καὶ τὰ ἐν μέρει παραγόμενα ἀλλήλοις συνάψωμεν· ὅθεν

$$(3\alpha + \beta)\cdot(4\gamma + \delta) = 12\,\alpha\gamma + 4\beta\gamma + 3\,\alpha\delta + \beta\delta.$$

ἔστωσαν $\left.\begin{array}{l} 3\alpha + 2\beta + \delta \\ 2\alpha + 3\gamma \end{array}\right)$ οἱ παράγ.

$6\,\alpha\alpha + 4\alpha\beta + 2\,\alpha\delta$ τὸ παραγ. τὸ ἐκ τοῦ 2α·

καὶ $9\,\alpha\gamma + 6\beta\gamma + 3\gamma\delta$ τὸ ἐκ τοῦ 3γ·

ἄρα $6\,\alpha\alpha + 4\alpha\beta + 2\alpha\delta + 9\,\alpha\gamma + 6\beta\gamma + 3\gamma\delta$ τὸ ἐκ τοῦ $2\alpha + 3\gamma$.

ΠΕΡΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ
μετὰ καταφατικῶν, καὶ ἀποφατικῶν ἀριθμῶν.

§. 76. Μέχρι τοῦδε παρελαμβάνοντο καταφατικοὶ ἄμφω οἱ παράγοντες, ὧν τὸ παραγόμενον πάντως καταφατικὸν προέκυπτε.

Ζητεῖται ἤδη, πότερον τὸ παραγόμενον καταφατικὸν, ἢ ἀποφατικὸν ἔσοιτο.

α'· Ἐὰν τῶν παραγόντων ὁ μὲν καταφατικὸς, ὁδ' ἕτερος ἀποφατικὸς ἤ· καὶ

β'· Ἐὰν ἄμφω οἱ παράγοντες ἀποφατικοὶ ὦσιν·

Ἐκτοῦ (§ 52.) δῆλον, ὅτι καταφατικός τις ἀριθμὸς, διηνεκῶς μονάδι ἀπομειούμενος, τελευταῖον γίνεται 0, καὶ μετὰ τοῦτο ἀποφατικός· εἰ οὖν ὁ ἕτερος τῶν δύω καταφατικῶν παραγόντων διηνεκῶς μονάδι ἐλαττονοῖτο, κατὰ τίνα νόμον τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον μεταβάλλεται, ἐπιτηροῦντες, ἀπταίστως ἐκκαλύψομεν, πότερον καταφατικὸν τοῦτο σώζεται, ἢ γίνεται

αποἀποφατικὸν, τοῦ μειουμένου παράγοντος ἐκ τοῦ καταφατικοῦ διὰ τοῦ ο εἰς τὸ ἀποφατικὸν διαβαίνοντος·

ἀλλὰ $3 \times 4 = 12$ || $3 \times 1 = 3$
$3 \times 3 = 9$ || $3 \times 0 = 0$ (§. 69).
$3 \times 2 = 6$ ||

Ὁσάκις ἄρα ὁ μεταβλητὸς παράγων μονάδι μειοῦται, τοσάκις τὸ παραγόμενον ἐλαττοῦται κατὰ τὸν ἕτερον παράγοντα. (ἤτοι ἀναιροῦνται τοσαῦται μονάδες τοῦ παραγομένου, ὅσας ἔχει ὁ ἕτερος παράγων) κἀκείνου (τοῦ παράγοντος) ἴσου τοῦ ο γεγονότος, ἔσαι καὶ τοῦτο = ο· ἔνθεντοι, ἐὰν ὁ μεταβλητὸς παράγων ἐλαττωθῇ μονάδι τοῦ ο, ἤτοι — 1 γένηται, ἀνάγκη πᾶσα καὶ τὸ παραγόμενον κατὰ 3 ἔλαττον τοῦ ο, ἢ — 3 γενέσθαι· καὶ ἐκ τοῦ ἑπομένου ἔσαι

$3 \times -1 = -3$ || $3 \times -3 = -9$
$3 \times -2 = -6$ || $3 \times -4 = -12$

ὡσαύτως καὶ ἐὰν τεθῇ ὁ ἕτερος παράγων 3 διηνεκῶς μονάδι ἀπομειούμενος, ἔσαι

$3 \times 4 = 12$ || $1 \times 4 = 4$
$2 \times 4 = 8$ || $0 \times 4 = 0$

Γίνεται ἄρα τὸ παραγόμενον ἔλαττον κατὰ τὸν παράγοντα 4, ὁσάκις ὁ ἕτερος παράγων μονάδι ἀπομειοῦται, καὶ αὖθις μετὰ τούτου ἴσον ο· καὶ ἑπομένως κατὰ 4 ἔλαττον τοῦ ο, ἢ — 4, ὁσάκις ἐκεῖνος ὁ παράγων μονάδι ἐλάττων, ἢ — 1 γίνεται· ἔνθεντοι ἔσαι

$-1 \times 4 = -4$ || $-3 \times 4 = -12$.
$-2 \times 4 = -8$ || $-4 \times 4 = -16$.

Καὶ ἐπειδὴ καθόλου πᾶν παραγόμενον αβ ἀεὶ τὸ κεφάλαιον τοσούτων β ἐςιν, ὅσας μονάδας περιέχει

τὸ

τὸ α, (§. 55.) γενήσεται αβ κατὰ β, 2β, 3β, 4β ἔλαττον, εἰ τὸ α μονάδι, δυάδι, τριάδι, τετράδι κτ' ἐλαττονοῖτο· ἄρα μετὰ τοῦ α ἴσον 0, καὶ κατὰ β, 2β, 3β, 4β ἔλαττον τοῦ 0, ἢ — β — 2β — 3β — 4β, τοῦ α γεγονότος ἐλάττονος τοῦ 0, ἤτοι ἴσου — 1, — 2, — 3, — 4· ἐντεῦθεν ἕπεται ὁ κανών.

Τῶν παραγόντων τοῦ μὲν καταφατικοῦ, τοῦ δ' ἀποφατικοῦ ὄντων, τὸ παραγόμενον ἀεὶ ἀποφατικὸν ἔςαι·

Ἐὰν τεθῇ ὁ μὲν τῶν παραγόντων ἀποφατικὸς, ὁ δ' ἕτερος καταφατικὸς, καὶ οὗτος (ὁ καταφ.) μονάδι ἀπομειῶται, ἔςαι

$$\begin{array}{l|l} -4\times 5=-20 & -4\times 2=-8 \\ -4\times 4=-16 & -4\times 1=-4 \\ -4\times 3=-12 & -4\times 0=\ \ 0 \end{array}$$

Καὶ τούτου κειμένου, τὸ παραγόμενον αὔξει ἄρα (§. 52.) κατὰ 4, ὁσάκις ὁ καταφατικὸς παράγων μονάδι ἀπομειοῦται· καὶ τούτου ἴσου τῷ 0 γεγονότος, ἔςαι καὶ τὸ παραγόμενον ἴσον 0· εἰδ' οὗτος μονάδι ἐλάττων τοῦ 0 γένοιτο, ἢ — 1, τὸ παραγόμενον γενήσεται κατὰ 4 μεῖζον τοῦ 0, ἢ + 4.

ἔνθεν τοι ἔςαι

$$\begin{array}{l|l} -4\times -1=+\ 4 & -4\times -4=+16 \\ -4\times -2=+\ 8 & -4\times -5=+20 \\ -4\times -3=+12 & -4\times -6=+24 \end{array}$$

Καὶ ἐπεὶ ἐν γένει ἕκαςον ἀποφατικὸν παραγόμενον — αβ, ἀεὶ τὸ κεφάλαιον τοσούτων ἀποφατικῶν β ἐςιν, ὅσας μονάδας περιέχει τὸ α· (§. 55.) τὸ παραγόμενον — αβ γενήσεται μεῖζον κατὰ β, 2β, 3β, 4β, ὁσάκις τὸ α κατὰ 1, 2, 3, 4 μειοῦται

ται· καὶ ἐκ τοῦ ἑπομένου μετὰ τοῦ α ἴσον ο, καὶ κατὰ β, 2β, 3β, 4β μεῖζον τοῦ ο, ἢ + β, + 2β, + 3β, + 4β, τοῦ α ἐλάττονος γεγονότος τοῦ ο, ἤτοι ἴσου — 1, — 2, — 3, — 4· ἐκ τούτου ἐπιφέρομεν τὸν κανόνα·

Δύω ἀποφατικοὶ παράγοντες ἀεὶ καταφατικὸν παράγουσι παραγόμενον.

§. 77. Εὐχερέστερον δὲ τῆς τοιαύτης ἂν ἐφικοίμεθα ἀληθείας, τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀποφατικοῦ ἀριθμοῦ τῇ ἐννοίᾳ τοῦ παράγοντος συνάπτοντες, ὡς ἕπεται·

Ὁ ἀποφατικὸς ἀριθμὸς σημαίνει ἀεὶ τὸ ἐναντίον τοῦ, ὅ ὡς καταφατικὸς σημαίνει· (§. 36.) ἀλλ' ὁ καταφατικὸς παράγων ἐμφαίνει, ποσάκις ὁ ἕτερος παράγων τῷ ο προσθετέος (§. 55.), ἵνα τὸ παραγόμενον τὸ ἐκ τούτων προέλθῃ·

Ὁ ἀποφατικὸς ἄρα παράγων δείξει, ποσάκις ὁ ἕτερος παράγων ἀπὸ τοῦ ο ἀφαιρετέος, ὥστε τὸ ἐκ τούτων προκύψαι παραγόμενον.

ὅθεν α'· + 4 X + 3 σημαίνει ὅτι + 4 τρὶς τῷ ο προσθετέον· ὥστε + 4 X + 3 = ο + 4 + 4 + 4 = 12·

καὶ — 4 X + 3 σημαίνει, ὅτι — 4 τρὶς τῷ ο προσθ: ὥστε — 4 X + 3 = ο — 4 — 4 — 4 = — 12.

β'· + 4 X — 3 .... + 4 τρὶς ἀπὸ τοῦ ο ἀφαιρετέον. ὥστε + 4 X — 3 = ο — 4 — 4 — 4 = — 12.

καὶ — 4 X — 3 .... — 4 τρὶς ἀπὸ τοῦ ο ἀφαιρετέον· ὥστε — 4 X — 3 = ο + 4 + 4 + 4 = + 12.

Ἐπεὶ

Ἐπεὶ οὖν τοῦτο ἑκάστοις δύω παράγουσιν, ὡς ἐνταῦθα τῷ 4 καὶ 3 ἐφαρμόζει, ἐποίσομεν καθόλου, ὅτι δύω παράγοντες τοῖς αὐτοῖς ἐπισημειούμενοι σημείοις ($+$ καὶ $+$) ἢ ($-$ καὶ $-$), καταφατικὸν, ἐναντίως δὲ ἔχουσι τοῖς σημείοις ($+$ καὶ $-$) ἢ ($-$ καὶ $+$) ἀποφατικὸν παρέχουσι παραγόμενον·

Ὅθεν $(3\alpha - \beta) \times 4\gamma = 12\alpha\gamma - 4\beta\gamma$·

$(3\alpha - 5\beta) \times -2\gamma = -6\alpha\gamma + 10\beta\gamma$·

Καὶ

$$\begin{array}{ll} 3\alpha - 2\beta \;) & \text{οἱ παράγ.} \\ 5\alpha - 6\beta \;) & \\ \hline 15\alpha\alpha - 10\alpha\beta & \text{τὸ παραγόμ. ἐκ τοῦ } +5\alpha \\ -18\alpha\beta + 12\beta\beta & \text{τὸ ἐκ τοῦ } -6\beta\text{·} \\ \hline \text{ὥστε } 15\alpha\alpha - 28\alpha\beta + 12\beta\beta & \text{τὸ ἐκ τοῦ } +5\alpha - 6\beta\text{·} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Καὶ} & 3\alpha + 4\beta \;) & \text{οἱ παράγ.} \\ & 2\alpha - 7\beta \;) & \\ \hline & 6\alpha\alpha + 8\alpha\beta & \\ & \quad - 21\alpha\beta - 28\beta\beta & \\ \hline & 6\alpha\alpha - 13\alpha\beta - 28\beta\beta & \text{τὸ παραγ·.} \end{array}$$

Τελευταῖον·

$$\begin{array}{ll} 3\alpha + 2\beta - 4\delta \;) & \text{οἱ παράγοντ.} \\ 3\alpha - 2\beta + 4\delta \;) & \\ \hline 9\alpha\alpha + 6\alpha\beta - 12\alpha\delta & \\ -6\alpha\beta - 4\beta\beta + 8\beta\delta & \\ 12\alpha\delta + 8\beta\delta - 16\delta\delta & \\ \hline 9\alpha\alpha - 4\beta\beta + 16\beta\delta - 16\delta\delta. & \text{τὸ παραγόμ.} \end{array}$$

Σχόλ.

Σχόλιον εἰς μείζω ἀνάπτυξιν τῶν δύω κανόνων τοῦ §. 76.

δ' τρόποι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἀπαντῶσι μὲ σημεῖα. ἤτοι + μὲ +, ἢ + μὲ —, ἢ — μὲ +, ἢ — μὲ —.

α' + μὲ + δίδει ἀναμφιβόλως παραγόμενον +· εἰ δέοι + 4 μὲ + 4 πολλαπλασιάσαι, τοῦτο ἐξ ἀνάγκης δώσει + 16. διότι τοῦτο σημαίνει τὸ + 4 νὰ ληφθῇ τετράκις θετικῶς· ὥςε καὶ + α μὲ + β δίδει αβ, ἢ + αβ· (§. 38. σχ.)

β' + μὲ — δώσει παραγόμενον —· διότι ἡ ποσότης τότε πρέπει νὰ ληφθῇ οὐχὶ θετικῶς, ἀλλὰ τὸ ἐναντίον, ἤτοι ἀποφατικῶς τοσάκις, ὁσάκις ζητεῖ ὁ ἕτερος παράγων· τοῦτο δὲ πάντη εὔδηλον· οἷον + 6 μὲ — 2 πολλαπλασιάσαι δηλοῖ τὸ, πρέπει νὰ ληφθῇ τὸ + 6 οὐχὶ δὶς θετικῶς, ἀλλ' ἐν ἀντικειμένῃ ἐννοίᾳ, ἤτοι δὶς ἀποφατικῶς.

γ' Καὶ — μὲ + παραγόμενον παρέχει —· ὡς — α μὲ + 3 πολλαπλ. = — 3 α· διότι ἂν θεωρηθῇ τὸ — α, ὡς χρέος. (§. 36.) εἶναι φανερὸν, ὅτι, ἂν τοῦτο τὸ χρέος ληφθῇ τρὶς, ἀναγκαίως πρέπει νὰ αὐξηθῇ κατὰ τὸ τριπλοῦν· ὥςε τὸ ζητούμενον παραγόμενον ἔςαι — 3 α· ἐντεῦθεν ὁ κανὼν (§. 76)

δ' — μὲ — δίδει παραγόμενον +· τὸ παραγόμενον πρέπει νὰ ἔχῃ πρὸ ἑαυτοῦ ἢ τὸ +, ἢ τὸ —· τὸ — δὲν ἠμπορεῖ νὰ τὸ ἔχῃ· ὅτι — α μετὰ τοῦ β πολλαπλ. δίδωσιν — αβ· (γ') ὥςε — α μὲ — β πολλαπλασιασθὲν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δώσῃ τὸ αὐτὸ, ἤτοι τὸ —· ἄρα τὸ παραγόμενον ἔςαι + αβ· ὅθεν δήλη τοῦ β' κανόνος ἡ ἀλήθεια (§. 76.) ἓν παράδειγμα σαφηνίσει τὸ λεγόμενον· ἐάν τις χρεωςῇ 10 δραχμὰς, τὸ χρέος θεωρηθήτω ὡς ἀποφατικὸν, καὶ ἔςαι = — 10· ταύτας τὰς — 10 πολλαπλασιάσαι μὲ — 4 δὲν δηλοῖ τὸ, τετράκις αὐτὰς αὐξη-

αὐξῆσαι, (διότι τοῦτο ἔπρεπε νὰ γένῃ μὲ τὸ + 4) ἀλλὰ τὸ, τὸ χρέος νὰ μὴ πληρωθῇ τετράκις· ὥςε ἐκ τούτου ἕξει + 40.

§. 78. Φιλοῦσιν οἱ Μαθηματικοὶ τὰ παραγόμενα, εἴπερ ἐγχωρεῖ, ἐπιτομώτερον γράφειν· ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ γὰρ, εἰ δίοι τὰς καθόλου ποσότητας (τὰ γράμματα) εἰς ἀριθμοὺς μεταβαλεῖν, οὐ μικρὰν τοῦτο τὴν ὄνησιν παρέχεται· τοῦτο δὲ γίνεται, ἐὰν πᾶσιν, ἢ ἔντισι μόνον μέλεσιν ἕν, ἢ πλείω τὰ αὐτὰ γράμματα, ἢ παράγοντες ἐνυπάρχωσι· τότε γὰρ λαμβάνεται τοῦτο τὸ γράμμα, ἢ οἱ παράγοντες οἱ κοινοὶ ὄντες ταῖς ποσότησιν, εἰς γενικὸν παράγοντα, τῶν ποσοτήτων τῶν διὰ τούτου πολλαπλασιασθησομένων ἐν παρενθέσει ἐναπολαμβανομένων, αὐτοῦ δὲ πρὸ, ἢ μετὰ τὸ τῆς παρενθέσεως σημεῖον τιθεμένου· π. χ.

αα — 3 αβ γραφείη ἂν καὶ οὕτως (α — 3 β) α· πολλαπλασιάσας γὰρ τὸν κοινὸν παράγοντα α μετὰ τοῦ α — 3 β, ἕξεις αα — 3 αβ. (§. 74.)

Ὡσαύτως καὶ τὸ ααβδ + 2 ααββ — 5 αβδ οὕτως ἐπιτομώτερον ἐκδηλώσομεν (αδ + 2 αβ — 5 δ) αβ· τὸ γὰρ α καὶ β εἰσὶ κοινοὶ παράγοντες καὶ τῶν τριῶν ὅρων· ὥςε ἐὰν ἐνεργείᾳ πολλαπλασιασθῶσι, (§. 74.) προκύψει αὖθις τὸ ααβδ + 2 ααββ — 5 αβδ.

Σχόλιον.

Τὰς τοιαύτας ἐπιτομὰς τὰς μανθάνομεν δι' ἐπιμελοῦς ἀσκήσεως, καὶ ἀναγνώσεως Ἀλγεβραϊκῶν βιβλίων.

Ἀξιώματα·

§. 79. α'. Αἱ ἴσαι ποσότητες δι' ἴσων πολλαπλασιασθεῖσαι παράγουσιν ἴσα παραγόμενα· π. χ· α = β· τῷ ν πολλαπλασ. ἄμφω ἔσονται αν = βν· ἢ 3 X 4 = 2 X 6· ὥςε καὶ 3 X 4 X 5 = 2 X 6 X 5.

β·

β'. Ἴσαι ποσότητες δι' ἀνίσων πολλαπλασιασθεῖσαι παράγουσιν ἄνισα παραγόμενα· καὶ ὁ μείζων πολλαπλασιασθεὶς παρέξει μεῖζον παραγόμενον, ἢ ὁ ἐλάττων· ὡς $\alpha = \beta$· $\nu > \mu$. $\alpha\nu > \beta\mu$· $3 \times 4 = 2 \times 6$· $4 > 3$· $3 \times 4 \times 4 > 2 \times 6 \times 3$.

γ'. Ἐὰν δύω ἀνίσων ποσοτήτων ἡ μείζων μείζονι ἀριθμῷ πολλαπλασιασθῇ, ἢ ἡ ἐλάσσων, ἐκείνη πολλῷ μείζων ταύτης γενήσεται· οἷον $\alpha > \beta$. $\gamma > \delta$· $\alpha\gamma > \beta\delta$· $5 > 4$· $6 > 5$· $5 \times 6 > 4 \times 5$.

§. 80. Δύω παραγόντων ὁποιωνοῦν δοθέντων, ὡς τοῦ 3212, καὶ 4, τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον 12848 εὑρεθήσεται κατὰ τὰ ἤδη ῥηθέντα· οὐκ ὀλιγάκις δὲ συμβαίνει τὸ παραγόμενον μετὰ τοῦ ἑτέρου τῶν παραγόντων γνωςὰ εἶναι· οἷον τὸ, 12848 καὶ 3212, τὸν δ' ἕτερον παράγοντα 4 ζητεῖσθαι·

Γραφήτωσαν αὖθις 5 σημεῖα τρὶς, καὶ 7 σημεῖα τετράκις ὑπάλληλα οὕτω·

```
• • • • •     • • • • • • •
• • • • •     • • • • • • •
• • • • •     • • • • • • •
              • • • • • • •
```

τὰ μὲν οὖν 15 σημεῖα τὸ ἐκ τοῦ 3 καὶ 5 παριςῶσι παραγόμενον· τὰ δὲ 28 τὸ ἐκ τοῦ 4 καὶ 7.

Ἐςὶ δὲ ἐν τῷ παραγομένῳ 15 προφανῶς ὁ παράγων 5 τρὶς, ὁ δὲ 3 πεντάκις περιεχόμενος· ἢ ὁ παράγων 5 ἐςὶ τὸ τρίτον, ὁ δὲ 3 τὸ πέμπτον μέρος αὐτοῦ· ὡσαύτως καὶ ἐν τῷ παραγομένῳ 28 ὁ παράγων 7 περιέχεται τετράκις, ὁ δὲ 4 ἑπτάκις· ἢ ὁ 7 ἐςὶ τὸ τέταρτον μέρος, ὁ δὲ 4 τὸ ζ'. αὐτοῦ·

Καὶ ἐὰν 3212 σημεῖα τετράκις ὑπάλληλα ταχθῶσι, 12848 σημεῖα τὸ ἐκ τοῦ 3212 καὶ 4 δηλώσουσι παραγόμενον· ὥςε αὖθις ἐν τῷ παραγομένῳ 12848 ὁ παράγων 3212 περιέχεται τετράκις, ὁ δὲ, 4, 3212 κις.

ὁ

ὁ ἕτερος ἄρα τῶν παραγόντων τοσάκις περιέχεται ἐν τῷ παραγομένῳ, ὁσάκις ὁ ἕτερος δεικνύει·

Ἐὰν οὖν τὸ παραγόμενον, καὶ ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων δεδομένοι ὦσιν, ὁ δ' ἕτερος ζητηθῆναι προκέηται, εὑρεθήτω ἀριθμὸς, ὁ τοσάκις ἐν τῷ παραγομένῳ περιεχόμενος, ὁσάκις ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων δεικνύει, ἢ διορισθήτω δι' ἀριθμοῦ, ποσάκις τὸ δοθὲν παραγόμενον τὸν δοθέντα περιέχει παράγοντα· τοῦτο δὲ γενήσεται, ἀφαιρουμένου τοῦ δοθέντος παράγοντος ἀπὸ τοῦ δοθέντος παραγομένου, μέχρις ἂν τοῦτο ἐκκενωθῇ.

Ἔςιν οὖν ἐν τῷ προτεθέντι παραδείγματι

α·	12848	)	τὸ δοθὲν κεφάλαιον
	3212	)	ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς
	9636		ἡ διαφορά·
β·	9636	)	τὸ δ. κ.
	3212	)	ὁ δ. ἀρ.
	6424		ἡ διαφ.
γ·	6424	)	τὸ δ. κ.
	3212	)	ὁ δ. ἀρ.
	3212		ἡ διαφ.
δ·	3212	)	τὸ δ. κ.
	3212	)	ὁ δ. ἀρ.
	0000		ἡ διαφ.

Ἐπεὶ οὖν ὁ δοθεὶς παράγων 3212, 4: κις ἀφαιρεθεὶς ἀπὸ τοῦ δοθέντος παραγομένου 12848 παντάπασι τοῦτο ἐξεκένωσεν, ἔςι τὸ δ' μέρος τούτου, ἢ ἐμπεριέχεται τούτῳ τετράκις· ὥςε 4 ἐςὶν ὁ ζητούμενος παράγων, ὅς ὡσαύτως 3212: κις ἐν τῷ παραγομένῳ 12848 περιέχεται· ἔςιν ἄρα ἡ διαίρεσις, περὶ ἧς αὐτίκα εἰρήσεται, ἐπανειλημμένη ἀφαίρεσις, ὥς·

καὶ

καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς ἐπανειλημμένη πρόσθεσις. (§. 54.)

§. 81. Τῆς (§. ἀνωτ.) μεθόδου διεξοδικωτάτης οὔσης, ὅτε ὁ δοθεὶς παράγων πολλάκις τῷ παραγομένῳ ἐμπεριέχεται, ὅπως αὕτη ἐπιτέμνεται, ὀψόμεθα ἤδη.

ΠΕΡΙ ΔΙΑΙΡΕΣΕΩΣ.

§. 82. Διαίρεσις ἐςὶν ἐκ τοῦ δοθέντος παραγομένου δύω παραγόντων, καὶ τοῦ ἑτέρου τούτων τῶν παραγόντων, τὸν ἕτερον εὑρεῖν·

Ἔςω διαιρετέος ὁ 12 διὰ τοῦ 4· τοῦτο δ' ἐςιν, ἔςω ὁ 12 τὸ παραγόμενον δύω παραγόντων, καὶ ὁ 4 ὁ ἕτερος τούτων· ὁδ' ἕτερος πρόκειται εἰς εὕρεσιν· ζητεῖται οὖν, ποσάκις ὁ 12 περιέχει τὸν 4· ἢ, ὅ ταὐτὸν ἐςι, τίς τῶν ἀριθμῶν περιέχεται ἐν τῷ 12 τετράκις· δῆλον, ὅτι ὁ ἀριθμὸς, 3· ὅτι $4 \times 3 = 12$.

Τὸ δοθὲν παραγόμενον 12 καλεῖται διαιρετέος· ὁ δοθεὶς παράγων 4. διαιρέτης· ὁ δὲ ζητούμενος παράγων 3, πηλίκον·

§. 83. Ἡ διαίρεσις ἀριθμοῦ τινος δι' ἑτέρου δείκνυται τῷ σημείῳ (:), τῷ μεταξὺ τοῦ διαιρετέου, καὶ διαιρέτου παρεντιθεμένῳ· ὡς $12 : 4 = 3$. ἀπαγγέλλεται δὲ οὕτω· 12 διαιρεθὲν διὰ 4 ἐςιν ἴσον 3· ἢ 4 περιέχεται ἐν τῷ 12, τρίς·

§. 84. Ἐὰν ὁ διαιρετέος τὸ παραγόμενον ᾖ ἐκ δύω ἁπλῶν παραγόντων, ῥαδίως ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων εὑρεθήσεται ἐκ τοῦ ἀνωτέρου πίνακος, (§. 59.), τοῦ ἑτέρου δοθέντος·

Οὕτω ῥάδιον συνιδεῖν, ὅτι