



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΟΡΙΣΜΟΙ.

Α. Αριθμητική ἔστιν ἡ τῶν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς λόγων-
τε καὶ παθῶν ἐπισημὴ θεωρητικὴ μὲν, ὡς τὰς αὐ-
τῶν ἐπιθεωρεῖσα λόγους καὶ τὰ πάθη πρακτικὴ δὲ,
ὡς τὸ ὅπως δεῖ τέτοις χρῆσθαι εἰσηγμένη.

Β. Αριθμὸς ἔστιν ἡ κατ' ἀφαιρέσιν ἔννοια ἢ τὴν ἐνά-
δα, ἢ τὸ πλῆθος, ἢ τὰ μέρη δηλῶσα τῶν πραγ-
μάτων. ἀριθμοὶ δὲ λέγονται καὶ τινὰ σημεῖα, ἢ χα-
ρακτῆρες τῆτο αὐτὸ ἐμφαίνοντες. οἷον οἱ 1, 2, 3,
4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. ὧν ὁ μὲν πρῶτος μονὰς
λέγεται, καὶ δηλοῖ ἓν· ὁ δὲ δεύτερος, δυὰς, ἢ δύο·
ὁ δὲ τρίτος, τριάς, ἢ τρία· ὁ δὲ τέταρτος, τε-
τράς, ἢ τέτταρα· ὁ δὲ πέμπτος, πεντάς, ἢ
πέντε· ὁ δὲ ἕκτος, ἑξάς, ἢ ἕξ· ὁ δὲ ἑβδομος, ἑβ-
δομάς, ἢ ἑπτάς, ἢ ἑπτὰ· ὁ δὲ ὀγδοός, ὀγ-
δοάς, ἢ ὀκτώ· ὁ δὲ ἔννατος, ἔννεάς, ἢ ἔννεα·
ὁ δὲ δέκατος, δέκην, ἢ χαρακτηριστῆς τῆ μηδενὸς δηλω-
τικός.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Εἰσὶ μὲν καὶ ἄλλαι χαρακτῆρες ἀριθμοὺς δηλῶντες οἷον τὰ ἑλληνικὰ καὶ ῥωμαϊκὰ σοιχεῖα. τοῖς ἐκτεθεῖσι δὲ χρώμεθα, ὧν τινὲς μὲν Ἄραβας, τινὲς δὲ Ἰνδοὺς (α) εὐρεταὶς εἰνάει Φασί, διὰ τὸ δι' αὐτῶν ράδιον ἢ δι' ἄλλαν τὸν ὅποιον ἄριθμὸν ἐμφαίνεσθαι. ἐκ γὰρ συνθήκης ὁ αὐτὸς χαρακτῆρ δεκαπλασίως, καὶ ἑκατονταπλασίως, καὶ χιλιοπλασίως, καὶ ἔτις ἐφεξῆς ἀναλόγως ὡς τίθεται τῷ τῶ, πλείονα δηλοῖ ὧν πρότερον ἐδήλω. οἷον ὁ χαρακτῆρ 1 μόνος, μονάδα ἐμφαίνει. εἰάν δὲ προσγραφῆ αὐτῷ τὸ μηδενικὸν ἔτις, ὡς ἐν τῷ δευτέρῳ ἐπὶ τὰ ἀριστερὰ κεῖσθαι τῶ, εἴτην ἔτω, 10, δεκάδα· εἰάν δὲ καὶ ἕτερον, ἔτις 100, ἑκατοντάδα· εἰάν δὲ καὶ τρίτον ὁμοίως 1000, μονάδα χιλιάδος· εἰάν δὲ καὶ τέταρτον τῷ αὐτῷ τῶ τῶ 10000, δεκάδα χιλιάδος· εἰάν δὲ καὶ πέμπτον, οἷον 100000, ἑκατοντάδα χιλιάδος. περαιωθείσης δὲ τῆς πρώτης τῶν σημείων ἐξάδος, εἰάν καὶ ἑβδόμον προσεθῆ τῷ εἰρημένῳ τῶ τῶ, οἷον 1000000, μονάδα μιλλιονίς ἐμφαίνει. εἰάν δὲ καὶ ἕγδοον, οἷον 10000000, δεκάδα μιλλιονίς· ὁμοίως καὶ ἕνατον 100000000, ἑκατοντάδα μιλλιονίς· καὶ δέκατον δὲ, οἷον 1000000000, μονάδα χιλιάδος μιλλιονίς· καὶ ἐνδέκατον, οἷον 10000000000, δεκάδα χιλιάδος μιλλιονίς· καὶ δωδέκατον δὲ, οἷον 100000000000, ἑκατοντάδα χιλιάδος μιλλιονίς. περαιωθείσης δὲ τῆς δευτέρας ἐξάδος, εἰάν ὁμοίως προσκῆται δέκατον τρίτον, ὁ χαρακτῆρ 1, μονάδα διλλιονίς δηλοῖ· εἰάν δὲ δέκατον τέταρτον, δεκάδα διλλιονίς, καὶ ἐφεξῆς ἔτις, ὡς καὶ ἐν ταῖς πρότερον ἐξάσιν, ἕως ἢ ἡ τρίτη περαιωθῆ ἐξάς. μετὰ δὲ τὴν τρίτην πάλιν εἰάν καὶ ἄλλο προσεθῆ, ὁ 1, μονάδα

(α) Ὅρα τὸ 1. χόλ. τῆς τῆς Οὐόλφ. Ἀριθμοῦ

δα τριλιονίς ἐμφαίνει, εἰάν δὲ καὶ ἄλλο, δεκάδα τριλιονίς, καὶ ἐφεξῆς ἕως ἄχρι τῆς περατώσεως τῆς τρίτης ἐξάδος. μετὰ δὲ ταύτην καὶ ἄλλε ὁμοίως προσεθέντος, ὁ ἰ μονάδα τετραλιονίς δηλοῖ, εἰ δὲ καὶ ἄλλο, δεκάδα τετραλιονίς, καὶ ἐφεξῆς ἕτω.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.

Ὁ τόπος ἄρα δεκαπλασίαν αὐξησιν τῶν χαρακτήρων ἐκ συνθήκης δίδωσι, τετέστιν ὁ αὐτὸς χαρακτήρ τοσαύτας δεκάδας ἐμφαίνει ἐν τῶν δευτέρῳ τόπῳ κείμενος, (ἀρχεται δὲ οἱ τόποι ἀπὸ τῶν δεξιῶν ἐπὶ τὰ ἀριστερά προϊόντες.) ὅσας μονάδας μόνος ὢν, καὶ ἐν τῶν πρώτῳ ἐπὶ τὰ δεξιά κείμενος τόπῳ τοσαύτας δὲ ἑκατοντάδας ἐν τῶν τρίτῳ, ὅσας μονάδας ἐν τῶν πρώτῳ, ἢ δεκάδας ἐν τῶν δευτέρῳ τοσαύτας δὲ χιλιάδας ἐν τῶν τετάρτῳ, ὅσας ἢ μονάδας ἐν τῶν πρώτῳ, ἢ δεκάδας ἐν τῶν δευτέρῳ, ἢ ἑκατοντάδας ἐν τῶν τρίτῳ, καὶ ἕως ἐφεξῆς

ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

Ἔσιν ἄρα τὸ μὲν μιλλιόνιον, δεκάκις ἑκατὸν χιλιάδες μονάδων τὸ δὲ διλλιόνιον, δεκάκις ἑκατὸν χιλιάδες μιλλιονίων τὸ δὲ τριλλιόνιον, δεκάκις ἑκατὸν χιλιάδες διλλιονίων τὸ δὲ τετραλλιόνιον, δεκάκις ἑκατὸν χιλιάδες τριλλιονίων, καὶ ἐφεξῆς ἕτως. ὃν λόγον ἄρα ἔχει τὸ μιλλιόνιον πρὸς τὸ διλλιόνιον, τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ τὸ τριλλιόνιον πρὸς τὸ τετραλλιόνιον.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.

Ἐκ τῶν εἰρημένων καταμαθεῖν ἔνεστι τῶν τρόπων ῥαδίως ἀν πάντα τὸν προκείμενον ἀναγνωθῆς ἀριθμὸν. ἐν ἐκάστῃ δὴθεν σημείων τριάδι, ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ δεξιά πρώτης ἐπαριθμεῖν ἀρχάμενος, ὑποδιαστολὴν γραψόν. καὶ ἐπάνω μὲν τῆς ἐβδόμης, εἴτεν τῆς πρώτης τῆς δευτέρας ἐξάδος γραμμῆν μίαν, τὸ μιλλιόνιον ἐμφαίνουσαν ἐπάνω δὲ τῆς δεκάτης τρίτης, ἢτοι τῆς πρώτης τῆς τρίτης ἐξά-

ἑξάδος γραμμαῖς δύο, τὸ διλλιόνιον δηλῶσας· τρεῖς δὲ ἐπὶ τῷ δεκάτῃ ἑνάτῃ, τετέσι τῷ πρώτῃ τῆς πέμπτης, τὸ τετραλλιόνιον σημαίνεσας, ἢ ἕως ἑφεξῆς. οἷον τὸν προκείμενον 987453218074123590408 ἀριθμὸν ὑποδείξαι μὲν ἕτω. 987", 453, 218", 074, 123, 590, 408· ἀνά μῦθον δὲ ἕως ἑνεακῶσια ὀγδοήκοντα ἑπτὰ τριλλιόνια, τετρακῶσια πενήκοντα τρεῖς χιλιάδες, ὀκτακῶσια δέκα ἢ ἑκτὼ διλλιόνια, ἑξακῶσια ἑβδμήκοντα τέσσαρες χιλιάδες, ἑκατὸν εἴκοσι καὶ τρία μιλίονια, πεντακῶσια ἑννεήκοντα χιλιάδες, τετρακῶσια ἑξήκοντα ἢ ἑκτὼ ὡσαύτως ἢ τὸν ἑξῆς· 745", 890, 431", 078, 321", 345, 712", 804, 953, 128, 305· ἀναγνώσκοντες ἕτω ἑπτακῶσια τεσσαράκοντα πέντε πενταλλιόνια, ὀκτακῶσια ἑννεήκοντα χιλιάδες, τετρακῶσια τριάκοντα ἢ ἑν τετραλλιόνιον, ἑξακῶσια ἑβδμήκοντα ἑκτὼ χιλιάδες, τριακῶσια εἴκοσι καὶ ἑν τριλλιόνιον, τριακῶσια τεσσαράκοντα πέντε χιλιάδες, ἑπτακῶσια δώδεκα διλλιόνια, ὀκτακῶσια καὶ τέσσαρες χιλιάδες, ἑνεακῶσια πενήκοντα τρία μιλίονια, ἑκατὸν εἴκοσι ἢ ὀκτὼ χιλιάδες, τριακῶσια ἢ πέντε.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Διὰ τῶν εἰρημένων ἀριθμῶν τὴν τε ἑνάδα καὶ τὸ πλῆθος τῶν πραγμάτων ἐμφαίνομεν. πῶς δὲ διὰ τῶν αὐτῶν καὶ τὰ ὁποιαῦν δηλῶται τῶν πραγμάτων μέρη· ἐν τῷ δευτέρῳ ἐρῶμεν βιβλίῳ.

Λ Η Μ Μ Α.

Τέσσαρσιν ἅπαντες οἱ ἀριθμοὶ ὑπόκεινται πάθει, τῇ προσθέσει, τῇ ἀφαιρέσει, τῷ πολλαπλασιασμῷ, καὶ τῇ διαιρέσει.

Γ'. Αριθμὸν δοθέντα ἀριθμῶ δοθέντι προθεῖναι, ἐστὶ τὸ ἄλλοις τοῖς δοθεῖσι προσευρεῖν ἴσον. καλεῖσθαι δὲ ὁ εὐρεθεὶς Ἄθροισμα, ἢ Κεφάλαιον.

Δ'. Αριθμὸν δοθέντα ἀπὸ ἀριθμοῦ δοθέντος ἀφελεῖν, ἐστὶν ἄλλοις εὐρεῖν ἴσον τῇ ὑπερσχηῇ, ἢ ὁ ἕτερος τῶν δοθέντων τὸν ἕτερον ὑπερέχει. καλεῖσθαι δὲ ἡ εὐρεθεῖσα ὑπερσχη Διαφορά.

Ε'. Αριθμὸν δοθέντα δι' ἀριθμοῦ δοθέντος πολλαπλασιασάσαι, ἐστὶν ἄλλοις εὐρεῖν, τοσάκις τὸν ἕτερον τῶν δοθέντων περιέχοντα, ὡσάκις τὴν μονάδα ὁ ἕτερος. καλεῖσθαι δὲ ὁ μὲν τῶν δοθέντων, Πολλαπλασιασέος· ὁ δὲ, Πολλαπλασιασῆς· ὁ δὲ ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν προκύπτων, Γινόμενον. Ἡ καὶ ἄλλως πολλαπλασιασμός ἀριθμῶν ἐστὶ τὸ τοσάκις λαβεῖν τῶν δοθέντων τὸν ἕτερον, ὡσάκις τὴν μονάδα περιέχει ὁ ἕτερος.

ΣΤΝΕΠΕΙΑ Α΄.

Ὡς ἄρα μονὰς πρὸς Πολλαπλασιασὴν, ἔτω Πολλαπλασιασέος πρὸς τὸ Γινόμενον.

Ζ'. Αριθμὸν δοθέντα δι' ἀριθμοῦ δοθέντος διελθῆναι, ἐστὶν ἄλλοις εὐρεῖν δηλῶντα ποσάκις ὁ εἷς τῶν δοθέντων τὸν ἕτερον περιέχει. καλεῖσθαι δὲ ὁ μὲν τῶν δοθέντων, Διαρρετέος· ὁ δὲ, Διαρρέτης· ὁ δὲ ἐκ τῆς διαιρέσεως προκύπτων, Πηλίκον, ἢ Ἐκθέτης.

ΣΤΝΕΠΕΙΑ Β΄.

Ἡ μονὰς ἄρα πρὸς τὸν Διαρρέτην λόγον ἔχει, ὡς τὸ Πηλίκον πρὸς τὸν Διαρρετέον.

Ζ. Οἱ μὲν ἐπὶ τὴν αὐτὴν μονάδα ἀναφερόμενοι ἀριθμοὶ, Ὀμογενεῖς, ἢ Ὀμοταγεῖς οἱ δὲ μὴ, Ἑτερογενεῖς, ἢ Ἑτεροταγεῖς εἰσὶν. αἶον Ὀμογενεῖς ὁ 24 καὶ ὁ 48, ἑκατέρω αὐτῶν ὥρας δηλῶντος· ἕτερογενεῖς δὲ, εἰ τῷ μὲν ὥρας ἐμφαίνοντος, ὁ ἕτερος λεπτὰ τῆς ὥρας δηλοῖ.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Α΄.

Τὸς δοθέντας Ὀμογενεῖς ἀριθμοὺς Α, Β, Γ, Δ, Ε προσιδέναι, εἴτην ἀριθμὸν εὐρεῖν ἴσον τοῖς δοθεῖσι. (Α) 3845 (Β) 267 (Γ) 473 (Δ) 89 (Ε) 5321.

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α

Τετάρχθωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ἕτως, ὥστε Α 3845
 τὰς μὲν μονάδας ὑπὸ τὰς μονάδας, τὰς δὲ δεκάδας ὑπὸ τὰς δεκάδας, τὰς δὲ ἑκατοντάδας ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας, καὶ ἐφεξῆς ἕτω κατὰ σήλην κείθαι. καὶ εὐθείας ὑποκάτω αὐτῶν ἀχθείσης, (ἴν' ὁ ζητούμενος ὑπ' αὐτὴν γράφεται, καὶ μὴ τοῖς δοθεῖσι συγχέεται.) ἢ τῆς ἀθροίσεως ἀρχὴ ἀπὸ τῶν μονάδων γινέσθω ἕτως· ἐν συν ἑννέα συνισῶσι δέκα, καὶ τριῶν προσιδεμένων, δεκατρία ἀναφύει, ἔτι δὲ ἑπτὰ προσαθροισομένων, εἴκοσι γίνονται, καὶ πέντε προσκειμένων, εἰκοσιπέντε καθίστανται. ἐπεὶ δὲ ὁ 25 ἐκ δύο σύγκεται χαρακτήρων, ὧν ὁ μὲν, ὁ 5, μονάδας δηλοῖ ὁ δὲ, ὁ 2, δεκάδας· ὁ μὲν 5 ἐν τῷ πρώτῳ δεξιόθεν ὑπὸ τὴν γραμμὴν καὶ ὑπ' αὐτὰς τὰς τῶν δοθέντων ἀριθμῶν μονάδας γεγράφθω τόπῳ· ὁ δὲ 2 προσιδέσθω τῇ ἐγγύς τῶν δοθέντων ἀριθμῶν σήλη τῶν δεκάδων. καὶ ἐπειδὴ αὐτὰ προσαθροισόμενα, ὧ ἤδη εἴρηται τρέπῳ, 27 γίνονται, προσιδεμένων δὲ καὶ τῶν 2 εἰρημένων, 29 ἀναφύουσιν, εἴτην 2 ἑκατοντάδες καὶ 9 δεκάδες, αἵ μὲν

μὲν ἔν 9 δεκάδες ἐν τῷ δευτέρῳ τόπῳ ἐγγύς τῆ 5 γε-
 γραφῆσαν αἱ δὲ 2 ἑκατοντάδες, τῇ ἐγγύς τῶν δο-
 θέντων ἀριθμῶν σήλη τῶν ἑκατοντάδων προσιδέωσαν.
 καὶ ἐπεὶ 17 εἰσὶν αὐτὰ, τῶν 2 προσκειμένων, 19
 καθίστανται, ἦτοι χιλιάς 1 καὶ 9 ἑκατοντάδες. ἔκδν αἱ
 μὲν 9 ἑκατοντάδες ἐν τῷ τρίτῳ γεγραφῆσαν τόπῳ ἡ δὲ
 1 χιλιάς, τῇ ἐγγύς τῶν χιλιάδων σήλη προσκείδω,
 καὶ αἱ προκύπτουσαι 9 χιλιάδες ἐν τῷ τετάρτῳ γραφ-
 θήτωσαν τόπῳ. λέγω ἔν τὸν ἔυρεθέντα ἀριθμὸν Ζ εἶναι
 τὸν ζητούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Οἱ ἔυρεθεῖς Ζ ἐκ πασῶν τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατον-
 τάδων, καὶ χιλιάδων τῶν δοθέντων ἀριθμῶν σύγκειται, ὡς
 ἐκ τῆς πράξεως δῆλον. ἴσος ἄρα τοῖς δοθεῖσιν ὁ Ζ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

Τὰς δοθέντας ὁμογενεῖς τε καὶ ἑτερογενεῖς ἀ-
 ριθμὰς προσαθροίσαι, εἶπεν ἀριθμὸν ἔυρεῖν
 ἴσον πᾶσι τοῖς δοθεῖσι.

Δεῖ δὲ δεδομένον εἶναι, τεττέσι γνωστὸν τὸ, ἐπίσσαι
 τῶν ἐλασσόνων ἀριθμῶν μονάδες, μίαν τῶν μειζόνων συ-
 νισῶσι μονάδα.

Ἐξωσαν ἔν οἱ δοθέντες οἱ Α, Β, (Α) 8 (Β) 13 (Γ) 21
 Γ, Δ, καὶ οἱ Ε, Ζ, Η, Θ, (Δ) 5 (Ε) 17 (Ζ) 20
 καὶ οἱ Ι, Κ, Λ, Μ. καὶ 60 μὲν (Η) 19. (Θ) 18 (Ι) 48
 μονάδες τῶν Ι, Κ, Λ, Μ, μί- (Κ) 16 (Λ) 30 (Μ) 38
 κεν τῶν Ε, Ζ, Η, Θ συνισά-
 τωσαν 24 δὲ τῶν αὐτῶν Ε, Ζ,
 Η, Θ, μίαν τῶν Α, Β, Γ, Δ,
 ἔπεν οἱ μὲν ἡμέρας, οἱ δὲ ὥρας,
 εἰ δὲ λεπτὰ ἐμφαινέτωσαν.

	ἡμέρας	ὥρας	λεπτά
	8	17	48
	13	20	16
	21	19	30
	5	18	38
(Ν)	50	4	12

Ε.Υ. ΜΠΕΤΚ.Τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Γεγραάφθωσαν οί ὁμογενῶς ὑπὸ τῆς ἑαυτῶν ὁμογε-
 νῆς ἢ ἐν τῷ προλαβόντι προβλήματι εἴρηται τάξει.
 ἢ εὐρεθῆτω τὸ τῶν ἐλαχιστοτέρων Κεφάλαιον, ὑπ' αὐ-
 τῶν τῆς ἀρχῆς τῆς ἀφείσεως γενομένης. ἐπεὶ ἐν τῷτο
 ἴσον 132, ἢτοι οἷς ἐξήκοντα σὺν 12, οἷς δὲ 60 λεπ-
 τὰ, 2 ὥραι εἰσὶ, τὰ μὲν 12 ὑπὸ τὰ λεπτὰ γε-
 γραάφθω· οἷς δὲ 2 ταῖς ὥραις προσκείθω. συναθροισ-
 σῶν δὲ τῶν ὥρῶν, ἐπειδὴ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν ἴσον
 76, ἢτοι τῷ τρεῖς 24 καὶ ἔτι 4· ὁ μὲν 4 ὑπὸ τὰς
 ὥρας κείθω· ὁ δὲ 3, ταῖς ἡμέραις προσιδέθω. ἢ τῶν
 ἡμερῶν ἐν προσαθροισῶν, καὶ τῆς Κεφαλαίας αὐτῶν
 50 ὑπ' αὐτὰ γραφέντος, ὁ ἀριθμὸς Ν ὁ ζητέμενος ἔσται.

Ἡ δὲξις ἔκτε τῆς πράξεως καὶ ἐκ τῆς προλαβόν-
 τος προβλήματος δῆλη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ΄.

Ἀριθμῶν δύο δοθέντων ὁμογενῶν, τῶν Α
 καὶ Β, τὸν ἐλάσσονα ἀπὸ τῆς μείζονος ἀφε-
 λεῖν. ὃ ταυτὸν ἔσιν, τὴν τέτων διαφορὰν εὐ-
 ρεῖν. (Α) 9313 (Β) 38506

Γεγραάφθω ὑπὸ τὸν μείζονα Β ὁ (Β) 38506
 ἐλάσσων Α ἢ ἐν τῷ πρώτῳ προβλή- (Α) 9313
 ματι εἴρηται τάξει. ἢ ἀρχῆς ἀπὸ (Γ) 29193
 τῶν μονάδων γενομένης, ἀφηρέθωσαν αἱ 3 μονάδες τῆς
 ἐλάσσονος ἀπὸ τῶν 6 τῆς μείζονος, ἢ λοιπαὶ αἱ 3 ὑπὸ
 τὴν τῶν μονάδων σήλην γεγραάφθωσαν. ὡσαύτως καὶ
 ἢ μία δεκάς ἀπὸ τῶν δεκάδων. καὶ ἐπεὶ ἑδεμίαν δε-
 κάδα ὁ μείζων ἔχει, (τὸ μηδενικὸν γὰρ σημεῖον ἐν τῷ
 τῶν δεκάδων αὐτῆς τόπῳ κείται.) εἰλήφθω μία μονάς
 ἀπὸ τῆς ἐγγύς χαρακτῆρος, τῆς 5, ἢτις μονάς ἑκατον-
 τὰδος

φάδες ἑσα, δέκα δεκάσιν ἴση ἐσί. τῆτο δὲ πειπτόεν
 ἰσάκισ ἀπὸ τῆ ἥττονος χαρακτῆρος τὸν μείζονα δέοι
 ἀφελῆν. ἀφρηθῶ ἐν ἡ μία δεκάς ἀπὸ τῶν 10, κῆ
 ἡ διαφορά γ ἐν τῷ τῶν δεκάδων γεγράφθω τόπω
 ὁμοίως αἱ 3 ἑκατοντάδες ἀπὸ τῶν 4, (ἐχὶ ἀπὸ τῶν
 5, ἐπειδὴ ἔληπται ἤδη ἀπ' αὐτῶν μία, ὡς δέκα ἐπι-
 λογιθῆσα δεκάδες.) κῆ λοιπὴ ἡ μία ἐπὶ τὸν τῶν ἑκα-
 τοντάδων γεγράφθω τόπον. πάλιν ἐπειδὴ ὁ χιλιάδων
 χαρακτῆρ, ὁ δ, ἥτταν τῆ 9, εἰλήθῶ ἐκ τῆ ἐγγύς
 3 μονάς, ἥτις δεκάδας χιλιάδων ἐμφαίνεσα, δέκα
 χιλιάσιν ἴση ἐσί. ταύτης δὲ ταῖς 8 προσεθείσης, ἀπὸ
 τῶν ἀναφρομένων 18 ἀφρηθῶσαν αἱ 9, κῆ αἱ λοιπαὶ
 9 ἐν τῷ τῶν χιλιάδων γεγράφθωσαν τόπω. ἐπεὶ δὲ
 ἡ ἐλάσσων Α δεκάδας χιλιάδων ἐ περιέχει, γεγράφ-
 θασαν ἐν τῷ τῶν δεκάδων τῶν χιλιάδων τόπω αἱ ἐνα-
 πεληφθεῖσαι 2, αἱ ἐν τῷ Β, λέγω ἐν τὸν Γ εἶναι τὸν
 ζητέμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὁ Γ ταῖς ὑπεροχὰς περιέχει τῶν μονάδων, δεκά-
 δων, καὶ ταῖς τῶν ἐξῆς χαρακτῆρων τῆ Α καὶ Β,
 ὡς ἐκ τῆς πράξεως δῆλον. ὁ Γ ἄρα ἡ διαφορά ἐστὶ
 τῶν Α καὶ Β.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

ἥττονος ὄντος τῆ χαρακτῆρος, ἀφ' ἧ δέοι τὸν μεί-
 ζονα ἀφελῆν, εἰώθασι μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν, τὸν μὲν
 ἧ ἡ μονάς ἐλήφθη μὴ ἀπομεμειωμένον μονάδος ἐπιλο-
 γίζεσθαι, τὴν δὲ ἀπ' αὐτῆ ληφθεῖσαν μονάδα τῷ ὑπ'
 αὐτὸν προσιδέναι, κῆ ἔτιως αὐτὸν ἀπ' αὐτῆ ἀφαιρῆν.
 οἶον τὸν 5 ἐχὶ ὡς 4, ἀλλ' ὡς 5 ἐπιλογιζόμενοι, τὴν
 μονάδα σὺν τῷ 3, ἔτεν τὸν 4 ἀπὸ τῆ 5 ἀφαιρῆ-
 σι προνοητικῶς τῆτο ποιῆντες, ὅπως ἀν μὴ ἐπιλα-
 θοῖντο ποτε, ὀρῶντες τὸν 5, τῆς ἀπ' αὐτῆ ληφθεί-
 σης

σης μονάδος. ἔσι δὲ ταύτων τὸ ἀφελεῖν τὸν 3 ἀπὸ τῷ 4 τῷ τὸν 4 ἀπὸ τῷ 5.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄.

Ἀριθμῶν δύο δοθέντων τῶν Α καὶ Β ἐξ ἑτεροταγῶν συγκειμένων, ἀπὸ τῷ μείζονος τὸν ἐλάσσονα ἀφελεῖν, ἥτοι τὴν αὐτῶν προσευρεῖν διαφορὰν.

Δεῖ δὲ γνωστὸν εἶναι τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τῶν ἐλασσόνων ἀριθμῶν, ἐξ ὧν ἢ τῶν μείζονων μονάς σύγεται.

ἡμέρ. ὥρ. λεπτ. ἡμέρ. ὥρ. λεπτ.

(Α) 14 6 15 (Β) 7 22 52

ΠΡΑΚΤΕΑ.

(Α) 14 6 15

Ἐτάχθω μὲν ὁ (Β) 7 22 52

ἐλάσσων Β ὑπὸ τὸν (Γ) 6 7 23

Α, ὡς ἐν τῷ β΄. καὶ ἀ. προβλήματι εἴρηται. γεγονέτω δὲ ἡ ἀφαίρεσις ὡς ἐν τῷ προλαβόντι προβλήματι, παρατηρηθείσης τῆς ποσότητος τῶν μονάδων εἰς ἣν αἱ τῶν μείζονων ἀριθμῶν μονάδες ἀναλύονται. οἷον ἐπειδὴ ὁ 52 μείζων τῷ 15, καὶ λαβεῖν δεῖ ἀπὸ τῷ 6 μίαν μονάδα προδησομένην τῷ 15, ὅπως ἂν ὁ 52 ἀπ' αὐτῷ ἀφαιρεθῇ, ἥτις δὴ ἴση 60, (μία γὰρ ὥρα εἰς 60 λεπτά ἀναλύεται.) ἀφαιρετέον τὸν 52 ἀπὸ τῷ 75, τὸ δὲ λοιπὸν 23 ὑπὸ τὴν εὐθεῖαν γραπτέον. ὡσαύτως ἐπειδὴ ὁ 22 μείζων τῷ 6, καὶ μία μονάς τῶν ἐγγύς 14 ἴση 24, (μία γὰρ ἡμέρα εἰς 24 ἀναλύεται ὥρας.) ἀφαιρετέον ἢ τὸν 22 ἀπὸ τῷ 29, ἢ τὸν 23 ἀπὸ τῷ 30, καὶ τὸ λοιπὸν 7 ὑπὸ τὴν εὐθεῖαν καὶ ὑπὸ τὰς τῶν ὡρῶν μονάδας γραπτέον. ἀφαιρεθέντος δὲ καὶ τῷ 7

ἢ ἀπὸ τῆ 13, ἢ τῆ 8 ἀπὸ τῆ 14, καὶ τῆ λοιπῆ 6 ὑπὸ τὰς τῶν ἡμερῶν μονάδας γραφέντος, ὁ Γ ἕσται ὁ ζητούμενος.

Ἡ δεξις ἐκ τε τῆς πράξεως καὶ τῶν προειρημένων δήλη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Ε΄.

Πυθαγορικὸν κατασκευάσαι πίνακα.

ΣΧ. Ι.

Ἀναγραφέντος τῆ ὁποιοῦ-
 ῖς τετραγώνου, (χ. 1.) τετ-
 μήθωσαν εἰς ἐννέα ἴσα μέ-
 ρη δύο τῶν συμπίπτουσῶν
 αὐτῆ πλευρῶν. καὶ ἀπὸ τῶν
 τριῶν ἑκατέρᾳ τῶν λοιπῶν
 πλευρῶν παραλλήλων ἀχ-
 θισῶν, ὀρθοῦντα καὶ ἐν
 τετραγωνίδια προκύψουσιν.
 ἐν τοῖς ἐννέα τέτων τοῖς
 ἀνωτάτοις, ὡσαύτως καὶ ἐν

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

τοῖς τῆ ἀριστερᾷ τῶν τῆ τετραγώνου πλευρῶν προσκει-
 μένοις οἱ μοναδικοὶ γεγράφθωσαν χαρακτῆρες. καὶ προ-
 σεδίτω τῶ 2 ὁ 2, καὶ τὸ κεφάλαιον 4 ἐν τῶ τετρα-
 γωνίδιῳ τῶ ὑπὸ τὸν 2 γεγράφθω. πάλιν τῶ 2 προσ-
 κείσθω ὁ 4, καὶ τὸ κεφάλαιον 6 ἐν τῶ ὑπὸ τὸν 4
 τετραγωνίδιῳ γεγράφθω. καὶ ἔτις ἐφεξῆς τῶ 2 τὸ
 προκύπτον προσιδέτω κεφάλαιον ἕως ἔσθ ὅλη ἡ δευτέ-
 ρα τῶν τετραγωνιδίων πληρωθῆ σήλη. ὁμοίως ὁ 3 τῶ 3
 συναπτέτω, καὶ τὸ κεφάλαιον 6 ὑπὸ τὸ τετραγωνί-
 διον τὸ ὑπὸ τὸν 3 γεγράφθω. καὶ πάλιν ὁ 3 τῶ 6
 προσιδέτω, καὶ τὸ κεφάλαιον 9 ὑπὸ τὸν 6 γεγράφ-
 θω. τὸ αὐτὸ δὲ γινέτω ἕως ἔσθ καὶ ἡ τρίτη τῶν τετρα-
 γωνιδίων πληρωθῆ σήλη, καὶ ἡ τετάρτη, καὶ ἐφεξῆς
 αἱ λοιπαὶ πάσαι.

Ο ἕτω κατεσκευασμένος πίναξ πάντα περιέχει τὰ γινόμενα ἐξ ἐκάστη τῶν μοναδικῶν χαρακτήρων δι' ἐκάστη πολλαπλασιασθέντος. οἷον, ἡ μὲν δευτέρα σήλη πάντα τὰ ἐκ τῆ 2 διὰ τῆ 1, 2, 3, 4, καὶ τῶν ἐξῆς ἀχρη τῶν 9 πολλαπλασιασθέντος ὡσαύτως ἡ τρίτη, τὰ ἐκ τῆ 3, καὶ ἡ τετάρτη τὰ ἐκ τῆ 4, καὶ ἐφεξῆς αἱ λοιπὴ τὰ ἐκ τῶν ἐφεξῆς διὰ τῶν αὐτῶν περιέχουσιν. ἔνθενται καὶ ἡ μνήμη τῆτον ἔχειν πάνυ ἐπωφελές. ἄλλως μὲν γὰρ ὅσάκις ἂν τὸς δοθέντας ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσῃ βεβλώμεθα, πρὸ ὀφθαλμῶν δεῖ αὐτὸν τρεῖς.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5΄.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν Α διὰ τῆ δοθέντος Β πολλαπλασιάσαι.

(Α) 3604 (Β) 273

ΠΡΑΚΤΕΑ.

1. Γεγραφθῶ ὁ πολλαπλασιασθῆς Β ὑπὸ	(Α) 3604
τὸν πολλαπλασιασθέν Α ἕτως, ἄσε	(Β) 273
ταῖς μὲν μονάδας ὑπὸ ταῖς μονά-	(Γ) 10812
δας, ταῖς δὲ δεκάδας ὑπὸ ταῖς δε	(Δ) 25228
κάδας κείθαι, καὶ ἐφεξῆς ἕτως:	(Ε) 7208
	(Ζ) 983592

2. Ἐυθείας ἀχθείσης, πρῶτον διὰ τῆ χαρακτήρος τῶν μονάδων, εἶτα διὰ τῆ τῶν δεκάδων, καὶ ἐφεξῆς διὰ τῶν λοιπῶν ἀπάντων τῆ πολλαπλασιασθῆς χαρακτήρων ἕνα ἕκαστον τῆ πολλαπλασιασθῆς πολλαπλασιάσον. καὶ ἐπεὶ ὁ 4 διὰ τῆ 3 πολλαπλασιασθῆς, ταῦτόν ἐστιν εἶπεν ὁ 4 τρεῖς ληφθῆς, τὸν 12 παραγεί, τὸν μὲν 2 ὑπὸ τὴν εὐθείαν, ὑπ' αὐτὴν δὴθεν τὴν τῶν μονάδων τῶν δοθέντων ἀριθμῶν σήλην γραφον,

ψον, τῷ δὲ 1 τῷ δεκάδῳ ἐμφαίνοντος μνημόνευε, ἵνα τῷ ἐκ τῶν δεκάδων Γινόμενῳ αὐτὴν προσθῆς. ἐπεὶ δὲ τὸ ἑξὼς διὰ τῷ 3 πολλαπλασιασθῆν, ἑξὼς ἀποδίδωσι, τὴν προεξηθεῖσαν μίαν δεκάδα ἐν τῷ τῶν δεκάδων γράψον τόπῳ. καὶ τὸν 6 δὲ διὰ τῷ 3 πολλαπλασιασας, τῷ Γινόμενῳ 18, τῷ 18 ἑκατοντάδας ἐμφαίνοντες, εἴτεν 8 ἑκατοντάδας καὶ μίαν χιλιάδα, τὸν μὲν 9 ἐν τῷ τῶν ἑκατοντάδων τόπῳ γράψον, τῆς δὲ μιᾶς χιλιάδος μνημόνευε, ὅπως ἂν τῷ ἐκ τῶν χιλιάδων Γινόμενῳ προσθῆς. ὡσαύτως καὶ τῷ 3 διὰ τῷ 3 πολλαπλασιασθέντος, καὶ τῷ Γινόμενῳ 9, χιλιάδας ἐμφαίνοντι, τῆς μιᾶς προσεθείσης, ταῖς 10 χιλιάδας ἐν τῷ ἰδίῳ γράψον τόπῳ.

3. Τῷ αὐτῷ δὴ τῷ πολλαπλασιασθῆν τὸν 7, τὸν ταῖς δεκάδας τῷ πολλαπλασιασθῆν παριστάντα δι' ἑνὸς ἑκατοῦ τῶν τῷ Α χαρακτήρων. ἰστέον δὲ ἔτι τὸ Γινόμενον ἐκ τῶν 4 καὶ 7 δεκάδας 28 ἐμφαίνει, εἴτεν 8 δεκάδας καὶ 2 ἑκατοντάδας. τὸν μὲν 8 ἐν τῷ τῶν δεκάδων τόπῳ γραπτέον, τὸν δὲ 2 ταῖς ἑκατοντάσιν ἐπαθροισέον. ὡσαύτως καὶ τῷ 2 διὰ πάντων πολλαπλασιασθέντος, τὸ πρῶτον Γινόμενον, εἴτεν τὸ ἐκ τῶν 2 καὶ 4 ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας τακτέον, τὰ δὲ ἑξῆς γινόμενα ἐν τοῖς ἰδίοις τόποις.

4. Ἐπαθροισον (κατὰ τὸ 1. πρόβλ.) πάντας τὰς ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν παραχθέντας ἀριθμοὺς, ἧται τὰς Γ, Δ, Ε. λέγω δὴ ὅτι τὸ τέτων κεφάλαιον, τετέστιν ὁ Ζ ἔσεται τὸ ζητούμενον Γινόμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὁ μὲν Γ πάντα τὰ Γινόμενα περιέχει τῶν τῷ Α χαρακτήρων διὰ τῶν τῷ Β μονάδων πολλαπλασιασθέντων ὁ δὲ Δ, πάντα τὰ διὰ τῶν δεκάδων ὁ δὲ Ε, πάντα τὰ διὰ τῶν ἑκατοντάδων. (ἐκ τῆς 2 καὶ 3. πράξ. δῆ-

δῆλον.) οἱ Γ, Δ, Ε. ἄρα πάντα τὰ Γινόμενα περιέχουσι τῶν τῶν Α καὶ Β χαρακτήρων. ἀλλὰ τοῖς Γ, Δ, Ε ἴσος ὁ Ζ. (κατὰ τὸ 1. πρόβλ.) ὁ Ζ. ἄρα τὸ Γινόμενον ἐστὶ τῶν Α καὶ Β. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ἐὰν τῶν εἰρημένων ραῖδιον κατιδεῖν, ὅτι τὸ πολλαπλασιάζειν, προσιδέσθαι ἐστὶ διὰ συντομωτέρας μεθόδου. εἰάν γὰρ τὸν πολλαπλασιαστέον Α τσαάκισ, ἢ ἐν τῷ α. προβλ. εἰρηται τάξει, γράψης, ὡσαύκισ ἢ μονὰς ὑπὸ τῶν πολλαπλασιαστῶν περιέχεται, εἴτην 273, εἴτα τὰς γραφέντας ἀριθμὸς ἐπαθροίσῃς, τὸ προκύπτον κεφάλαιον ἴσον ἔσται τῷ Γινόμενῳ Ζ.

Σ Η Μ Ε Ι Ω Σ Ι Σ.

Ἐὰν οἱ πολλαπλασιασθῆσόμενοι καὶ ἑτεροταγεῖς πρὸς ἑχῶσι, τὰς ὁμογενεῖς διὰ τῶν ὁμογενῶν πολλαπλασιασῶν, καὶ τὰ Γινόμενα κατ' ἰδίαν γράψων, τῷ αὐτῷ δὲ θεν τρόπῳ, ὧ καὶ τὰς πάντα ἀπ' ἀλλήλων διακεκερμένους πολλαπλασιάζεις.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Ζ΄.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν Α διὰ τῶν δοθέντος Β διελθεῖν, εἴτην ἀριθμὸν εὐρεῖν ἐμφαίνοντα πησάκισ ὁ Διαιρετέος Α τὸν Διαιρέτην Β περιέχει.

Ἔστω πρῶτον ὁ Διαιρέτης Β (Α) 3804 (Β) 5
 εἰς ὅποσῶν τῶν μοναδικῶν χαρακτήρων. (Α) 3804 (Β) | 5
 (Γ) 760 | 4

Π Ρ Α Κ Τ Ε Α

1. Δύω εὐθειῶν ἀχθισῶν, τὴν τυχεῖσαν περιεχεῶν γωνίαν, ἐν αὐτῇ κείσθω ὁ Διαιρέτης Β, καὶ εἰ μὲν ὁ ἐν τοῖς

35
 = 30
 30
 4
 0
 1