὶ ἤχθω ἀπὸ τῦ Β σημείυ ἐπὶ τὴν ΓΑ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζόν ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἐςὶν, ὅτι $\overline{ΒΓ}^2 = \overline{ΒΑ}^2 + \overline{ΑΓ}^2 + 2ΓΑ.ΑΔ$. χ. 15.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ $\overline{ΒΓ}^2 = \overline{ΓΔ}^2 + \overline{ΒΔ}^2$. (θ) ἀλλὰ $\overline{ΓΔ}^2 = \overline{ΓΑ}^2 + \overline{ΑΔ}^2 + 2ΓΑ.ΑΔ$. (ι) τὸ ἄρα $\overline{ΒΓ}^2 = \overline{ΓΑ}^2 + \overline{ΑΔ}^2 + \overline{ΒΔ}^2 + 2ΓΑ.ΑΔ$. (π) ἀλλ' $\overline{ΑΔ}^2 + \overline{ΒΔ}^2 = \overline{ΑΒ}^2$. (ρ) ἄρα $\overline{ΒΓ}^2 = \overline{ΓΑ}^2 + \overline{ΒΑ}^2 + 2ΓΑ.ΑΔ$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΓ'.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινύσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχυσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, κ̀ τῆς

(θ) Κατὰ τὴν μζ. τῦ α. (ι) Κατὰ τὴν δ. τῦ β. (π) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (ρ) Κατὰ τὴν μζ. τῦ α.

τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτȣ πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Ἔςω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν. καὶ ἤχθω ἀπὸ τȣ̃ Α σημείȣ ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλαττόν ἐςι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΑ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, τȣτέςιν ὅτι $\overline{A\Gamma}^2 + 2\Gamma B.\, B\Delta = \overline{\Gamma B}^2 + \overline{BA}^2$. χ. 16.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὰ $\overline{B\Gamma}^2 + \overline{B\Delta}^2 = 2\Gamma B.\, B\Delta + \overline{\Gamma\Delta}^2$. (σ) κοινὸν προσκείσθω τὸ $\overline{A\Delta}^2$. ἄρα $\overline{B\Gamma}^2 + \overline{B\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2 = 2\Gamma B.\, B\Delta + \overline{\Gamma\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2$. (τ) ἀλλὰ τὰ μὲν $\overline{B\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2 = \overline{AB}^2$· τὰ δὲ $\overline{\Gamma\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2 = \overline{A\Gamma}^2$. (υ) ἄρα καὶ $\overline{A\Gamma}^2 + 2\Gamma B.\, B\Delta = \overline{B\Gamma}^2 + \overline{AB}^2$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δὲ ἡ κάθετος ΑΔ ἐκτὸς τȣ̃ τριγώνȣ πίπτῃ, (ὡς ἐν τῷ 17 χ.) δειχθήσεται ȣ̔́τω· Τὸ $\overline{AB}^2 = \overline{A\Delta}^2 + \overline{B\Delta}^2$. (φ) ἀλλὰ τὸ $\overline{B\Delta}^2 = 2\Delta\Gamma.\, B\Gamma + \overline{\Gamma B}^2 + \overline{\Gamma\Delta}^2$. (χ) ἄρα $\overline{AB}^2 = 2\Delta\Gamma.\, B\Gamma + \overline{\Gamma B}^2 + \overline{\Gamma\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2$. (ψ) ἀλλὰ $\overline{\Gamma\Delta}^2 + \overline{A\Delta}^2 = \overline{A\Gamma}^2$. (ω) ἄρα $\overline{AB}^2 = 2\Delta\Gamma.\, B\Gamma + \overline{\Gamma B}^2 + \overline{A\Gamma}^2$. κοινὸν προσκείσθω τὸ $\overline{B\Gamma}^2$. ἄρα $\overline{AB}^2 + \overline{B\Gamma}^2 = 2\Delta\Gamma.\, B\Gamma + 2\overline{\Gamma B}^2 + \overline{A\Gamma}^2$. (α) ἀλλὰ $\Delta\Gamma.\, B\Gamma + \overline{B\Gamma}^2 = \Delta B.\, B\Gamma$. (β) ἔνθεντοι καὶ $2\Delta\Gamma.\, B\Gamma + 2\overline{B\Gamma}^2 = 2\Delta B.\, B\Gamma$. (γ) ἄρα $\overline{A\Gamma}^2 + 2\Delta B.\, B\Gamma = \overline{AB}^2 + \overline{B\Gamma}^2$.

ΠΡΟ-

(σ) Κατὰ τὴν ζ. τȣ̃ β. (τ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (υ) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (φ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (χ) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ β. (ψ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (ω) Κατὰ τὴν μζ. τȣ̃ α. (α) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (β) Κατὰ τὴν γ. τȣ̃ β. (γ) Κατὰ τὸ ς. Ἀξ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΔ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συςήσασθαι.

Ἔςω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον Α. χ. 18.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Συνεςάτω τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΒΔ. (δ) εἰ μὲν οὖν ἴση ἐςὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δ' οὔ, μία τῶν ΒΕ, ΕΔ μείζων ἐςίν. ἔςω δὴ μείζων ἡ ΒΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΕΖ. (ε) καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ δίχα κατὰ τὸ Η. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαςήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΒ, ΗΖ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΘΖ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφόμενον τετράγωνον ἴσον ἐςὶ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ Α. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΗΘ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὰ $BE.EZ + \overline{HE}^2 = \overline{HZ}^2$. (ζ) ἀλλ' $\overline{HZ}^2 = \overline{H\Theta}^2$. ἴση γὰρ ἡ ΗΖ τῇ ΗΘ. (η) τὰ ἄρα $BE.EZ + \overline{HE}^2 = \overline{H\Theta}^2$. (θ) ἀλλ' $\overline{H\Theta}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{E\Theta}^2$. (ι) τὰ ἄρα $BE.EZ + \overline{HE}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{E\Theta}^2$. (κ) κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ $\overline{HE}^2$. τὸ ἄρα $BE.EZ = \overline{E\Theta}^2$. ἀλλὰ τὸ ΒΕ. ΕΖ ἐςὶ τὸ ὀρθογώνιον ΒΔ. ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΔ. (λ) τὸ ἄρα ΒΔ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ τετραγώνῳ. ἀλλὰ καὶ τὸ εὐθύγραμμον Α ἴσον τῷ ΒΔ. (μ) τὸ ἄρα εὐθύγγραμμον Α ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ τετραγώνῳ. (ν).

Περὶ

(δ) Κατὰ τὴν με. τοῦ α. (ε) Κατὰ τὴν γ. τοῦ α. (ζ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ β. (η) Κατὰ τὸ δ. πόρισ. (θ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (ι) Κατὰ τὴν μζ. τοῦ α. (κ) Κατὰ τὸ αὐτὸ ἀξ. (λ) Ἐκ τῆς κατασκ. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ν) Κατὰ τὸ αὐτὸ ἀξ.

Περὶ καταμετρήσεως τῶν εὐθυγράμμων χημάτων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Α'.

Τȣ̃ δοθέντος ὀρθογωνίȣ ΑΒΓΔ τὸ ἐμβαδὸν, εἴτȣν τὸ ὑπ' αὐτȣ̃ περιεχόμενον χωρίον, καταμετρῆσαι. χ. 19.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τῷ αὐτῷ μέτρῳ καταμετρηθήτω τό, τε ὕψος ΑΒ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ καὶ ἡ βάσις ΒΓ. καὶ ἔςω τὸ μὲν ἴσον ποσὶ 5, ἡ δὲ, 6. καὶ πολλαπλασιασθήτω τὸ ὕψος ΑΒ διὰ τῆς βάσεως ΒΓ, εἴτȣν ὁ 5 διὰ τȣ̃ 6. λέγω, ὅτι τὸ γινόμενον 30, ὅπερ τριάκοντα ἐμφαίνει ποδιαῖα τετράγωνα, ἴσον ἐςὶ τῷ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ ἐμβαδῷ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐὰν ἡ ΑΒ ἐπὶ τὴν ΒΓ φέρηται, ἐπὶ μὲν τὸ Ε ἀφικομένη, πέντε καταγράψει τετράγωνα· ἐπὶ δὲ τὸ Ζ, ἔτι πέντε, ϗ ἐφ' ἕκαςον δὲ τῶν ἑξῆς σημείων Η, Θ, Ι, Γ ὁμοίως ἀνὰ πέντε. ἐπὶ τὸ Γ ἄρα σημεῖον καταντήσασα 30 καταγράψει. ἅπερ δῆλον, ὅτι ἴσα εἰσὶ τῷ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ ἐμβαδῷ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'.

Τȣ̃ δοθέντος παραλληλογράμμȣ ΑΓΔΒ τὸ ἐμβαδὸν καταμετρῆσαι. χ 20.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΓΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει ΑΒ, τὸ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ ὕψος ἐμφαίνȣσα. καὶ κοινῷ καταμετρηθήτω μέτρῳ τό, τε ὕψος ΓΖ ϗ ἡ βάσις ΑΒ. ϗ ἔςω τὸ μὲν ΓΖ = 3· ἡ δὲ ΑΒ = 4 ποσί. λέγω ὅτι τὸ γινόμενον ἐκ τȣ̃ ὕψȣς καὶ τῆς βάσεως, ἤτοι τὸ 12 ἴσον ἐςὶ τῷ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ ἐμβαδῷ. ἐκβεβλήσθω θω γὰρ ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Η· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἡ ΔΗ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΗ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΖΓΔΗ ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ· (ξ) ἔστι δὲ καὶ ἡ ΖΗ βάσις ἴση τῇ ΑΒ· (ο) ἑκατέρα γὰρ ἴση τῇ ΓΔ· (π) τὸ δὲ τοῦ ὀρθογωνίου ἐμβαδὸν ἴσον τῷ γινομένῳ ἐκ τοῦ ὕψους καὶ τῆς βάσεως, εἴτουν τῷ 12. (ρ) καὶ τὸ τοῦ παραλληλογράμμου ἄρα ἐμβαδὸν ἴσον τῷ ἐκ τοῦ ὕψους καὶ τῆς βάσεως γινομένῳ 12, τουτέστι δώδεκα ποδιαίοις τετραγώνοις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ΄.

Τοῦ δοθέντος τριγώνου ΑΒΓ τὸ ἐμβαδὸν καταμετρῆσαι. Σχ. 21.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΒΔ κάθετος τῇ ΑΓ, τὸ τοῦ τριγώνου ὕψος ἐμφαίνουσα. καὶ καταμετρείσθω τό, τε ΒΔ, καὶ ἡ ΑΓ. καὶ ἔστω τὸ μὲν ἴσον δακτύλοις (σ) 7· ἡ δὲ, 8. λέγω, ὅτι τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου ἐκ τοῦ ὕψους καὶ τῆς βάσεως, ἤτοι τὸ 28 ἴσον ἐστὶ τῷ τοῦ τριγώνου ἐμβαδῷ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ Β ἡ ΒΕ παράλληλος τῇ ΑΓ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ, ἡ ΓΕ παράλληλος τῇ ΑΒ καὶ συμπιπτέτωσαν αἱ ΒΕ, ΓΕ κατὰ τὸ Ε.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ τοῦ ΑΕ παραλληλογράμμου ἐμβαδὸν ἴσον ἐστὶ τῷ γινομένῳ ἐκ τοῦ ὕψους ΒΔ, καὶ τῆς βάσεως ΑΓ, εἴτουν τῷ 56. (τ) ἀλλὰ τὸ τρίγωνον ΑΒΓ τὸ ἥμισυ ἐστὶ τοῦ ΑΕ παραλληλογράμμου. (υ) τὸ ἄρα τοῦ τριγώνου ἐμβαδὸν ἴσον τῷ ἡμίσει

(ξ) Κατὰ τὴν λε. τοῦ α. (ο) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (π) Κατὰ τὴν λδ. τοῦ α. (ρ) Κατὰ τὸ α. πρόβλ. (σ) Ὁ ποῦς εἰς 12 διαιρεῖται μέρη, δακτύλους καλούμενα· ὁ δὲ δάκτυλος, εἰς γραμμὰς 12. (τ) Κατὰ τὸ β. πρόβλ. (υ) Κατὰ τὴν λδ. τοῦ α.

ἡμίσει τοῦ γινομένου ἐκ τοῦ ὕψους καὶ τῆς βάσεως, ἤτοι 28 δακτυλιαίοις τετραγώνοις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ'.

Παντὸς δοθέντος εὐθυγράμμου, οἷον τοῦ ΑΒΓΔΕ, τὸ ἐμβαδὸν καταμετρῆσαι. Σχ. 22.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀπὸ μιᾶς τοῦ σχήματος γωνίας, οἷον τῆς Α, ἐπὶ τὰς λοιπὰς εὐθειῶν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΓ, ΑΔ, εἰς τρίγωνα μεριζέσθω τὸ σχῆμα. καὶ ἤχθω ἐφ' ἑκάστην τῶν τριγώνων βάσιν κάθετος. οἷον, ἐπὶ μὲν τὴν ΑΓ, ἡ ΒΘ· ἐπὶ δὲ τὴν ΓΔ, ἡ ΑΖ· ἐπὶ δὲ τὴν ΑΔ, ἡ ΕΗ. καταμετρηθήτω δὲ ἑκάστη τούτων, καὶ ἕκαστον ὕψος. καὶ ἔστω δὴ τὸ μὲν ΒΘ = 3, ἡ δὲ ΑΓ = 6· τὸ δὲ ΑΖ = 5, ἡ δὲ ΓΔ = 4· τὸ δὲ ΕΗ = 2, ἡ δὲ ΑΔ = 8, δακτύλοις. λέγω, ὅτι τὸ τοῦ σχήματος ἐμβαδὸν ἴσον ἐςὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀθροίσματος τῶν γινομένων ἐξ ἑκάστου ὕψους καὶ βάσεως, ἤτοι ἴσον (φ) $\frac{3.6+5.4+2.8}{2}=\frac{18+20+16}{2}=\frac{54}{2}=27$ δακτυλιαίοις τετραγώνοις.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ εὐθύγραμμον ΑΒΓΔΕ ἴσον ἐςὶ τοῖς τριγώνοις ΑΒΓ, ΑΓΔ, ΑΔΕ. ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒΓ τὸ ἐμβαδὸν $=\frac{3.6}{2}$, τοῦ δὲ ΑΓΔ ἴσον $\frac{5.4}{2}$, τοῦ δὲ ΑΔΕ ἴσον $\frac{2.8}{2}$. πάντων ἄρα ὁμοῦ τῶν τριγώνων, εἴτουν τοῦ εὐθυγράμμου τὸ ἐμβαδὸν ἴσον $\frac{3.6+5.4+2.8}{2}=27$.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἰςέον, ὅτι εἰσί τινα μεγέθη ἀσύμμετρα, ὅπερ ἐςὶ κοινῷ μὴ καταμετρούμενα μέτρῳ. ἐὰν οὖν τὸ τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου ὕψος καὶ ἡ βάσις τοιαῦτα ᾖ, διαιρετέ-

(φ) Ὅρα τὴν ἐν τοῖς ὁρισμοῖς τοῦ β. βιβλ. σημ.