

μονάδων 701, ὡς ὑπαγορεύθησαν, ἐφεξῆς, καὶ προ-
κύψει οὗτος ὁ ἀριθμὸς 100, 405, 701; ἐνταῦθα
οἱ δύο κατώτεροι τόποι ἐν τῇ κλάσει τῶν μυλλιοίκων,
ὁ μέσος ἐν τῇ τῶν χιλιάδων, καὶ μονάδων τῷ (0)
ἐπεσημάνθησαν, ὅτι ἐν τῷ ὑπαγορεύειν οὐδεὶς τῶν τό-
πων τούτων κατινόμεσται.

Ἐκ τούτων βράδιον σινοδεῖν, ὅτι αἱ προσηγορίαι,
καὶ τὰ ὀνόματα, δι' ὧν αἱ διάφοροι τιμαὶ καὶ δυνάμεις
τῶν χαρακτήρων ἐν διαφόροις τόποις παρίστανται, ὡ-
σαύτως καὶ ἡ τάξις, ἐν ἣ ἀπαγγέλλονται, ἀπὸ βουλήσ
ἤρτηται, καὶ ἐκ τοῦ ἐπομένου, σειράτις ἀριθμῶν ἐκ-
κειμένων τὸ αὐτὸ σημαίνει παρὰ τοῖς Γάλλοις, Γερμα-
νοῖς, κτ. ὃ καὶ παρ' ἡμῖν τοῖς Ἕλλησι.

§. 14. Οὐκ ὀλίγαν συμβαίνει ἀντὶ πλειόνων
ἀριθμῶν ὡς 32451 καὶ 26136 ἓνα μόνον ζητεῖσθαι
ἐκείνοις ἰσοδυναμοῦντα· ὁ Παῦλος ὀφείλει τῷ δεῖν
32451 ὀβελούς, καὶ ἑτέρῳ αὐθὶς 26136. Ζητεῖται
οὖν, πόσα ὁ Παῦλος ἐν γένει ὀφείλει· ὅπως οὖν τὰ
τοιαῦτα ἐπιλύονται προβλήματα, ἡ Πρόσθεσις τοῦτο
διδάσκει.

ΠΕΡΙ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ.

§. 15. Πρόσθεσις ἔστιν ἀριθμοῦ εὗρεσις,
ἴσου τοῖς δοθεῖσιν ἀριθμοῖς.

Οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ καλοῦνται Προσθετέοι,
ὁ δὲ ζητούμενος, τὸ τούτων κεφάλαιον.

§. 16. Σημεῖον τῆς προσθέσεως ἔιληπται τὸ
+, ἐμφαῖνον τῷ ἡγουμένῳ ἀριθμῷ καὶ τὸν μετὰ τοῦτο
προσθεῖναι δεῖν· ἀπαγγέλλεται δὲ τῇ φωνῇ, πλέονς
οἶον, εἰ δέοι π. χ' 5, 7, 8, ἀλλήλοις προσθεῖται,
δειχθήσεται οὕτω 5, + 7 + 8, 5, πλέον 7, πλέ-
ον 8 = 20.

Ε. Γ. Δ. Κ. Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
β.

β.

§. 17. Ἐνθα κὶ ἕτερον σημεῖον ὀρῶμεν, τὸ =, ὃ περ σημεῖον τῆς ἰσότητος καλεῖται· οἱ γὰρ ἀριθμοὶ 5 + 7 + 8 ἀποτελοῦσιν 20. ὡσε, ἴσοι, ἦτοι = 20. ὁθεν καὶ ἀντ' ἐκείνων τεθεῖη ἂν ὁ 20.

§. 18. Πᾶς ἀριθμὸς συνίσταται μόνον ἐξ ὁμοειδῶν μονάδων (§. 3.) ἀλλὰ καὶ τὸ κεφάλαιον ἐξ ἀνάγκης τὰς αὐτὰς μονάδας περιέζει ἐν ἑαυτῷ, ἅς καὶ οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ· ἄλλως γὰρ οὐκ ἂν εἶη ἴσον ἐκείνοις· ἐνθεντοὶ καὶ τὸ κεφάλαιον τὸ ἐξ ἑτερογενῶν ἀριθμῶν ἀποδοθῆναι οὐκ ἔχει· οὕτω τὸ ἐκ 3 ἵππων, καὶ 5 ἀνθρώπων κεφάλαιον οὐκ ἂν εἶη οὔτε ὀκτώ ἵπποι, οὔτε ὀκτὼ ἄνθρωποι.

§. 19. Ἀπλοῦς ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ἐξ ἐνὸς χαρακτηῆρος· ὡς 2, 3 κτ. σύνθετος δὲ, ὁ ἐκ δύο, ἢ πλειόνων· ὡς 22, 188, κτ. συνισάμενος.

§. 20. Τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ἀπλῶν ὄντων (§. ἂν) ῥαδίως ἂν γένοιτο ἢ τούτων πρόσθεσις· πρόδηλον καὶ γὰρ τῶν 7 ὀβολῶν, καὶ 2 τὸ κεφάλαιον εἶναι 9.

§. 21. Συνθέτων δὲ (§. αὐτ.) ὡς ὁ 32451 καὶ 26136, ἀκριβῶς τὸ ἐπιταχθὲν πληρώσομεν, ἀριθμὸν ἐυρόντες τοσαύτας μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας, χιλιάδας, κτ' περιέχοντα ἐν ἑαυτῷ, ὅσας οἱ δοθέντες· προσαθροίζομεν οὖν ἀλλήλαις α' τὰς μονάδας τῶν δοθέντων, εἶτα τὰς δεκάδας, μεθ' ὃ τὰς ἑκατοντάδας, κτ' ὅλως δὲ, πάντα τὰ ὁμοειδῆ μέρη τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ἀπὸ τοῦ κατωτάτου μέχρι τοῦ ἀνωτάτου, συντιθέντες ἐκ τῶν προκυψάντων ἐν μέρει κεφαλαίων τῶν μονάδων, δεκάδων, κτ' αὖθις ἀριθμὸν, ὅς τὸ ζητούμενον ἔσται κεφάλαιον· ἵνα δὲ τοῦτο
μετὰ

μετὰ πλείονος εὐχερείας γένηται, οὕτω γραφείσθωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ, ὥσε τὰ ὁμοειδῆ αὐτῶν μέρη ἀκριβῶς ὑπάλληλα εἶναι, καὶ γραμμῆς πλαγίας διαχθείσης, τὸ τῶν ὁμοειδῶν μερῶν κεφάλαιον ἐν τῷ προσήκοντι τόπῳ ἀποτιθέσθω· οἶον·

32451) οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ, ἢ οἱ
26136) προσθετοί

58587 τὸ τούτων κεφάλαιον·

Ὁ δὲ λόγος, ὅτι μόνον τὰ ὁμοειδῆ ἀποτελοῦσιν ἀριθμὸν· ὅθεν δεκάς καὶ μονάς, ἢ μονάς καὶ ἑκατοντάς οὐ προσαθροισθῆσονται.

§. 22. Ἐὰν ὡς ἐν τῷ προκειμένῳ παραδείγμα· τὰ κεφάλαια τῶν μονάδων, τῶν δεκάδων κτ. ἀπλοῖ ἀριθμοὶ (§. 19.) ὥσι, παρέξουσιν ὑπὸ τὴν γραμμὴν ἐν τῷ αὐτῶν τόπῳ καταγραφέντα αὐτίκα τὸ ζητούμενον γενικὸν κεφάλαιον. Ἐὰν δὲ τὰ ἐν μέρει κεφάλαια ἐκ μονάδων, καὶ δεκάδων, ἢ ἐκ μον· δεκ. ἑκατ. κτ. συγκέωνται, ἐν μέρει ταῦτα γράφοντες ζητοῦμεν αὐθις τὸ κεφάλαιον τῶν ἐν μέρει κεφαλαίων· ὡς

134589 }
64395 } οἱ δοθ. ἀρ.
674679 }

23 τὸ κεφάλαιον τῶν μονάδων
240 τὸ κεφ. τῶν δεκάδων
1400 τὸ κεφ. τῶν ἑκατοντάδων
12000 · · τῶν χιλιάδων
160000 · · τῶν δεκάδων χιλιάδων
700000 · · τῶν ἑκατοντάδων χιλιάδων

873663 τὸ κεφάλαιον ἀπάντων τῶν ἐν μέρει.

κεφαλαίων, καὶ ἐπομένως τῶν δοθέντων ἀριθμῶν.

§. 23. Ὅσακις τὸ ἐν μέρει κεφάλαιον ἐκ δύο συγκροτεῖται χαρακτήρων, πάρει καὶ ὁρᾷ, ὅτι ὁ τούτων κατώτερος ἀείποτε ὁμοειδῆς ἐστὶ τοῖς μέρεσι τοῖς ἐνεργεῖα προσθεμένοις, ὁ δ' ὑπέρτερος ὁμοειδῆς τοῖς ἀμέσως μετὰ τοῦτο προσεθησομένοις· ἀμεινον αὖν τοῦ πόνου φειδομένοις τοῦ τοῦ ἐν μέρει κεφάλαια καταγράφειν, καὶ εἶτα ἀλλήλοις προσθεῖναι, ἐκάστου ἰδιαίτερου κεφαλαίου μόνον τὸν κατώτερον ἀριθμὸν γράφοντας, τὸν ἀνώτερον τοῖς ἀμέσως ἐπομένοις ἀνωτέραις μέρεσι προσαριθμεῖν· ἐνθεντοὶ ἐν τῷ προτεθέντι παραδείγματι

$$\begin{array}{r}
 134589 \\
 64395 \\
 674679 \\
 \hline
 873663 \quad \text{τὸ κεφ.}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 134589 \\ 64395 \\ 674679 \end{array}} \right\} \text{οἱ ὁ. ἀρ.}$$

γράφοντες τὰς 3 μονάδας τοῦ τῶν μονάδων κεφαλαίου 23, προσαριθμοῦμεν τὰς 2 δεκάδας ταῖς δεκάσι τῶν δοθέντων ἀριθμῶν· ὡσαύτως καὶ τοῦ κεφαλαίου τῶν δεκάδων 268 τὰς 6 δεκάδας γράφοντες, τὰς 2 ἑκατοντάδας ταῖς ἑκατοντάσι τῶν δοθέντων ἀριθμῶν συγκαταλέγομεν, καὶ οὕτως ἐφεξῆς· ὡς καὶ τὸ ὑπὸ τὴν γραμμὴν κεφάλαιον προκύψει, ὡς πρότερον.

Σχόλιον.

Ἐὰν τὸ κεφάλαιον τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν ὑπερέχη τὸν 9, ἢτοι ἐὰν ἦναι 10, ἄς τεθῆ ἐν τῷ τόπῳ τοῦ κεφαλαίου τῶν μονάδων τὸ 0, ὅτι ἅπασαι αἱ μονάδες δεκάδα ἀπετέλεσαν, ἢ ὅποια πρέπει νὰ γραφῆ εἰς τὸν τύπον τῶν δεκάδων. (§. 23.)

§. 24. Ὡσαύτως χωρήσομεν, καὶ εἰ συγκει-
κόμενοι ἀριθμοὶ (§. 4.) μετὰ διαφορίων μερῶν τῆς
μονάδος προσεθῆναι πρόκεινται· π.χ. ὀργυιαί, πόδες,
καὶ δάκτυλοι· ζητοῦμεν ἀμέλει τὸ κεφάλαιον τῶν
δακτύλων, εἶτα τὸ τῶν ποδῶν, καὶ τελευταῖον τῶν
ὀργυιῶν. καὶ ὁ ἐκ τούτων τῶν ἰδιαιτέρων κεφαλαίων
συγκεισόμενος ἀριθμὸς ἔσται τὸ κεφάλαιον τῶν ἐσ-
θέντων.

	ὀργ.	πό.	δ.	
ἔστωσαν	240	5	9	}
	35	3	7	
	4567	2	6	

οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ

καὶ 4842 10 22 ἔσται τὸ τούτων κεφα-
λαιον, ἢ 4843, 5, 10

ἐπειδὴ γὰρ ἡ ὀργυιαὶ 6 πόδας περιέχει, ὁ δὲ ποῦς 12
δακτύλους, οἱ 22 δάκτυλοι δώσουσιν ἓνα πόδα, καὶ 10
δακτ. οἱ 11 πόδες, 1 ὀργυιαν, καὶ 5 πόδας.

Σχόλιον.

Ἐἰς τὴν πρόσθεσιν τῶν τοιούτων ἀριθμῶν εἶναι
ἀναγκαῖον νὰ ἰξεύρωμεν, μὲ πόσας μονάδας κατωτέ-
ρας εἶναι ἰσοδύναμος μία ἀνωτέρα· π.χ. ἐνταῦθα μία
ἀνωτ. μονάς, ἢτοι μία ὀργ. εἶναι ἴση μὲ 6 κατωτέρας
μον. ἢτοι μὲ 6 πόδας, καὶ εἷς ποῦς = 12 δακτύλοις·
πλείω παραδείγματα εὐρίσκονται εἰς τὰ κοινὰ ἀριθμη-
τικὰ βιβλία·

§. 25. Βασανίσομεν δὲ τὴν πρόσθεσιν ἀπταί-
σως τῇ ἐπαναλήψει τῆς ἀθροίσεως τῶν ἀριθμῶν κάτω-
θεν εἰς τὰ ἄνω ἰόντες, καὶ ἀνάπαλιν, τὰ λοιπὰ εἶδη
τῶν

τῶν βασικῶν, ὡς οὐ πᾶν ἀσφαλῆ, παραλείποντες.

§. 26. Δύο ὁμοειδιῶν ἀριθμῶν δοθέντων, οἶον τοῦ 32451, καὶ 26136, εὐρεθήσεται, ὡς εἴρηται (§. 21) τὸ τούτων κεφάλαιον 58587· εἰάν δὲ τὸ κεφάλαιον 58587 δεδομένον ἦ, καὶ ὁ ἕτερος τῶν δοθέντων ἀριθμῶν 32451 γνωστὸς ἦ, ὅπως τὸν ἕτερον 26136 εὐρήσομεν, αὐτίκα ῥηθήσεται π. χ. ὄφειλεν τῷ Παύλῳ 58787 ὀβολοὺς ἀπέμισα αὐτῷ 32451. Ζητεῖται οὖν, πόσους ἔτι αὐτῷ ὄφειλω; τοσοῦτους δὴπου, ὅσοι τῷ 32451 προσεθέντες παρέξουσι τὸν 58587.

ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ.

§. 27. Ἀφαιρέσεις ἐσιν ἢ ἐκ τοῦ δοθέντος κεφαλοῖου δύο ἀριθμῶν, καὶ τοῦ ἕτερου τούτων, τοῦ ἕτερου εὐρεσις·

Τὸ κεφάλαιον καλεῖται, Μειωτέος· ὁ ἕτερος τῶν ἀριθμῶν, Ἀφαιρετέος. ὁ δὲ ζητούμενος, διαφορὰ τῶν δοθέντων.

§. 28. Σημεῖον Ἀφαιρέσεώς ἐστὶ τὸ —, διὰ τοῦ, μείον, ἐκφερόμενον, καὶ τοῦ ἀφαιρετέου προτιθέμενον.

§. 29. Ἐπειδὴ τὸ κεφάλαιον ἀναγκαίως ὁμοειδὲς ἐστὶ τοῖς μέρεσιν, ἐξ ὧν σύγκειται (§. 18.) οἱ ἕτερογενεῖς ἀριθμοὶ ἀπ' ἀλλήλων ἀφαιρεθῆναι οὐ δύνανται.

Σχόλιον.

Ἡ ποσότης, ἢ ἀπ' ἄλλης τινὸς ἀφαιρετέα, πρέπει νὰ ἦναι ὁμοειδὴς αὐτῇ· διότι ἀπὸ 5 ὀβολῶν εἶναι αἰδύ-

ἀδύνατον νὰ ἀφείλωμεν π. γ. 4 μῆλα· ἂν ὅμως οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ἀφηρημένοι, (§. 4.), ἢμποροῦν νὰ ἀφαιρεθοῦν ἀπ' ἀλλήλων· διότι τότε, καθὼς ἀριθμοὶ, εἶναι ὁμοειδεῖς ὅλοι.

§. 30. Ἐξω ἀφαιρετέος 5 ἀπὸ 12. ὃ ἐστὶ, 12 ἐστὶ τὸ κεφάλαιον δύο ἀριθμῶν, καὶ 5 ὁ ἕτερος τούτων. εὐρεθήτω οὖν ὁ ἕτερος· τοῦτον δὲ οὕτως ἔχειν χρῆ, ὡς τῷ 5 προστεθέντα 12 παρέχειν· ἐνθεντοὶ συνιδεῖν οὐ χαλεπὸν, ὅτι ὁ 6 πάνυ βραχὺς ἐστὶ (6 γὰρ καὶ 5 ἀποτελοῦσιν 11) καὶ ὅτι ὁ 8 πάνυ μέγας. (8 γὰρ καὶ 5 παρέχουσι 13) καὶ ὅτι τελευταῖον 7 ἢ ζητούμενη ἐστὶ διαφορά· ὅτι τῶν 7 καὶ 5 τὸ κεφάλαιον ἐστὶ 12.

Σχόλιον.

Ὁ ἀκριβῶς τὴν πρόσθεσιν καταμαθῶν δὲν θέλει εὐρεῖ κάμμιναν δυσκολίαν εἰς τὸ νὰ ἀφαιρῇ τοῦλάχιστον τοὺς ἀπλοῦς (§. 19.) ἀριθμούς· διότι εὐθὺς διὰ τῆς προσθέσεως, κατὰ τὸ ἀνωτ. παράδειγμα, θέλει ἰδεῖ, πότερον ὁ ἀριθμὸς ὁ ζητούμενος πάνυ βραχὺς, ἢ πάνυ μέγας, ἢ ἴσος τῷ ζητούμενῳ.

§. 31. Ἐὰν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ἐκ μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, χιλιάδων κτ' συγκροτῶνται, εὐρήσομεν τὴν διαφοράν, τὰ αὐτὰ ποιήσαντες, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς προσθέσεως, ζητήσαντες ἀμέλει κατὰ τάξιν τὴν διαφοράν τῶν μονάδων, τὴν τῶν δεκάδων, κτ'. ἐνθεντοὶ εὐχερείας χάριν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν οὕτως ὑπὸ τὸ δοθὲν καταγράψομεν κεφάλαιον, ὡς τὰ εμοειδῆ τούτων μέρη κατὰ σήλην ὑπάλληλα κείσθαι, τὰς μονάδας δηλονότι ταῖς μονάσι, κτ' καὶ γραμμῆς ἀχθείσης, αἱ ἐν μέρει διαφοραὶ ὑπ' αὐτὴν ἐν τῷ δέοντι τόπῳ ταχθήσονται, ἵνα τὴν ζητούμενην ὀλικὴν διαφοράν παράσχισιν·

ἔσω 58587 τὸ δοθέν κεφ.

32451 ὁ δοθεὶς ἀρ.

26136 ἡ τούτων διαφορά·

Ἀπαγγέλλομεν δὲ τὸν τρόπον τῆς ἀπ' ἀλλήλων ἀφαιρέσεως τῶν ἀριθμῶν οὕτω·

1 ἀπὸ 7, ἀφαιρ. ὑπολείπεται 6· 5 ἀπὸ 8, 3· 4 ἀπὸ 5, 1. 2 ἀπὸ 8, 6. 3 ἀπὸ 5, 2. καὶ ἐπειδὴ 6 καὶ 1 = 7. 3 καὶ 5 = 8. 1 καὶ 4 = 5. 6 καὶ 2 = 8. 2 καὶ 3 = 5. δῆλον, ὅτι 26136 τῷ 32451 προσεθεν δίδωσι 58587. (ὅπερ καὶ βάσανός ἐστι τῆς ἀφαιρέσεως) ἔστιν ἄρα 26136 ἡ ζητούμενη διαφορά.

§. 32. Συμβάν δὲ χαρακτήρα τινὰ τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ μείζονα εἶναι τοῦ ὁμοειδοῦς αὐτῷ χαρακτήρος τοῦ ἐν τῷ δοθέντι κεφαλαίῳ, ὡς

937082 τὸ δ. κεφ.

462537 ὁ δ. ἀρ.

Ἐνθα 7 ἀπὸ 2, 5 ἀπὸ 0, καὶ 6 ἀπὸ 3 ἀφαιρέτεοι εἰσίν, οἵτινες (7, 5, 6) μείζους εἰσὶ τῶν ὁμοειδῶν, ἤτοι ὁ 7 τοῦ 2, ὁ 5 τοῦ 0, καὶ ὁ 6 τοῦ 3, προστιθέντες τῷ χαρακτήρι τοῦ κεφαλαίου (ἀφ' οὗ ὁ μείζων τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ ἀφαιρεθήσεται) 10, ἀπομειοῦμεν τὸν ἐγγὺς ἀνωτέρου τόπου μονάδι, ὅτι ἐκάστη μονὰς τοῦ χαρακτήρος τοῦ ἀνωτέρου τόπου ἀείποτε 10 τοῦ ἐγγὺς κατωτέρου ἰσοδυναμεῖ (§. 11.) παραστήσομεν οὖν τῇ ἡμετέρᾳ διανοίᾳ τὸ ὑπ' ὄψιν παράδειγμα οὕτω·

8	(13)	6	(10)	7	(12)	τὸ δ. κ.
4	6	2	5	3	7	ὁ δ. ἀρ.

4 7 4 5 4 5 ἡ διαφ.

Λέγοντες, 7 ἀπὸ 12, ὑπολείπεται 5. 3 ἀπὸ 7, 4. 5 ἀπὸ 10, 5. 2 ἀπὸ 6, 4. 6 ἀπὸ 13, 7. 4 ἀπὸ 8, 4.

§. 33. Ἐὰν τῷ τόπῳ τοῦ κεφαλαίου, ὃν μονάδι ἀπομειώσῃς μέλλομεν, ἢ ἀφ' οὗ μονάδα λαβεῖν βουλόμεθα 10 μονάσι τοῦ κατωτέρου ἰσοδυναμοῦσαν, τὰ 0 ἐνυπάρχη, ὡς

4000502 τὸ δ. κ.

2567346 ὁ δ. ἀρ.

Ἀπομειοῦντες τὸν ἐγγὺς τοῦ 0 ἀνώτερον τόπῳ μονάδι, τιθέμεν ἐν τῷ ἐγγὺς κατωτέρῳ, τῷ μετὰ τοῦ 0 ἐπισεσημειωμένῳ, οὐχὶ 10, ἀλλὰ μόνου, 9, κατὰγοντες μίαν μονάδα τοῦ 10, (διὸ καὶ 9 ὑπολείπεται, ἔνθα τὸ 0 ἐστὶ) ἦτις αὐθις δέκα μονάσι τοῦ μετὰ τὸ 0 χαρακτῆρος ἴση ἐστὶ, καὶ προσιθέντες αὐτὴν τῷ χαρακτῆρι τῷ ἐλάττωσι ὄντι τοῦ ἀφαιρετέου χαρακτῆρος, ἀφαιροῦμεν· νοήσομεν δὲ τὸ προτεθέν παράδειγμα οὕτω·

(399	(10)	4	9	(12)	τὸ δ. κ.
------	------	---	---	------	----------

256	7	3	4	6	ὁ δ. ἀρ.
-----	---	---	---	---	----------

143 3 1 5 6 ἡ τούτῳ διαφ.

Καὶ γὰρ 6 ἀπὸ 12, ὑπολείπεται, 6. 4 ἀπὸ 9, 5. 3 ἀπὸ 4, 1. 7 ἀπὸ 10, 3. 6 ἀπὸ 9, 3. 5 ἀπὸ 9, 4. καὶ 2 ἀπὸ 3, 1. ἢ γὰρ μονάδ, ἢ ἐκ τοῦ

τοῦ ζ' τόπου παραληφθεῖσα ἰσοδυναμεῖ 10 μον. ἐν τῷ ς'. ἔνθα 9 μόνον καταλείποντες, ἔξομεν αὐθις 1· ἐν τῷ ε' κἀνταῦθα κἀλιν μένοντος τοῦ 9, ἔξομεν 10 ἐν τῷ δ'. ὡσαύτως μιᾶς μονάδος ἐκ τοῦ γ' τόπου εἰς 10 ἀναλυθείτης, τίθεται 9 ἐν τῷ β' καὶ 10 ἐν τῷ α'.

παραπλησίως, εἰὰν $\begin{array}{r} 9000000 \\ 3456782 \\ \hline \end{array}$ τὸ δ. ἢ κεφ. ὁ δ. ἀρ.

ἔσαι 5543218 ἢ τούτων διαφορά.

Ἐκ γὰρ τοῦ ζ' τόπου μονάδος ἐκπεσούσης, ἀντι ταύτης θήσομεν ἐν τῷ ς'. ε'. δ'. γ'. καὶ β'. 9. ἐν δὲ τῷ α' 10, οὕτως ἀφαιροῦντες. 2 ἀπὸ 10 ὑπολ. 8. 8 ἀπὸ 9, 1. 7 ἀπὸ 9, 2. 6 ἀπὸ 9, 3. 5 ἀπὸ 9, 4. 4 ἀπὸ 9, 5. καὶ 3 ἀπὸ 8, 5.

§. 34. Εἰ συγκεκριμένοι ἀριθμοὶ μετὰ διαφορῶν μερῶν τῆς μονάδος εἰς ἀφαιρέσιν ἀπ' ἀλλήλων πρόκεινται, τὸν αὐτὸν προβήσῃ τρόπον, ἀπὸ τῶν ἀνωτέρων μονάδα λαμβάνων, καὶ εἰς ταῖς κατωτέρας αὐτὴν ἀναλύων, ὡς

ὀργυιαί.	πόδα.	δάκτ.	
10	5	7	τὸ δοθὲν κεφ.
8	6	10	ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς.
1	4	9	ἢ διαφορά.

Ἄντι γὰρ 1 παδος προσίθεμεν τοῖς 7 καὶ 12 δακτύλοις, καὶ ἀπὸ τῶν 19. δ. ἀφαιροῦμεν 10. καὶ ἀντι 1 ὀργυιαῖς προσίθεμεν τοῖς 4 π. ἔτι 6 πόδας, καὶ ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τῶν 10, 6. ὅρα καὶ τὸ σχ. τοῦ §. 24.

§. 35. Μέχρι τοῦδε σιωπῇ ὑποτέθεται τὸ δο-
θέν κεφάλαιον μείζον εἶναι τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ· ἐὰν
δὲ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς μείζων ἢ τοῦ δοθέντος κεφαλαίου,
οἷον, εἰ πρόκειται 12 ἀπὸ 7 ἀφαιρεθῆναι, ἀναγκαῖον
πάντως ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὅς τῳ 12 προσεθεῖς 7 ἂν ἀ-
ποτελοῖη· ἐπεὶ δὲ ὁ 12 τοῦ 7 μείζων, πᾶς ἀριθμὸς
τῳ 12 προσεθεῖς ἀριθμὸν δήπου μείζονα τοῦ 7 παρέ-
ξει, εἰ μὴ τοιοῦτος εἴη, ὥς τῳ 12 προσεθεῖς τασαύ-
τας μονάδας τοῦ ἀριθμοῦ 12 ἀναιρήσει, ὅσαις ὁ 12
τὸν 7 ὑπερέχει· τοὺς τοιούτους ἀριθμοὺς ἐπιγνωσό-
μεθα ἤδη.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΩΝ. ΚΑΙ ΑΠΟΦΑΤΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ.

§. 36. Οὕτω καλοῦνται ποσότητες, αἱ ἀμέ-
σιως ἀλλήλαις ἀντικείμεναι.

Ὡς χρηματικὴ περιουσία, καὶ ὄφλημα· ἀριστερὰ
ὁδὸς, καὶ δεξιὰ· ἄνω ὁδὸς, καὶ κάτω. κτ. ἐκ τῶν
ούτω ἐναντίως ἐχουσῶν ποσοτήτων καταφατικὴν ἔξεσι
παραλαβεῖν, ἣν ἂν βουλώμεθα· ἢ ἄλλο ἔσαι αἰεί-
ποτε ἀποφατικὴ· π. χ. εἰ ἡ περιουσία καταφατικὴ ὑ-
ποτίθεται, τὸ ὄφλημα ἔσαι ἀποφατικόν· ἢ τούτου κα-
ταφατικοῦ τεθέντος, ἐκείνην ἀποφατικὴν ἐκδέ-
ξόμεθα.

§. 37. Ὁ 100. μναῖς κεκτημένος, καὶ 100
ὀφείλων, οὗτος κέκτηται οὐδέν· ὁ τρεῖς βαρμίδας τῆς
κλίμακος ἀναβάς, καὶ τρεῖς καταβάς, οὗτος οὐδεμίαν
ἀναβέβηκεν· αἱ ὀφειλόμεναι ἄρα 100 μναὶ ἀναιροῦσι
τὰς 100 μναῖς τῆς περιουσίας, καὶ αἱ τρεῖς βαρμίδες
αἱ εἰς τὰ κάτω τὰς τρεῖς τὰς εἰς τὰ ἄνω· ἐν ταύτῃ
τῇ ἐννοίᾳ ὀρθῶς λέγεται· ἴσαι καταφατικαί,
καὶ ἀποφατικαὶ πασάτητες ἀναιροῦσιν ἀλλή-
λας.

Σχόλιον.

100 μναῖ περιουσίας, καὶ 100 χρέους εἶναι πο-
 σότητες ὁμοειδεῖς, αἱ ὁποῖαι ὅμως σμικρύνουσιν ἢ μία
 τὴν ἄλλῃν, ὅταν συνάπτονται μετ' ἀλλήλων· διότι θέ-
 λων νὰ διορίσω τὴν περιουσίαν τινός, πρέπει νὰ ἀφέλω
 ἐκεῖνα ὅπου χρεωθεῖ ἀπὸ ἐκεῖνα ὅπου ἔχει· καὶ ἐπομέ-
 νως ἡ περιουσία σμικρύνεται ὑπὸ τοῦ χρέους· ὅθεν καὶ
 τὸ, ὃ Πέτρος ἔχει 100 μναῖς ἀποφατικὴν περιουσίαν,
 θέλει ἐξηγηθῆ οὕτως· ὃ Πέτρος ὄχι μόνον εἶναι χωρὶς
 περιουσίας, ἀλλὰ πρὸς τούτω εἶναι καὶ χρεώσης 100
 μναῖν, εἰάν δηλονότι τὸ χρέος τὸ ἐκλάβωμεν ὡς ἀπο-
 φατικόν.

§. 38. Πρὸ τῶν καταφατικῶν τίθεται σημεί-
 ον τὸ +· πρὸ δὲ τῶν ἀποφατικῶν τὸ —· οὕτω τὸ +
 7 σημαίνει 7 καταφατικᾶς· τὸ δὲ — 7, 7 ἀποφατικᾶς
 μονάδας.

Σχόλιον.

Τὸ σημεῖον + ἐν τῇ ἀρχῇ, καὶ ἀμέσως μετὰ
 τὸ σημεῖον τῆς ἰσότητος (=) παραλιμπάνεται ὡς
 ὅπου δὲν βλέπομεν τὸ —, πρέπει νὰ ἐκλαμβάνωμεν
 τὴν ποσότητα καταφατικῶς· οὕτως ἀναγινώσκωμεν,
 καὶ γράφομεν

$$7 - 4 = 3. \text{ ἀντὶ τοῦ } + 7 - 4 = + 3.$$

$$9 - 5 = 4. \text{ ἀντὶ τοῦ } + 9 - 5 = + 4.$$

§. 39. Ἐπειδὴ τὸ σημεῖον = ἰσότητα δηλοῖ,
 ὡς δῆλον (§. 17.) ὡς τῶν ἴσων καταφατικῶν, καὶ
 ἀποφατικῶν ποσοτήτων ἀλλήλας ἀναιρουσῶν (§. 37.)
 ἔσαι

$$\begin{array}{r} + 7 - 7 = 0 \\ + 9 - 9 = 0 \end{array}$$

§. 40. Ἐπειδὴ καταφατικά ποσότητες καταφατικές οὐκ ἀναιροῦσιν, ἢ παντὶ δῆλον, ὡς οὐδ' ἀποφατικά ἀποφατικές π. χ. $7 + 9 = 16$. καὶ $- 7 - 9 = - 16$, πάρεσι καθορᾶν, ὅτι τὰ διὰ τῶν σημείων (+, καὶ -) συναπτάμενα σχήματα ἐπιτέμνουντο, ἐὰν ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς τῶν μὴ τὰ αὐτὰ σημεία ἔχόντων ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρῆται, καὶ τῆς διαφορᾶς τὸ σημεῖον τοῦ μείζονος προτιθῆται, εἰ δὲ τὰ αὐτὰ σημεία ἔχοντες ἀλλήλοις συνάπτωνται, τοῦ κεφαλαίου πρὸ ἑαυτοῦ τὸ τούτων σημεῖον λαμβάνοντος· ἐνθεντοὶ $+ 8 - 5 + 6 - 3 + 4 - 9 = + 1$ · καὶ γὰρ $+ 8 - 5$ δίδωσι $+ 3$, $+ 3$ (ἢ ἤδη προκύψασα διαφορὰ) καὶ $+ 6$ δίδωσι $+ 9$.

+	9	-	3	δίδωσι	+	6
+	6	+	4	δίδωσι	+	10
+	10	-	9	δίδωσι	+	1

Τῶν ἐπιτετμημένων τρόπων, ὡς ἐνταῦθα τὸ $+ 1$, σαφεσέρων ὄντων, ἢ τῶν συνθέτων, ὡς τοῦ $+ 8 - 5 + 6 - 3 + 4 - 9$, χρησέον τῇ ἐπιτομῇ, ἐνθα χώραν ἔχειν δύναται.

Σχόλιον. α'

Χώραν ἢ ἐπιτομῇ ἔχει ἐν τοῖς ἀριθμοῖς πάντοτε· ἐν τοῖς γράμμασιν ὅμως, διὰ τὰ ὅποια θέλει ῥηθῆ ἑυθὺς, οὐχὶ πάντοτε.

β'

Ὅτι αἱ καταφατικά ποσότητες πρέπει νὰ προσίθωνται ταῖς καταφατικαῖς εἶναι φανερόν· 10 δραγμαὶ περιουσίας, ὅπου ἔχει τις, καὶ ἔτι 6 δραγμαὶ περιουσίας διορίζουσι τὴν περιουσίαν του, ἢ γονὺ λέγωμεν περὶ τοῦ τοιούτου ὅτι ἔχει περιουσίαν 16 δραγμῶν· (ἰδοὺ ἐνταῦθα προσίθενται αἱ καταφατικά ἀλλήλαις) ἀλλὰ

λά καὶ αἱ ἀποφατικαὶ ἀποφατικαῖς· ἐκεῖνος ὅπου
 χρεωσθεῖ 5 δραχμὰς, καὶ ἔτι 4, ἔχει — 5 δρ. καὶ
 ἔτι — 4. ὡσεὶ ὁμοῦ — 9 δραχμὰς· ἦτοι χρεωσθεῖ
 9 δραχμὰς· πρὸς τούτοις καὶ αἱ +, καὶ —, μὲ τὸ
 νὰ ἀφαιρῆται ἀπὸ τὴν μείζονα ποσότητα ἢ διαφορά,
 καθ' ἣν αἱ ἐναντία ποσότητες ἀλλήλων διαφέρουσι· π.
 χ. εἰ ἐὰν ἔχω 10 δραχμὰς περιουσίας, καὶ 6 ὀφείλω,
 διὰ νὰ μάθω, πόσας ἔχω τῇ ἀληθείᾳ, ἦτοι πόσαι μοι
 ὑπολείπονται, πρέπει νὰ προσθέσω + 10 δρ. καὶ
 — 6 δρ. οὕτω·

+ 10 δρ., ἦτοι κυρίως πρέπει νὰ ἀφέλω τὸ χρεὸς
 — 6 δ. ἀπὸ τὴν περιουσίαν.

+ 4

Σχόλιον. γ'

Τοῦτον τὸν τρόπον τῆς προσθέσεως τὸν μεταχει-
 ριζόμεθα καὶ εἰς τὸν κοινὸν βίον. π. χ. εἰ τὰ λήμμα-
 τὰ τινος εἶναι 3 μναῖ, 5 δραχμαὶ, 4 ὀβολοί· καὶ
 ἔτι 5 μναῖ, 16 δραχμαὶ, καὶ 2 ὀβολοί· αἱ δὲ δαπά-
 ναι 7 μναῖ, 8 δρ. 2 ὀβ. καὶ ἔτι 12 δρ. καὶ 5 ὀβ. πό-
 ση εἶναι ἡ περιουσία του; ἐνταῦθα τῶν λημμάτων, ὡς
 καταφατικῶν ληφθέντων, τῶν δὲ δαπανῶν ἀποφατι-
 κῶν, κατὰ τὰ διάφορα σημεῖα τὸ παράδειγμα ἐκκεί-
 σεται οὕτω.

3	μν.	+	5	δρ.	+	4	ὀβ.	
5	μν.	+	16	δρ.	+	2	ὀβ.	
—	7	μν.	—	8	δρ.	—	2	ὀβ.
			—	12	δρ.	—	5	ὀβ.
+	1	μναῖ	+	1	δρ.	—	1	ὀβ.

Ἔχει οὖν ἔτι 1 μναῖν, 1 δρ. πλὴν ἐνός ὀβολουῖ·