ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

Α. Τὰ ἴσα ὑπὸ τῦ αὐτῦ ἰσάκις περιέχονται· καὶ τὸ αὐτὸ, ἰσάκις ὑπὸ τῶν ἴσων.

Β'. Τὰ ὑπὸ τῦ αὐτῦ ἰσάκις περιεχόμενα ἴσα ἀλλήλοις· ὡσαύτως ἴσα καὶ τὰ τὸ αὐτὸ ἰσάκις περιέχοντα.

Γ'. Τὸ μεῖζον ὑπὸ τῦ αὐτῦ ἐλαττονάκις περιέχεται, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πλεονάκις ὑπὸ τῦ μείζονος ἤπερ ὑπὸ τῦ ἐλάσσονος.

Δ'. Τὸ πλεονάκις περιέχον τὸ αὐτὸ, μεῖζον τῦ ἐλαττονάκις περιέχοντος· ὡσαύτως τὸ ἐλαττονάκις ὑπὸ τῦ αὐτῦ περιεχόμενον μεῖζον τῦ πλεονάκις περιεχομένυ.

Ε'. Τὰ ὑπὸ τῆς μονάδος πολλαπλασιαθέντα ἢ διαιρεθέντα τὰ αὐτά εἰσι τοῖς καὶ πρὸ τῦ πολλαπλασιασμῦ καὶ τῆς διαιρέσεως.

ς'. Τῶν ἴσων καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια ἴσα. καὶ ὧν τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια ἴσα, κἀκεῖνα ἴσα.

Ζ'. Τῦ δι' ἑαυτῦ, ἢ δι' ἴσυ διαιρεθέντος μονὰς τὸ πηλίκον.

Η'. Τῶν ἴσων δι' ἴσων διαιρεθέντων ἴσα τὰ πηλίκα. καὶ ὧν δι' ἴσων διαιρεθέντων ἴσα τὰ πηλίκα, κἀκεῖνα ἴσα.

Ἑρμηνεία τῶν σημείων, εἰς τὰ ἐν τοῖς μεγέθεσι, τοῖς διὰ τῶν ςοιχείων δηλυμένοις, πάθη ἐμφαίνεται.

Τὸ μὲν Α. Β, ἢ Α×Β τὸ γινόμενον δηλοῖ τὸ ἐκ τῦ πολλαπλασιασμῦ τῦ Α ἐπὶ τὸ Β· ἀπαγγέλλεται δὲ ὕτως· Α ἐν τῷ Β· τὸ δὲ Α. $\overline{B \dagger \Gamma \dagger \Delta}$ ἐμφαίνει, ὅτι τὸ Α

 κοι-

κοινὸς πολλαπλασιαστής ἐστι πάντων τῶν ὑπὸ τὴν εὐθεῖαν μεγεθῶν· ἀπαγγέλλομεν δὲ Α ἐν τῷ Β ϗ Γ ϗ Δ· τὸ δὲ $\frac{A}{B}$, τὸ πηλίκον τὸ προκύπτον ἀπὸ τῆς διαιρέσεως τοῦ Α διὰ τοῦ Β· ὃ ϗ ἐκθέτης λέγεται· ἀπάγγειλον δ' οὕτως· Α διαιρεθὲν διὰ τοῦ Β. Τὰ δὲ Α : Β :: Γ : Δ ἢ Α : Β = Γ : Δ ἐμφαίνει, ὅτι ὃν λόγον ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Β, τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· ἐκφωνεῖται δὲ οὕτως· ὡς Α πρὸς Β, οὕτω Γ πρὸς Δ. Τὰ δὲ Α : Β $>$ Γ : Δ, ὅτι τὸ Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. Τὰ δὲ Α : Β $<$ Γ : Δ, ὅτι τὸ Α πρὸς τὸ Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. ϗ τὸ μὲν Α $>$ Β, ὅτι τὸ Α μεῖζον τοῦ Β· τὸ δὲ Β $<$ Α, ὅτι τὸ Β ἔλαττον τοῦ Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α΄. καὶ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ Ζ΄.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Ἔστω μεγέθη ἴσα τὰ Α καὶ Β, ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε μέγεθος τὸ Ζ. λέγω Α΄. ὅτι Α : Ζ :: Β : Ζ. Β΄. ὅτι καὶ Ζ : Α :: Ζ : Β.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἐπειδὴ Α = Β, (α) ἑκάτερον ἄρα ἰσάκις περιέχεται ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ Ζ. (β) ἄρα Α : Ζ :: Β : Ζ. (γ)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἐπειδὴ Α = Β, (δ) τὸ Ζ ἄρα ἰσάκις περιέχει ἑκάτερον τῶν Α ϗ Β. (ε) ἄρα Ζ : Α :: Ζ : Β. (ζ)

ΠΡΟ-

(α) Ἐξ ὑποθ. (β) Κατὰ τὸ α. ἀξ. τοῦ ι. (γ) Κατὰ τὸν β ὁρισμ. (δ) Ἐξ ὑποθ. (ε) Κατὰ τὸ α. ἀξ. (ζ) Κατὰ τὸν β. ὁρισμ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Β'. καὶ Θ'

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐςί· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐςίν.

Ἔςω Α : Ζ : : Β : Ζ. λέγω, ὅτι Α = Β. ἔςω δὲ καὶ Ζ : Α : : Ζ : Β. λέγω πάλιν, ὅτι Α = Β.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α'.

Ἐπειδὴ Α : Ζ : : Β : Ζ, (η) τὸ Α ἄρα τοσάκις ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ Ζ περιέχεται, ὁσάκις καὶ τὸ Β. (θ) ἄρα Α = Β. (ι)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Ἐπειδὴ Ζ : Α : : Ζ : Β, (κ) ἑκάτερον ἄρα τῶν Α, καὶ Β ἰσάκις περιέχεται ὑπὸ τοῦ Ζ. (λ) ἄρα Α = Β. (μ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Γ', καὶ Η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Ἔςω Α $>$ Β, καὶ ἄλλο ὃ ἔτυχε τὸ Ζ. λέγω Α'. ὅτι Α : Ζ $>$ Β : Ζ. Β', ὅτι Ζ : Β $>$ Ζ : Α.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α'.

Ἐπειδὴ Α $>$ Β, (ν) τὸ Α ἄρα ὑπὸ τοῦ Ζ ἐλαττονάκις περιέχεται, ἤπερ τὸ Β. (ξ) ἄρα Α : Ζ $>$ Β : Ζ. (ο)

(η) Ἐξ ὑποθ. (θ) Κατὰ τὸν β. ὁρισμ. (ι) Κατὰ τὸ β. ἀξιὼν. (κ) Ἐξ ὑποθ. (λ) Κατὰ τὸν β. ὁρισμ. (μ) Κατὰ τὸ β. ἀξ. (ν) Ἐξ ὑποθ. (ξ) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (ο) Κατὰ τὸν γ. ὁρισμ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Ἐπειδὴ Α $>$ Β, (π) τὸ Ζ ἄρα πλεονάκις ὑπὸ τοῦ Α, ἤπερ ὑπὸ τοῦ Β περιέχεται. (ρ) τὸ Ζ ἄρα πρὸς τὸ Α ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ Β. (σ) ὅπερ ἐστὶν, ὅτι τὸ Ζ πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ Α, ἤτοι Ζ : Β $>$ Ζ : Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Δ', καὶ Ι'.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἐλαττόν ἐστιν.

Ἐχέτω Α : Ζ $>$ Β : Ζ. λέγω, ὅτι Α $>$ Β. ἐχέτω δὲ καὶ Ζ : Β $>$ Ζ : Α. πάλιν ἔσται Α $>$ Β.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α'.

Ἐπειδὴ Α : Ζ $>$ Β : Ζ, (τ) τὸ Α ἄρα πλεονάκις ἤπερ τὸ Β περιέχει τὸ Ζ. (υ) ἄρα Α $>$ Β. (φ)

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β'.

Ἐπειδὴ Ζ : Β $>$ Ζ : Α, τὸ Ζ ἄρα περιέχεται ὑπὸ τοῦ Β ἐλαττονάκις, ἤπερ ὑπὸ τοῦ Α. (χ) τὸ Β ἄρα ἔλαττον τοῦ Α, ὅπερ ἐστὶν Α $>$ Β. (ψ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ε', καὶ ΙΑ'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Ἔστω Α : Β : : Γ : Δ, καὶ Γ : Δ : : Ε : Ζ. λέγω, ὅτι καὶ Α : Β : : Ε : Ζ.

ΔΕΙ-

(π) Ἐξ ὑποθ. (ρ) Κατὰ τὸ γ. ἀξ. (σ) Κατὰ τὸν γ. ὁρισ. (τ) Ἐξ ὑποθ. (υ) Κατὰ τὸν γ. ὁρισ. (φ) Κατὰ τὸ δ. ἀξ. (χ) Κατὰ τὸν γ. ὁρισ. (ψ) Κατὰ τὸ ἀντ. ἀξ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ Α : Β : : Γ : Δ, (ω) τοσάκις ἄρα τὸ Α περιέχεται ὑπὸ τοῦ Β, ὁσάκις καὶ τὸ Γ ὑπὸ τοῦ Δ. (α) ἀλλ' ὁσάκις τὸ Γ περιέχεται ὑπὸ τοῦ Δ, τοσάκις καὶ τὸ Ε ὑπὸ τοῦ Ζ· ἔστι γὰρ Γ : Δ : : Ε : Ζ· καὶ τὸ Α ἄρα τοσάκις περιέχεται ὑπὸ τοῦ Β, ὁσάκις τὸ Ε ὑπὸ Ζ. ἄρα Α : Β : : Ε : Ζ. (β)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ΄, καὶ ΙϚ΄. τοῦ ϛ΄.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων γινόμενον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, τὰ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω Α : Β : : Γ : Δ. λέγω, ὅτι $Α.Δ = Β.Γ$. ἔστω δὲ καὶ $Α.Δ = Β.Γ$. λέγω, ὅτι Α : Β : : Γ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Α΄.

Ἐπειδὴ Α : Β : : Γ : Δ, (γ) ὁ λόγος ἄρα ὃν ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Β ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. (δ) καὶ οἱ αὐτῶν ἄρα ἐκθέται ἴσοι. (ε) ἤτοι $\frac{Β}{Α} = \frac{Δ}{Γ}$. (ζ) καὶ ἑκατέρου διὰ τοῦ αὐτοῦ Α.Γ, εἴτουν διὰ τοῦ γινομένου ἐκ τῶν ἡγουμένων πολλαπλασιασθέντος, ἔσται $\frac{Α.Γ.Β}{Α} = \frac{Α.Γ.Δ}{Γ}$. (η) ἀλλ' $\frac{Α}{Α} = 1$. ὡσαύτως καὶ $\frac{Γ}{Γ} = 1$. (θ) ἄρα $Γ.Β = Α.Δ$. (ι)

Ι 3 ΔΕΙ-

(ω) Ἐξ ὑποθ. (α) Κατὰ τὸν β. ὁρισ. (β) Κατὰ τὸν αὐτ. ὁρισμ. (γ) Ἐξ ὑποθ. (δ) Κατὰ τὸν β. ὁρισμ. (ε) Κατὰ τὸ πόρ. τὸ μετὰ τὸν ϛ. ὁρισμ. (ζ) Κατὰ τὴν β. σημ. τὸν μετὰ τὸ πόρ. (η) Κατὰ τὸ ϛ. ἀξ. (θ) Κατὰ τὸ ζ. ἀξ. (ι) Κατὰ τὸ ε. ἀξ.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ Β΄.

Ἐπεὶ Γ. Β = Α. Δ, (κ) ἄρα διὰ τοῦ αὐτοῦ μεγέθους Α. Γ ἑκατέρου διαιρεθέντος, ἔσται $\frac{Γ.Β}{Α.Γ} = \frac{Α.Δ}{Α.Γ}$ (λ) ἀλλὰ $\frac{Γ}{Γ} = 1$, ὡσαύτως καὶ $\frac{Α}{Α} = 1$. (μ) ἄρα $\frac{Β}{Α} = \frac{Δ}{Γ}$. (ν) ἄρα καὶ Α : Β :: Γ : Δ. (ξ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ζ΄. καὶ ΙϚ΄.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω Α : Β :: Γ : Δ. λέγω, ὅτι καὶ Α : Γ :: Β : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Εἰ γὰρ μὴ Α : Γ :: Β : Δ, εἰλήφθω ἕτερον μέγεθος τὸ Ε ἤτοι μεῖζον ἢ ἔλαττον τοῦ Δ, ὥστε εἶναι Α : Γ :: Β : Ε. ἄρα Α. Ε = Β. Γ. (ο) ἀλλὰ καὶ Α. Δ = Β. Γ. (π) ἐστι γὰρ Α : Β :: Γ : Δ. ἄρα Α. Ε = Α. Δ. (ρ) ἀλλ' Α = Α. ἄρα καὶ Ε = Δ. (σ) ἀλλὰ καὶ μεῖζον ἢ ἔλαττον τὸ Ε τοῦ Δ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα Α : Γ :: Β : Ε. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ Α : Γ :: Β πρὸς ἄλλο τὶ, πλὴν τοῦ Δ. ὡς ἄρα Α : Γ :: Β : Δ.

ΑΛΛΩΣ.

Ἐπεὶ Α : Β :: Γ : Δ. ἄρα Α. Δ = Β. Γ. (τ) ἄρα καὶ Α : Γ :: Β : Δ. (υ)

ΣΤ-

(κ) Ἐξ ὑποθ. (λ) Κατὰ τὸ η. ἀξ. (μ) Κατὰ τὸ ζ. ἀξ. (ν) Κατὰ τὸ ι. ἀξ. (ξ) Κατὰ τὸ πόρ. τὸ μετὰ τὸν ϛ. ὁρισμ. (ο) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (π) Ὡσαύτως. (ρ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. τῆς α. (σ) Κατὰ τὸ ϛ. ἀξ. (τ) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (υ) Κατὰ τὴν αὐτ.

ΣΥΝΕΠΕΙΑ (φ).

Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ δείξομεν, ὅτι ἐὰν Α : Β : : Γ : Δ, ἔσαι καὶ ἀνάπαλιν Β : Α : : Δ : Γ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Η΄, καὶ ΙΕ΄.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἔσω ἰσάκις πολλαπλάσια τὸ μὲν Α τῦ Β, τὸ δὲ Γ τῦ Δ. λέγω, ὅτι Α : Γ : : Β : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὰ Α καὶ Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν Β καὶ Δ, τὰ ἄρα Β καὶ Δ ὅμοια μέρη εἰσὶ τῶν Α καὶ Γ. τοσάκις ἄρα τὸ Β περιέχεται ὑπὸ τῦ Α, ὁσάκις καὶ τὸ Δ ὑπὸ τῦ Γ. (χ) ὡς ἄρα Β : Α : : Δ : Γ. (ψ) καὶ ἐναλλὰξ ὡς Β : Δ : : Α : Γ. (ω)

ΠΟΡΙΣΜΑ. Α΄.

Ἐὰν τρία ὁποιαῦν μεγέθη ᾖ τὰ Α, Β, Γ τὺς ὁποιυσῦν λόγυς ἔχοντα, τὸ πρῶτον Α, πρὸς τὸ τρίτον Γ λόγον ἔχει συγκείμενον ἔκ τε τῦ λόγυ ὃν ἔχει πρῶτον Α, πρὸς δεύτερον Β, καὶ ἐκ τῦ ὃν ἔχει δεύτερον Β, πρὸς τρίτον Γ. τὸ γαρ γινόμενον ἐκ τῶν ἡγυμένων, τὸ Α. Β, πρὸς τὸ γινόμενον ἐκ τῶν ἑπομένων, τὸ Β. Γ, λόγον ἔχει συγκείμενον ἔκ τε τῦ λόγυ ὃν ἔχει Α πρὸς Β, καὶ ἐκ τῦ ὃν ἔχει Β πρὸς Γ. (†) ἀλλ᾽ Α. Β : Β. Γ : : Α : Γ. τὰ γὰρ Α. Β καὶ Β. Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν Α καὶ Γ. ἄρα τὸ πρῶτον Α, πρὸς τὸ τρίτον Γ λόγον ἔχει συγκείμενον ἔκ τε τῦ ὃν πρῶτον Α, πρὸς δεύτερον Β, καὶ ἐκ τῦ ὃν ἔχει δεύτε-

(φ) Μετὰ τὴν δ. πρότ. ὁ Εὐκλείδης τίθησιν αὐτήν. (χ) Κατὰ τὸν ιζ. ὁρισμ. (ψ) Κατὰ τὸν β. ὁρισμ. (ω) Κατὰ τὴν προλ. πρότ. (†) Κατὰ τὸν ζ. ὁρισμ.

τερον Β πρὸς τρίτον Γ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἐὰν τέσσαρα, ἢ πέντε, ἢ ὁσαδήποτοῦν μεγέθη ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον λόγον ἔχει συγκείμενον, ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσι πρὸς ἄλληλα τὰ μεταξὺ μεγέθη, καὶ ἐξ ὧν ἔχουσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ τὸ πρὸ τοῦ ἐσχάτου πρὸς τὸ ἔσχατον.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Τριῶν μὲν ὄντων τῶν τῆς συνεχοῦς ἀναλογίας μεγεθῶν, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχει ὅπερ τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ τὸ δεύτερον πρὸς τὸ τρίτον. τεττάρων δὲ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. ἐξ ἴσων γὰρ οἱ συγκείμενοι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ', καὶ Α', ἡ αὐτὴ δὲ καὶ ΙΒ'.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων, πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Ἔστω $A : B :: \Gamma : \Delta :: E : Z :: H : \Theta$. λέγω, ὅτι ὡς $A : B :: A + \Gamma + E + H : B + \Delta + Z + \Theta$.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ $A : B :: \Gamma : \Delta$, ἄρα $A.\Delta = B.\Gamma$. (α) ὡσαύτως ἐπειδὴ $A : B :: E : Z$. (β) ἄρα $A.Z = B.E$. (γ) καὶ διὰ τὰ αὐτὰ $A.\Theta = B.H$. προσκείσθω τῷ μὲν $A.\Delta$ τό, τε $A.Z$ καὶ τῷ $A.\Theta$, τῷ δὲ $B.\Gamma$, τό, τε $B.E$ καὶ τὸ $B.H$. ἄρα $A.\Delta + A.Z + A.\Theta = B.\Gamma + B.E + B.H$. κοινὸν προσκείσθω τὸ

Α,

(α) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε. (β) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε. (γ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε.

Α. Β. ἄρα Α. Β + Α. Δ + Α. Ζ + Α. Θ = Β. Α + Β. Γ + Β. Ε + Β. Η, ἤτοι Α. Β + Δ + Ζ + Θ = Β. Α + Γ + Ε + Η. ἄρα Α : Β :: Α + Γ + Ε + Η : Β + Δ + Ζ + Θ. (δ).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Ι'. ϗ ΙΗ'.

Ἐὰν μεγέθη ὁποιαοῦν ἀνάλογον ᾖ, ϗ συντεθέντα ἀνάλογον ἔςαι.

Ἔςω Α : Β :: Γ : Δ. λέγω, ὅτι ϗ Α + Β : Β :: Γ + Δ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ Α : Β :: Γ : Δ. ἄρα Α. Δ = Β. Γ. (ε) κοινὸν προσκείσθω τὸ Β. Δ. ἄρα Α. Δ + Β. Δ. = Β. Γ. + Β. Δ, ἤτοι Α + Β. Δ = Γ + Δ. Β. ἄρα Α + Β : Β :: Γ + Δ : Δ. (ζ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΑ' ϗ ΙΖ'.

Ἐὰν ὁποιαοῦν μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔςαι.

Ἔςω Α : Β :: Γ : Δ. λέγω ὅτι καὶ Α — Β : Β :: Γ — Δ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ Α : Β :: Γ : Δ, ἄρα Α. Δ = Β. Γ. (η) ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ Β. Δ. ἄρα Α. Δ — Β. Δ = Β. Γ — Β. Δ, ἤτοι Α — Β. Δ = Γ — Δ. Β. ἄρα Α — Β : Β :: Γ — Δ : Δ. (θ)

ΣΥΝΕΠΕΙΑ. (ι)

Ἐὰν Α : Β :: Γ : Δ, ἔςαι ϗ κατ' ἀναςροφὴν λόγου, Α : Α — Β :: Γ : Γ — Δ. ἐπεὶ γὰρ Α : Β :: Γ : Δ, (κ) ἄρα

(δ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (ε) Κατὰ τὴν αὐτ. (ζ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (η) Κατὰ τὴν αὐτ. (θ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (ι) Μετὰ τὴν ιθ. πρότ. παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ. (κ) Ἐξ ὑποθ.

ἄρα Α. Δ ═ Β. Γ. (λ) τούτων ἑκάτερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ Α. Γ μεγέθους. καὶ ἔσται τὸ Α. Γ--Α. Δ ═ Α. Γ--Β. Γ, ἤτοι Α. Γ -- Δ. ═ Γ. Α -- Β. ἄρα Α: Α -- Β :: Γ: Γ -- Δ. (μ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΒ΄, καὶ ΚΒ΄.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυω λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη, τὰ Α, Β, Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ Δ, Ε, Ζ, σύνδυω λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς Α: Β :: Δ: Ε, καὶ Β: Γ :: Ε: Ζ. λέγω, ὅτι καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται, ὡς Α: Γ :: Δ: Ζ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς Α: Β :: Δ: Ε, (ν) καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς Α: Δ :: Β: Ε. (ξ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς Β: Ε :: Γ: Ζ. ἄρα καὶ Α: Δ :: Γ: Ζ. (ο) καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς Α: Γ :: Δ: Ζ. ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΓ΄, καὶ ΚΓ΄.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυω λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι᾽ ἴσου τεταραγμένως ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἔστω τρία μεγέθη, τὰ Α, Β, Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυω λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, τὰ

(λ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε. (μ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (ν) Ἐξ ὑποθ. (ξ) Κατὰ τὴν ζ. τοῦ ε. (ο) Κατὰ τὴν ι. τοῦ ε.

τὰ Δ, Ε, Ζ. ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν Α : Β : : Ε : Ζ, ὡς δὲ Β : Γ : : Δ : Ε. λέγω, ὅτι καὶ Α : Γ : : Δ : Ζ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ Α : Β : : Ε : Ζ, (π) ἄρα Α. Ζ = Β. Ε. (ρ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ Β. Ε = Γ. Δ. ἄρα Α. Ζ = Γ. Δ. (σ) ἄρα Α : Γ : : Δ : Ζ. (τ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΔ', καὶ Β'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου· ἦ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Ἔστω πρῶτον τὸ Α δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τὸ Γ τετάρτου τοῦ Δ, εἴτουν ἔστω ὡς Α : Β : : Γ : Δ. ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ Ε δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τὸ ϛ τετάρτου τοῦ Δ, ἤτοι ἔστω ὡς Ε : Β : : ϛ : Δ. λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον Α + Ε δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ Γ + ϛ τετάρτου τοῦ Δ, εἴτουν ἔσται καὶ Α + Ε : Β : : Γ + ϛ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς Α : Β : : Γ : Δ, (υ) ἄρα Α. Δ = Β. Γ. (φ) διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ Ε. Δ = Β. ϛ. προσκείσθω τῷ μὲν Α. Δ τὸ Ε. Δ, τῷ δὲ Β. Γ τὸ Β. ϛ. ἄρα Α. Δ +

Ε.

(π) Ἐκ ὑποθ. (ρ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε. (σ) Κατὰ τὸ α. ἀξ. τοῦ α. (τ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε. (υ) Ἐξ ὑποθ. (φ) Κατὰ τὴν ϛ. τοῦ ε.

F. Δ = B. Γ + B. ϛ, ἤτοι $\overline{\mathrm{A}+\mathrm{E}}$. Δ = B. $\overline{\Gamma+ϛ}$. ἄρα A + E : B :: Γ + ϛ : Δ. (χ) ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΕ΄, καὶ Γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι᾽ ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Ἔστω πρῶτον Α δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τὸ Γ τετάρτου τοῦ Δ, εἴτουν ἔστω Α : Β :: Γ : Δ. καὶ ληφθήτω ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ μὲν Α τὸ Ε, τοῦ δὲ Γ τὸ Ζ. λέγω, ὅτι καὶ Ε : Β :: Ζ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ τὰ Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσιά εἰσι τῶν Α, Γ. τοσάκις ἄρα τὸ Α περιέχεται ὑπὸ τοῦ Ε, ὁσάκις καὶ τὸ Γ ὑπὸ τοῦ Ζ. (ψ) ἄρα ὡς Α : Ε :: Γ : Ζ. ἄρα καὶ ἀνάπαλιν ὡς Ε : Α :: Ζ : Γ. (ω) ἀλλὰ καὶ Α : Β :: Γ : Δ. (α) ἄρα δι᾽ ἴσου, ὡς Ε : Β :: Ζ : Δ. (β)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙϚ΄, καὶ Δ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τοῦ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέ-

τέ-

(χ) Κατὰ τὴν αὐτήν. (ψ) Κατὰ τὸν ιζ. ὁρισ. (ω) Κατὰ τὴν τῆς ζ. τοῦ ε. συνέπ. (α) Ἐξ ὑποθ. (β) Κατὰ τὴν ιβ. τοῦ ε.

τέρȣ καὶ τετάρτȣ καθ' ὁποιονȣ̃ν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἔςω ὡς Α : Β : : Γ : Δ. ἢ εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Β, Δ, τὰ Η, Θ. λέγω, ὅτι ὡς Ε : Ζ : : Η : Θ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ τὰ Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσιά εἰσι τῶν Α, Γ. ἄρα ὡς Α : Ε : : Γ : Ζ. (γ) καὶ διὰ τὰ αὐτὰ, ὡς Β : Η : : Δ : Θ. καὶ ἐπεὶ ὡς Α : Ε : : Γ : Ζ. ἔςαι καὶ ἀνάπαλιν, ὡς Ε : Α : : Ζ : Γ. (δ) ἀλλὰ ἢ ὡς Α : Β : : Γ : Δ. (ε) ἄρα δι' ἴσȣ, καὶ ὡς Ε : Β : : Ζ : Δ. (ζ) ἄρα ἢ ἐναλλὰξ, ὡς Ε : Ζ : : Β : Δ. (η) καὶ ἐπεὶ ὡς Β : Η : : Δ : Θ, ἔςαι καὶ ἐναλλὰξ ὡς Β : Δ : : Η : Θ. ἄρα καὶ ὡς Ε : Ζ : : Η : Θ. (θ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ', ἢ ΙΘ', ἡ αὐτὴ δὲ ἢ Ε'.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, ȣ̃τως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθὲν, ἢ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔςαι ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔςω ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΑΕ : ΓΖ. λέγω, ὅτι καὶ ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΕΒ : ΖΔ. πίν. ιε'. χ. 2.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΑΕ : ΓΖ, ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΑΒ : ΑΕ : : ΓΔ : ΓΖ. (ι) ἄρα καὶ διαιρεθέντα ἔςαι, ὡς ΑΒ — ΑΕ : ΑΕ : : ΓΔ — ΓΖ : ΓΖ. (κ) ἀλλ' ΑΒ — ΑΕ = ΕΒ, καὶ ΓΔ — ΓΖ = ΖΔ. ἄρα ὡς ΕΒ : ΑΕ : :

(γ) Κατὰ τὸν ιζ. ὁρισ. (δ) Κατὰ τὴν ἀρημ. συνέπ. (ε) Ἐξ ὑποθ. (ζ) Κατὰ τὴν ιβ. τȣ̃ ε. (η) Κατὰ τὴν ζ. τȣ̃ ε. (θ) Κατὰ τὴν ε. τȣ̃ ε. (ι) Κατὰ τὴν ζ. τȣ̃ ε. (κ) Κατὰ τὴν ια. τȣ̃ ε.

ΑΕ : : ΖΔ : ΓΖ. ἄρα ϰ̀ ἀνάπαλιν, ὡς ΑΕ : ΕΒ : : ΓΖ : ΖΔ. (λ) ἄρα καὶ συντεθέντα ἔςαι, ὡς ΑΕ + ΕΒ : ΕΒ : : ΓΖ + ΖΔ : ΖΔ. (μ) ἀλλ' ΑΕ + ΕΒ = ΑΒ, ϰ̀ ΓΖ + ΖΔ = ΓΔ. ἄρα ὡς ΑΒ : ΕΒ : : ΓΔ : ΖΔ. ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΕΒ : ΖΔ. ο. ε. δ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ', καὶ ς'.

Ἐὰν δύω μεγέθη δύω μεγεθῶν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσια, ϰ̀ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς, ἤτοι ἴσα ἐςὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἔςω ὡς ΑΒ : Ε : : ΓΔ : Ζ. καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ ΑΗ, ΓΘ, ἔςω ΑΗ : Ε : : ΓΘ : Ζ. λέγω, ὅτι ϰ̀ ὡς ΗΒ : Ε : : ΘΔ : Ζ. χ. 2.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ΑΒ : Ε : : ΓΔ : Ζ, ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΑΒ : ΓΔ : : Ε : Ζ. (ν) ὁμοίως ἐπεὶ ΑΗ : Ε : : ΓΘ : Ζ, ἔςαι ϰ̀ ὡς ΑΗ : ΓΘ : : Ε : Ζ. ἄρα ϰ̀ ὡς ΑΒ : ΓΔ : : ΑΗ : ΓΘ. (ξ) καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΑΒ : ΑΗ : : ΓΔ : ΓΘ. ἄρα καὶ διαιρεθέντα ἔςαι ὡς ΑΒ — ΑΗ : ΑΗ : : ΓΔ — ΓΘ : ΓΘ, (ο) ἤτουν ὡς ΗΒ : ΑΗ : : ΘΔ : ΓΘ. ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ΗΒ : ΘΔ : : ΑΗ : ΓΘ. ἀλλὰ καὶ ΑΗ : ΓΘ : : Ε : Ζ, ὡς δέδεικται. ἄρα ΗΒ : ΘΔ : : Ε : Ζ. (π) ἄρα ϰ̀ ἐναλλὰξ, ὡς ΗΒ : Ε : : ΘΔ : Ζ, δῆλον δὲ, ὅτι ἐὰν τὸ ΗΒ = Ε, ϰ̀ τὸ ΘΔ = Ζ. ἐὰν δὲ μὴ, τὰ ΗΒ, ΘΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν Ε ϰ̀ Ζ.

ΠΡΟ-

(λ) Κατὰ τὴν τῆς ζ. τοῦ ε. συνέπ. (μ) Κατὰ τὴν ι. τοῦ ε. (ν) Κατὰ τὴν ζ. τοῦ ε. (ξ) Κατὰ τὴν ε. τοῦ ε. (ο) Κατὰ τὴν ια. τοῦ ε. (π) Κατὰ τὴν ε. τοῦ ε.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΘ', καὶ ΙΓ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον· καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Ἔςω ὡς Α : Β :: Γ : Δ, καὶ Γ : Δ $>$ Ε : ς. λέγω, ὅτι καὶ Α : Β $>$ Ε : ς.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ Γ : Δ $>$ Ε : ς. τὸ Γ ἄρα περιέχεται ὑπὸ τῦ Δ ἐλαττονάκις ἤπερ τὸ Ε ὑπὸ τῦ ς. (ρ) ἀλλ᾽ ὁσάκις τὸ Γ περιέχεται ὑπὸ τῦ Δ, τοσάκις καὶ τὸ Α ὑπὸ τῦ Β. ἔςι γὰρ ἐξ ὑποθέσεως ὡς Α : Β :: Γ : Δ. καὶ τὸ Α ἄρα περιέχεται ὑπὸ τῦ Β ἐλαττονάκις ἤπερ τὸ Ε ὑπὸ τῦ ς. ἄρα Α : Β $>$ Ε : ς. (σ)

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κ', καὶ ΙΔ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τῦ τρίτυ μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τῦ τετάρτυ μεῖζον ἔςαι, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Ἔςω Α : Β :: Γ : Δ. λέγω, ὅτι ἐὰν Α $>$ Γ, καὶ Β $>$ Δ. κἂν Α $=$ Γ, καὶ Β $=$ Δ· κἂν Α $<$ Γ, καὶ Β $<$ Δ.

ΔΕΙ-

(ρ) Κατὰ τὸν γ. ὁρισμ. (σ) Κατὰ τὸν ἀντ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ Α : Β :: Γ : Δ, ἄρα καὶ ἐναλλὰξ, ὡς Α : Γ :: Β : Δ. ἐξ οὗ δῆλον τὸ προκείμενον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΑ΄, ἢ Κ΄.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυω λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσαι· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Ἔςω τρία μεγέθη, τὰ Α, Β, Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ Δ, Ε, ϛ. καὶ ἔςω ὡς Α : Β :: Δ : Ε, καὶ ὡς Β : Γ :: Ε : ϛ. λέγω, ὅτι ἐὰν Α $>$ Γ, καὶ Δ $>$ ϛ· κἂν Α $=$ Γ, καὶ Δ $=$ ϛ· κἂν Α $<$ Γ, καὶ Δ $<$ ϛ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς Α : Β :: Δ : Ε, καὶ ὡς Β : Γ :: Ε : ϛ. ἄρα καὶ δι᾽ ἴσου, ὡς Α : Γ : Δ : ϛ (τ) ἐξ οὗ δῆλον τὸ προτεθέν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΒ΄, ἢ ΚΑ΄.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυω λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσαι· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Ἔςω

(τ) Κατὰ τὴν ιϐ. τοῦ ε.

Ἔσω τρία μεγέθη, τὰ Α, Β, Γ, ϗ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ Δ, Ε, Ϛ. ϗ ἔσω, ὡς Α : Β :: Ε : Ϛ, ϗ ὡς Β : Γ :: Δ : Ε. λέγω, ὅτι ἐὰν Α > Γ, καὶ Δ > Ϛ· κἂν Α = Γ, ϗ Δ = Ϛ· κἂν Α < Γ, ϗ Δ < Ϛ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ ὡς Α : Β :: Ε : Ϛ, καὶ ὡς Β : Γ :: Δ : Ε, ἄρα καὶ δι' ἴσȣ τεταραγμένως ὡς Α : Γ : Δ : Ϛ. (υ) ὅθεν φανερὸν τὸ προκείμενον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΓ΄, ϗ ΚΔ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ἔχῃ δὲ ϗ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, ϗ συντεθὲν πρῶτον ϗ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ϗ τρίτον ϗ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Ἔσω ὡς Α : Β :: Γ : Δ, καὶ ὡς Ε : Β :: Ϛ : Δ. λέγω, ὅτι ὡς Α + Ε : Β :: Γ + Ϛ : Δ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὡς Α : Β :: Γ : Δ, ἄρα ϗ ἐναλλὰξ, ὡς Α : Γ :: Β : Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ϗ ὡς Ε : Ϛ :: Β : Δ. ἄρα καὶ ὡς Α : Γ :: Ε : Ϛ. (φ) ἄρα καὶ ἐναλλὰξ ὡς Α : Ε :: Γ : Ϛ. ἄρα καὶ συντεθέντα ὡς Α + Ε : Ε :: Γ + Ϛ : Ϛ. (χ) ἐπεὶ δὲ καὶ ὡς Ε : Β :: Ϛ : Δ, (ψ) ἄρα καὶ δι' ἴσȣ, ὡς Α + Ε : Β :: Γ + Ϛ : Δ. (ω) ὃ ἔδει δεῖξαι.

(υ) Κατὰ τὴν ιγ. τȣ̃ ε. (φ) Κατὰ τὴν ε. τȣ̃ ε. (χ) Κατὰ τὴν ι. τȣ̃ ε. (ψ) Ἐξ ὑποθ. (ω) Κατὰ τὴν ιβ. τȣ̃ ε.