

δῆλον.) οἱ Γ, Δ, Ε. ἄρα πάντα τὰ Γινόμενα περιέχουσι τῶν τῶν Α καὶ Β χαρακτήρων. ἀλλὰ τοῖς Γ, Δ, Ε ἴσος ὁ Ζ. (κατὰ τὸ 1. πρόβλ.) ὁ Ζ. ἄρα τὸ Γινόμενον ἐστὶ τῶν Α καὶ Β. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ἐὰν τῶν εἰρημένων ραῖδιον κατιδεῖν, ὅτι τὸ πολλαπλασιάζειν, προσιδέσθαι ἐστὶ διὰ συντομωτέρας μεθόδου. εἰάν γὰρ τὸν πολλαπλασιαστέον Α τσαάκισ, ἢ ἐν τῷ α. προβλ. εἰρηται τάξει, γράψης, ὡσαύκισ ἢ μονὰς ὑπὸ τῶν πολλαπλασιαστῶν περιέχεται, εἴτην 273, εἴτα τὴν γραφέντας ἀριθμὸς ἐπαθροίσῃς, τὸ προκύπτον κεφάλαιον ἴσον εἴσῃ τῷ Γινομένῳ Ζ.

Σ Η Μ Ε Ι Ω Σ Ι Σ.

Ἐὰν οἱ πολλαπλασιαστέοι καὶ ἑτεροταγεῖς πρὸς ἑαυτοὺς ἔχωσι, τὴν ὁμογενεῖς διὰ τῶν ὁμογενῶν πολλαπλασιαστικῶν, καὶ τὰ Γινόμενα κατ' ἰδίαν γράψον, τῷ αὐτῷ δὲ τρεῖς τρόποι, ὧ καὶ τὴν πάντα ἀπ' ἀλλήλων διακεκερμένους πολλαπλασιάζεις.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Ζ΄.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν Α διὰ τῶν δοθέντος Β διελθεῖν, εἴτην ἀριθμὸν εὐρεῖν ἐμφαίνοντα πησαύκισ ὁ Διαιρετέος Α τὸν Διαιρέτην Β περιέχει.

Ἐστω πρῶτον ὁ Διαιρέτης Β (Α) 3804 (Β) 5
 εἰς ὅποσον τῶν μοναδικῶν χαρακτήρων. (Α) 3804 (Β) | 5
 (Γ) 760 | 4

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α

1. Δύω εὐθειῶν ἀχθισῶν, τὴν τυχεύσαν περιεχεῶν γωνίαν, ἐν αὐτῇ κείσθω ὁ Διαιρέτης Β, καὶ εἰ μὲν ὁ ἐν τοῖς

35 (Γ) 760 | 4
 = 30
 30
 4
 0
 1

ἀριστεροῖς πρῶτος τῶ Διαιρετέε χαρακτηρισῆ ἴσος, ἢ μείζων ἢ τῶ Διαιρέτε, σκέπτε ποσάκις αὐτὸν περιέχει εἰ δ' ἐλάσσων, ποσάκις αὐτός τε ὁ πρῶτος καὶ ὁ ἐγγύς δευτερός αὐτὸν περιέχουσι καὶ τὸν τῆτο ἐμφαίνοντα ἀριθμὸν ὑπὸ τὴν ἑτέραν τῶν ἐυθειῶν τὴν ὀριζόντιον σημείωσον, οἷον ἐπὶ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ἐπεὶ ὁ 3 τῶ 5 ἐλάσσων, ὁ δὲ 38 εἰ πλέον ἢ 7 τὸν 5 περιέχει, τὸν 7 ὡς τῶ Πηλίκῃ μέρος ὑπὸ τὴν ἐυθειῶν θές.

2. Διὰ τῶ ἐυθειθέντος 7 τὸν Διαιρέτην πολλαπλασιάσας, καὶ τὸ Γινόμενον 35 ὑπὸ τὸ 38 τάξας, καὶ ἀφελὼν αὐτὸ ἀπ' αὐτῶ, τὸ λοιπὸν 3 σημείωσον.

3. Καταγαγὼν τὸν ἐγγύς τῶ παρ' εἰ ἢ ἀφαίρεσις ἐγένετο χαρακτηρισῆρα, εἴτεν τὸ μηδενικὸν σημεῖον, καὶ πλησίον τῶ λοιπῶ 3 γράψας, ὅσα ὁ 1. καὶ 2. εἰσηγῆται ἀριθ. ποίει καὶ ταῦτα, ἕως ἂν πάντας τὰς τῶ διαιρετέε καταγάγῃς χαρακτηρισῆρας. ἐπεὶ δὲ ὁ ἑχάτος 4 εἰ ἀπαξ τὸν 5 περιέχει, τὸ μηδενικὸν ὡς τέτε δηλατκὸν ἐν τῶ πηλίκῳ γράψον.

4. Ὅταν, τῆς διαιρέσεως εἴτω περαιωθείσης, ἐναπολειφθῶσι τινες τῶ Διαιρετέε χαρακτηρισῆρες, μηκέτι τὸν Διαιρέτην περιλαμβάνοντες, ὡς ὁ 4, τὸν δε γράφονται εἴτοι τὸν τρόπον, $\frac{4}{5}$ κλάσματα καλέμενοι, περὶ ὧν ἐν τῶ ἐξῆς ἐρῶμεν ⁵ βιβλίῳ, καὶ τῶ πηλίκῳ ὡς ἐν τῶ Γ ἰδεῖν ἐσὶ προσίθενται.

Ἀλλὰ δὴ συγκείμενος ἔσω	(Δ) 46327	(Ε) <u>832</u>	
ἐκ πολλῶν ὁ Διαιρέτης μοναδικῶν χαρακτηρισῆρων, οἷον ὁ	4160	(Ζ) 55† <u>507</u>	
Ε, Διαιρετέεο δὲ ἔσω ὁ.Δ.	4727	832	
	<u>4160</u>		
	567		

5. Εἰ μὲν οἱ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς τῶ Διαιρετέε χαρακτηρισῆρες ὁ, τε πρῶτος καὶ ὁ δευτερός ἴσοι, ἢ μείζονες ὡς τῶν

Σ

τῶν δύο τῆ Διαιρέτε τῶν ἐν τοῖς ἀριστεροῖς, τῆ πρώτῃ δῆθεν καὶ τῆ δευτέρῃ, τασέτες ἐπαριθμησον χαρακτηῆρας τῆ Διαιρέτε ἀπὸ τῆ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς πρώτῃ ἐναρξιάμενος, ὅσους ἀν' ἔτυχεν ἔχων ὁ Διαιρέτης. καὶ ἐπὶ αὐτῷ τῆ ἑκάστῃ τῶν ἀριθμηθέντων σίζαι. τὰ ἐν τῷ 1. καὶ 2. τῶν Α'ριθ. εἰρημίνα ἐκτίλπειν, τὸ ἐν τῷ τῆ Πηλίκῃ μέρος 5 διὰ πάντων τῶν τῆ Διαιρέτε χαρακτηῆρων πολλαπλασιάσας, ἀπὸ τῶν αὐτῶν μονάδων ἐναρξιάμενος, καὶ τὸ Γινόμενον ὑποτὸν Διαιρέτιον ἔτω γραψας, ὡς τὸ μὲν ἐκ τῶν μονάδων Γινόμενον ὑποτὸν σιχθέντα κῆθαι, τὰ δὲ ἐκ τῶν ἐφεξῆς ὑποτὸν ἐφεξῆς λοιπὰς τῆ Διαιρέτε χαρακτηῆρας. εἰ δὲ οἱ εἰρημίνοι δύο τῆ Διαιρέτε χαρακτηῆρες ἐλάσσονες τῶν τῆ Διαιρέτε ὄσι, τασέτες τῆ Διαιρέτε ἐπαριθμῆσαι καὶ χαρακτηῆρας, ὅσους ὁ Διαιρέτης ἔχει, καὶ ἔτι ἕνα, καὶ ἐπ' αὐτὸν σίζαι, ὡς ἐπὶ τῆ προκειμένη παραδείγματος, τὴν δὲ λοιπὴν ἐπεξεργασίαν, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται ποιητίον.

Ἰέτων ἔτω γεγονότων, ὁ Γ, καὶ ὁ Ζ ἔσονται τὰ ζητούμενα Πηλικά.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐκαστὸς τῶν τῆ Γ χαρακτηῆρων παρίσῃσι ποσάκις εἰ τῆ Α, ἢ ἕκαστος δῆθεν, ἢ καὶ ἀνά δύο ὁμῶς χαρακτηῆρας (καὶ ἀνά τρεῖς δὲ, ἢ ἀνά τέσσαρες, καὶ ἐφεξῆς ὅταν ὁ Διαιρέτης ἐκ πολλῶν συγκένηται χαρακτηῆρων ὡς ἐν τοῖς Δ, καὶ Ε.) τὸν Β περιέχουσιν. ὅλος ἄρα ὁ Γ ἰμφαίνει πιαάκις ὅλος ὁ Α τὸν Β περιέχει. ὁ Γ ἄρα τὸ ζητούμενόν ἐστι Πηλίκον. τὰ αὐτὰ δὲ καὶ περὶ τῆ Ζ ἔρητιον.

ΣΧΟΛΙΟΝ

Τὸ ἐν τῷ τῆ Πηλίκῃ μέρος, οἷον τὸν 5 δι' ὅλων τῶν Διαιρέτε πολλαπλασιάζοντες, τὸ Γινόμενον, εἴτεν τὸ 4160 ἀπὸ τῆ Διαιρέτε ὡς εἴρηται τρόπον (ἐν τῷ 5, ἀριθμ.)

ἀριθμ.) ἀφείλωμεν, ἵνα εὐρέντες ἤδη ποσάκις οἱ πρῶ-
 ται αὐτῆ χαρακτῆρες τὸν Διαιρέτην περιέχουσι, καὶ
 οἱ λοιποὶ οἱ ἐξῆς ποσάκις αὐτὸν περιέχουσιν ἑυρέντων.
 ἐπεὶ δὲ ὁ εὐρέντος 5 ἐμφαίνει τὸν 832 Διαιρέτην πεν-
 τάκις ὑπὸ τῶν τῆ Διαιρέτης χαρακτῆρων 4032 πε-
 ριέχουσι, πικράκις δὲ αὐτὸν ἀπ' αὐτῶν ἀφείλωμεν, αἰ-
 ἔτω κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν προϊέναι. ἐργάσασθε δὲ τέτοιον ἑν-
 τος, τὸ πεντακλάσιον ἀφαιρέμεν, ὅπερ ἐπὶ τὸ Γινόμε-
 νον ἐκ τῆς μέρους τῆς πηλίκης 5 κ' τῆς Διαιρέτης 832.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Α.

Τὸ αὖ ἐν τῷ πηλίκῳ τίθεται ἢ μόνον ὅταν ὁ τελευταῖος
 τῆ Διαιρέτης χαρακτῆρ ἐλάσσων ἢ τῆ Διαιρέτης, καθό-
 πτε ἐν τῷ 3. Ἀριθ. εἴρηται, ἀλλ' ὅσακις ἐν ὅλῃ τῇ τῆς
 διαιρέσεως ἐργασίας οἱ τῆ Διαιρέτης χαρακτῆρες ἐλάσ-
 σοντες τῆ Διαιρέτης τύχουσιν. ἐμφανῆς δὲ ὁ λόγος.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Β΄.

Ποσάκις τὸ Γινόμενον ἐκ	(H)	48134	(Θ)	<u>2496</u>
τῆ εὐρέντος μέρους τῆς Πη- λίκης καὶ τῆς Διαιρέτης μᾶ- ζον ἐν τῶν τῆς Διαιρέτης χα- ρακτῆρων, ἀφ' ὧν δεῖ ἀφαι- ρεθῆναι, ὡς ἐπὶ τῶν Η, Θ, Ι ἀριθμῶν, ἐκ ἀφαι- ρεῖται ἀπ' αὐτῶν. συμβαίνει δὲ τέτοιο, ἐπειδὴ οἱ μὲν πρῶτοι τῆς Διαιρέτης χαρακτῆρες, εἴτεν ὁ 48 δις τῆς τῆς Διαιρέτης πρώτης περιέχει, ἢ μὴν δις κ' οἱ ἐξῆς, τῆς ἐξῆς. ὁ γὰρ 13 εἰθάπαξ τὸν 96 περιλαμβάνει. ἐκ εὐμήχανον δὲ τὸ εὐρεῖν ποσάκις ὅλοι αἶμα οἱ τῆς Διαι- ρέτης χαρακτῆρες ὑπὸ τῶν τῆς Διαιρέτης περιέχονται οἷον ποσάκις τὸν 2496 ὁ 4813 περιλαμβάνει, μάλιστα πολλῶν ὄντων τῶν τῆς Διαιρέτης χαρακτῆρων. διέτοι τῆ- το ὅσακις αὖ τὸ Γινόμενον ἐκ τῆς Πηλίκης κ' τῆς Διαι- ρέτης μᾶζον ἢ τῶν τῆς Διαιρέτης χαρακτῆρων, ἀφ' ὧν			(I)	2
	(H)	48134	(Θ)	<u>2496</u>
		2496	(K)	:

δι' αφαιρέθαι, μειωτόν τὸ ὄρισθ' τῆς Πηλίκης μέρας μονάδων, ἢ δυαδῶν, ἢ ὅσα ἀπαιτοῖ ὁ λόγος. ἵνα δὲ μὴ αὐτὸ τε καὶ τὸ ἰνόμνον γράφηται, ἢ πάλιν ἕξαλείφηται, παρατίθηται πρῶτον ἀπὸ μνήμων, εἰ ἄρα τὸ ἐκ τῆς μέρας τῆς Πηλίκης ἢ τῆς Διακρίτης ἰνόμνον ἀπὸ τῶν τῆς Διακρίτης αφαιρέται χαρακτηρισῶν, καὶ ἕτως αὐτὸ γραπτόν. ὁ δὲ ἢ τῆς πράξεως συνήθεια φαίνεται καθόλου.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Γ΄.

Ὅτε οἱ τῆς Διακρίτης χαρακτηρισῶν εἰς μονάδας ἀναλύονται θινάμει ἐλάσσονας, τότε οἱ ἐναπολειφθέντες ἢ μικροί τε ὑπὸ τῆς Διακρίτης διακρίονται πολλαπλασιασθέντες διὰ τῆς ἀριθμῆς, εἰς ὃν αἱ μονάδες ἀναλύονται. ἢ τῆς ἰνομένης διὰ τῆς Διακρίτης τὸν αὐτὸν πάλιν διακρίθόντος τρόπον, τὸ Πηλικόν κατ' ἴδιον ὑπὸ τὸν Διακρίτην σημαῖται.

οἰοί, εἰάν ὁ Δ ἡμέρας	(Δ)	46327	(Γ)	332
ἐμφαίνῃ, ἢ ἐκάστη τῶν αὐτῶν μονάδων εἰς ὥρας ἀναλύηται 24,		4160	(2)	55. 16
τῆς ἐναπολειφθέντος 567		4727		
διὰ τῆς 24 πολλαπλασιασθέντος,		4160		
καὶ τῆς ἰνομένης Η διὰ τῆς αὐτῆς Διακρίτης Ε διακρίθόντος,	(Η)	567		
τὸ Πηλικόν 16 ὑπὸ τὸν Διακρίτην σημαῖται, συγκμῆς προσηγορίας, ὡς ἐν τῷ Ζ ὁράται.		24		
		2468		
		1134		
	(Η)	13608		
		832		
		5288		
		4992		
		296		

ὁ δὲ 16 δηλοῖ. ἀλλὰ γὰρ πάλιν τῆς ἐναπολειφθέντος χαρακτηρισῶν 296 διὰ τῆς 60 ἐνὸν πολλαπλασιασθῆναι καὶ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΟΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΟΜΕΩΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΔΡ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΣΠΗΡΙΔΙΟΣ
 Ε.Π.Π.Σ. 2006
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

καὶ τὸ Γινόμενον ὁμοίως διελθῖν, εὐρεῖν τε τὸ Πηλίκον
 λεπταῖς ἰσφαλίον, ἢ αὖ τὰς ἀπολοιφθέντας, ἢ ἔτι
 ἰσφαλίον ἢ αὖ αἰ τῶν ἀπολοιφθέντων μονάδες ἐλά-
 χισται γίνονται. καὶ τότε δὴ δι' ἐκείνων κλάσμα συνί-
 σταται, καὶ ὅν ἔρησαι (ἐν τῷ 4. Ἀριθ. τῷ 7. προβλ.)
 τρόπον.

Περὶ τῶν ἰσφαλῶν καὶ ἐπισφαλῶν βασάνων.

Ἐν τῷ τῶν ἰσφαλῶν ἐκτελεῖν τέσσαρας πράξεις,
 ἰξ ἀπὸ τῆς ἢ παραδομοῦς παραλογίζεσθαι συμβαί-
 νει, ἢ τὰς ἐκτελεῖντες ἀριθμοὺς ἰσφαλμένους εἶναι. διαί-
 ται τῶν βῆσανοί τινες, εἴτεν μέθοδοι, νενόηνται, δι' ὧν
 κατεῖν ἔνεσι πότερον ἀπταίσοι εἶσιν οἱ ἐκτελεῖντες, ἢ ἔ-
 τέτων αἰ μὲν ἰσφαλίαι, αἰ δὲ ἐπισφαλίαι τυγχάνουσι.

Βῆσανος ἰσφαλῆς τῆς προθέσεως.

Ἀπὸ τῆ Γ Ἀριθμοῦματος τῶν Α καὶ Β	(Α)	34567
ἀφελῆ τὸν ἔτερον, οἷον τὸν Β. εἰάν δὲ τὸ	(Β)	24008
λοιπὸν ἴσον ἢ τῷ ἑτέρῳ, τῷ Α, ἀπταίσοι	(Γ)	<u>58665</u>

ἴσαι ὁ Γ. ἐπειδὴ γὰρ ὁ Γ ἴσος τοῖς Α καὶ Β,
 (κατὰ τὸν γ. ὀρισμ.) τῷ ἑτέρῳ ἀρα
 αὐτῶν ἀπὸ τῆ Γ ἀφαιρεθέντος, τὸ
 λοιπὸν ἴσον ἴσαι τῷ ἑτέρῳ,

Βῆσανος ἰσφαλῆς τῆς ἀφαιρέσεως.

Τῷ ἐκτελεῖν τῶν Α καὶ Β Διαφορᾶ Γ	(Α)	34567
πρόθεσι τὸν ἀφαιρεθέντα Β. εἰάν δὲ	(Β)	24008
ὁ Α προκύψῃ, ἔδδν ἔχει ὁ Γ ἐλάτ- τωμα. εἰ γὰρ ὁ Γ ἢ ἀληθῆς ὑπε- ροχή εἶναι ἢ ὁ Α ὑπερέχει τὸν Β, προσκαμίνε αὐτὰ τῷ Β, ἴσος ἴσαι τῷ Α.	(Γ)	<u>10469</u>

Βάσανος ἀσφαλῆς τῆς πολλαπλασιασμῆ.

Διάλε τὸ Γινόμενον Γ διὰ τῆς ἐτέρας (Α) 34507
 τῶν πολλαπλασιαζέντων, ἔστω διὰ τῆς (Β) 24098
 Α, ἢ τῆς Β, εἰάν δὲ Πηλίκον προκύψῃ ἴσον (Γ) 832995566
 τῆς ἐτέρας, παρὰ ἑκάστην ἕκαστα ἔκ εἰν ἐν τῷ Γ, ἐπειδὴ γὰρ ὁ Γ,
 τὸ ἐκ τῶν Α καὶ Β Γινόμενόν ἐστιν, ἄρα ὡς 1 : Α :: Β :
 Γ, (κατὰ τὴν τῆς ε΄ ὀρισμ. συνέπ.) ἀλλὰ τῆς Γ διὰ
 τῆς Α διαζεμένον, ἔστω ὡς 1 : Α ἔστω τὸ Πηλίκον, πρὸς τὸν
 Γ, (κατὰ τὴν τῆς ε΄ ὀρισμ. συνέπ.) τὸ Πηλίκον ἄρα
 ἴσον τῷ Β, τῆς Γ ἄρα διαζεθέντος διὰ τῆς Α, προ-
 κύψει ὁ Β, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τῆς Γ διὰ τῆς Β δια-
 ζέντος, ὁ Α παραχθήσεται.

Βάσανος ἀσφαλῆς τῆς διαζέσεως.

$$(1) \ 832995500 \ (B) \ \underline{24098}$$

Πολλαπλασιασον τὸν (Α) 34507
 Διαζέτην Β διὰ τῆς Πηλίκου Α, εἰάν δὲ τὸ ἐξ αὐτῶν Γι-
 νόμενον ἴσον ἢ τῷ Διαζετέω Γ, τέλειον ἔστω τὸ Πηλί-
 κον Α, ἐπειδὴ γὰρ ὁ Α τὸ Πηλίκον ἐστὶ τῶν Γ καὶ Β,
 ὡς ἄρα 1 : Β :: Α : Γ, (κατὰ τὴν τῆς ε΄ ὀρισμ. συ-
 νέπ.) ἀλλὰ τῆς Β διὰ τῆς Α πολλαπλασιαζόμενον, ἐστὶν
 ὡς 1 : Β, ἔστω Α πρὸς τὸ Γινόμενον, (κατὰ τὴν τῆς ε΄
 ὀρισμ. συνέπ.) τὸ ἐκ τῶν Α καὶ Β ἄρα παραγόμενον
 ἴσον τῷ Διαζετέω Γ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

- Ἐάν τῆς διαζέσεως περαιωθείσης, ἐγκαταλειφθῶσι
 τινες χαρακτηριστῆρες, προθετέον αὐτοῖς τῷ Γινομένῳ ἐκ τῆς
 Πηλίκου καὶ τῆς Διαζέτης, ἵν' ὁ Διαζετέος προκύψῃ.

Αἱ ἐπισφαλεῖς βάσανοι.

Ἡ τῆς προθέσεως.

Ἀπὸ τῶν Α καὶ Β, ἐξ ὧν τὸ	(Α)	34567	3
κεφάλαιον Γ σύγκριται, ὁ 9 τὸν-	(Β)	24098	3
δε ἀφαιρέθω τὸν τρέπον 3 σὺν	(Γ)	58665	

4 καὶ 5 εἰσὶ τῶν ἀπ' αὐτῶν δὲ τὸ 9 ἀφαιρέθεις, τὸ λοιπὸν ἔστιν ὁ 3· ὃ τῷ 6 προειρημένῳ, ὁ 9 ἀναφύει ἢ μὴ λογιζόμενος, τὸ λοιπὸν ἔσθ' ἔστιν. ὁ 7 δὲ σὺν τῷ 2 ἴσα εἰσὶ τῷ 9, ἢ μὴ λογιζόμενος, πάλιν τὸ λοιπὸν ἔσθ' ἔστιν. ὁ 4 δὲ σὺν τῷ 8 (παρορῶνται τέ, τὸ 9 καὶ ὁ 9 ὅπως ἂν τύχωσιν.) εἰσὶ 12, τῷ δὲ 9 ἀφαιρέθεις, ὁ 3 ἐγκαταλείπεται. εἰάν ἔν τῷ 9 τῷ αὐτῷ τρόπῳ ἀπὸ τῷ Γ κεφαλαίῳ ἀφαιρέθεις, τὸ λοιπὸν ἴσον ἢ τῷ λοιπῷ τῶν Α καὶ Β, ἐξ ὧν ὁ Γ, εἴτεν τῷ 3, ἀνελλειπὲς ἔσται τὸ Γ κεφάλαιον.

Ἡ τῆς ἀφαιρέσεως.

Ἄφελε ἀπὸ μὲν τῷ Α ὃ ἤδη	(Α)	34567	4
εἴρηται τρόπῳ, τὸν 9, ὡσαύτως	(Β)	24096	4
καὶ ἀπὸ τῷ Β, ἀπὸ δὲ τῷ 7 τῷ	(Γ)	10471	

ἐναπολειφθέντος ἀπὸ τῷ Α, τὸν 3 τὸν ἐναπολειφθέντα ἀπὸ τῷ Β, καὶ εἰάν τῷ λοιπῷ 4 ἴσον ἢ τὸ ἐναπολειπόμενον ἀπὸ τῆς Διαφορᾶς Γ, τῷ 9 ἀπ' αὐτῆς ἀφαιρέθεις, ἐντελής ἔσται ἡ Διαφορα Γ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἐάν δὲ τῷ 9 ἀφαιρέθεις, τὸ λοι-	(Δ)	972631	7
πὸν 4 τὸ ἐναπολειφθὲν ἀπὸ τῷ Ε	(Ε)	45283	7
μῆζον ἢ τῷ 1 τῷ ἐναπολειφ-	(Ζ)	927348	

θέντος ἀπὸ τῷ Δ, ἀφ' ἧς ὁ Ε ἀφήρηται. δεκάδος ληφθείσης, καὶ τῷ λοιπῷ ἐλάσσονι 1 προσθείσης, τὸ λοιπὸν 4 ἀπ' αὐτῆς ἀφαιρέθεις.

ἢ εἰάν τῳ λοιπῳ 7 ἴσον ἢ τὸ έναπολειφθὲν ἀπὸ τῆς Διαφορᾶς Z, τῆς ληφθείσης ἤδη δεκάδος αὐτῇ προθεθείσης, ἔδὲν ἐν τῇ Γ Διαφορᾷ παραέπτωμα.

Ἡ τῆς πολλαπλασιασμῶ.

Τὸ έναπολειφθὲν 7 ἀπὸ τῆς πολ-	(A) 34567	7 8
πλασιασμοῦ A διὰ τῆς 5 τῆς ένα-	(B) 24098	5 8
πολειφθέντος ἀπὸ τῆς πολλαπλα-	(Γ) 832995566	
σιασμοῦ B, τῆς 9 ἀφ' ἑκατέρου ἀρ-		
θέντος, πολλαπλασιάσας, ἀπὸ τῆς Γινόμενος 35 τὸν		
9 ἀφ' ἑαυτοῦ. ἢ εἰάν τῳ λοιπῳ 8 ἴσον ἢ τὸ έναπολειπό-		
μενον ἀπὸ τῆς Γ, τῆς ἐκ τῶν A καὶ B Γινομένου, παρα-		
εραμα ἐν τῇ Γ ἔκ εἰν.		

Ἡ τῆς Διαίρεσως.

Τὸ έναπολειφθὲν (Γ) 832995566	(B) 24098	5 8
5 ἀπὸ τῆς Διαίρετος	(A) 34567	7 8
B διὰ τῆς 7 τῆς έναπο-		
λειφθέντος ἀπὸ τῆς Πηλίκου A, ἀφ' ἑκατέρου τῆς 9 ἀρθί-		
τος, πολλαπλασιάσον. καὶ εἰάν ἀπὸ τῆς ἐξ αὐτῶν Γι-		
νομένου 35 τὸ έναπολειφθὲν 8 ἴσον ἢ τῳ έναπολειφ-		
θέντι ἀπὸ τῆς Διαίρετος Γ, ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν τῆς 9		
ἀρθέντος, ἄπταιστον ἔσται τὸ Πηλικόν A.		

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἐάν δὲ, τῆς διαίρεσως (Δ) 7856	(E) 32	5 8
παραιωθείσης, έναπολειφ-	64	(Z) 245
θῶσί τινες χαρακτῆρες, ὡς	145	2 8
ἐν τῳ Δ οἱ 16, προθετέον	128	
τέτρες τῳ ἐκ τῶν έναπολει-	176	
φθέντων ἀπὸ τῆς Διαίρετος	160	
ἢ τῆς Πηλίκου Γινομένου, εἴτην	16	

τὰ 10. εἴθ' ἔτιωσ ἀπ' αὐτῶ, ἦτοι ἀπὸ τῆ 26 ἀφαιρέτεον τὸν 9. καὶ εἴαν τὸ λοιπὸν 8 ἴσον ἢ τῷ λοιπῷ τῶ Διαίρετέε, τέλειον ἔσαι τὸ Πηλίκον Ζ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

"Οτι δὲ αἱ τριαῦται βάσανοι ἐκ ἀσφαλείς, ἐπιγνώσασιν εἰδῶν. εἴαν γὰρ τὸν Ζ λαθῶν, ἔτω γράψης 234, ἢ μὴν βάσανος ἀπείρασον αὐτὸν ἐμφαίνει ὁ δὲ, τῶ ἀληθῶς τρεῖτον διέστηκεν, ἔσον ὁ 45 τῶ 54. αὐταῖς δὲ μικρῶ δὲν ἀπαντες χρῶνται, ἐπειδὴ τῶν ἀσφαλῶν ἥττον ἐργάσασιν τε καὶ ἐπίκουσι, τοιαῦτα δὲ παραπτώματα ἀπανιῶτατα ταῖς ἀριθμητικαῖς ἐμπίπτει πράξεσι.



ΒΙΒΛΙΟΥ Β΄.

Περὶ κλάσματος καὶ τῶν καλεσμένων
Δεκαδικῶν

ΟΡΙΣΜΟΙ.

Α'. Κλάσμα ἐστὶ τὸ ἐκ δύο ἀριθμῶν εὐθείας ὀριζοντιῶ διακεχωρισμένων συγκροτούμενον, ἢ μονιάδος μέρη, ἢ μόναις μονιάδας, ἢ μέρη ὁμῶς ἢ μονιάδας ἐμφαίνον.

Β'. Παρανομασῆς κλάσματος, οἷον τῶ Α, $(Α) \frac{2}{3}$ ἐστὶν ὁ ὑπὸ τὴν εὐθείαν κείμενος ἀριθμὸς, εἰς ὅσα μέρη ἢ μονιάς διήρηται σημαίνων. οἷον, ὁ 3, ὃς εἰς τρεῖς τὴν μονιάδα μεριθεῖσαν ἐμφαίνει μέρη.

Γ'. Ἀριθμητῆς κλάσματος ἐστὶν ὁ ἐπὶ τῆς εὐθείας ὢν ἀριθμὸς, οἷον ὁ 2, ὅσα μέρη τῆς εἰς τρεῖς διαμεθεῖσης μονιάδος ἐληπται εἰς τὴν τῶ Α κλάσματος σύστασις ὀληῶν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἀναγεγνησκόμεν δὲ τὰ Κλάσ- $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{7}{11}$ $\frac{3}{90}$ $\frac{5}{100}$
 ματα πρώτον τὸν ἑκάνω τῆς
 εὐθείας ἀριθμὸν ἑξαγέλλον.
 τρεῖς, αὐτῷ ἔτω τὸν ἑκατάω, τὸν δὲ τὸν τρόπον δύο
 τρίτα, ἢ δύο τρίτημέρια τέσσαρα πέμπτα, ἢ τέσ-
 σαρα πηπτημέρια ἑκτὼ δέκατα, ἢ ὀκτὼ δεκατημέ-
 ρια ἑπτὰ ἑνδέκατα, ἢ ἑπτὰ ἑνδεκατημέρια τρία ἐν-
 νηκοσά, ἢ τρία ἐννενηκοσημέρια πέντε ἑκατοσά, ἢ
 πέντε ἑκατοσημέρια.

Δ. Τῶν Κλασμάτων, Γνήσιον μὲν, τὸ ἔλαττον μο-
 ναδος, ἢ τὸ Ἀριθμητὴν ἐλάττονα (Β) $\frac{31}{51}$
 ἔχον τῆ παρονομαστῆ, οἷον τὸ Β.
 Νόθον δὲ, τὸ ἴσον ἢ μῖζον μο- (Γ) $\frac{3}{3}$
 ναδος, ἢ ἕτινος ὁ ἀριθμητῆς ἴσος
 ἢ μῖζων τῆ παρονομαστῆ, ὡς τὰ Γ, (Δ) $\frac{7}{4}$ (Ε) $\frac{3}{1}$
 Δ. Νόθον δὲ γίνεται καὶ πᾶς ἀριθ-
 μὸς ὁλόκληρος, τῆς μονάδος αὐ-
 τῷ ὑπογραφείσης. οἷον, τὸ Ε.

Ε. Δεκαδικά εἰσι Ἀριθμηταὶ Κλασμάτων, ὧν οἱ
 μὲν Παρονομασταὶ λόγον δεκαπλάσιον πρὸς ἀλλήλους
 ἔχουσιν· οἱ δὲ Ἀριθμηταὶ μοναδικοὶ εἰσι χαρακτηρισ-
 τικαῦτά εἰσι τὰ προ- $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{100}$ $\frac{4}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{5}{100000}$
 κείμενα Κλάσματα.
 ὧν οἱ Ἀριθμηταὶ γρα-
 φόμενοι ἔτω, ο. 32475, Δεκαδικὰ σημεῖα, ἢ Δεκα-
 δικοὶ χαρακτηριστῆρες λέγονται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Τὸ μὲν πρὸ τῆς εὐγμῆς μηδενικὸν σημεῖον, μηδενίαν
 παρῆναι ὁλόκληρον μονάδα ἐμφαίνει· ὁ δὲ 3, τρία δε-
 καδικὰ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ ΕΡΕΥΝΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΗΣ ΚΑΘΗΜΕΡΗΣ ΖΗΣΕΩΣ
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΡΟΣ

Ε. Π. Π. Π. Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κατημόρια· οὐ 2, δύο εκατοσημόρια· ὁ δὲ 4, τέσσαρα χιλιοσημόρια· ὁ δὲ 7, ἑπτὰ δεκαχιλιοσημόρια· ὁ δὲ 5, πέντε ἑκατονχιλιοσημόρια. ἀλλὰ γὰρ πρὸ τῆς σιγμῆς καὶ ἀριθμοὶ κινῶνται, ὡς ἐν τῷ Α, (Α) 35. 139. ὁλοκλήρως δηλῶντες. οἷον, ὁ μὲν 35 τὸ αὐτὸ δηλοῖ ὁ καὶ ἀνευ τῶν 139, ἔστιν τριάκοντα πέντε· ὁ δὲ 1, ἐν δεκατημόριον· ὁ δὲ 3, τρία εκατοσημόρια· ὁ δὲ 9, ἑννία χιλιοσημόρια. ὡσαύτως καὶ ἐν τῷ Β, (Β) 20. 005. ὁ μὲν 20, εἴκοσι ὁλοκλήρως δηλοῖ ἀριθμὸς· τὰ δὲ, 00, εἶναι περῆσαι δεκατημόριον, εἶδε εκατοσημόριον· ὁ δὲ 5, πέντε χιλιοσημόρια.

ΣΤ Ν Ε Η Ε Ι Α.

(Ι) μὲν πρῶτος ἀεὶ μετὰ τὴν σιγμὴν τόπος, τῶν δεκατημερίων εἶναι· ὁ δὲ δεύτερος, τῶν εκατοσημορίων· ὁ δὲ τρίτος, τῶν χιλιοσημορίων, καὶ ἐφεξῆς ἔτω. τῶν δεκαδικῶν ἀεὶ σημείων μειᾶται μὲν ἡ δύναμις ἐν δεκαπλασίῳ λόγῳ ἀπὸ τῶν ἀριστερῶν ἐπὶ τὰ δεξιά προιᾶσα, αὐξαι δὲ ἀπὸ τῶν δεξιῶν ἐπὶ τὰ ἀριστερά. ὅπερ δὴ καὶ ἐπὶ τῶν ὁλοκλήρων συμβαίνει.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Α΄.

Τὸ δοθὲν κλάσμα Α εἰς ἐλαχίστους (Α) $\frac{4}{8}$ ἀγαγὰν ὄρθως· ὁ ἐστὶ κλάσμα εὐραῖν ἴσον μὲν τῷ δοθέντι, ὑπὸ δὲ ὅσον ἔνεστιν ἐλαχιστοτέρων ἀριθμῶν ἐμφαινόμενον.

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α.

Διὰ τῆ αὐτῆ ἀριθμῶ, τῆ πάντων ὧν ἔνεστι μείζονος διαιρηθῆτω ὁ, τε Ἀριθμητῆς καὶ ὁ Παρανομασίης τῆ δοθέντος κλάσματος, οἷον διὰ τῆ 4. καὶ τὸ μὲν ἐκ τῆ Ἀριθμητῆς προῖον Πηλίκον, 1, τὸν Ἀριθμητῆν τὸ δὲ ἐκ τῆ Παρανομασίης, 2, τὸν Παρανομασίην συνιστάτω τῆ ζητεμένη κλάσματος Β. λέγω δὴ, ὅτι

οτι τὸ Β τὸ ἔστω συγκροτέμενον, τὸ ζητέμε- (B) $\frac{1}{2}$
νον κλάσμα ἐστί.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ μὲν Α εἰς 8 τὴν μονάδα διηρημένην σημαίνει μέ-
ρη, ἀφ' ὧν τὰ 4, εἴτεν τὸ ἥμισυ εἴληπται. τὸ δὲ Β
εἰς 2, ἀφ' ὧν τὸ 1 ἐλήφθη (κατὰ τὸν Β', καὶ Γ' ὅρισ.)
ὅ ἐστί τὸ τῆς αὐτῆς μονάδος ἥμισυ. ἴσον ἄρα τῷ Α τὸ
Β. συγκεκρότητα δὲ καὶ ἐκ τῶν ὧν ἔνεσιν ἐλαχιστοτέ-
αριθμῶν. τὸ Β ἄρα ἐστί τὸ ζητέμενον.

ΣΗΜΒΙΩΣΙΣ.

Χρήσιμος ἢ τῆ δετῆ προβλήματος λύσις πρὸς σαφεζέσαι
ὧν τὸ κλάσμα ἐμφαίνει γνῶσιν. οἶον (Γ) $\frac{9}{243} = (\Delta) \frac{1}{27}$
τὸ μὲν ὑπὸ τῆ Γ ἐμφαινόμενον, δύσ-
ληπτον· τὸ δὲ ὑπὸ τῆ ἴση αὐτῷ Δ,
ἔυληπτον· ὡσαύτως τὸ μὲν ὑπὸ τῆ
Ε, δυσνόητον· τὸ δὲ ὑπὸ τῆ ἴση αὐ-
τῷ Ζ, εὐνόητον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

Τὰ δοθέντα κλάσματα Α καὶ (Α) $\frac{2}{3}$ (Β) $\frac{5}{7}$
Β, ὧν οἱ παρονομασῶν διάφοροι,
ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀγαγεῖν παρο- (Γ) $\frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7}$ (Δ) $\frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7}$
νομασῶν· εἴτεν κλάσματα εὐ-
ραῖν ἴσα τοῖς δοθεῖσι, καὶ τῆς (Ε) $\frac{14}{21}$ (Ζ) $\frac{15}{21}$
αὐτῆς παρονομασῶν ἔχοντα.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Ἐκατέρη τῶν κλασμάτων τὸν τε Ἀριθμητὴν καὶ
Παρονομασὴν διὰ τῆ Παρονομασῆ τῆ ἑτέρας πολλαπλα-
σίασον· οἶον, διὰ τῆ 7 τῆ Παρονομασῆ τῆ Β τὸν τε
ἀριθμητὴν 2, καὶ τὸν Παρονομασὴν 3 τῆ Α, ὡσεὶ γιν-
νέσθαι