ΑΓ + ΔΖ. ΑΓ. ἀλλὰ ΒΖ. ΑΓ + ΔΖ. ΑΓ $=\overline{\text{ΒΖ}+\text{ΖΔ}}$. ΑΓ = ΒΔ. ΑΓ. ἄρα ΒΔ. ΑΓ = ΑΒ. ΔΓ + ΑΔ. ΒΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ'.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἂ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾗ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔςωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α, Β, Γ, ὡς Α : Β : : Β : Γ. λέγω ὅτι Α. Γ = Β. Β. καὶ ἐὰν Α. Γ = Β. Β, ἔςαι ὡς Α : Β : : Β : Γ. ϗ. 23.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐκκείσθω τὶς εὐθεῖα ἡ Δ ἴση τῇ Β.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α'.

Ὡς Α : Β : : Β : Γ. (τ) ἀλλὰ Β = Δ. (υ) ἄρα ὡς Α : Β : : Δ : Γ. ἄρα Α. Γ = Β. Δ. (φ) καὶ ἐπεὶ Β = Δ, ἄρα καὶ Α. Γ = Β. Β.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Ἐπεὶ Α. Γ = Β. Β, ἔςι δὲ Β = Δ. ἄρα Α. Γ = Β. Δ. ἄρα ὡς Α : Β : : Δ : Γ. (χ) ἀλλὰ Β = Δ. ἄρα καὶ ὡς Α : Β : : Β : Γ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἔςω

(τ) Ἐξ ὑποθ. (υ) Ἐκ τῆς κατασκ. (φ) Κατὰ τὴν ις. τῷ ς. (χ) Κατὰ τὴν αὐτήν.

Ἔςω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΓΕ. χ. 24.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ. ϗ συνεςάτω ἡ μὲν γωνία ΗΑΒ = Γ, ἡ δὲ ΑΒΗ = ΓΔΖ. ἔσεται δὲ ϗ ἡ λοιπὴ ΑΗΒ ἴση λοιπῇ τῇ ΓΖΔ. πάλιν συνεςάτω ἡ μὲν γωνία ΕΗΘ = ΔΖΕ, ἡ δὲ ΘΒΗ = ΕΔΖ. ϗ ἔςαι ϗ λοιπὴ ἡ πρὸς τῷ Θ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ μὲν γωνία Α = Γ, ἡ δὲ Θ = Ε. (ψ) καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΒΗ = ΓΔΖ, ἡ δὲ ΘΒΗ = ΕΔΖ. (ω) ὅλη ἄρα ἡ ΘΒΑ ἴση ὅλη τῇ ΕΔΓ. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΗΑ = ΕΖΓ. ἰσογώνια ἄρα εἰσὶ τὰ εὐθύγραμμα ΑΘ, ΓΕ. ἐπεὶ δὲ τὰ ΗΒΑ, ΖΔΓ τρίγωνα ἰσογώνιά εἰσιν, (α) ὡς ἄρα ΑΗ : ΗΒ : : ΓΖ : ΖΔ. (β) ὡσαύτως ἐπεὶ τὰ ΗΒΘ, ΖΔΕ τρίγωνα ἰσογώνιά εἰσιν, ὡς ἄρα ΗΒ : ΗΘ : : ΖΔ : ΖΕ. ἄρα δι' ἴσȣ καὶ ὡς ΑΗ : ΗΘ : : ΓΖ : ΖΕ. (γ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ τῶν εὐθυγράμμων πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀνάλογόν εἰσιν. ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ εὐθύγραμμα, (δ) καὶ ὁμοίως κείμενα.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ

Ἐκ τῆς προτάσεως ταύτης ἡ τέχνη τȣ̃ τȣ̀ς γαιωγραφικȣ̀ς καὶ χωρογραφικȣ̀ς καταγράφειν ἀναπηγάζει χάρτας, καὶ τȣ̃ ἀγρȣ̀ς καὶ οἰκίας καὶ πόλεις ἰχνογραφεῖν. μικρὰ μὲν γάρ, ὅμοια δὲ ϗ ὁμοίως τοῖς μεγάλοις κείμενα καταγράφȣσι χήματα οἱ τῆς ἰχνογραφικῆς ἔμπειροι τέχνης.

ΠΡΟ-

(ψ) Ἐκ τῆς κατασκ. (ω) Ἐκ τῆς κατασκ. (α) Ἐκ τῆς κατασκ. (β) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ ϛ. (γ) Κατὰ τὴν ιβ. τȣ̃ ε. (δ) Κατὰ τὸν α. ὁρισ. τȣ̃ ϛ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΘ.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα καὶ ἄνισα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐςὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Ἔςω ὅμοια καὶ ἄνισα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ Ε, ὡς δὲ ΑΒ : ΒΓ :: ΔΕ : ΕΖ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. Χ. 25.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ, ὥςε εἶναι ὡς ΒΓ : ΕΖ :: ΕΖ : ΒΗ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΑ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς ΑΒ : ΒΓ :: ΔΕ : ΕΖ, (ε) ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΑΒ : ΔΕ :: ΒΓ : ΕΖ. (ζ) ἀλλ' ὡς ΒΓ : ΕΖ :: ΕΖ : ΒΗ. (η) ἄρα καὶ ὡς ΑΒ : ΔΕ :: ΕΖ : ΒΗ. (θ) τὸ ἄρα ΑΒΗ τρίγωνον ἴσον τῷ ΔΕΖ. (ι) καὶ ἐπεὶ ὡς ΒΓ : ΕΖ :: ΕΖ : ΒΗ. (κ) ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. (λ) ἀλλ' ὡς ΒΓ πρὸς ΒΗ, ὕτως ΑΒΓ τρίγωνον, πρὸς ΑΒΗ τρίγωνον. ἄρα καὶ ΑΒΓ τρίγωνον, πρὸς ΑΒΗ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΗ = ΔΕΖ, ὡς δέδεικται. τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον, πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ, πρὸς τὴν ΕΖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟ-

(ε) Ἐξ ὑποθ. (ζ) Κατὰ τὴν ζ. τῦ ε. (η) Ἐκ τῆς κατασκ. (θ) Κατὰ τὴν ε. τῦ ε. (ι) Κατὰ τὴν ιε. τῦ ς. (κ) Ἐκ τῆς κατασκ. (λ) Κατὰ τὸ 6. πόρ. τὸ μετὰ τὴν η. τῦ ε.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κ΄.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, ᾗ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, ᾗ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. ᾗ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἔςω ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ. λέγω Α΄, ὅτι ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΓ, ΑΔ, ΖΘ, ΖΚ, διαιρεῦνται εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα, τὰ Ρ, Σ, ᾗ Ξ, Τ, ᾗ Ψ, Φ ἴσα τὸ πλῆθος· Β΄, ὅτι ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. Γ΄, ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον, πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ ΑΒ, πρὸς τὴν ὁμόλογον ΖΗ. Σχ. 26.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐςι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ, ἡ γωνία ἄρα ΑΒΓ = ΖΗΘ, καὶ ὡς ΑΒ: ΒΓ : : ΖΗ : ΗΘ. (μ) τὸ ἄρα Ρ τρίγωνον ἰσογώνιον τῷ Σ. (ν) ἄρα καὶ ὅμοιον. (ξ) ἡ ἄρα γωνία ΒΓΑ = ΗΘΖ. ἀλλ' ὅλη ἡ ΒΓΔ = ΗΘΚ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων, ᾗ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓΔ λοιπῇ τῇ ΖΘΚ ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ τρίγωνον ἰσογώνιον τῷ Φ τριγώνῳ, καὶ ἑπομένως ὅμοιον. καὶ γωνία ἡ ΑΔΕ = ΖΚΛ. ἀλλ' ὅλη ἡ ΓΔΕ ἴση ὅλῃ τῇ ΘΚΛ. (ο) ᾗ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΔΑ ἴση λοιπῇ τῇ ΘΚΖ. ἐπεὶ ἦν τῶν Ξ, Τ τριγώνων ἡ μὲν γωνία ΑΓΔ = ΖΘΚ, ἡ δὲ ΓΔΑ = ΘΚΖ, ὡς δέδεικται, ᾗ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΑΔ λοιπῇ τῇ ΘΖΚ ἴση.

ἰσο-

(μ) Κατὰ τὸν α. ὁρισ. τῦ ς. (ν) Κατὰ τὴν ς. τῦ ς. (ξ) Κατὰ τὴν δ. τῦ ς. (ο) Κατὰ τὸν ἀριθμ. ὁρισ.

ἰσογώνιον ἄρα τῷ Ξ τρίγωνον τῷ Τ τριγώνῳ. ἄρα ϗ ὅμοιον. ὃκῦν τὸ μὲν Ρ τρίγωνον ὅμοιον τῷ Σ, τὸ δὲ Ξ τῷ Τ, τὸ δὲ Ψ τῷ Φ. τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ εἴστε ὅμοια τρίγωνα διήρηται, καὶ ἴσα τὸ πλῆθος.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Τὸ Ρ τρίγωνον πρὸς τὸ Σ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΓ, πρὸς τὴν ΖΘ. ἀλλὰ καὶ τὸ Ξ πρὸς τὸ Τ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΓ, πρὸς τὴν ΖΘ. (π) ἄρα ὡς Ρ : Σ :: Ξ : Τ. (ρ) καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ὡς Ξ : Τ :: Ψ : Φ. ἄρα ὡς Ρ : Σ :: Ξ : Τ :: Ψ : Φ. ἄρα καὶ ὡς Ρ + Ξ + Ψ : Σ + Τ + Φ :: Ρ : Σ. (σ) ἀλλὰ τὸ μὲν Ρ + Ξ + Ψ ἴσον τῷ ΑΒΓΔΕ πολυγώνῳ, τὸ δὲ Σ + Τ + Φ ἴσον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ. ὡς ἄρα ΑΒΓΔΕ : ΖΗΘΚΛ :: Ρ : Σ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Γ'.

Τὸ Ρ τρίγωνον πρὸς τὸ Σ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ, πρὸς τὴν ΖΗ. (τ) ἀλλ' ὡς Ρ : Σ :: ΑΒΓΔΕ : ΖΗΘΚΛ. (υ) ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον, πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ, πρὸς τὴν ΖΗ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΑ'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, ϗ ἀλλήλοις ἐςὶν ὅμοια.

Ἔςω ἑκάτερον τῶν Α, Β εὐθυγράμμων τῷ Γ ὅμοιον. λέγω, ὅτι καὶ τὸ Α ὅμοιόν ἐςι τῷ Β. ϰ. 27.

(π) Κατὰ τὴν ιθ. τῦ ε. (ρ) Κατὰ τὸ ζ. θεώρ. τὸ μετὰ τὸ ε. βιβλ. (σ) Κατὰ τὴν θ. τῦ ε. (τ) Κατὰ τὴν ιθ. τῦ ε. (υ) Κατὰ τὸ β. μέρ. τῆς δε τῆς προτ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ ἐςὶν ὅμοιον τὸ Α τῷ Γ, ἰσογώνιόν τε ἐςὶν αὐτῷ, ϗ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὅμοιόν ἐςι τὸ Β τῷ Γ, ἰσογώνιόν τε ἐςὶν αὐτῷ ϗ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἑκάτερον ἄρα τῶν Α, Β τῷ Γ ἰσογώνιόν τε ἐςὶ, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἄρα καὶ τὸ Α τῷ Β ἰσογώνιόν τε ἐςὶ, ϗ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα ἐςὶ τὸ Α τῷ Β.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ. ΚΒʹ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε ϗ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔςαι. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε ϗ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, ϗ αὗται αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔςωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΕΖ : ΗΘ. καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ Ρ, Σ· ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΗΘ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ Τ, Υ. λέγω, ὅτι ἐςὶν, ὡς Ρ : Σ : : Τ : Υ. ἐὰν δὲ ὡς Ρ : Σ : : Τ : Υ, ἔςαι καὶ ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΕΖ : ΗΘ. χ. 28.

ΔΕΙΞΙΣ. ΤΟΥ Αʹ.

Ἐπεὶ τὸ Ρ ὅμοιόν ἐςι τῷ Σ, ἄρα τὸ Ρ πρὸς τὸ Σ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. (φ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ Τ πρὸς τὸ Υ διπλασίονα λόγον

(φ) Κατὰ τὴν η. τῦ ϛ.

λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ἀλλ' ὡς ΑΒ: ΓΔ :: ΕΖ : ΗΘ. (χ) ἄρα καὶ ὡς Ρ : Σ :: Τ : Υ. (ψ)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Τὸ Ρ πρὸς τὸ Σ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, (ω) ὡσαύτως καὶ τὸ Τ πρὸς τὸ Υ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ἀλλ' ὡς Ρ : Σ :: Τ : Υ. (α) ἄρα καὶ ὡς ΑΒ : ΓΔ :: ΕΖ : ΗΘ. (β)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΓ'.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔσω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ Χ, Ρ ἴσην ἔχοντα τὴν ΒΓΔ γωνίαν τῇ ΕΓΗ. λέγω, ὅτι τὸ Χ πρὸς τὸ Ρ λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. σχ. 29.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Κείσθω, ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΗ. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ, καὶ ἡ ΔΓ, τῇ ΓΕ. (γ) καὶ συμπεπληρώσθω τὸ παραλληλόγραμμον Ψ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὰ Χ, Ψ, Ρ τρία εἰσὶ μεγέθη, τὸ πρῶτον ἄρα Χ πρὸς τὸ τρίτον Ρ λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει πρῶτον Χ πρὸς δεύτερον Ψ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει δεύτερον Ψ πρὸς τρίτον Ρ. (δ) ἀλλ' ὡς Χ : Ψ :: ΒΓ : ΓΗ, καὶ ὡς Ψ : Ρ :: ΔΓ : ΓΕ. (ε) ἄρα τὸ Χ πρὸς τὸ Ρ λόγον ἔχει συγ-

(χ) Ἐξ ὑποθ. (ψ) Κατὰ τὸ ζ. θεώρ. τὸ μετὰ τὸ ε. βιβλ. (ω) Κατὰ τὴν κ. τοῦ ς. (α) Ἐξ ὑποθ. (β) Κατὰ τὸ εἰρημ. θεώρ. (γ) Ἐκ τῆς ιε. τοῦ α. δῆλον (δ) Κατὰ τὸ κ. πόρ. τὸ μετὰ τὴν η. τοῦ ε. (ε) Κατὰ τὴν κ. τοῦ ς.

κείμενον ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΒΓ : ΓΗ, ϗ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΔΓ : ΓΕ. ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΣΥΝΕΠΕΙΑ.

Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ, ἐπ' εὐθείας κειμένων τῶν ΔΓ, ΓΒ πλευρῶν τῶν Χ, Ρ τριγώνων, τῶν τὰς περὶ τὸ Γ γωνίας ἴσας ἐχόντων, καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΔΕ, δειχθήσεται, ὅτι τὸ Χ τρίγωνον πρὸς τὸ Ρ τρίγωνον λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, καὶ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ. χ. 30.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὰ παραλληλόγραμμα καὶ τρίγωνα τὰ ἄνισα ἔχοντα τὰ ὕψη ϗ τὰς βάσεις ἐν λόγῳ συγκειμένῳ εἰσὶν ἔκ τε τȣ̃ λόγȣ ὃν ἔχει ὕψος πρὸς ὕψος, καὶ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει βάσις πρὸς βάσιν.

Ἔςω παραλληλόγραμμα τὰ Χ, Ρ ἄνισα ἔχοντα ὕψη, τὰ ΒΙ, ΖΚ, καὶ βάσεις τὰς ΑΔ, ΕΘ. λέγω, ὅτι τὸ Χ πρὸς τὸ Ρ λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΒΙ : ΖΚ, ϗ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΑΔ : ΕΘ. χ. 31.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ γινόμενον ἐκ τῶν ἡγȣμένων, εἴτȣν ΒΙ. ΑΔ, πρὸς τὸ γινόμενον ἐκ τῶν ἑπομένων, ἤτοι ΖΚ. ΕΘ, λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΒΙ : ΖΚ, ϗ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΑΔ : ΕΘ. (ζ) ἀλλὰ τὸ μὲν ΒΙ. ΑΔ = Χ, τὸ δὲ ΖΚ. ΕΘ = Ρ. (η) καὶ Χ ἄρα πρὸς Ρ λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΒΙ : ΖΚ, καὶ ἐκ τȣ̃ ὃν ἔχει ΑΔ : ΕΘ. ὅπερ ἐςὶν, ὅτι Χ : Ρ :: ΒΙ. ΑΔ : ΖΚ. ΕΘ.

Καὶ

(ζ) Κατὰ τὸν ζ. ὁρισμ. τȣ̃ ε. (η) Ὅρα τὸ χόλ. τὸ μετὰ τὸν ζ. ὁρισ. τȣ̃ ε.

Καὶ φανερὸν, ὅτι ἐὰν τά τε ὕψη καὶ αἱ βάσεις ἴσαι ὦ, ἴσα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα. ἐὰν δὲ τὰ ὕψη ἴσα ᾖ, τὰ παραλληλόγραμμα ἀνάλογον εἰσὶ ταῖς βάσεσιν, ἤτοι ὡς Χ : Ρ : : ΑΔ : ΕΘ. ἐὰν δὲ αἱ βάσεις ἴσαι, ἀνάλογον τοῖς ὕψεσι, τουτέστιν ὡς Χ : Ρ : : ΒΙ : ΖΚ.

Ἐπεὶ δὲ τὰ τρίγωνα ἡμίσεά εἰσι τῶν παραλληλογράμμων τῶν τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ τὰς αὐτὰς βάσεις ἐχόντων, (θ) καὶ τὰ τρίγωνα ἄρα τὰ ἄνισα ἔχοντα τὰ ὕψη καὶ τὰς βάσεις ἐν λόγῳ συγκειμένῳ εἰσὶ τῶν ὕψεων καὶ τῶν βάσεων. ἐὰν δὲ τὰ ὕψη ἴσα ἔχῃ, ἀνάλογόν ἐστι ταῖς βάσεσιν· ἐὰν δὲ τὰς βάσεις ἴσας, ἀνάλογον τοῖς ὕψεσιν· ἐὰν δὲ τά τε ὕψη καὶ τὰς βάσεις ἴσας, ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ τὰ τρίγωνα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΔ΄.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα τὰ ΕΗ, ΘΚ. λέγω, ὅτι ἑκάτερον τῶν ΕΗ, ΘΚ ὅμοιόν ἐστι τῷ ὅλῳ ΑΒΓΔ, καὶ ἀλλήλοις. σχ. 32.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις ΘΚ, ΒΔ, ἡ μὲν γωνία ΖΘΓ = ΑΒΓ, ἡ δὲ ΖΚΓ = ΑΔΓ, (ι) ἡ δὲ πρὸς τῷ Γ κοινή. καὶ ἡ ΚΖΘ ἄρα ἴση τῇ ΔΑΒ. (κ) ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΘΚ τῷ ΒΔ. καὶ ἐπεὶ τὰ τρίγωνα ΓΚΖ, ΓΔΑ ἰσογώνιά εἰσιν, ὡς ἄρα ΓΚ : ΚΖ : : ΓΔ : ΔΑ. (λ) τῶν ἄρα

(θ) Κατὰ τὴν μα. τοῦ α. (ι) Κατὰ τὴν κθ. τοῦ α. (κ) Ὅρα τὴν ιδ. συνέπ. τὴν μετὰ τὴν λβ. τοῦ α. (λ) Κατὰ τὴν δ. τοῦ ϛ.

ἄρα ΘΚ, ΒΔ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευραί. ὅμοιον ἄρα τὸ ΘΚ τῷ ΒΔ. (μ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΗ ὅμοιόν ἐστι τῷ ΒΔ. τὰ ἄρα ΘΚ, ΕΗ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν ὅμοια. (ν)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΕʹ.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δὴ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ· ᾧ δὲ ἴσον, τὸ Δ. πίν. ΙΘʹ. σχ. 33.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Παραβεβλήσθω παρὰ μὲν τὴν ΓΓ, τῷ ΑΒΓ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ, παρὰ δὲ τὴν ΓΕ, τὸ ΓΜ ἴσον τῷ Δ ἐν γωνίᾳ τῇ ΖΓΕ ἴσῃ τῇ ΓΒΛ. (ξ) καὶ δῆλον, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΕΜ. (ο) καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ. (π) καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τὸ ΗΚΘ εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ ΑΒΓ. (ρ) λέγω, ὅτι τὸ ΗΚΘ ἴσον τῷ δοθέντι Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὡς ΖΓ : ΗΘ ·: ΗΘ : ΓΒ. (σ) ἡ ἄρα ΖΓ πρὸς τὴν ΓΒ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΒ. (τ) ἀλλὰ καὶ τὸ ΗΚΘ πρὸς τὸ ΓΑΒ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΒ. (υ) ὡς ἄρα ΗΚΘ : ΓΑΒ :: ΖΓ : ΓΒ. (φ) ἀλλ' ὡς ΖΓ : ΓΒ : : ΓΜ : ΒΕ. (χ) ἄρα καὶ ὡς ΗΚΘ : ΓΑΒ : : ΓΜ : ΒΕ. (ψ) ἀλλὰ τὸ ΓΑΒ

(μ) Κατὰ τὸν α. ὁρισμ. τῦ ϛ. (ν) Κατὰ τὴν κα. τῦ ϛ. (ξ) Κατὰ τὴν με. τῦ α. (ο) Ἐκ τῆς ιδ. τῦ α. (π) Κατὰ τὴν ιγ. τῦ ϛ. (ρ) Κατὰ τὴν ιη. τῦ ϛ. (σ) Ἐκ τῆς κατασκ. (τ) Κατὰ τὸ β. πόρ. τὸ μετὰ τὴν θ. τῦ ε. (υ) Κατὰ τὴν ι. ἢ κ. τῦ ϛ. (φ) Κατὰ τὸ ζ. θεώρ. τὸ μετὰ τὸ ε. βιβ. (χ) Κατὰ τὴν ια. τῦ ε. (ψ) Κατὰ τὴν ε. τῦ ε.

ΓΑΒ = ΒΕ. (ω) ἄρα καὶ τὸ ΗΚΘ = ΓΜ. ἀλλὰ τὸ ΓΜ = Λ. (α) ἄρα ϗ τὸ ΗΚΘ = Δ. ἀλλὰ τὸ ΗΚΘ ὅμοιον τῷ ΑΒΓ. (β) τὸ ζητέμενον ἄρα ἐςί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚϚ'.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμȣ παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ ϗ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐςὶ τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ παραλληλογράμμȣ τȣ̃ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΕΖ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ ϗ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, τὴν ΑΒΓ. λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐςὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΕΖ. μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν, ἔςω τȣ̃ μὲν ΕΖ διάμετρος ἡ ΒΗ, τȣ̃ δὲ ΑΒΓΔ ἡ ΒΘΔ. χ. 34.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ ἡ ΗΖ παράλληλός ἐςι τῇ ΔΓ, ἰσογώνιά ἐςι τὰ ΒΓΔ, ΒΖΘ τρίγωνα. ὡς ἄρα ΒΓ : ΓΔ :: ΒΖ : ΖΘ. (γ) ἀλλ' ὡς ΒΓ : ΓΔ :: ΒΖ : ΖΗ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν παραλληλογράμμων ΑΒΓΔ, ΕΖ. ὡς ἄρα ΒΖ : ΖΘ :: ΒΖ : ΖΗ. (δ) ἡ ἄρα ΖΘ = ΖΗ. (ε) τὸ μέρος τῷ ὅλῳ, ὅπερ ἀδύνατον. ἐκ ἄρα περὶ ἄλλην διάμετρον ἐςὶ τὸ ΑΒΓΔ. ἄρα περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐςι τῷ ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ'.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, ϗ ἐλλειπόν-

(ω) Ἐκ τῆς κατασκ. (α) Ἐκ τῆς κατασκ. (β) Ὁμοίως. (γ) Κατὰ τὴν δ. τȣ̃ ε. (δ) Κατὰ τὴν ε. τȣ̃ ε. (ε) Κατὰ τὴν β. τȣ̃ ε.

πόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΔΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφέντι τῆς ΑΒ, τουτέστι τῆς ΓΒ. λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ΔΒ, μέγιστόν ἐστι τὸ ΑΔ. σχ. 35.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΖΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΒ. καὶ ἐχέτω πρῶτον τὸ ΑΖ τὴν ΑΚ βάσιν μείζονα τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ, εἴτουν τῆς ΑΓ. λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΔ τοῦ ΑΖ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΚΖ, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΔΕ κατὰ τὸ Ι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὰ ΔΒ, ΖΒ παραλληλόγραμμα περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον τὴν ΔΒ. (ζ) τὸ ἄρα ΓΖ = ΖΕ. (η) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΒ. τὸ ἄρα ΓΘ = ΚΕ. ἀλλὰ τὸ ΓΘ = ΓΗ. (θ) ἄρα ΓΗ = ΚΕ κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ. τὸ ἄρα ΑΖ ἴσον τῷ γνώμονι ΛΜΝ. ἀλλὰ τὸ ΒΔ $>$ ΛΜΝ. ἄρα τὸ ΒΔ $>$ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΔ = ΑΔ. (ι) τὸ ἄρα ΑΔ $>$ ΑΖ.

Ἀλλὰ

(ζ) Ἐν τῇ κατασκ. (η) Κατὰ τὴν μγ. τοῦ α. (θ) Κατὰ τὴν λϛ. τοῦ α. (ι) Κατὰ τὴν αὐτήν.

Ἀλλὰ δὴ ἐχέτω τὸ ΛΖ βάσιν τὴν ΛΚ ἐλάσσονα τῆς ΛΓ. κ̀ ἐπεὶ τὸ ΔΘ = ΔΗ, (κ) ἔστι δὲ τὸ ΔΗ > ΜΗ, ἄρα καὶ τὸ ΔΘ > ΜΗ. ἀλλὰ τὸ ΔΘ = ΔΚ. (λ) ἄρα κ̀ τὸ ΔΚ > ΜΗ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΜΛ ἄρα τὸ ΛΔ > ΛΖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. χ. 36.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, κ̀ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν, τὸ Γ, μὴ μεῖζον ὂν τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων· ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν, τὸ Δ. χ. 37.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε. κ̀ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΕ τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον ὅμοιον κ̀ ὁμοίως κείμενον τῷ δοθέντι Δ. (μ) καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΘ παραλληλόγραμμον. τὸ δὴ ΑΖ, ἤτοι ἴσον ἐστὶ

(κ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (λ) Κατὰ τὴν μγ. τοῦ α. (μ) Κατὰ τὴν ιη. τοῦ ϛ.

ἐστὶ τῷ Γ, ἢ μεῖζον αὐτῶ, διὰ τὸν ὁρισμόν. εἰ μὲν ὖν ἴσον, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΑΖ, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΕΘ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ· εἰ δ' ἐκ ἴσον, μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΖ τῶ Γ. εὑρεθήτω ὖν ἡ ὑπεροχὴ, καθ' ἣν τὸ ΑΖ ὑπερέχει τὸ Γ. (ν) καὶ αὐτῇ μὲν τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ ΕΘ ὅμοιον ἀναγεγράφθω παραλληλόγραμμον τὸ ΚΛ, κοινὴν ἔχον τὴν ΕΖΘ γωνίαν τῷ ΕΘ. (ξ) καὶ διήχθω ἡ μὲν ΚΙ ἐπὶ τὰ Μ, Ν σημεῖα, ἡ δὲ ΛΙ ἐπὶ τὸ Ο. λέγω, ὅτι τὸ ΑΙ παραλληλόγραμμον ἐστὶ τὸ ζητέμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὰ ΚΛ, ΕΘ παραλληλόγραμμα περὶ τὴν αὐτὴν εἰσὶ διάμετρον τὴν ΖΙΒ. (ο) τὸ ἄρα ΕΙ = ΙΘ. (π) κοινὸν προσκείσθω τὸ ΟΝ. ἄρα τὸ ΕΝ = ΟΘ. ἀλλὰ τὸ ΕΝ = ΕΜ. (ρ) τὸ ἄρα ΕΜ = ΟΘ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΙ. τὸ ἄρα ΑΙ ἴσον τῷ ΡΤΣ γνώμονι. ἀλλ' ὁ ΡΤΣ = Γ· ὑπερέχει γὰρ τὸ ΕΘ τὸ Γ κατὰ τὸ ΚΛ, ὁ δὲ ΡΤΣ ἐλλείπει τῶ ἴσος εἶναι τῷ ΕΘ, κατὰ το ΚΛ· τὸ ἄρα ΑΙ = Γ. ἐπεὶ δὲ τὸ ΟΝ ὅμοιον ἐστὶ τὸ ΕΘ, τὸ δὲ ΕΘ τῷ Δ, τὸ ἄρα ΟΝ ὅμοιον τῷ Δ. (σ) τὸ ἄρα ΑΙ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ΑΒ παραβέβληται, ἴσον τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ Γ, καὶ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΟΝ, ὁμοίῳ τῷ δοθέντι Δ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΘ΄.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβα-

(ν) Κατὰ τὴν συνέπ. τὴν μετὰ τὴν με. τῶ α. (ξ) Κατὰ τὴν κε. τῶ ς. (ο) Ἐκ τῆς κατασκ. (π) Κατὰ τὴν μγ. τῶ α. (ρ) Κατὰ τὴν λ.ς. τῶ α. (σ) Κατὰ τὴν κα. τῶ ς.

βαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, τὸ Γ· ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβαλεῖν, τὸ Δ. Σχ. 38.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ, καὶ συναμφοτέροις μὲν τοῖς ΒΖ, Γ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω, τὸ ΚΜ, κοινὴν ἔχον τῷ ΒΖ τὴν πρὸς τὸ Ζ γωνίαν. καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΒ, ΛΒ ἐπὶ τὰ Η, Θ σημεῖα. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΘ παραλληλόγραμμον. λέγω, ὅτι τὸ ΑΝ ἐστὶ τὸ ζητούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὰ ΕΛ, ΚΜ περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον τὴν ΖΝ, τὸ ἄρα ΚΒ $=$ ΒΜ. (τ) ἀλλὰ τὸ ΚΒ $=$ ΚΑ. (υ) τὸ ἄρα ΚΑ $=$ ΒΜ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΚΒ. τὸ ἄρα ΛΘ $=$ ΚΒ $+$ ΒΜ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΘΗ. τὸ ἄρα ΑΝ $=$ ΡΣΤ γνώμονι. ἐπεὶ δὲ τὸ ΚΜ $=$ ΒΖ $+$ Γ, (φ) κοινοῦ ἄρα ἀφαιρεθέντος τοῦ ΒΖ, ἔσται ὁ ΡΣΤ $=$ Γ. ἄρα καὶ τὸ ΑΝ $=$ Γ. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ΘΗ ὅμοιόν ἐστι τῷ ΚΜ, τὸ δὲ ΚΜ τῷ Δ, (χ) καὶ τὸ ΘΗ ἄρα ὅμοιον τῷ Δ. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, τῷ Γ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΑΝ, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ, τῷ ΘΗ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι Δ.

ΠΡΟ-

(τ) Κατὰ τὴν μγ. τοῦ α. (υ) Κατὰ τὸν λς. τοῦ α. (φ) Ἐκ τῆς κατασκ. (χ) Ἐκ τῆς κατασκ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Λʹ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένlω ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἔςω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη, ἡ ΑΒ. σχ. 39.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ε, ὥςε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης ΑΒ καὶ τῦ ἑτέρυ τῶν τμημάτων ΒΕ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ τῦ λοιπῦ τμήματος ΑΕ τετραγώνῳ. (ψ) λέγω, ὅτι γέγονε τὸ ἐπιταχθέν.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὸ ΑΒ. ΒΕ=ΑΕ. ΑΕ, (ω) ὡς ἄρα ΑΒ: ΑΕ:: ΑΕ : ΒΕ. (α) ἡ δοθεῖσα ἄρα ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται. (β)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΑʹ.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τlὼ ὀρθlὼ γωνίαν ὑποτεινύσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐςὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τlὼ ὀρθlὼ γωνίαν περιεχυσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἔςω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχον τὴν ΒΑΓ γωνίαν. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος ἴσον ἐςὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις, τετέςιν ὅτι Ρ=Ξ+Χ. σχ. 40.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ.

Ἤχθω ἡ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΒΓ.

ΔΕΙ-

(ψ) Κατὰ τὴν ια. τῦ β. (ω) Ἐκ τῆς κατασκ. (α) Κατὰ τὴν ς. τῦ ε. (β) Κατὰ τὴν γ. ὁρισμ. τῦ ς.