

τετραγώνῃς Γ καταγαγών, ἢ τῷ λοιπῷ 23 προσγράψας, ὥστε γενέσθαι τὸν 232, διέλε αὐτὸν διὰ τῆς διπλασίῃς τῶν τῆς ῥίζης χαρακτήρων, τετέσι διὰ τῆς 46. καὶ τὸν ἐγγύς τῆς τετραγώνῃς Γ χαρακτήρα 5 καταγαγών, τὸ ἐκ τῆς Πηλίκῃς 5 ἢ τῆς Διαριέτις 46 γινόμενον σὺν τῷ τῆς αὐτῆς Πηλίκῃς 5 τετραγώνῳ, ἦτοι τῷ 25, ὡς τὰ ἐν τῷ Δ ἢ Ε ὁράσθαι, γράψας, ἀπὸ τῆς 2325 ἀφείλε. εἰάν δὲ καὶ ἄλλοι ἐν τῷ δοθέντι τετραγώνῳ ὡς χαρακτήρες, τὰ αὐτὰ ποίει ἕως ἔ πάντας τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης ἕως χαρακτήρα.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Β΄.

Ἰστέον, ὅτι τὸ διὰ τῶν ἐν τῷ 2. ἀριθμῷ εἰρημένων ευρισκόμενον Πηλίκον μᾶζόν ἐσιν ἐνίοτε τῆς τῆς ζητημένης ῥίζης χαρακτήρος. ὃ δὴ δῆλον γίνεται ἐκ τῆς μὴ ἀφαιρέσθαι τὸν ἐξ αὐτῆς τε καὶ τῶν ἄλλων τῆς ῥίζης χαρακτήρων γινόμενον τετραγώνον ἀριθμὸν ἀπὸ τῆς τετραγώνῃς, ἔτινος ζητεῖται ἡ ῥίζα. τότε δὲ τσακίς ἀπὸ τῆς διαληφθέντος Πηλίκῃς τὴν μονάδα ἀφαιρέτεον, ὅσακίς ἂν ἀπαιτῆ ὁ λόγος, εἴτεν ἕως ἔ ὁ ἐξ αὐτῆς τε καὶ τῶν ἄλλων τῆς ῥίζης χαρακτήρων γινόμενος τετραγώνος, ἀπὸ τῆς τετραγώνῃς ἀφαιρεθῆ, ἔτινος ζητεῖται ἡ ῥίζα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

Τῆς δοθέντος κλασματίς ἀριθμῆς τετραγώνῃς Α τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν εὐρεῖν. δεῖ δὲ τὸν τε ἀριθμητὴν καὶ τὸν παρωνομησὴν τῆς κλάσματος τετραγώνῃς (Α) $\frac{144}{576}$ (Β) $\frac{12}{24}$ εἶναι.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Ἐυρεθήτω κατὰ τὸ α΄ προβλ. ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ ἀριθμητῆ, ἣτις ἐστὶν ὁ 12· ὡσαύτως καὶ ἡ τῆ παρωνομαστῆ, ἣτις ἐστὶν ὁ 24. ἔσεται ἔν τῷ κλάσμα Β ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ Α.

ΛΕΙΞΙΣ.

Τῆ Β δι' ἑαυτῆ πολλαπλασιασθέντος, τὸ Α προκύπτει. τὸ Β ἄρα ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα ἐστὶ τῆ Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Δ τῆ Γ, καὶ τὸ Ζ τῆ Ε.

$$\begin{array}{r} \text{(Γ)} \quad 15129 \quad \text{(Δ)} \quad 123 \\ \hline 44100 \quad 210 \\ \text{(Ε)} \quad 36 \quad \text{(Ζ)} \quad 6 \\ \hline 81 \quad 9 \end{array}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ΄.

Τῆ δοθέντος τετραγώνου Τ, τῆ ἐξ ὀλοκλήρων καὶ δεκαδικῶν συγκαιμένη, τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν εὑρεῖν.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Ζίξον τὸν δοθέντα $(\Gamma) 149.5669 \quad (P) 12.33$
Τ κατὰ τὸ α΄ προβλ.

ὡςπερ ἂν εἶ ἐξ ὀλοκλήρων μόνον ἦν συγκαιμένος. καὶ τὴν τέττε τετραγωνικὴν ῥίζαν, τὴν ἐν τῷ Ρ εὐρών, διὰ τῶν ἐν τῷ α΄ προβλήμ. εἰρημένων, τοσῆτες χαρακτῆρας ἐξ αὐτῆς διαχώρισον ὑπὲρ τῶν ἐν τῷ τετραγώνῳ ὀλοκλήρων, ὅσαι αἱ ἐπ' αὐτῶν σιγμαί. ὅσαι γὰρ αἱ σιγμαί τοσῆτοι καὶ οἱ τῆς ῥίζης χαρακτῆρες. (κατὰ τὸ προβλ. περίσ. τῆ δε τῆ βιβλ.) ἐπεὶ ἔν δύο εἰσὶν αὐταὶ ἐπὶ τῶν ἐν τῷ τετραγώνῳ Γ ὀλοκλήρων, δύο ἔσονταὶ ἐν τῇ ῥίζῃ Ρ οἱ ὀλόκληροι χαρακτῆρες, οἱ δὲ λοιποὶ δεκαδικοί.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄.

Τῆ δοθέντος τετραγώνου ἀριθμῆ Τ, τῆ ἐξ ὀλοκλήρων μόνον συγκαιμένη χαρακτῆρων, τὴν τετραγωνικὴν εὑρεῖν ῥίζαν.

Ε. ΜΑΡΤΙΝΙΔΗΣ
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
ΠΡΑ.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Ἔστωσαν ἄν ἐποίεισ, χαρακτῆρων μόνων ὄντων ἀριθμῶν ὀλοκλήρων, τὰ αὐτὰ πράξον ἅπαντα. ἔξαι δὲ τὴν P ῥίζαν τῆς Γ δεκαδικῆς μόνον ἐμφαίνουσιν.

(T) 0. 17424 (P) 0. 132

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ε΄.

Τῆ δοθέντος ἀριθμοῦ T, τῆ μὴ τετραγώνου, τὴν ὡς ἔγγιστα τετραγωνικὴν ῥίζαν εὐρεῖν ἕτερον ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὅς δι' ἑαυτῆς πολλαπλασιασθεὶς ποιήσῃ τινὰ ὅτι ἔγγιστα τῷ δοθέντι T ἴσον.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

1. Εὐρεθήτω ἡ	(T) 129. 00,00 00	(P) 11.357
τῆς Γ τετραγωνικῆς ῥίζας ἁπλοῦς	1 A	
ἕνδεκα εὐρίσκειται	2) 2	
ἄν, ἕπερ ὁ T	121 B	
τετραγώνος ἦν.	22) 8. 0	
ἕξαι δὲ ἔν ἡ ἔγγιστον ὅ ἐν τῷ P	12769 Γ	
ἀριθμὸς 11. 2270)	226) 1.310	
	1288225 . . . Δ	
	0. 17750	
	128881449 . . E	
	0. 118551	

2. Προσκειθήσαν ὁμοσχημοί

τῷ T δύο μηδενικοὶ χαρακτῆρες ἐν τῷ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων τόπῳ. καὶ ὡς ἐνός τετραγώνου τῆς 129. 00 λογιζόμενος, καὶ τῆς αὐτῆς πράξεως διαπερανοῦνται, τὸν

τὸν προκύπτοντα τῆς ῥίζης χαρακτηῆσαι 3 ἐν τῷ δεκάδικῳ χώρῳ ὁμόσηχον τοῖς ἐν τῷ Γ τάξον.

3. Πάλιν δὴ μηδενικῶν χαρακτηῆρων τῷ Γ ὁμοίως περιθύντων, καὶ αὖ δὴ αὖ, ἀφ' ἑφεξῆς ἕτως, ἐφ' ὅσον εἴν βέλη, τὰ αὐτὰ πέρανε.

ΣΤΗΝΕΠΕΙΑ Β΄.

Ὅσα εἴν πληρία τῷ δοθέντι ἀριθμῷ προθῆς μηδενικά σημεία, τὴν αὐτὴν ἐπαναλαμβάνων προῖξιν, τοσάτω ἀκριβετέραν εὐρήσας τὴν ῥίζαν. ὁ μὲν γάρ ἀπὸ τῆ 11 τετράγωνος, εἶπεν ὁ Β διήσει τῆ 129 μονάδας 8, ὁ δὲ ἀπὸ τῆ 11. 3, ἦτοι ὁ Γ, μόνον μίαν μονάδα 3 δεκατημόρια καὶ 1 ἑκατοσημόριον· αἱ δὲ ἀπὸ τῆ 11. 35, τρίτες ὁ Δ, μονάδα μὲν ἑδμίαν, ἐν δὲ δεκατημόριον, 7 χιλιοσημόρια, καὶ 5 δεκατοχιλιοσημόρια· ὁ δὲ ἀπὸ τῆ 11. 357, ἦγαν ὁ Ε, ἐν δεκατημόριον, 7 ἑκατοσημόριον, καὶ ἑφεξῆς τὰ ὑπὸ τὸν Ε δεκαδικά.

ΣΧΟΛΙΟΝ

Τῆ δοθέντος ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀμήχανον τὴν ἐπ' ἀκριβὲς τετραγωνικὴν ῥίζαν προσευρεῖν. ὁ γάρ μὴ ὢν τετράγωνος, ἐκ ἑπι γινόμενον ἐξ ἀριθμοῦ δι' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθέντος. ἐκ εἴν εὐρεθεῖν ἄρα ἀριθμὸς, ὅς δι' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθεὶς τὸν μὴ τετράγωνον ποιήσει. ὁ γάρ δι' ἑαυτὸ πολλαπλασιαζόμενος τετράγωνον ποιῶν. καὶ τὰ τὸν ἀ. ὀρισμ. τῆδε τῆ βιβλ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Γ΄.

Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ καὶ τε κεκλασμένος ἢ ὁ μὴ ὢν τετράγωνος, καὶ τε ἐξ ὀλοκλήρων ἢ δεκαδικῶν, καὶ ἐν δεκαδικῶν μόνων συγκείμενος, ἢ τέτῃ πλησιετέρα εὐρίσκειται τετραγωνικὴ ῥίζα.

Περὶ τῆς ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ῥίζης.

Θ Ε Ω Ρ Η Μ Λ.

Παντός ἀριθμοῦ τῷ ἐν δύο μερῶν συγκοιμέ-
νε ὁ κύβος περιέχει τὸν τῷ πρώτῃ μέρει
κύβον, τὸ τριπλάσιον τῷ γινομένῃ ἐκ τε τῷ
δευτέρῃ μέρει καὶ τῷ τετραγώνῃ τῷ πρώτῃ,
τὸ τριπλάσιον τῷ γινομένῃ ἐκ τε τῷ πρώτῃ
μέρει καὶ τῷ τετραγώνῃ τῷ δευτέρῃ, καὶ τὸν
κύβον τῷ δευτέρῃ μέρει.

Λ Ε Ι Ξ Ι Σ.

Ἐάν τὸ τετράγωνον τὸ ἐκ τῶ α | β, εἴται α² | 2αβ | β²
διετῆς ἑκαστῆ εἰς α | β πλε- (Α) α² | 2αβ | β²
λιπλασιασθῆς, ὡς ἐν τοῖς Α καὶ (Β) α | β
Β ἀρῆται, προκύψει ὁ Γ κύβος,
πάντα περιέχων τὰ εἰρημένα.
α³ | 2α²β | αβ²
| α²β | 2αβ² | β³
(Γ) α³ | 3α²β | 3αβ² | β³

Σ Χ Ο Λ Ι Ο Ν.

Ἐστω α = 30, καὶ β = 7. ἄρα α + β = 30 + 7,
καὶ α² = 27000, καὶ 3α²β = 18900, καὶ 3αβ² =
4410, καὶ β³ = 343. ἄρα α³ + 3α²β + 3αβ² +
β³ = 27000 + 18900 + 4410 + 343 = 50653. ὁ
κύβος ἄρα τῷ 37 + 7, εἴται τῷ 37 ἴσος 50653. ὁ
δὲ ἐπιπέδων, καὶ τὸν ἐκ τῷ 37 κύβον ἄλλως συνθίμε-
νας, ταῦτα τὸ ἐξ αὐτῆ τῷ 37 τετράγωνον 1369 δι-
αυτῆ τῷ 37 πολλαπλασιασάσκει.

Σ Η Μ Ε Ι Ω Σ Ε Ι Σ.

Α'. Τῶν τῷ κύβῃ μερῶν, τῷ ἐκ (Α) 27000 = α³
τῷ ἀριθμῷ 30 | 7 συνισταμένη, 18900 = 3α²β
ὡς ἐν τῷ Α ταχθέντων, καὶ τῷ 4410 = 3αβ²
ἀθροίσματος γινομένη, ὡς ἐν 343 = β³
τῷ Β, οἱ μὲν χαρακτηῆσεν τῷ (Β) 50653

τῷ πρώτῃ μέρῃ ἐν τοῖς πρώτοις τοῖς ἐν τοῖς λαοῖς
τῷ ἀθροίσματος, εἶταν τῷ κύβῳ Β, κῆνται· οἱ δὲ τῷ
κύβῳ τῷ δευτέρῃ μέρῃ, ἐν τοῖς πρώτοις τοῖς δεξιοῖς
τὰ δὲ δύο εἰρημένα γινόμενα, ἐν τοῖς μεταξύ τῶν.
Β'. Ο' ἐκ τῷ μεγίστῃ τῶν μοναδικῶν χαρακτήρων κύβος
729, ὁ ἐκ τῷ 9, ἐκ τριῶν χαρακτήρων σύγκειται.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ἐὰν ἄρα ὅποιον κυβικῷ ἀριθμῷ τῶν χαρακτήρων
ἀνὰ τρεῖς διέλῃ, ἀπὸ τῷ πρώτῃ τῷ ἐν τοῖς δεξιοῖς
σίξιν ἀφαιρούμενος, τασῶτοι ἔσονται οἱ μοναδικοὶ χαρα-
κτῆρες, ἐξ ὧν ἡ κυβικὴ ρίζα τῷ σιχθέντος ἀριθμῷ σύγ-
κεται, ὅσαί αἱ τυπωθεῖσαι σιγμαί. οἷον αἱ τῷ Β, δύο.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Σ.

Τῷ δοθέντος κύ- βου Κ, τῷ ἐξ ὀλο- κλήρων συγκα- μένῃ, τὴν κυβικὴν εὐρεῖν ρίζαν.	(Κ) 1953125 (Ρ) 125
	Λ . . . 1
	(Ε) 3 09 . . . Δ
	Β . . . 1728
	(Η) 432 2251 . . Ζ
	Γ . . . 1953125
	0000000

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α.

1. Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν Κ, ὡς ἐν τῷ πορίσματι εἴρη-
ται σίξιν. καὶ εὐρῶν τὸν μέγιστον κύβον τὸν περιε-
χόμενον ὑπὸ τῶν τριῶν, ἢ δύο, ἢ ἑνὸς, ὡς ἐν τῷ
δοθέντι Κ, χαρακτήρων τῶν ὑπὸ τῆς ἐχάτης σιγ-
μῆς τοῖς ἐν τοῖς λαοῖς ὀριθέντων, τέττε μὲν τὴν
ρίζαν, ἣτις ἐστὶν 1, πρῶτον μέρος τῆς ζητημένης ἴσων
ρίζης, ἀντίσιχον τῷ Ρ· αὐτὸν δὲ τὸν κύβον, εἶταν τῷ
1, ὑπὸ τῶν εἰρημένων χαρακτήρων γραψόν. ὃν δὲ
ἀπ' αὐτῶν ἀφελῶν, συνεπικατάγραψον τῇ ἐκπο-
λειφθείσῃ διαφορᾷ, εἶτις δῆθεν ἐναπολείπειτο, (ἐν
τῷ

- τῷ προκειμένῳ ὑποδείγματι ἑδεμία.) τὸν ἐγγὺς τῆς εἰρημένης πρώτης σιγμῆς ἀριθμὸν, τριτέτι τὸν 9.
2. Ἰστανὶ τὸν 9 ἀριθμὸν διέλεε διὰ τῆς τριπλασίως τῆς τετραγώνως τῆς ἐκ τῆς πρώτης μέρας τῆς ἤδη εὐρεθείσης ῥίζης, ἦτοι διὰ τῆς 3, καὶ τὸ Πηλίκον 3 ὡς δεύτερον ἀναλογίζετο τῆς ῥίζης μέρας.
3. Ἰεν ἀπὸ τῆς 13 κύβου, ἀμέλει τὸν 2197 ἀφῆλε ἀπὸ τῶν τῆς Κ χαρακτηριστῶν, ἦτοι τῶν 1953. καὶ ἐπεὶ ὁ 2197 μείζων τῆς 1953, δῆλον ὅτι τὸ ἐναποτεθέν τῆς ῥίζης δεύτερον μέρος μείζον τῆς δέοντός ἐστιν. ὁ δὲ καὶ ἐν τῇ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης εὐρέσει συμβάντων σημειώται. ἀφαιρέτεον ἄρα ἀπὸ τῆς διαλεθέντος δευτέρου μέρας τὴν μονάδα τοσαύτης, ὅσαυτις ἀνδρα, εἴτεν ἕως ἀνὸς προκύπτων κύβου ἐλάττωσον ἢ τῶν εἰρημένων τῆς Κ χαρακτηριστῶν. τῆς 2 ἐναντὶ τῆς 3 ἐν τῷ Ρ τεθέντος, καὶ τῆς ἐκ τῆς 12 κύβου 1728, ἀφ' ὧν εἴρηται ἀφαιρέθεντος χαρακτηριστῶν, τῷ λοιπῷ 225 συνεπικαταγραφῆτω τὸ 1, τὸ ἐγγὺς τῆς προτέρας σιγμῆς. πάλιν τὸν προκύψαντα 2251 διὰ τῆς τριπλασίως τῆς ἐκ τῆς 12 τετραγώνως 144, τριτέτι τῆς 432 διελών, καὶ τὸ Πηλίκον 5 ἀντὶ τρίτου ἐναποθέμενος τῆς ῥίζης μέρας, τὸν ἐκ τῆς 125 κύβου 1953125 ἀπὸ τῆς δοθέντος Κ ὁμοίως ἀφῆλε. τὰ αὐτὰ δὲ ποιεῖ ἕως ἔτι πάντα τὰ τῆς ζητεμένης ῥίζης εὐρους μέρη. ὁ ἔτω δὲ προκύψας ἀριθμὸς Ρ ἐστὶν ἡ ζητεμένη ῥίζα.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῆς Ρ κύβου ἴσος τῷ δοθέντι ἀριθμῷ Κ, δῆλον ἄρα ὅτι ὁ Ρ ἡ κυβική ἐστὶ τῆς Κ ῥίζα.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἐκάστης τῶν εἰρημένων πράξεων ὁ λόγος ἐκ τῶν πρὸ αὐτῶν σημειώσεων δῆλος. διαχωρίζονται γὰρ ἀνά τρεῖς

οι χαρακτηῆρες δια τὸ ἐκ τριῶν συγκεῖσθαι τὸν κύβον τὸν ἐκ τῆς μεγίστης μοναδικῆς χαρακτηῆρος, ὡς ἐν τῇ Β' ἐξήδη σημειώσεται. ζητεῖται δ' ὁ μέγιστος κύβος ὁ ἐν ταῖς πρώταις χαρακτηῆραις τοῖς ἐν τοῖς ἀριστεροῖς καίτοι, δια τὸ ἐν αὐτοῖς κεῖσθαι τὸν κύβον τὸν ἐκ τῆς πρώτης τῆς ρίζης μέρος, κατὰ τὴν Α' σημείωσιν. ἢ ἵκει ἐγγὺς τῆς κίβου τέτταρον ἡμερῶν ἐστὶν ἐκ τῆς τριπλασίως τῆς τετραγώνου τῆς πρώτης τῆς ρίζης μέρος καὶ τῆς δευτέρας, ὡς τῆτο διακεθέντος αὐτῆς τῆς ἡμερῶν δια τῆς τριπλασίως τῆς τετραγώνου τῆς ἐκεθέντος πρώτης τῆς ρίζης μέρος, τὸ προκύπτει Ἡηλικόν τὸ ἕτερον τῆς ρίζης μέρος ἐπὶ πολλαπλασιαζέται δὲ ἡ αὐτὴ πρῶξις, τῶν ἡμερῶν ἐκεθέντων τῆς ρίζης μερῶν ἀπάντων, ἀνθ' ἑνός, τῆς πρώτης, ἐκλαμβανομένων, καὶ τῆς δευτέρας πάλιν ζητεῖται. οἷον ἐπὶ τῆς 125, ἐκεθέντων τῶν δύο τῆς ρίζης μερῶν, εἶπεν τῶν 12, καὶ ἀνθ' ἑνός ἐκλαμβανομένων, τῆς πρώτης, ζητεῖται τὸ δεύτερον, τὸ 5. καὶ γὰρ τὸ 125 (ὡσαύτως καὶ ἄλλος ὁποῖσῃν ἐριθμός.) εἰς δύο ἀναλύεται, τετίσιν εἰς τὸν 120 καὶ εἰς τὸν 5.

Τὸ αὐτὸ ἄλλως.

Γενομένων τῶν	(K) 1953125	(P) 125
ἐν ταῖς προδιαλη-	<u>1</u>	Α
φθίσεις πρῶξι-	0953	
σι, πρώτης καὶ	1, 3. 2. 6	Β
δευτέρας, συνεπι-	1. 3. 4 12	Γ
καταγραφῆτω-	2. 2. 2 8	Δ
σιν τῶ γ' οἱ ἐξῆς	<u>225125</u>	
δύο χαρακτηῆρες,	3, 144. 5 2160	Ε
οἱ ὑπὸ τῆς δευτέ-	3. 12. 25 900	Ζ
ρας σιγμῆς ὀρισ-	5. 5. 5 125	Η
θετες, εἶπεν 53.	<u>000000</u>	
καὶ τὸ Γινόμενον		

E. J. ... K. T. II
 IOANNINA 2006

ἐκ τῆ νησφανῆς πηλίκῃ 2 ἢ τῆ διαιρέτῃ 3 ἔτω γραφῆτω, ὥστε τὸν ἔχαστον τῶν αὐτῆ χαρακτήρων ὑπὸ τὸν μετὰ τὴν πρώτην σιγμὴν κείσθαι, ὡς τὸ ἀντικρὺ τῆ Β. ὡσαύτως τὸ Γινόμενον ἐκ τῆ τριπλαστικῆ τῆς πρώτης ρίζης, ἔσται 1. 3, ἢ τῆ τετραγώνικῃ 4, τῆ ἐκ τῆ εἰρημέτῃ Πηλίκῃ 2 ἔτω γραφῆτον, ὥστε τὸν ἔχαστον τῶν αὐτῆ χαρακτήρων ὑπὸ τὸν δευτέρου μετὰ τὴν πρώτην σιγμὴν τετάχθαι, ὡς τὸ ἐν τῷ Γ ὁρούμενον. τέως δὲ καὶ ὁ κύβος 8 τῆ αὐτῆ Πηλίκῃ ὑπὸ τὴν δευτέραν γραφῆσθαι σιγμὴν, ἔσται ὁ ἔχαστος τῆ κύβου χαρακτήρ ὑπὸ τὴν ὑπὸ τὴν δευτέραν σιγμὴν ὑποκείσθαι, ὡς ὁ ἀντικρὺ τῆ Λ. ἔσται τῆ κεφαλαίῃ τῶν Γινόμενων τέτων ἀπὸ τῆ 953 ἀφαιρέσθαι, προσκαταγραφήτω τῷ λοιπῷ 225 ὁ ἔγγυς τῆς δευτέρας σιγμῆς χαρακτήρ, ἦτα τὸ 1. καὶ τῆ προκύπτοντος 2251 διὰ τῆς τριπλαστικῆς τῆς τετραγώνικῆς τῆς ἀρτι ἐννεαδείσης ρίζης 12 διαιρέσθαι, ἢ τῆ πηλίκῃ 5 ὡς τρίτῃ τῆς ρίζης χαρακτήρος ἐναποτιθέσθαι, πάλιν τὸ Γινόμενον ἐκ τῆ Λιαίρετῃ καὶ τῆ καινῆς πηλίκῃ 5 ἔτω γραφῆτον, ὥστε τὸν ἔχαστον τῶν αὐτῆ χαρακτήρων ὑπὸ τὸν ἔγγυς τῆς δευτέρας σιγμῆς κείσθαι, ὡς τὸ ἀπεναντίας τῆ Ι΄. τὸ δὲ Γινόμενον ἐκ τῆ τριπλαστικῆς τῆς ρίζης 12 καὶ τῆς τετραγώνικῆς τῆ αὐτῆ Πηλίκῃ ἔστω, ὥστε τὸν ἔχαστον ὑπὸ τὸν δευτέρου μετὰ τὴν δευτέραν σιγμὴν χαρακτήρος τετάχθαι, ὡς τὸ ἀπεναντι τῆ Ζ΄. τὸν δὲ τῆ αὐτῆ Πηλίκῃ κύβον 125 ὑπὸ τὴν τρίτην σιγμὴν, ὡς περὶ τῆ προλαβόντος εἴρηται κύβου, ἀντικρὺ δὲ τῆ ΙΙ ὁράται. τὰ αὐτὰ δὲ γινέσθαι ἄχρις ἔ το ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως λοιπὸν ἴσον γίνηται τῷ 0.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Ζ΄.

Τῆ δοθέντος κλασματικῆς ἀριθμοῦ κύβου κ τὴν κυβικὴν εὐρεῖν ρίζαν. δαῖ δὴ δὲ τὸν τε ἀριθμὸν

ριθμητὴν ἢ τὸν παρωνομασὴν τῶ κλάσμα-
τος ἀριθμὸς εἶναι κύβου.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

(K) $\frac{2197}{12167}$ (P) $\frac{13}{23}$

Τῆς κυβικῆς τῶ ἀριθμητῶ ρίζης διὰ τῆς ἐν τῶ 5
προβλήματι μεθόδου εὐρεθείης, ὡσαύτως ἢ τῆς τῶ
παρωνομασῶ, συνετάτω ἐξ αὐτῶν κλάσμα τὸ P. τῶτο
δὴ εἶναι ἢ ζητεμένη τῶ K κυβικὴ ρίζα.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τῶ ἐκ τῶ P τετραγώνου διὰ τῶ P πολλαπλασιασθί-
τος, ὁ K προκύψει. ὁ P ἄρα ἢ κυβικὴ εἶναι τῶ K ρίζα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Η΄.

Τῶ δοθέντος κύβου K, τῶ ἐξ ὀλοκλήρων ἢ
δεκαδικῶν συγκειμένου, τὴν κυβικὴν ἐξαγα-
γαῖν εἶσαν.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Εὐρεθήτω ἢ τῶ K ρίζα (K) i. 77 i 56 i (P) 1. 21
κατὰ τὸ 5 προβλ. ὡσπερ
ἂν εἶ ἐκ μόνων ὀλοκλήρων ὁ K συνέκειτο. τοσῶτοι δὲ
χαρακτῆρες ἐκ τῆς ρίζης P εἰλήφθωσαν ὑπὲρ τῶν ὀ-
λοκλήρων, ὅσαι αἰ ἐπὶ τῶν ὀλοκλήρων σιγμαὶ τῶν ἐν τῶ
K. ὅσαι γὰρ αἰ σιγμαὶ, τοσαῦται καὶ αἰ ρίζαι. οἱ δὲ
ἐν τῶ P λοιποὶ χαρακτῆρες τὰ δεκαδικὰ τῆς ρίζης ἐμ-
φαίνουσι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Δειχθήσεται δὲ ὁ P κυβικὴ τῶ K ρίζα, καθάπερ
ἢ ἐν τῶ προλαβόντι προβλήματι.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Θ΄.

Τῷ δοθέντος κύβου Κ, τῷ ἐν δεκαδικῶν μόνον
συγκαιμένῳ, τὴν κυβικὴν ἑυρεῖν ρίζαν.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

(Κ) ο. 7 365425 (Ρ) ο. 203

"Απὸ τοῦ ἀριθμοῦ, εἴγε ἐκ μόνων ὀλοκλήρων ὁ Κ συ-
γκαιμένῳ, τῷ αὐτῷ ποιήσας, τὴν κυβικὴν αὐτῷ ρίζαν
ῤεύσας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ι΄.

Τῷ δοθέντος ἀριθμοῦ Κ, τῷ ἐξ ὀλοκλήρων
συγκαιμένῳ, ἢ μὴ ὄντος κύβου, τὴν ὡς ἔγ-
γιστα κυβικὴν ἑυρεῖν ρίζαν.

(Κ) 9312. 000000 (Ρ) 21, 03

ΠΡΑΚΤΕΑ

Πάνθ' ὅσα ἐν τῷ 5. ἐντέταλται προβλήματι ποιή-
σας, καὶ κυβικὴν ρίζαν δι' ὀλοκλήρων ἐμφαινομένην ἑυ-
ρῶν τὴν 21, ὁμόσιχα τοῖς ἐν τῷ Κ ὀλοκλήροις τρία
μηδενικὰ γράψον σημεῖα. τὴν αὐτὴν δὲ ἐπαναλαμβάνου-
σαν πράξιν, ἀντὶ μὲν τῶν δεκαδικῶν τῆς ρίζης χαρακ-
τήρων, τὸ 0 ἐυρήσας ἀντὶ δὲ τῶν ἑκατοσῶν, τριῶν
μηδενικῶν προσθέντων, τὸν 3. εἰ δὲ ἔτι ἀκριβετέραν
εἶναι θέλῃς τὴν ρίζαν, ἔτι τρία, ἢ αὐτρία πράξας,
καὶ ἐφεξῆς ἔτι. ὅσα γὰρ αὖ τὴν τοιαύτην δεπλαπλα-
σιαζῆς πράξιν, τοσέτω. ἡ ζητεμένη ρίζα ἀκριβετέρα
προκύψει. τὴν τελείαν γὰρ ἀληθῆ ἑυρεῖν ἀμήχανον,
τῷ δοθέντος ἀριθμοῦ μὴ ὄντος κύβου, καθάπερ δὴ ἐδὴ
τῷ ἀριθμῷ τῷ μὴ ὄντος τετραγώνου, ὡς ἐν τῷ προλα-
βοῦντι εἴρηται χωλίω.

Τὰ αὐτὰ δὲ γινώσκω, εἴτε κεκλασμένους ἢ ὁ δὲ
θ ἰς ἀριθμῶς, ὁ μὴ ἐν κύβου, εἴτε ἐξ ὀλοκλήρων καὶ
δεκαδικῶν, εἴτε ἐκ δεκαδικῶν μόνον συγκείμενος ἢ χα-
ρακτηρίων.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τρία μνηστικὰ πρότερον σημεία, διὰ τὸ ἐκ τριῶν
συγκείσθαι τὸν ἐκ τῶν μεγίστων τῶν μοναδικῶν χαρακτή-
ρων κύβον, ὡς ἐν τῇ προλαβέσθαι β' ἐξήτα σημείῳ.

⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭⚭

BIBLIOT Δ.

Περὶ ἰσοδιαφερόντων καὶ Λογαρίθμων

ΟΡΙΣΜΟΙ.

Α'. Λόγος ἀριθμητικός ἐστὶν ἢ καθ' ὑπεροχὴν τοιαύ-
τα τις κρίσις, ὡς περὶ δὴ γεωμετρικός, ἢ κατὰ περιοχὴν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὅσον γὰρ ἕτερον ἕτερον ὑπερέχει μέγεθος, ἢ ἕτε-
ρον ἕτερον διαφέρει, θεωρεῖ ὁ Ἀριθμητικός, ὡς περὶ πο-
σάκις ἕτερον περιέχει τὸ ἕτερον ὁ Γεωμέτρης. οἷον ὁ μὲν
θεωρεῖ, ὅτι ὁ 8 ὑπερέχει τὸν 2 κατὰ τὸν 6. ὁ δὲ
ὅτι ὁ 8 περιέχει τὸν 2 τετράκις. ὡς περὶ δὲ ὄροι εἰσὶ
καὶ ἠγόμενα, καὶ ἐπόμενα, καὶ λόγων ἰσότητες, καὶ
ἀνισότητες, καὶ ἀναλογία ἐν τῇ Γεωμετρίας, ἔτω καὶ
τῇ Ἀριθμητικῇ ἐν ἐκείνῃ μὲν, τῆς περιοχῆς ἐν ταυ-
τῇ δὲ, τῆς ὑπεροχῆς θεωρημένης.

Β'. Ἀναλογία ἀριθμητικῇ, δύο ἀριθμητικῶν λόγων πα-
ράθεσις ἐστὶ καὶ ἢ μὲν συνεχῆς, ἢ δὲ διηρημέ-
νη, ἢ διακεκριμένη λέγεται.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐντεῦθεν δῆλον, ὅτι ἐξ ἐλαττόνων ἢ τριῶν ὄρων εἴ-
 ἂν συσταθῆ ἀναλογία ἀριθμητικῆ, καθάπερ δὴ εἰδὲ Γε-
 ωμετρική.

Γ'. Μεγέθη ἀριθμητικῶς ἀνάλογον, ἢ ἐν ἀριθ-
 μητικῷ λόγῳ ὄντι λέγεται, εἰάν ἡ διαφορὰ τῶ
 πρώτου καὶ τῶ δευτέρου ἴση ἢ τῇ διαφορᾷ τῶ δευ-
 τέρου καὶ τῶ τρίτου, ἢ τῇ τῶ τρίτου καὶ τῶ τετάρ-
 του. οἷον, 2, 5, 8 ἢ 3, 7, 11, 15.

Δ'. Ἐν συνεχεῖ ἀριθμητικῷ λόγῳ, ἢ συνεχῶς κατὰ
 ἀριθμητικὸν λόγον μεγέθη ἀνάλογον ὄντι λέγεται,
 εἰάν πρῶτον διαφέρει δευτέρου, ὅσον καὶ δεύτερον τρί-
 του. οἷον, 2, 5, 8.

Ε'. Ἐν διακεκριμένῳ δὲ ἀριθμητικῷ λόγῳ, ἢ κατὰ δια-
 κεκριμένον ἀριθμητικὸν λόγον ἀνάλογον, εἰάν πρῶτον
 διαφέρει δευτέρου, ὅσον καὶ τρίτον τετάρτου. οἷον, 3,
 7, 11, 15.

Ζ'. Αἱ ἐκ πολλῶν ὄρων συνιστάμεναι ἀριθμητικαὶ ἀνα-
 λογίαι, Σειραὶ, ἢ Πρόοδοι λέγονται ἀριθμητικαί· ἐν
 αἷς ἢ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, κτ, σειρά Φυ-
 σικὴ ἀριθμητικὴ καλεῖται ὁμοίως καὶ αἱ ἐκ πολλῶν
 Γεωμετρικῶν ὄρων, Γεωμετρικαί.

Ζ'. Ἐάν μὲν οἱ τῆς ἀναλογίας ὄροι προϊόντες αὐξῶσιν,
 οἷον οἱ 3, 5, 7, 9, 11, κτ, ἀναλογία, ἢ σειρά
 Αὐξουσα καλεῖται εἰάν δὲ μειῶνται, οἷον, οἱ 18,
 15, 12, 9, 6, κτ, Μειωμένη.

ΘΕΩΡΗΜΑ Λ΄.

Ἐάν μὲν ἡ σειρά τῶν ἐν συνεχεῖ ἀριθμητι-
 κῷ λόγῳ ὄντων μεγεθῶν αὐξουσα ἢ, οἷον,

3, 6, 9, ὁ μὲν δεύτερος ὄρος ἐκ τῆς πρώτης καὶ τῆς διαφορᾶς τῶν ὄρων σύγκαιται· ὁ δὲ τρίτος, ἐκ τῆς δευτέρας καὶ τῆς διαφορᾶς· εἰάν δὲ μειωμένη, οἶον, 1, 2, 3, 4, ὁ μὲν πρῶτος, ἐκ τῆς δευτέρας καὶ τῆς διαφορᾶς· ὁ δὲ δεύτερος, ἐκ τῆς τρίτης καὶ τῆς διαφορᾶς.

ΛΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ γάρ ἡ διαφορὰ τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας ἴση τῇ τῆς τρίτης καὶ τῆς τετάρτης, (κατὰ τὸν δ' ὄρισ.) ἐν μὲν τῇ αὐξήσει ἄρα σειρά τῶ μὲν πρώτῳ προδικμῆς τῆς διαφορᾶς, προκύψει ὁ δεύτερος· τῶ δὲ δευτέρῳ, ὁ τρίτος. ἐν δὲ τῇ μειωμένῃ τῶ μὲν τρίτῳ ἐπισυναφθῆσα ἡ διαφορὰ, ποιῶ τὸν δεύτερον· τῶ δὲ δευτέρῳ, ποιῶ τὸν πρῶτον. δῆλον ἄρα τὸ προκείμενον.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τύτης φανερόν, ὅτι δοθέντος τῆς τε πρώτης ὄρος καὶ τῆς τῶν ὄρων διαφορᾶς, ραδίως ἐπ' ἀπειρον τὴν σειράν προάγειν ἔνεστιν. οἶον, εἰάν ὁ μὲν πρῶτος τῆς σειράς ὄρος ἴσος ᾗ τῶ 2, ἡ δὲ τῶν ὄρων διαφορὰ τῶ 3, προτιθεμένων τῆ 3 τῶ 2, προκύπτει ὁ δεύτερος 5, καὶ τέτῳ πάλιν προτικειμένῃ τῆ 3, ὁ τρίτος 8, καὶ τέτῳ αὖ τῆ 3, ὁ τέταρτος 11, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄.

Ἐάν μὲν ἡ σειρά τῶν ἐν διακεκριμένῳ ἀριθμητικῷ λόγῳ μεγεθῶν αὐξήσα ᾗ, οἶον 3, 6, 7, 10, ὁ μὲν δεύτερος ὄρος ἐκ τῆς πρώτης καὶ τῆς διαφορᾶς τῶν ὄρων σύγκαιται, ὁ δὲ

Ε.Γ.Δ.Κ.Τ.Ι.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2024

τεταρτος ἐκ τῶ τρίτου καὶ τῆς διαφορας·
 εἰ δὲ μειωμένη, οἷον, 24, 20, 16, 12, ὁ μὲν
 πρῶτος ἐκ τῶ δευτέρου καὶ τῆς διαφορᾶς, ὁ
 δὲ τρίτος ἐκ τῶ τετάρτου καὶ τῆς διαφορᾶς.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ γὰρ ἡ διαφορὰ τῶ πρώτου καὶ τῶ δευτέρου
 ἴση τῇ τῶ τρίτου καὶ τῶ τετάρτου, (κατὰ τὸν ἕ. ὅρισ.)
 τῆς μὲν αὐξήσεως ἄρα σειρᾶς, ὁ δεύτερος ὅρος ὁ πρῶ-
 τος ἐστὶν σὺν τῇ διαφορᾷ, ὡσαύτως ὁ τέταρτος ἡ δια-
 φορὰ ἐστὶ σὺν τῶ τρίτῳ τῆς δὲ μειωμένης ὁ μὲν πρῶ-
 τος αὐτός ὁ δεύτερός ἐστι καὶ ἡ διαφορὰ ὁ δὲ τρίτος,
 ἡ διαφορὰ σὺν τῶ τετάρτῳ. ἐκ τούτων ἔν δῆλον τὸ
 προκείμενον.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄.

Εἰ τρία μεγέθη συνεχῶς κατὰ ἀριθμη-
 τικὸν λόγον ἀνάλογον ἢ, τὸ τῶ πρώτου καὶ
 τῶ τρίτου ἄθροισμα διπλάσιον ἔσται τῶ δευ-
 τέρου ὅρου.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐστω πρῶτον ἡ ἀναλογία αὐξήσασα, οἷον 4, 7, 10.
 καὶ ἐπεὶ ὁ τρίτος ὅρος 10 ἐκ τῶ δευτέρου 7 καὶ τῆς
 διαφορᾶς 3 σύγκειται, ἔσται ἐκ τῶ πρώτου 4 καὶ τῶ
 διπλασίου τῆς διαφορᾶς, τετέστιν 6· ὁ γὰρ δεύτερος,
 ὁ πρῶτός ἐστιν σὺν τῇ διαφορᾷ. (κατὰ τὸ ἀ. θεωρ.)
 τὸ ἄρα τῶ πρώτου καὶ τῶ τρίτου ἄθροισμα, ἔσται τὸ
 $4 + 10 = 4 + 4 + 6$, δις τόντε πρῶτον καὶ τὴν
 διαφορὰν περιέχει, ἤτοι ἐκ τῶ διπλασίου τῆς πρώτης
 καὶ τῆς διαφορᾶς σύγκειται. ἀλλ' ὁ δεύτερος ἴσος τῶ
 πρώ-

πρώτῳ σὺν τῇ διαφορᾷ, ὡς εἴρηται. τὸ τῆ πρώτῃ ἀρα καὶ τῆ τρίτῃ ἀθροισμα διπλάσιον τῆ δευτέρῃ.

Θ Ε Ω Ρ Η Μ Α Δ.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη κατὰ διηρημένον ἀριθμητικὸν λόγον ἀνάλογον ᾖ, τὸ τῆ πρώτῃ καὶ τῆ τετάρτῃ ἀθροισμα τῷ τῆ δευτέρῃ καὶ τῆ τρίτῃ ἴσον ἔσται.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἔστω ἡ ἀναλογία αὐξουσα, οἷον, 2, 7, 12, 17. καὶ ἐπεὶ ὁ τέταρτος 17 ἐκ τῆ τρίτῃ καὶ τῆς διαφορᾶς σύγκεται, (κατὰ τὸ β'. θεωρ.) τὸ ἀρα ἀθροισμα τῆ πρώτῃ καὶ τῆ τετάρτῃ $2 + 17$ ὁ πρώτος ἐστὶ καὶ ὁ τρίτος καὶ ἡ διαφορὰ, εἴτεν $2 + 12 + 5$. πάλιν ἐπεὶ ὁ δεύτερος 7 ὁ πρώτος ἐστὶ καὶ ἡ διαφορὰ, τὸ ἀρα τῆ δευτέρῃ καὶ τῆ τρίτῃ ἀθροισμα, εἴτεν τὸ $7 + 12 = 2 + 5 + 12$, ὁ πρώτος ἐστὶ σὺν τῇ διαφορᾷ καὶ τῷ τρίτῳ, ἀλλὰ τέτο αὐτό ἐστὶ καὶ τὸ τῆ πρώτῃ καὶ τετάρτῃ ἀθροισμα, ὡς δέδεικται. τὸ ἀρα τῆ πρώτῃ καὶ τῆ τετάρτῃ ἀθροισμα ἴσον τῷ τῆ δευτέρῃ καὶ τῆ τρίτῃ. ὃ εἶδει δαξάμ.

Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ τὸ προκείμενον καὶ ἐπὶ τῆς μειωμένης δευχθήσεται ἀναλογίας.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Δ΄.

Δύω ἀριθμῶν δοθέντων, οἷον, τῶν 9 καὶ 13, μέσον ἀριθμητικῶς ἀνάλογον εὐρεῖν.

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α.

Σύναψον τὰς δύο δοθέντας, καὶ τὸ αὐτῶν ἀθροισμα, τὸν 22 δίχα διελών, εὐρήσεις τὸν ζητούμενον μέσον, ὅς ἐστιν ὁ 11.