

ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλή-
λαις αἰ εὐθείαι.

Πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ
 B , δύο εὐθεῖαι αἰ BE , BD , μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
κείμεναι, τὰς ABE , ABD γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποι-
εῖτωσαν. Λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ GB ἢ BD . χ . 38.

ΔΕΙΞΙΣ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔσω ἢ BE ἐπ' εὐθείας τῇ GB . αἰ ἄρα
 ABE , ABD γωνίαι ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς. (ω) ἀλλὰ καὶ αἰ
 ABE , ABD ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς. (α) αἰ ἄρα ABE , ABD , ἴσαι
ταῖς ABE , ABD . (β) κοινὴ ἀφηρέθω ἢ ABE . λοιπὴ ἄρα
ἢ ABE ἴση λοιπῇ τῇ ABD . (γ) τὸ μέρος τῷ ὅλῳ, ὅπερ
ἀπέπον. ἐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἢ BE τῇ GB . ὁμοίως δὲ
δείξομεν, ὅτι ἐστὶ ἀλλή τις πλὴν τῆς BD . ἢ BD ἄρα
ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ GB . ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΕ.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς
κατὰ κορυφῶν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποι-
ήσῃσι.

Δύο εὐθεῖαι αἰ AB , CD τεμνέτωσαν ἀλλήλας κα-
τὰ τὸ E σημεῖον. λέγω ὅτι αἰ κατὰ κορυφῆν γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἢ μὲν BEA τῇ GED , ἢ δὲ BEF
τῇ AED . χ . 39.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἰ γωνίαι BEA , BEF ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς. (δ) ἀλλὰ
καὶ αἰ BEF , GED ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς. (ε) ἄρα αἰ BEA ,
 BEF ἴσαι ταῖς BEF , GED . (ζ) ἀφηρέθω ἢ κοινὴ BEF .

(ω) Κατὰ τὸν ζ. ὄρισμ. (α) Ἐξ ὑποθ. (β) Κατὰ τὸ α. Ἄξ.
(γ) Κατὰ τὸ γ. Ἄξ. (δ) Κατὰ τὴν ιγ. πρότ. (ε) Κατὰ τὴν
αὐτήν. (ζ) Κατὰ τὸ κ. Ἄξ.

ἡ ἄρα ΒΕΔ ἴση τῇ ΓΕΔ. (η) πάλιν, ἡ ΒΕΓ σὺν τῇ ΒΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΕΔ σὺν τῇ ΛΕΔ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς. ἄρα ἡ ΒΕΓ σὺν τῇ ΒΕΔ ἴσαι τῇ ΒΕΔ σὺν τῇ ΛΕΔ. κινήσασθω ἡ ΒΕΔ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕΓ ἴση λοιπῇ τῇ ΛΕΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ΄.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν.

Ἐσὼ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήθω αὐτῆ μιᾶς πλευρᾶς ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Λ. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ΛΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, τῶν ΓΑΒ, ΑΒΓ. χ. 40.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήθω δίχα ἡ ΑΓ κατὰ τὸ Ε. (θ) καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ (ι) ἐκβεβλήθω ἐπὶ τὸ Ζ. (κ) καὶ κείθω ἡ ΒΕ ἴση τῇ ΕΖ. (λ) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΖΕΓ, ΛΕΒ, ἡ μὲν ΓΕ ἴση τῇ ΕΑ, (μ) ἡ δὲ ΖΕ τῇ ΕΒ, (ν) καὶ γωνία ἡ ΖΕΓ τῆ ΑΕΒ. (ξ) ἄρα καὶ ἡ ΕΓΖ, εἴτεν ἡ ΑΓΖ γωνία ἴση τῇ ΕΑΒ, ἥτοι τῇ ΓΑΒ. (ο) ἀλλ' ἡ ΑΓΔ μείζων τῆς ΑΓΖ. (π) μείζων ἄρα καὶ τῆς ΓΑΒ. ὁμοίως δὲ τῆς ΒΓ διατμηθείσης, καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΑΕ, καὶ ἐκβληθείσης ἐπὶ τὸ Ζ, ὥστε τὴν ΕΖ ἴσην εἶναι τῇ ΑΕ, καὶ

Β

τῆς

(η) Κατὰ τὸ γ. Ἄξ. (θ) Κατὰ τὴν ι. πρότ. (ι) Κατὰ τὸ α. Ἄξ. (κ) Κατὰ τὸ β. Ἄξ. (λ) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (μ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ν) Ἐκ τῆς κατασκ. (ξ) Κατὰ τὴν ιε. πρότ. (ο) Κατὰ τὴν δ. πρότ. (π) Κατὰ τὸ η. Ἄξ.

τῆς ΖΓ δὲ ἐπιζευχθείσης, καὶ ἐκβληθείσης, δειχθήσεται ἡ ΑΓΔ μείζων τῆς ΑΒΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντα μεταλαμβάνοντα.

Δηλὴ ἡ πρότασις αὕτη ἐκ τῶν τῆς ΑΒ΄. προτάσεως. συνεπειῶν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ΄.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἐξω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, μείζονα ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς ΑΒ. λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΓΑ. χ. 41.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω ἡ ΑΔ ἴση τῇ ΑΒ. (ρ) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἴση τῇ ΑΔ, (σ) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΑΒΔ ἴση τῇ ΑΔΒ. (τ) ἀλλ' ἡ ΑΒΓ μείζων τῆς ΑΒΔ. (υ) ἄρα μείζων καὶ τῆς ΑΔΒ. ἀλλ' ἡ ΑΔΒ μείζων τῆς ΒΓΑ. (φ) πολλῶ μᾶλλον ἄρα ἡ ΑΒΓ μείζων τῆς ΒΓΑ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΘ΄.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν, ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Ἐξω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, μείζονα ἔχον τὴν Β γωνίαν τῆς Γ. λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ, πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστὶ. χ. 42.

ΔΕΙΞΙΣ

Ἐπιλήφθω τὴν γ. πρότ. (σ) Ἐκ τῆς κατασκ. (τ) Κατὰ τὴν (υ) Κατὰ τὸ η. Ἀξ. (φ) Κατὰ τὴν ιε. πρότ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἦτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ, ἢ ἐλάσσω. καὶ ἴση μὲν ἐκ ἑστίν. ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ ἡ Β πρὸς τῇ Γ. (χ) ὅπερ ἐναντίον τῆς ὑποθέσεως. ἐδὲ ἂν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ ἡ Β γωνία τῆς Γ. (ψ) ὅπερ ὁμοίως τῇ ὑποθέσει ὑπάρκειται. ἐπεὶ ἔν ἐδὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ, ἐδὲ ἐλάσσων, μείζων ἄρα ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κ΄.

Ταντὺς τριγώνων αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσι, πάντα μεταλαμβάνόμενα.

Ἐστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. λέγω ὅτι αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσι, πάντα μεταλαμβάνόμενα, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ, τῆς ΒΓ· αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ, τῆς ΑΓ. αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ, τῆς ΑΒ. χ. 43

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Διήχθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον. καὶ κείθω ἡ ΑΔ ἴση τῇ ΑΓ. (ω) καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΔΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ἡ ΑΔ ἴση τῇ ΑΓ. (α) καὶ γωνία ἄρα ἡ ΑΔΓ ἴση τῇ ΑΓΔ. (β) ἀλλ' ἡ ΒΓΔ μείζων τῆς ΑΓΔ. (γ) μείζων ἄρα καὶ τῆς ΑΔΓ, εἴτεν τῆς ΒΔΓ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΔ τῆς ΒΓ. (δ) ἀλλ' ἡ ΒΔ ἴση ταῖς ΒΑ, ΑΔ. μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ τῆς ΒΓ. ἀλλ' ἡ ΑΔ ἴση τῇ ΑΓ. (ε) αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ μείζονες τῆς ΒΓ. ὁμοίως δὲ δείζομεν, ὅτι καὶ αἱ ΑΒ, ΒΓ. μείζονες τῆς ΑΓ· καὶ αἱ ΒΓ, ΓΑ μείζονες τῆς ΑΒ.

Β α.

ΠΡΟ-

(χ) Κατὰ τὴν ε. πρότ. (ψ) Κατὰ τὴν ιη. πρότ. (ω) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (α) Ἐκ τῆς κατασκ. (β) Κατὰ τὴν ε. πρότ. (γ) Κατὰ τὸ η. Ἀξ. (δ) Κατὰ τὴν εθ. πρότ. (ε) Ἐκ τῆς κατὰ τὴν

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΑ΄.

Ἐὰν τριγώνῃ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων ἰδύω εὐθεῖαι ἐντὸς συσαθῶσιν, αἱ συσαθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνῃ δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Τριγώνῃ τῶν ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ, ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ, δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσαθῶσιν αἱ ΒΔ, ΔΓ. λέγω Α΄, ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνῃ δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες εἰσι. Β΄, ὅτι μείζονα γωνίαν περιέχουσι τὴν ΒΔΓ. κ. 44.

ΚΑΤΑΣΚΕΤΗ.

Ἐκβεβλήθω ἡ ΒΔ, καὶ συμπιπτέτω ἐπὶ τὸ Ε.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Λί ΒΑ, ΑΕ μείζονες εἰσι τῆς ΒΕ. (ζ) κοινὴ προσκείθω ἡ ΕΓ. Λί ἄρα ΒΑ, ΑΓ μείζονες τῶν ΒΕ, ΕΓ. (η) πάλιν αἱ ΔΕ, ΕΓ μείζονες τῆς ΔΓ. (θ) κοινὴ προσκείθω ἡ ΒΔ. αἱ ἄρα ΒΕ, ΕΓ μείζονες τῶν ΒΔ, ΔΓ. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ πολλῶν μείζονες τῶν ΒΔ, ΔΓ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἡ ΒΕΓ γωνία μείζων τῆς ΒΑΕ, εἴτεν τῆς ΒΑΓ. (ι) ἀλλ' ἡ ΒΔΓ μείζων τῆς ΔΕΓ, ἤτοι τῆς ΒΕΓ. (κ) πολλῶν ἄρα ἡ ΒΔΓ μείζων τῆς ΒΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΒ΄.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἱ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι.

Δεῖ

(ζ) Κατὰ τὴν κ. πρότ. (η) Κατὰ τὸ δ. ἀξ. (θ) Κατὰ τὴν κ. πρότ. (ι) Κατὰ τὴν ιε. πρότ. (κ) Κατὰ τὴν αὐτὴν.

Δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντα μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντα μεταλαμβανομένας.

Ἔσωσαν αἱ δοθεῖσαι, αἱ Α, Β, Γ. χ. 45.

ΚΑΤΑΣΚΕΤΗ.

Ἐκκείδω τὴν εὐθεῖαν ἡ ΔΕ. καὶ εἰλήφθω ἡ μὲν ΔΖ ἴση τῇ Α, ἡ δὲ ΖΗ τῇ Β, ἡ δὲ ΗΘ τῇ Γ. (λ) καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ, διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ κύκλος γεγραφθῶ ὁ ΔΚΛ. καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ κύκλος γεγραφθῶ ὁ ΚΛΘ. (μ) καὶ ἀπὸ τῆς κοινῆς διατομῆς τῶν κύκλων Κ ἐπὶ τὰ κέντρα Ζ, Η ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ. (ν) λέγω, ὅτι τὸ ΚΗΖ τρίγωνον ἐστὶ τὸ ζητούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ Α ἴση τῇ ΖΔ. (ξ) ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΖ ἴση τῇ ΖΔ. (ο) ἄρα ἡ Α ἴση τῇ ΖΚ. (π) πάλιν ἡ Γ ἴση τῇ ΗΘ. (ρ) ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΚ ἴση τῇ ΗΘ. (σ) ἄρα ἡ Γ ἴση τῇ ΗΚ. (τ) ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΗΖ ἴση τῇ Β. (υ) τὸ ΚΗΖ ἄρα τρίγωνον ἐστὶ τὸ ζητούμενον. ἐκ τριῶν γὰρ συνέση εὐθειῶν αἱ ἴσαι εἰσὶ τρεῖσι ταῖς δοθεῖσαις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΓ'.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Β 3

Ἔσω

(λ) Κατὰ τὴν γ. πρόγ. (μ) Κατὰ τὸ γ. Αἴτ. (ν) Κατὰ τὸ α Αἴτ. (ξ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ο) Κατὰ τὸ δ. πρόγ. (π) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (ρ) Ἐκ τῆς κατασκ. (σ) Κατὰ τὸ αὐτὸ πρόγ. (τ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (υ) Ἐκ τῆς κατασκ.

"Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ AB : τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον, τὸ A : ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ ΔGE . χ . 46.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν $ΓΔ$, $ΓΕ$ τυχόντα σημεῖα τὰ Δ , E , καὶ ἐπεξέχθω ἡ ΔE . (φ) καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἱ εἰσὶν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις $ΓΔ$, $ΓΕ$, $EΔ$ τρίγωνον συνεξάτω τὸ AHZ . (χ) ὥστε εἶναι τὴν μὲν AH ἴσην τῇ $ΓΕ$, τὴν δὲ AZ τῇ $ΓΔ$, τὴν δὲ HZ τῇ $EΔ$. λέγω ὅτι ἡ HAZ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ΔGE .

ΔΕΙΞΙΣ. ἰ

Ἐν τοῖς τρίγωνοις AHZ , $ΓEΔ$, ἡ μὲν AH ἴση τῇ $ΓE$, ἡ δὲ AZ τῇ $ΓΔ$, ἡ δὲ HZ τῇ $EΔ$. (ψ) καὶ γωνία ἄρα ἡ HAZ ἴση τῇ ΔGE . (ω)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΔ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρω, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχη, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένῳ, ἢ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔξει.

"Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, ΔEZ , τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB , $AΓ$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ταῖς ΔE , ΔZ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρω, τὴν μὲν AB τῇ ΔE , τὴν δὲ $AΓ$ τῇ ΔZ . γωνία δὲ ἡ BAG γωνίας τῆς $EΔZ$ μείζων ἔστω. λέγω, ὅτι καὶ βᾶσις ἡ $BΓ$, βᾶσεως τῆς EZ μείζων ἐστὶ. χ . 47.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Πρὸς τῇ $EΔ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ Δ συνεξάτω ἡ $EΔH$ γωνία ἴση τῇ BAG . (α) καὶ εἰλήφθω

(φ) Κατὰ τὸ α. Αἴν. (χ) Κατὰ τὴν κβ. πρότ. (ψ) Ἐκ τῆς κατασκ. - (ω) Κατὰ τὴν η. πρότ. (α) Κατὰ τὴν κγ. πρότ.

θω ἢ ΔH ἴση ὁποτέρᾳ τῶν $\text{A}\Gamma$, ΔZ . (β) καὶ ἐπέ-
 ζεύχθωσαν αἱ ZH , EH .

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις $\text{B}\text{A}\Gamma$, $\text{E}\Delta\text{H}$, ἡ μὲν AB ἴση τῇ
 ΔE , (γ) ἢ δὲ $\text{A}\Gamma$ τῇ ΔH , (δ) καὶ γωνία ἡ $\text{B}\text{A}\Gamma$ τῇ
 $\text{E}\Delta\text{H}$. (ε) καὶ ἡ $\text{B}\Gamma$ ἄρα ἴση τῇ EH . (ς) ἐπεὶ δὲ ἡ
 ΔZ ἴση τῇ ΔH , (η) καὶ γωνία ἄρα ἡ $\Delta\text{Z}\text{H}$ ἴση τῇ
 $\Delta\text{H}\text{Z}$. (θ) ἄλλ' ἡ EZH μείζων τῆς $\Delta\text{Z}\text{H}$. (ι) μείζων
 ἄρα καὶ τῆς $\Delta\text{H}\text{Z}$. πολλῶν ἄρα μείζων ἡ EZH τῆς EHZ .
 ἔστι γὰρ ἡ $\Delta\text{H}\text{Z}$ μείζων τῆς EHZ . ἐπεὶ ἔν τῷ τριγώνῳ
 EZH ἢ EZH γωνία μείζων δέδεικται τῆς EHZ , καὶ ἡ
 EH ἄρα μείζων τῆς EZ . ἀλλὰ τῇ EH ἴση δέδεικται
 ἡ $\text{B}\Gamma$, μείζων ἄρα καὶ ἡ $\text{B}\Gamma$ τῆς EZ .

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΕ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς
 δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέ-
 ρα, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα,
 καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔξει τὴν
 ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $\text{A}\text{B}\Gamma$, $\Delta\text{E}\text{Z}$, τὰς δύο πλευ-
 ραῖς τὰς AB , $\text{A}\Gamma$, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔE , ΔZ
 ἴσας ἔχοντα, ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν AB , τῇ ΔE ,
 τὴν δὲ $\text{A}\Gamma$, τῇ ΔZ . Βάσις δὲ ἡ $\text{B}\Gamma$, βάσεως τῆς EZ
 μείζων ἔστω. λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ $\text{B}\text{A}\Gamma$ γωνίας τῆς
 $\text{E}\Delta\text{Z}$ μείζων ἐστί. πίν. δ. κ. 48.

(β) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (γ) Ἐξ ὑποθέσ. (δ) Ἐκ τῆς κατασκ.
 (ε) Ὁσαύτως. (ς) Κατὰ τὴν δ. πρότ. (η) Ἐκ τῆς κατασκ.
 (θ) Κατὰ τὴν ε. πρότ. (ι) Κατὰ τὸ η. Ἄξ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἦτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάττων. καὶ εἰ μὲν ἴση, καὶ ἡ ΒΓ ἴση τῇ ΕΖ ἔσται. (κ) ὅπερ τῇ ὑποθέσει ἀντίκειται· εἰ δὲ ἐλάττων, καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ ἐλάττων, ἔσται. (λ) καὶ τὸ δὲ ἐναντίον τῆς ὑποθέσεως. ἐκ ἔσιν ἄρα ἐδὲ ἴση, ἐδὲ ἐλάττων, μείζων ἄρα ἐστὶν. ὅπερ ἐδὲ δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχη ἐκατέραν ἐκατέρα, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσω, ἦτοι τῷ πρὸς ταῖς ἴσας γωνίας, ἢ τῷ ὑποτείνεσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει ἐκατέραν ἐκατέρα, καὶ τῷ λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔσωσαν δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ἔχοντα τὴν μὲν Β γωνίαν ἴσην τῇ Ε, τὴν δὲ ΑΓΒ τῇ Ζ. ἐχέτω δὲ πρότερον τὰς ΒΓ, ΕΖ, τὰς πρὸς ταῖς ἴσας γωνίας, ἴσας. λέγω ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ ἴσα ἔξοσι τὰ τρίγωνα. σχ. 49.

Εἰ γὰρ ἄνιστος ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἔσται. ἔστω δὴ μείζων ἡ ΑΒ.

ΚΑΤΑΣΚΕΤΗ.

Εἰλήφθω ἡ ΒΗ ἴση τῇ ΔΕ, (μ) καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΗ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΗΒΓ, ΔΕΖ, ἡ μὲν ΒΗ ἴση τῇ ΔΕ, (ν) ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, (ξ) ἡ δὲ Β γωνία τῇ Ε. (ο)

(κ) Κατὰ τὴν η. πρότ. (λ) Κατὰ τὴν κδ. πρότ. (μ) Κατὰ τὴν γ. πρότ. (ν) Ἐκ τῆς κατασκ. (ξ) Ἐκ τῆς ὑποθ.

(ο) ἄρα καὶ γωνία ἢ ΗΓΒ ἴση τῇ Ζ. (π) ἀλλὰ καὶ ἢ ΑΓΒ ἴση τῇ Ζ. (ρ) καὶ ἢ ΗΓΒ ἄρα ἴση τῇ ΑΓΒ. (σ) τὸ μέρος τῶ ὄλω. ὅπερ ἀδύνατον. ἐκ ἄρα ἢ ΑΒ ἄνισος τῇ ΔΕ. ἄρα ἴση. ἐπεὶ ἔν ἐν τοῖς τριγώνοις ΑΒΓ, ΔΕΖ, ἢ μὲν ΑΒ ἴση τῇ ΔΕ, ἢ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, καὶ γωνία ἢ Β ἴση τῇ Ε. καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τῶν τριγώνων ἴσα. (τ)

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔσωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνεσθαι ἴσαι, ὡς ἢ ΑΒ τῇ ΔΕ. λέγω πάλιν, ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ τῶν τριγώνων ἴσα ἔσονται.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐσιν ἢ ΒΓ τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν ἔσται μείζων. ἔσω δὴ μείζων ἢ ΒΓ.

ΚΑΤΑΣΚΕΤΗ.

Εἰλήφθω ἢ ΒΘ ἴση τῇ ΕΖ, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ ΑΘ. κ. 50.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς τριγώνοις ΑΒΘ, ΔΕΖ, ἢ μὲν ΑΒ ἴση τῇ ΔΕ, (υ) ἢ δὲ ΒΘ ἴση τῇ ΕΖ, (φ) ἢ δὲ γωνία Β ἴση τῇ Ε. (χ) ἄρα καὶ ἢ ΑΘΒ γωνία ἴση τῇ Ζ. (ψ) ἀλλὰ καὶ ἢ Γ ἴση τῇ Ζ. (ω) ἄρα καὶ ἢ ΑΘΒ ἴση τῇ Γ. ἢ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, ὅπερ ἀδύνατον. (α) ἐκ ἄρα ἄνισος ἢ ΒΓ τῇ ΕΖ. ἄρα ἴση. καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τῶν ΒΑΓ, ΔΕΖ τριγώνων ἴσα. (β)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλων ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλων αἱ εὐθεῖαι.

B 5

Εἰς

(ο) Ὡσαύτως. (π) Κατὰ τὴν δ. πρότ. (ρ) Ἐκ τῆς ὑποθ.

(σ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (τ) Κατὰ τὴν δ. πρότ. (υ) Ἐξ ὑποθ.

(φ) Ἐκ τῆς κατασκ. (χ) Ἐξ ὑποθ. (ψ) Κατὰ τὴν δ. πρότ.

(ω) Ἐξ ὑποθ. (α) Κατὰ τὴν ιε. πρότ. (β) Κατὰ τὴν δ. πρότ.

Εἰς δύο εὐθείας τὰς $ΑΒ$, $ΓΔ$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἢ $ΘΚ$ τὰς ἐντὸς γωνίας, $ΑΕΖ$, $ΕΖΔ$ ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖτω. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΓΔ$. χ . 51.

Εἰ γὰρ μὴ, ἐμβαλλόμενα συμπεσῶνται ἢτοι ἐπὶ τὰ $Β$, $Δ$ μέρη, ἢ ἐπὶ τὰ $Α$, $Γ$.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐμβαλλόμενα, ἢ συμπιπτόμενα ἐπὶ τὰ $Β$, $Δ$ μέρη, κατὰ τὸ $Η$.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπὶ τὸ $ΕΗΖ$ τρίγωνόν ἐστιν, ἢ ἐκτὸς ἄρα $ΑΕΖ$ γωνία μείζων τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον $ΕΖΗ$. (γ) ἀλλὰ καὶ ἴση. (δ) ὅπερ ἀδύνατον. Ἐκ ἄρα αἱ $ΑΒ$, $ΓΔ$ ἐμβαλλόμενα συμπεσῶνται ἐπὶ τὰ $Β$, $Δ$ μέρη. ὁμοίως δὴ δεχθήσεται, ὅτι ἐδὲ ἐπὶ τὰ $Α$, $Γ$. αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερον τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσι. (ϵ) παράλληλος ἄρα ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΓΔ$.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσιν ποιῆ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὁρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλων αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς δύο εὐθείας τὰς $ΑΒ$, $ΓΔ$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἢ $ΕΖ$, τὴν ἐκτὸς γωνίαν $ΕΗΒ$ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, τῇ $ΗΘΔ$ ἴσην ποιεῖτω. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΓΔ$. χ . 52.

(γ) Κατὰ τὴν $\iota\sigma$, πρότ. (δ) Ἐξ ὑποθ. (ϵ) Κατὰ τὸ γ , πρότ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΕΗΒ γωνία ἴση τῇ ΑΗΘ. (ζ) ἀλλὰ τῇ ΕΗΒ ἴση ἢ ΗΘΔ. (η) ἄρα ἢ ΑΗΘ ἴση τῇ ΗΘΔ. (θ) καὶ εἰς ἐναλλάξ, ἢ ΑΒ ἄρα παράλληλος τῇ ΓΔ. (ι)

Γιαιέτω δὲ ἡ ΕΖ εἰς τὰς ΑΒ, ΓΔ ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας τὰς ΒΗΘ, ΔΘΗ ἴσας δυσὶν ὀρθαῖς· λέγω πάλιν ὅτι ἡ ΑΒ παράλληλος τῇ ΓΔ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ γωνίαι ΒΗΘ, ΔΘΗ ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς. (κ) ἀλλὰ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι καὶ αἱ ΒΗΕ, ΒΗΘ. (λ) αἱ ἄρα ΒΗΘ, ΔΘΗ ἴσαι ταῖς ΒΗΕ, ΒΗΘ. (μ) κοινὴ ἀφηρήσω ἢ ΕΗΘ. ἄρα ἢ ΒΗΕ ἴση τῇ ΗΘΔ. (ν) ἢ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς. παράλληλος ἄρα τῇ ΓΔ ἢ ΑΒ. (ξ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΘ΄.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάστε ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλων ποιῆ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτέτω ἡ ΕΖ. λέγω Α΄. ὅτι τὰς ἐναλλάξ γωνίας ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ἀλλήλων ποιῆ· Β΄. ὅτι καὶ τὴν ἐκτὸς ΕΗΒ ἴσην τῇ ἐντὸς ΗΘΔ· Γ΄. ὅτι καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ΒΗΘ, ΔΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. χ. 53.

Εἰ

(ζ) Κατὰ τὴν ιε. πρότ. (η) Ἐξ ὑποθ. (θ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (ι) Κατὰ τὴν κζ. πρότ. (κ) Ἐξ ὑποθ. (λ) Κατὰ τὴν ιδ. πρότ. (μ) Κατὰ τὸ α. Ἀξ. (ν) Κατὰ τὸ γ. Ἀξ. (ξ) Κατὰ τὸ α. μέρ. τῆς δε τῆς πρότ.

Εἰ γὰρ μὴ ἡ $\Lambda\Theta$ γωνία ἴση τῇ ἐναλλάξ $\text{H}\Theta\Delta$, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ἔσται μείζων. ἔστω δὴ μείζων ἡ $\Lambda\Theta$ τῆς $\text{H}\Theta\Delta$.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Συνεσάτω ἡ $\text{K}\Theta$ γωνία ἴση τῇ $\text{H}\Theta\Delta$. (ο) καὶ ἀποτῶν H καὶ Δ σημείων τῆς AB ἤχθωσαν πρὸς ὀρθαῖς τῇ $\Gamma\Delta$ αἱ HI , ΛM . (π)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἐπεὶ ἡ $\text{K}\Theta$ γωνία ἴση τῇ $\text{H}\Theta\Delta$. (ρ) αἱ δὲ εἰσιν ἐναλλάξ. ἡ KH ἄρα παράλληλος τῇ $\Gamma\Delta$. (σ) ἄρα τὰ μεταξὺ αὐτῶν ἀποσήματα ἴσα ἀλλήλοις, τὰ HI , NM . (τ) ἀλλὰ τῷ HI ἴσον καὶ τῷ ΛM . (υ) παράλληλος γὰρ ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$. (φ) ἄρα καὶ ἡ ΛM ἴση τῇ NM . (χ) τὸ ὅλον τῷ μέρει. ὅπερ ἀδύνατον. ἔκ ἄρα ἡ $\text{K}\Theta$ γωνία ἴση τῇ $\text{H}\Theta\Delta$. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι ἐστὶ ἄλλη τις μείζων ἢ ἐλάσσων τῆς $\Lambda\Theta$ ἴση ἐστὶ τῇ $\text{H}\Theta\Delta$, ἡ ἄρα $\Lambda\Theta$ ἴση τῇ $\text{H}\Theta\Delta$.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἡ γωνία EHB ἴση τῇ $\Delta\Theta\text{H}$. (ψ) ἀλλὰ τῇ $\Lambda\Theta$ ἴση ἡ $\text{H}\Theta\Delta$. (ω) καὶ ἡ EHB ἄρα ἴση τῇ $\text{H}\Theta\Delta$. (α) χ . 54.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ΄.

Ἡ γωνία EHB ἴση τῇ $\Delta\Theta\text{H}$. (β) κοινὴ προσκείθω ἡ $\text{B}\text{H}\Theta$. ἄρα αἱ EHB , $\text{B}\text{H}\Theta$ ἴσαι ταῖς $\Delta\Theta\text{H}$, $\text{B}\text{H}\Theta$. (δ) ἀλλ' αἱ EHB , $\text{B}\text{H}\Theta$ ἴσαι εἰσὶ δυσὶν ὀρθαῖς. (ε) ἄρα καὶ αἱ $\text{B}\text{H}\Theta$, $\Delta\Theta\text{H}$ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς.

ΠΡΟ-

-
- (ο) Κατὰ τὴν $\kappa\gamma$. πρότ. (π) Κατὰ τὴν $\iota\beta$. πρότ. (ρ) Ἐκ τῆς κατασκ. (σ) Κατὰ τὴν $\kappa\zeta$. πρότ. (τ) Κατὰ τὸν η . ὄρισ. (υ) Κατὰ τὸν αὐτὸν ὄρισ. (φ) Κατὰ τὴν ὑπόθ. (χ) Κατὰ τὸ α . Ἄξ. (ψ) Κατὰ τὴν $\iota\epsilon$. πρότ. (ω) Δίδασκται ἐν τῷ α . μέρει (α) Κατὰ τὸ α . Ἄξ. (β) Κατὰ τὸ β , μέρ. (δ) Κατὰ τὸ β , μέρ. (ε) Κατὰ τὴν $\iota\gamma$. πρότ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α΄.

Αἰ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλή-
λων εἰσὶ παράλληλοι.

Ἐξω ἑκατέρω τῶν ΑΒ, ΓΔ ἢ ΕΖ παράλληλος. λέ-
γω ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ παράλληλος. κ. 55.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐμπίπττω εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ΛΜ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ γωνία ΛΗΒ ἴση τῇ ΗΘΖ. (ζ) ἀλλὰ τῇ ΗΘΖ
ἴση ἢ ΘΚΔ. (η) ἄρα ἡ ΛΗΒ ἴση τῇ ΘΚΔ, (θ) εἴτεν
τῇ ΛΚΔ. ἄρα ἡ ΑΒ παράλληλος τῇ ΓΔ. (ι)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΑ΄.

Ἀπὸ τῶ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
παράλληλον εὐθεῖαν γραμμῶ ἀγαγεῖν.

Ἐξω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α· ἡ δὲ δοθεῖσα εὐ-
θεῖα, ἡ ΒΓ. κ. 56.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ. καὶ ἐπε-
ρεύχθω ἡ ΑΔ. καὶ συνεχάτω ἡ ΕΑΔ γωνία ἴση τῇ
ΛΔΓ. (κ) καὶ ἐκβεθλήθω ἡ ΕΑ ἐπὶ τὸ Ζ. λέγω,
ὅτι ἡ ΕΖ παράλληλος εἰς τῇ ΒΓ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ ΕΑΔ γωνία ἴση εἰς τῇ ΛΔΓ. (λ) αἱ δὲ εἰσιν
ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ. (μ)

ΠΡΟ.

(ζ) Κατὰ τὸ β. μέρ. τῆς κθ. προτ. (η) Κατὰ τὸ αὐτό. (θ) Κατὰ
τὸ α. ἀξ. (ι) Κατὰ τὸ α. μέρ. τῆς κη. προτ. (κ) Κατὰ τὴν
κυ. προτ. (λ) Ἐκ τῆς κατασκ. (μ) Κατὰ τὴν κς. προτ.