ἡ ΚΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω κατὰ τὸ συνεχές, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΗ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Θ. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἤχθω ἡ ΘΛ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΗΑ, ΓΚ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΕΒ, ΚΛ, καὶ συμπιπτέτωσαν τῇ ΘΛ κατὰ τὰ Μ καὶ Λ σημεῖα. Λέγω, ὅτι τὸ ΒΛ ἐστὶ τὸ ζητούμενον παραλληλόγραμμον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΒ. (θ) ἀλλὰ καὶ τὸ Γ τρίγωνον ἴσον τῷ ΓΒ. (ι) τὸ ΒΛ ἄρα παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ δοθέντι τριγώνῳ Γ. (κ) καὶ παραβέβληται μὲν παρὰ τὴν δοθεῖσαν ΑΒ, ἔχει δὲ καὶ γωνίαν τὴν ΜΒΑ ἴσην τῇ δοθείσῃ Δ. (ἡ μὲν γὰρ ΜΒΑ ἴση τῇ ΕΒΗ, (λ) τῇ δὲ ΕΒΗ ἴση ἡ Δ.) (μ) τὸ ΒΛ ἄρα παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ζητούμενον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΜΕ΄.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ Ε. σχ. 75.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ, καὶ συνεστάτω τὸ ΚΗ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, περιέχον καὶ γωνίαν τὴν ΖΚΘ ἴσην τῇ δοθείσῃ Ε. (ν) παρὰ δὲ τὴν ΗΘ παραβεβλήσθω παραλληλόγραμμον τὸ ΘΛ ἴσον τῷ ΓΔΒ τριγώνῳ, περιέχον καὶ γωνίαν τὴν ΛΗΘ ἴσην τῇ

ΗΘΚ

(θ) Κατὰ τὴν μγ. πρότ. (ι) Ἐκ τῆς κατασκ. (κ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (λ) Κατὰ τὴν ιε. πρότ. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ν) Κατὰ τὴν μβ. πρότ.

ΗΘΚ. (ξ) λέγω, ὅτι τὸ ΚΛ ἐστὶ τὸ ζητέμενον παραλληλόγραμμον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ μὲν ΚΗ παραλληλόγραμμον ἶσον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΘΛ τῷ ΓΔΒ. (ο) ὅλον ἄρα τὸ ΚΛ ἶσον ὅλῳ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ΑΒΓΔ. ἔχει δὲ καὶ γωνίαν τὴν ΖΚΜ ἴσην τῇ δοθείσῃ Ε. (π) τὸ ΚΛ ἄρα τὸ ζητέμενόν ἐστιν.

Ὅτι δὲ αἱ ΖΗ, ΚΘ ἐπ' εὐθείας κεῖνται ταῖς ΗΛ, ΘΜ, δείξεις ὕτως· Αἱ γωνίαι ΖΗΘ, ΗΘΚ ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς. (ρ) ἀλλ' ἡ ΛΗΘ ἴση τῇ ΗΘΚ. (σ) ἄρα καὶ αἱ ΖΗΘ, ΛΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἡ ΖΗ, τῇ ΗΛ. (τ) πάλιν αἱ ΛΗΘ ΜΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. (υ) ἀλλ' ἡ ΛΗΘ ἴση τῇ ΗΘΚ. (φ) ἄρα καὶ αἱ ΜΘΗ, ΗΘΚ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. καὶ ἡ ΚΘ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΘΜ. (χ).

ΣΥΝΕΠΕΙΑ.

Ἐντεῦθεν δῆλον, ὡς καὶ δυσὶ, καὶ πλείοσιν εὐθυγράμμοις ἶσον ἔνεστι παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, καὶ τὴ διαφορὰν εὑρεῖν τὴν μεταξὺ δύω δοθέντων εὐθυγράμμων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΜϚ΄.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. σχ. 76.

ΚΑ-

(ξ) Κατὰ τὴν μδ. πρότ. (ο) Ἐκ τῆς κατασκ. (π) Ὡσαύτως. (ρ) Κατὰ τὴν κθ. πρότ. (σ) Ἐκ τῆς κατασκ. (τ) Κατὰ τὴν ιδ. πρότ. (υ) Κατὰ τὴν κθ. πρότ, (φ) Ἐκ τῆς κατασκ. (χ) Κατὰ τὴν ιδ. πρότ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἡ ΑΔ ἴση τε (ψ) καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ. (ω) καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Δ ἤχθω ἡ ΔΕ παράλληλος τῇ ΑΒ, ἀπὸ δὲ τοῦ Β ἡ ΒΕ παράλληλος τῇ ΑΔ. (α) λέγω, ὅτι τὸ ΑΕ τὸ ζητούμενον τετράγωνόν ἐστι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμόν ἐστιν. (β) ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. (γ) ἀλλ' ἡ ΑΔ ἴση τῇ ΑΒ. (δ) αἱ τέσσαρες ἄρα ΑΒ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ δὲ αἱ Α, Β γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. (ε) ἐστι δὲ ἡ Α ὀρθή. (ζ) καὶ ἡ Β ἄρα ὀρθή ἐστιν. ἀλλ' ἡ μὲν Α ἴση τῇ Ε, ἡ δὲ Β τῇ Δ. (η) ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν Ε, Δ. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον, τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον. τὸ ζητούμενον ἄρα ἐστί. (θ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΜΖ'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσόν ἐστι τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχον τὴν ΒΑΓ γωνίαν. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσόν ἐστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. σχ. 77.

ΚΑ-

(ψ) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (ω) Κατὰ τὴν ια. πρότ. (α) Κατὰ τὴν λα. πρότ. (β) Ἐκ τῆς κατασκ. (γ) Κατὰ τὴν λδ. πρότ. (δ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ε) Κατὰ τὴν κθ. πρότ. (ζ) Ἐκ τῆς κατασκ. (η) Κατὰ τὴν λδ. πρότ. (θ) Κατὰ τὸν ιβ. ὁρισ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τὸ ΒΕ τετράγωνον, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ, τὰ ΗΒ, ΘΓ. (ι) καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ ἤχθω παράλληλος ἡ ΑΛ. (κ) καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΓΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΑΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒΔ. (λ) κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΒΓ. ἡ ἄρα ΖΒΓ ἴση τῇ ΑΒΔ. (μ) ἐν τοῖς τριγώνοις ΖΒΓ, ΑΒΔ, ἡ μὲν ΖΒ ἴση τῇ ΒΑ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΒΔ, (ν) καὶ γωνία ἡ ΖΒΓ τῇ ΑΒΔ. τὸ τρίγωνον ἄρα ΖΒΓ ἴσον τῷ ΑΒΔ. (ξ) καὶ ἔστι τοῦ μὲν ΖΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον· (ο) βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς ΖΒ, ΗΓ· τοῦ δὲ ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ ἔχουσι τὴν αὐτὴν, τὴν ΒΔ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις, ταῖς ΒΔ, ΑΛ. ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΗ τῷ ΒΛ. (π) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΚ, ΑΕ, δειχθήσεται τὸ ΓΘ ἴσον τῷ ΓΛ. ὅλον ἄρα τὸ ΒΕ ἴσον τοῖς ΒΗ, ΓΘ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΒΕ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον, τὸ δὲ ΒΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ, τὸ δὲ ΓΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσόν ἐστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τερτραγώνοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΜΗ΄.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύω πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περι-

---

(ι) Κατὰ τὴν μϛ. πρότ. (κ) Κατὰ τὴν λα. πρότ. (λ) Ἐκ τῆς κατασκ. (μ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (ν) Ἐκ τῆς κατασκ. (ξ) Κατὰ τὴν δ. πρότ. (ο) Κατὰ τὴν μα. πρότ. (π) Κατὰ τὸ ϛ. ἀξ.

περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύω πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Τριγώνου τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις. λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ΒΑΓ γωνία. Σχ. 78.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ, (ρ) καὶ ἴση τῇ ΑΒ. (σ) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. (τ) κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΑΓ. (υ) ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ· (φ) τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΑΓ, τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. (χ) τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. καὶ ἡ ΒΓ ἄρα ἴση τῇ ΔΓ. ἐν τοῖς τριγώνοις οὖν ΓΑΒ, ΓΑΔ, ἡ μὲν ΒΑ ἴση τῇ ΑΔ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΓΑ κοινή. καὶ γωνία ἄρα ἡ ΒΑΓ ἴση τῇ ΔΑΓ. (ψ) ἀλλ' ἡ ΔΑΓ ὀρθή. (ω) καὶ ἡ ΒΑΓ ἄρα ὀρθή ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΒΙΒΛΙΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ

ΟΡΙΣΜΟΙ.

Α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, ὃ καὶ ὀρθογώνιον καλεῖν εἰώθασιν, οἷον τὸ ΑΓΕΖ, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύω τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθει-

(ρ) Κατὰ τὴν ια. πρότ. (σ) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (τ) Ἴση γὰρ ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ. (υ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (φ) Ἐξ ὑποθ. (χ) Κατὰ τὴν μζ. πρότ. (ψ) Κατὰ τὴν η. πρότ. (ω) Ἐκ τῆς κατασκ.

εὐθειῶν, οἷον τῶν ΓΑ, ΑΖ. τέτων ἡ μὲν τὸ ὕψος, ἡ δὲ τὴν βάσιν· ἢ, ἡ μὲν τὸ μῆκος, ἡ δὲ τὸ πλάτος τῦ ὀρθογωνίυ ἐμφαίνει. πίν. ζ. σχ. 1.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Γίνεται τὸ ὀρθογώνιον ἤτοι τῦ ὕψυς ΑΓ ἐπὶ τὴν βάσιν ΑΖ, ἢ τὔμπαλιν τῆς βάσεως ΑΖ ἐπὶ τὸ ὕψος φερομένης. εὐθέντοι ὡς ἐκ τῦ πολλαπλασιασμῦ τῦ ὕψυς κ) τῆς βάσεως τὸ τῦ ὀρθογωνίυ χωρίον ἐννοῦμεν γίνεσθαι. ἐὰν γὰρ τό τε ὕψος (σχ. 2.) ΑΓ, κ) τὴν βάσιν ΑΖ εἰς μέρη ὁποιαῦν ἀλλήλοις ἴσα διέλῃς· οἷον τὸ μὲν εἰς 4, τὴν δὲ εἰς 8· τοσαῦτα ἔσονται τὰ τετράγωνα τὰ ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ ΑΓΕΖ περιεχόμενα, εἴτυν ἐκ τοσέτων τετραγώνων σύγκειται ἡ τῦ ὀρθογωνίυ ΑΓΕΖ ἐπιφάνεια, ὅσαι μονάδες ἐν τῷ γινομένῳ ἐκ τῦ 4 καὶ τῦ 8. ὅπερ ἐςὶ 16. σημαίνομεν δὲ τὸ ὀρθογώνιον, λέγοντες, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΖ, (σχ. 1.) ἢ τὸ ἐκ τῶν ΑΓ. ΑΖ, (ςίζοντες δηλαδὴ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΑΖ, ὅπερ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἐμφαίνει.) ἢ τὸ ΑΓΕΖ, ἢ τὸ ΑΕ, ἢ τὸ ΓΖ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Διὰ τῶν Α, Β, Γ κ) τῶν ἑξῆς ςοιχείων πᾶν ὁτιῦν ἐμφαίνεται πρᾶγμα. κ) δύω μὲν παράλληλοι εὐθεῖαι μεταξὺ αὐτῶν σημαίνυσιν ἰσότητα· οἷον $Α = Β$, σημαίνει, ὅτι τὸ Α ἴσόν ἐςι τῷ Β· τὸ δὲ $Α + Β$, τὸ Α σὺν τῷ Β, εἴτυν τὸ κεφάλαιον τῶν Α κ) Β. τὸ δὲ $Α - Β$, τὸ Α ἀφαιρεθέντος τῦ Β, τυτέςι τὴν διαφορὰν τὴν μεταξὺ τῦ Α κ) Β· τὸ δὲ Α. Β, ἢ $Α \times Β$, τὸ γινόμενον ἐκ τῦ πολλαπλασιασμῦ τῦ Α διὰ τῦ Β. λέγεται δὲ τὸ μὲν +, μᾶλλον, ἢ πλέον· τὸ δὲ −, ἧττον, ἢ μεῖον. τὸ δὲ Α. Β, ἢ $Α \times Β$, Α ἐν Β. τὸ δὲ $\overline{Α}^2$, ἢ $\overline{ΑΓ}^2$, τὸ τετράγωνον ἐμφαίνει τὸ ἀπὸ τῦ Α, ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ εὐθείας. συντομίας δὲ χάριν τύτοις χρώμεθα τοῖς σημείοις.

Β'. Παντὸς παραλληλογράμμε χωρὶς τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῦ ἓν παραλληλόγραμμον ὁποιονῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, Γνώμων καλείσθω· εἶτεν τῦ παραλληλογράμμε ΑΒ ἓν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΕ, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι ΘΔ, ΔΖ γνώμων καλεῖται. καταγγέλλεται δὲ διὰ τῆς τῦ κύκλυ περιφερείας ΚΛΜ. σχ. 3.

Γ. Ὕψος παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν ἀγομένη κάθετος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α'.

Ἐὰν ὦσι δύω εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύω εὐθειῶν ἴσον ἐςὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτυ καὶ ἑκάςυ τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔςωσαν δύω εὐθεῖαι, αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα. Λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπό τε τῶν ΑΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΕ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΕΓ. σχ. 4.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω. ἀπὸ τῦ Β σημείυ τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΖ. (α) καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΒΗ. (β) καὶ διὰ μὲν τῦ Η, ἤχθω ἡ ΗΘ παράλληλος τῇ ΒΓ· διὰ δὲ τῶν Δ, Ε, Γ, αἱ ΔΚ, ΕΛ, ΓΘ τῇ ΒΗ παράλληλοι. (γ).

ΔΕΙ-

(α) Κατὰ τὴν ια. πρότ. τῦ α. β. (β) Κατὰ τὴν γ. τῦ α. β. (γ) Κατὰ τὴν λα. τῦ α. β.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΒΘ ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τοῖς ΒΚ, ΔΛ, ΕΘ ὀρθογωνίοις. (δ) ἀλλὰ τὸ ΒΘ ὀρθογώνιόν ἐςι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· (ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΒΗ.) (ε) τὰ δὲ ΒΚ, ΔΛ, ΕΘ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ, καὶ ΑΒ, ΔΕ· (ἴση γὰρ ἡ ΔΚ τῇ ΒΗ, εἴτουν τῇ ΑΒ) καὶ ΑΒ, ΕΓ (ἴση γὰρ ἡ ΕΛ τῇ ΒΗ, τουτέςι τῇ ΑΒ.) περιέχεται. Τὸ ὀρθογώνιον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπότε τῶν ΑΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΕ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΕΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Β'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης ΑΒ τετραγώνῳ. χ. 5.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΒΕΔ. (ζ) καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΕ παράλληλος ἡ ΓΖ. (η)

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ τετράγωνον ΑΕ = ΓΕ + ΑΖ. (θ) ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΕ ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης ΑΒ τετράγωνον· τὸ δὲ ΓΕ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· (ἴση γὰρ

(δ) Κατὰ τὸ θ. ἀξ. (ε) Ἐκ τῆς κατασκ. (ζ) Κατὰ τὴν μϛ. τοῦ α. (η) Κατὰ τὴν λα. τοῦ α. (θ) Κατὰ τὸ θ. ἀξ.

ἡ ΕΒ τῇ ΑΒ) τὸ δὲ ΑΖ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης ΑΒ τετραγώνῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Γ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου. σχ. 6.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ. (ι) καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦ Α ἤχθω ἡ ΑΖ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ, ΒΕ. (κ)

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ ΑΕ $=$ ΑΔ $+$ ΓΕ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΕ ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον· (ἴση γὰρ ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ, (λ) ἤτουν τῇ ΒΓ.) (μ) τὸ δὲ ΑΔ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τὸ δὲ ΓΕ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον. (ν) τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἄρα περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου.

ΠΡΟ-

(ι) Κατὰ τὴν μστ. τοῦ α. βιβλ. (κ) Κατὰ τὴν λα. τοῦ αὐτ. (λ) Κατὰ τὴν λδ. τοῦ αὐτ. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ν) Ἐκ τῆς κατασκ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Δ΄.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἔσαι τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐυθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. χ. 7.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. καὶ διὰ μὲν τῦ Γ ἤχθω ἡ ΓΖ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΕ· διὰ δὲ τῦ Η, ἡ ΘΚ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΔΕ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΑΒ = ΑΔ. (ξ) ἄρα καὶ γωνία ἡ ΑΒΔ = ΑΔΒ. (ο) ἀλλ᾽ ἡ ΔΑΒ ὀρθή ἐστιν. (π) ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒΔ, ΑΔΒ ἡμίσεια ὀρθῆς. (ρ) καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΓΗ = ΒΑΘ· (σ) ὀρθὴ δὲ ἡ ΒΑΘ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ΒΓΗ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΓΒΗ ἡμίσεια ὀρθῆς, ὡς δέδεικται, καὶ ἡ ΓΗΒ ἄρα ἡμίσεια ὀρθῆς. (τ) ἄρα καὶ ἡ ΓΒ = ΓΗ. (υ) ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΓΒ = ΗΚ, ἡ δὲ ΓΗ = ΒΚ. τὸ ἄρα ΓΚ ἰσόπλευρόν ἐστι. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΗΓΒ, ΓΒΚ, καὶ τῇ μὲν ΗΓΒ = ΗΚΒ, τῇ δὲ ΓΒΚ = ΓΗΚ. (φ) ὀρθογώνιον ἄρα τὸ ΓΚ. ἀλλὰ δέδεικται καὶ ἰσόπλευ-

(ξ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ο) Κατὰ τὴν ε. τῦ α. (π) Ἐκ τῆς κατασκ. (ρ) Κατὰ τὴν θ. σύνέπ. τῆς λβ. τῦ α. (σ) Κατὰ τὴν κθ. τῦ α. (τ) Κατὰ τὴν ἀντ. συνέπ. (υ) Κατὰ τὴν ϛ. τῦ α. (φ) Κατὰ τὴν λδ. τῦ α.

πλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὀρθογώνιον· (ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΓΒ, ὡς δέδεικται.) ὃ καὶ ἴσον τῷ ΗΕ. τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΕ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον. καὶ ἐπεὶ ΑΕ = ΘΖ + ΓΚ + ΑΗ + ΗΕ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὰ περὶ τὴν διάμετρον τοῦ τετραγώνου παραλληλόγραμμα, τετράγωνά εἰσιν, ὡς ἐκ τῶν δειχθέντων δῆλον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ε′.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ. χ. 8.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ἤχθω ἡ ΔΗ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ· διὰ δὲ τοῦ Θ, ἡ ΚΜ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Α ἡ ΑΚ παράλληλος ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ.