

ΠΕΡΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ.

§. 55. Πολλαπλασιασμός ἴσι τὸ ἀριθμὸν τινὰ τσοάκις λαμβάνειν, ἢ τσοάκις τῷ 0 προσιδέναι, ἢ ἑαυτοῦ, ὅσακις ἕτερός τις δεικνύει, ἢ ὅσακις ἡ μονὰς περιέχεται ἐν τῷ ἑτέρῳ.

Σχόλιον.

Πολλαπλασιάσαι 32 μὲ 12 ἐςί 32 λαβεῖν τσοάκις, ὅσακις ὁ 12 τὴν μονάδα περιέχει· οὗτος δὲ περιέχει δωδεκάκις τὴν μονάδα· ἄρα 32 μὲ 12 πολλαπλασιάσαι ἐςί 32 δωδεκάκις λαβεῖν.

§. 56. Τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ὁ μὲν καλεῖται πολλαπλασιασέος, ὁ δ' ἕτερος, πολλαπλασιασῆς· ἄμφω δὲ παράγοντες· τὸ δὲ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ προκύπτον, παραγόμενον, ἢ τὸ τούτων πολλαπλοῦν.

§. 57. Πολλαπλασιασμοῦ σημείου ἐτέθη τὸ Χ, μεταξὺ τῶν παραγόντων ἀριθμητικῶν χαρακτήρων ἐγγραφόμενον, ἢ τὸ (.) παρενσιζόμενον· ἀπαγγέλλονται δὲ ταῦτα (3 Χ 4, ἢ 3. 4 = 12.) ἐν φωναῖς οὕτω· 3 πολλαπλασιασθεῖς ἐπὶ 4 παράγει 12, ἢ ἴσος 12.

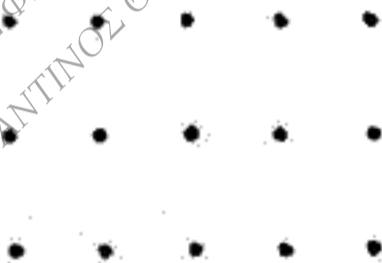
Σχόλιον.

Τὸ Χ, ἢ (.) τὸ μεταχειριζόμεθα εἰς ἀποφυγὴν συγχύσεως· διότι εἰ θέλοντες νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἓνα ἀριθμὸν, οἷον τὸν 5 δι' ἄλλου, οἷο· τοῦ 4, γράψομεν αὐτοὺς χωρὶς τοῦ παρεγκειμένου σημείου Χ, ἢ (.) ὡς 54· θέλομεν ἐκλάβει τοὺς παράγοντας, ὡς σημαίνοντας 54, καὶ οὐχὶ ὡς πολλαπλασιασθῆναι προκειμένους·

§. 58. Ἐξω πολλαπλασιασῆος ὁ 3212 μετὰ τοῦ

τοῦ 4· τοῦτο δ' ἔστι, ληφθεῖτω ὁ 3212 τετράκις,
ἢ προσεθεῖτω τετράκις τῷ 0, ἢ ἑαυτῷ (§. 55.)

Ἐὰν τεθεῶσι 5 σημεῖα τρις ὑπάλληλα,



τέθεινται καὶ 3 σημεῖα πεντάκις ἐφεξῆς· καὶ εἰ 3212
τετράκις ὑπάλληλα γραφῆσονται, κείσονται καὶ 4 ση-
μεῖα 3212: κίς ἐφεξῆς ἀλλήλων· ἐκ τούτων δῆλον,
ὅτι αἰεὶ τὸ αὐτὸ προκύπτει, ἢτοι τοῦ 5 μετὰ τοῦ 3,
ἢ ἀνάπαλιν πολλαπλασιασθέντων· ὡσαύτως καὶ τοῦ
3212 μετὰ τοῦ 4, ἢ τοῦ 4 μετὰ τοῦ 3212· καὶ ἐν
γένει, ὁπότερος τῶν παραγόντων μετὰ τοῦ ἑτέρου
πολλαπλασιασθῆ.

§. 59. Τῷ τὴν πρόσθεσιν ἐπισαμένῳ ῥάδιον
ἔσαι τὸν ἐπόμενον πίνακα ἐκ τῶν ἀπλῶν παραγόντων,
καὶ τῶν ἐκ τούτων παραγομένων καταγράψαι, καὶ τοῦ-
του οὔτω διαμνήμης ἔχειν, ὥστε μὴ μόνον ἐκ τῶν δο-
θέντων παραγόντων τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον, ἀλ-
λὰ καὶ ἐκ τοῦ δοθέντος παραγομένου, καὶ τοῦ ἑτέρου
τῶν παραγόντων τὸν ἕτερον παράγοντα εὐδὺς διαγι-
γνώσκειν.

Παράγοντες,		Παραγόμε.	Παράγοντες,		Παραγόμε.	Παράγοντες,		Παραγόμε.
1	X	1 = 1	3	X	9 = 27	6	X	7 = 42
2	X	2 = 4	3	X	10 = 30	6	X	8 = 48
2	X	3 = 6	4	X	4 = 16	6	X	9 = 54
2	X	4 = 8	4	X	5 = 20	6	X	10 = 60
2	X	5 = 10	4	X	6 = 24	7	X	7 = 49
2	X	6 = 12	4	X	7 = 28	7	X	8 = 56
2	X	7 = 14	4	X	8 = 32	7	X	9 = 63
2	X	8 = 16	4	X	9 = 36	7	X	10 = 70
2	X	9 = 18	4	X	10 = 40	<hr/>		
2	X	10 = 20	5	X	5 = 25	8	X	8 = 64
3	X	3 = 9	5	X	6 = 30	8	X	9 = 72
3	X	4 = 12	5	X	7 = 35	8	X	10 = 80
3	X	5 = 15	5	X	8 = 40	<hr/>		
3	X	6 = 18	5	X	9 = 45	9	X	9 = 81
3	X	7 = 21	5	X	10 = 50	9	X	10 = 90
3	X	8 = 24	6	X	6 = 36	<hr/>		
						10	X	10 = 100

§. 60. Ἐὰν ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων, ὡς ὁ 3212 ἐκ μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, κτ. συγκέηται, ὁ δ' ἕτερος, ὡς ὁ 4, ἀπλοῦς ἀριθμὸς ἢ, τὸ ζητούμενον παραγόμενον, ἢ τὸ πολλαπλοῦν (§. 56.) προκύψει, ὡς ἀνωτέρω, τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, κτ. καὶ πάντων τῶν μερῶν τοῦ συνθέτου παράγοντος τοσάκις λαμβανομένων, ὡσάκις ὁ ἀπλοῦς ἐμφαίνει παραγών, καὶ τοῦ κεφαλαίου ζητουμένου (§. 21.) τῶν ἐν μέρει πολλαπλῶν· ὡς εἶν

ρου τούτων χαρακτηῆρος καταγραφόμενου, ὁ ἀνώτερος τῷ παραγομένῳ τῶν ὁμοειδῶν ὑπερτέρων μερῶν προσαρθμοῖτο.

$$\begin{array}{r} 3897 \text{)} \\ 6 \text{)} \\ \hline 23382 \end{array} \begin{array}{l} \text{οἱ παράγ.} \\ \text{τὸ παραγόμεν.} \end{array}$$

καὶ γὰρ

$$6 \times 7 = 42$$

$$6 \times 9 = 54, \text{ καὶ } 4 = 58.$$

$$6 \times 8 = 48, \text{ καὶ } 5 = 53.$$

$$6 \times 3 = 18, \text{ καὶ } 6 = 23.$$

§. 62. Ἐκ τῆς φύσεως τοῦ παραληφθέντος συστήματος (§. 11.) γνωστὸν ἐστὶν ἕκαστον χαρακτηῆρα δεξιόθεν πρὸς ἀριστερά ἐνὶ τόπῳ μεταβιβασθέντα, 10: πλήν, δυοῖν, 100: πλήν, τρισὶ, 1000: πλήν. κτ' δύναμιν ἔχειν τῆς, ἢ ἐν τῷ α' τόπῳ εἶχεν· οὕτως ἐν τῷδε τῷ ἀριθμῷ (333333), ὁ 3, ἐν τῷ δ' τόπῳ σημαίνει τὸ δεκαπλάσιον τοῦ, ὃ ἐν τῷ γ' σημαίνει τὸ 100: πλάσιον τοῦ, ὃ ἐν τῷ β' καὶ τὸ 1000: πλάσιον τοῦ, ὃ ἐν τῷ α' εἰ τοίνυν πρόκειται ὁποιοῦν ἀριθ-

μὸν 10: 100: 1000: 10000:, κτ' λαβεῖν, ἀρκεῖ ἕκαστον χαρακτηῆρα αὐτοῦ ἐνὶ, δυοῖ, τρισὶ, τέσσαρσιν, ἢ πέντε τόποις, κτ' ἐκ δεξιῶν πρὸς ἀριστερά προσβιβάσειν, τουτέστιν ἐν, δύο, τρία, τέσσαρα, ἢ πέντε ο κτ' μετ' αὐτὸν γράφειν· ἐνθεντοι

$$\begin{array}{r} 354 \times 10 = 3540 \\ 354 \times 100 = 35400 \\ 354 \times 1000 = 354000 \\ 354 \times 10000 = 3540000 \text{ κτ.} \end{array}$$

§. 63. Ἐπειδὴ τὸ αὐτὸ παραγόμενον προκύπτει, οὐτινοσοῦν παράγοντος ἐπὶ τὸν ἕτερον πολλαπλασιασθένου, (§. 58.) ἔστιν ἄρα

$$9 \times 20$$

9	X	20	=	20	X	9	=	180
9	X	30	=	30	X	9	=	270
9	X	40	=	40	X	9	=	360
9	X	50	=	50	X	9	=	450 κτ.

Προκύπτει ἄρα τὸ 20, 30, 40, ἢ 50: πλοῦν ἀριθμοῦ τινός, οἷον τοῦ 9, ἐὰν τὸ τούτου 2, 3, 4, ἢ 5: πλοῦν 10: κίς λαμβάνηται.

§. 64. Εἰ δέοι τὸν ἀριθμὸν 34589 λαβεῖν 354: κίς, λαμβάνοντες τὸ 4: πλοῦν· εἶτα τὸ 50: πλοῦν· καὶ τελευταῖον τὸ 300: πλοῦν αὐτοῦ προσίθεμεν ἄλλήλοισ τὰ ἐν μέρει πολλαπλά, καὶ οὕτω τὸ ἀνακύψαν κεφάλαιον ἔσαι τὸ 354: πλοῦν αὐτοῦ· ὡς

34589	}	οἱ παράγ.
354	}	
133356		τὸ τετραπλοῦν
1729450		τὸ 50: πλοῦν·
10375700		τὸ 300: πλοῦν.
12244106		τὸ 354: πλοῦν·

Ἐπειὴ ἢ τὸ 50: πλοῦν ἐσὶ τὸ 5: πλοῦν 10: κίς ληφθὲν, ἢ μηδενικὸν τιθέντες γράφομεν τὸ 5: πλοῦν πρὸ αὐτοῦ· καὶ ἐπεὶ αὖθις τὸ 300: πλοῦν ἐσὶ τὸ 3: πλοῦν· 100: κίς ληφθὲν, γράφοντες δύο μηδενικά τιθέαμεν τὸ 3: πλοῦν πρὸ αὐτῶν.

§. 65. Ἐπειδὴ τὰ ἐν τέλει κείμενα ο τῶν ἰδιαιτέρων πολλαπλῶν (§. 5ν.) τὸ τούτων κεφάλαιον οὐτ' αὖξουσιν, οὐτ' ἐλαττοῦσι, (§. 8.) συντομίας χάριν παραλειφθῆναι δύνανται· ἀλλ' ἐπιτηρητέον, ἵνα τὸ πολλαπλοῦν τοῦ β'· χαρακτῆρος ἐν τῷ β'· τόπῳ, τὸ τοῦ γ'· ἐν τῷ γ'· τὸ τοῦ δ'· ἐν τῷ δ', κτ'· γράφηται· ἔνθεντοι τὸ προηγηθὲν παράδειγμα· οὕτως ἀποδοθήσεται·

$$\begin{array}{r}
 34589 \quad) \text{ οἱ παράγ.} \\
 \underline{354} \quad) \\
 138356 \\
 172945 \\
 \underline{103767} \\
 12244506 \quad \text{τὸ παραγόμεν.}
 \end{array}$$

§. 66. Κατὰ τὸ (§. 63.)

$$\begin{array}{l}
 30 \times 20 = 600 \\
 400 \times 20 = 8000 \text{ κτ.}
 \end{array}$$

Ἐάν οὖν ἀμφοῖν τοῖς παράγουσι μηδενικά ἐν τέλει προσῆ, ληφθήτω τὸ ἐκ τῶν παραγόντων παραγόμενον, ἀμελουμένων τῶν 0, καὶ ἐν τέλει ἐκείνου τοσαῦτα μηδενικά γραφήτωσαν, ὅσα ἀμφοῖν τοῖς παράγουσιν ἔνεισιν· ἐνθεντοὶ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα εἰς τὰδε τραπήσεται.

$$\begin{array}{l}
 30 \times 20 = 600 \\
 400 \times 20 = 8000 \text{ κτ.}
 \end{array}$$

Ὅτι $2 \times 3 = 6$ καὶ τῶν δύο μηδενικῶν ἐν τέλει τεθέντων, ἔσαι = 600.

$2 \times 4 = 8$, καὶ τῶν τριῶν 0 = 8000.

Ὡσαύτως καὶ οἱ μᾶλλον σύνθετοι παράγοντες, οἷς πλείω μηδενικά ἔνεισι, ῥᾶον ἂν πολλαπλασιασθεῖεν, χωρὶς τῶν μηδενικῶν. ὡς

$$\begin{array}{r}
 3045600 \\
 \underline{30200} \\
 60912 \\
 \underline{91368} \\
 91977120000
 \end{array}$$

§. 67. Τοὺς δὲ συγκεκριμένους ἀριθμοὺς, τοὺς ἐκ διαφόρων μερῶν τῆς μονάδος συγκεκριμένους πολλαπλα-

Ε.Υ.Δ. Π.Κ.Ο.Ι.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κῆς λαμβάνηται, δώσει παραγόμενον μηδέν, ἢ
 = 0.

ΠΕΡΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ
 μετὰ γραμμάτων, ἢ μετὰ ἀλγεβραϊκῶν
 ἀριθμῶν.

§. 70. Γράμματα ἐφεξῆς ἀλλήλων προσγραφόμε-
 να, δίχα παρεμπιτύσεις σημείου τινός, τὸ ἐκ τούτων
 παραγόμενον σημαίνει ὑποτέθεται.

Ἄρα μήτε α μόνον σημαίνει, μήτε β, ἀλλὰ
 τὸν ἀριθμὸν τὸν προερχόμενον τῷ πολλαπλασιασμῷ
 τοῦ α διὰ τοῦ β, ἢ τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον.

Ὡσαύτως καὶ αβδ ἐστὶ τὸ παραγόμενον ἐξ ὁποιοῦ-
 νούν τριῶν ἀριθμῶν, α, β, καὶ δ. καὶ αβδε τὸ ἐξ
 ὁποιοῦν τεσσάρων α, β, δ, ε.

Τεθῆτω $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\delta = 4$, $\epsilon = 5$
 καὶ ἔσαι $\alpha\beta = 2 \times 3 = 6$, $\alpha\beta\delta = 2 \times 3 \times 4 = 24$,
 $\alpha\beta\delta\epsilon = 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

§. 71. Εἰ καὶ τὸ αὐτὸ ἐσὶν ἀδιαφόρως γράφειν
 τὰ γράμματα ἕτερον πρὸ τοῦ ἑτέρου, ὡς αβ, ἢ βα,
 αβδ, ἢ βδα, ἢ δαβ, ὅτι τοῦ τούτων τόπου μετα-
 βληθέντος, παραγόμενον προκύπτει τὸ αὐτὸ, ὡς ἐν
 τοῖς ἀριθμοῖς εἶδομεν (§. 58.) φιλοῦσι μέντοι τὰ
 πρῶτα γράμματα τοῦ ἀλφαβήτου τῶν ἐπομένων προ-
 τιθέσθαι, ὡς αβδ, αβδε, κτ.

§. 72. Εἰ δέοι τὸ α. π. γ. ἄπαξ, δις, τρις,
 ἢ 4: κῆς λαβεῖν, ἔσαι

$$\begin{array}{l} \alpha \times 1 = \alpha \\ \alpha \times 2 = 2\alpha \end{array} \quad \parallel \quad \begin{array}{l} \alpha \times 3 = 3\alpha \\ \alpha \times 4 = 4\alpha \end{array} \quad \text{κτ.}$$

Ε.Π.Π. της Κ.τ.Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
 Οἶκον

Ὅθεν σημαίνει 4 α τὸ παραγόμενον ἐκ τοῦ 4 καὶ α'
 3 α τὸ — ἐκ τοῦ 3 καὶ α'
 2 α τὸ — ἐκ τοῦ 2 καὶ α'
 καὶ α τὸ — ἐκ τῆς 1 καὶ α'

Ἐὰν οὖν οἱ παράγοντες, ἢτοι τὰ γράμματα ἔχῃσι συνεργούς, (§. 47.) τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον προκύψει, εἴ τοι παραποιεῖται τοῦ ἐκ τῶν γραμμάτων τὸ ἐκ τῶν συνεργῶν παραγόμενον προγράφεται· ὡς

$$\begin{array}{l} 7\alpha \chi \text{ ἢ } \alpha \chi \quad 9\beta = 72 \alpha\beta \\ 3\beta \chi \quad 4\gamma = 84 \alpha\beta\gamma \end{array}$$

Σχόλιον.

Καὶ ὅταν τὰ γράμματα ἔχῃσι πρὸ ἑαυτῶν συνεργούς, εἶναι δυνατὸν νὰ δεῖξωμεν τὸν πολλαπλασιασμὸν τούτων μετ' ἀλλήλων, μὲ τὸ νὰ γράψωμεν τὰ γράμματα, καὶ τοὺς συνεργούς ἐφεξῆς, χωρὶς σημείου. (§. 70.) ἀλλ' ἐπειδὴ μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν ἠμπορεῖ νὰ συμβῇ παραγῆ, (§. 57. σχ.) τίθεται μεταξὺ τῶν ἀριθμητικῶν χαρακτήρων τὸ σημεῖον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ· (§. 57.) οἷον εἰ δεοὶ πολλαπλασιάσαι 4 α μὲ 5 β, καὶ ἔτι μὲ 6 γ, γράψομεν οὕτω· 4. 5. 6. αβγ. ἀλλὰ μῆτε τοῦτο εἶναι ἐν χρήσει· εὐχρηστότερον εἶναι ἵνα πολλαπλασιάζονται οἱ ἀριθμοὶ ὁμοῦ, καὶ νὰ προτιθῶνται τῶν γραμμάτων· ἂν ὅμως οἱ συνεργοὶ ἦναι συγκεῖμενοι ἐκ πολλῶν χαρακτήρων, συνάπτονται ἀλλήλοις μόνον μὲ τὸ σημεῖον τοῦ πολλαπλ· ὡς προκειμένου τοῦ 720 γ νὰ πολλαπλασιασθῇ μὲ τὸ 84 αβ, θέλωμεν δεῖξει τὸν πολλαπλασιασμὸν οὕτω· (720. 84.) αβγ.

§. 73. Ὅσακις τὸ ἐκ διαφόρων μερῶν συμπλεγμένον σχῆμα (§. 44.) (ὡς 3 α + β) ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων γενέσθαι ὀφείλει, (ἢτοι πολλαπλασιασέος, ἢ πολλαπλασιασῆς) ἐναποληπτέον τούτῳ ἐν παρειθέσει οὕτω (3 α + β).

Ε.Υ.Δ.Τ.Κ.Α.Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
 Ὅθεν

"Ὅθεν $\gamma (3\alpha + \beta)$, ἢ $(3\alpha + \beta) \gamma$ σημαίνει τὸ παραγόμενον, οὐ γὰρ ὁ ἕτερος, καὶ $3\alpha + \beta$ ὁ ἕτερος ἐστὶ τῶν παραγόντων ὡσαύτως καὶ $(3\alpha + \beta) (4\gamma + \delta)$.

Σχόλιον.

"Ὅταν καὶ οἱ δύο παράγοντες ἦναι συμπεπλεγμένοι, κλείονται ἑκάτερος χωρὶς ἐν παρενθέσει· ὅταν δὲ ὁ ἓνας ἦναι ἀπλοῦς, μόνον ὁ σύνθετος (§. ἀνωτ.)

§. 74. "Ἐξω πολλαπλασιασίου $3\alpha + \beta$ ἐνεργεῖα μετὰ τοῦ γ .

Ἐνταῦθα ἀναμφιβόλως ληφθήσεται ὁ πολλαπλασιασῆος $(3\alpha + \beta) \gamma$: κίς, (ὃ ἐστὶ τὸσάκις, κατὰ τὸν διορισμὸν, ὃν ἂν τὸ γ λάβῃ) εἰάν ἑκάτερον μέρος τούτου τοῦ πολλαπλασιασίου γ : κίς λάβωμεν· ὅθεν $(3\alpha + \beta) \gamma = 3\alpha\gamma + \beta\gamma$.

Σχόλιον.

Προσεκτέον, νὰ μὴ λαμβάνωμεν εἰς τὸ ἐξῆς τὸ α : κίς, β : κίς, γ : κίς, δ : κίς κτ' διορισμῶνος, ἀντὶ τοῦ ἀπαξ, δίς, τρίς, τετράκις, κτ' ἀλλ' ἀορίστως, ἕως ν' ὀριοισθῇ, ἀντὶ τίνος ἀριθμοῦ λαμβάνεται κάθε ἐν ἀπὸ αὐτά·

β'.

Πῶς πολλαπλασιάζονται αἱ ἀπλαῖ ποσότητες, ἢ τὰ γράμματα, τὰ μὴ διὰ τῶν σημείων (+, καὶ —) συμπεπλεγμένα, (§. 44.) εἶπομεν. (§. 70.) αἱ συμπεπλεγμένα ὅμως ποσότητες (§. 44.) πολλαπλασιάζονται οὕτως· ἐπειδὴ ἐκ τῶν δύο παραγόντων ὁ ἓνας ὀνομάζεται πολλαπλασιασῆος, ὁ δὲ ἄλλος πολλαπλασιασῆος, (§. 56.) ὅς γραφοῦν α' ὡς καὶ οἱ ἀριθμοὶ, οἱ μετ' ἀλλήλων πολλαπλασιαζόμενοι (§. 66.) εἶτα ὅς πολλαπλασιασθῇ κάθε μέρος τοῦ πολλαπλασιασοῦ,

σιασού, ἂν ἦναι σύνθετος καὶ αὐτός, ἢ ὁ πολλαπλασιασ-
 σῆς μόνος, ἂν ἦναι ἀπλοῦς, μὲς καὶ θε μέρος τοῦ πολ-
 λαπλασιαστέου· καὶ τῶν ἐν μέρει παραγομένων ὑπὸ τὴν
 γραμμὴν τεθέντων, βέλομεν ἔχει τὸ ὅλικόν παραγά-
 μενον· οἶον

$$\begin{array}{r} 3\alpha + \beta \quad \delta \text{ πολλαπλασιαστέος} \\ 4\gamma \quad \delta \text{ πολλαπλασιασῆς} \\ \hline \end{array}$$

$$3\alpha\gamma + \beta\gamma.$$

τὸ γ πολλαπλασιασθέν μὲ τὸ β δίδωσι + βγ.

τὸ γ πολλαπλασ. μὲ τὸ 3 α δίδ. + 3αγ.

Καὶ

$$\begin{array}{r} 3\alpha + \beta \\ 4\gamma + \delta \\ \hline 3\alpha\delta + \beta\delta \\ 12\alpha\gamma + 4\beta\gamma \\ \hline 12\alpha\gamma + 3\alpha\delta + \beta\delta + 4\beta\gamma \end{array}$$

τὸ δ πολλαπλασια-
 σθέν μὲ τὸ β δίδ. +
 βδ· τὸ δ πολλαπλ.
 μὲ τὸ 3 α δίδ. + 3αδ
 τὸ 4 γ πολλα-
 πλασ. μὲ τὸ β δίδω-

σι + 4 β γ· καὶ 4 γ πολλ. μὲ τὸ
 3 α δίδ. + 12 α γ. (§. 72).

Σχόλιον.

Ἡ ἀρχὴ τοῦ διὰ γραμμάτων πολλαπλασιασμοῦ
 εἶναι ἀδιάφορος· διότι τὸ ἴδιον προκύπτει, ἢ τοι ἀπὸ
 τοῦ 4 γ ἀρχόμεθα, ἢ ἀπὸ τοῦ δ. ὁμοίως ἀδιάφορος
 εἶναι καὶ ὁ ὑπὸ τὴν γραμμὴν τόπος καὶ θε παρα-
 γομένου·

§. 75. Ἐι πρόκειται 3 α + β μετὰ τοῦ 4 γ
 + δ πολλαπλασιάσαι,

ληφθήσεται τὸ 3 α + β, 4 γ + δ· κίς·
 ἐὰν α' τὸ 3 α + β λάβωμεν 4 γ· κίς, καὶ εἶτα δ· κίς.

καὶ τὰ ἐν μέρει παραγόμενα ἀλλήλοις συνάψωμεν ὅθεν

$$(3\alpha + \beta) \cdot (4\gamma + \delta) = 12\alpha\gamma + 4\beta\gamma + 3\alpha\delta + \beta\delta.$$

ἔξωσαν $3\alpha + 2\beta + \delta$) οἱ παράγ.
 $2\alpha + 3\gamma$)

$6\alpha\alpha + 4\alpha\beta + 2\alpha\delta$ τὸ παραγ. τὸ ἐκ τοῦ 2α

καὶ $9\alpha\gamma + 6\beta\gamma + 3\gamma\delta$ τὸ ἐκ τοῦ 3γ

ἄρα $6\alpha\alpha + 4\alpha\beta + 2\alpha\delta +$
 $9\alpha\gamma + 6\beta\gamma + 3\gamma\delta$ τὸ
 ἐκ τοῦ $2\alpha + 3\gamma$.

ΠΕΡΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ

μετὰ καταφατικῶν, καὶ ἀποφατικῶν ἀριθμῶν.

§. 76. Μέχρι τοῦδε παρελαμβάνοντο καταφατικοὶ ἄμφω οἱ παράγοντες, ὧν τὸ παραγόμενον πάντως καταφατικὸν προέκυπτε.

Ζητεῖται ἤδη, πότερον τὸ παραγόμενον καταφατικὸν, ἢ ἀποφατικὸν ἔσοιτο.

α'. Ἐὰν τῶν παραγόντων ὁ μὲν καταφατικός, ὁ δ' ἕτερος ἀποφατικός ἢ καὶ

β'. Ἐὰν ἄμφω οἱ παράγοντες ἀποφατικοὶ ὦσιν

Ἐκτοῦ (§ 52.) δῆλον, ὅτι καταφατικός τις ἀριθμὸς, διηνεκῶς μονάδι ἀπομειούμενος, τελευταῖον γίνεται 0, καὶ μετὰ τοῦτο ἀποφατικός· εἰ οὖν ὁ ἕτερος τῶν δύο καταφατικῶν παραγόντων διηνεκῶς μονάδι ἐλαττονοῖτο, κατὰ τίνα νόμον τὸ ἐκ τούτων παραγόμενον μεταβάλλεται, ἐπιτηροῦντες, ἀπταίσιως ἐκκαλύψομεν, πότερον καταφατικὸν τοῦτο σώζεται, ἢ γίνεται ἀπο-