Περὶ Λογαρίθμων.

§. 311. Ἡ τῶν Λογαρίθμων χρῆσις οὐκ ἂν εἴποιτις ὅσην τὴν ὄνησιν διὰ πάσης ἐπαγγέλλεται τῆς Μαθήσεως, καὶ ὅσην εὐχέρειαν ἐν παντὶ εἴδει παρέχεται ὑπολογισμῶν, περὶ ὧν πρὸ τῆς περὶ τῶν Ἀναλογιῶν, Προόδων, καὶ Ῥιζῶν ἐξαγωγῆς διδασκαλίας οὐκ ἐπραγματευσάμεθα, ὡς τούτοις τῆς περὶ τῶν Λογαρίθμων διδασκαλίας ἐπερειδομένης. Ἡ λέξις Λογάριθμος, ἧπου παντὶ δῆλον, σύγκειται ἐκ τῶν λέξεων, Λόγων, καὶ Ἀριθμὸς, ὅπερ τὸν ἀριθμὸν, ἢ τὴν πληθὺν ὑπεμφαίνει τῶν Λόγων. (§. 212.) Τοῦτο καὶ γὰρ τῷόντι οἱ λογάριθμοι ποιοῦσι, δεικνύοντες ἀμέλει, ποσαπλασίων ὁ Λόγος, ἀπὸ τοῦ θεμελιώδους λόγου δύω ἐγγὺς ἀλλήλων ὅρων τῆς Γεωμετρικῆς σειρᾶς ἀρχομένοις. Κατωτέρω γενήσεται σαφέςερον τὸ λεγόμενον.

Ὁ δὲ τούτων ἐφευρετὴς ἀμφισβητήσιμος. Οἱ μὲν γὰρ Γερμανῷ τινι Ἰούςῳ Βυργίῳ τούτους ἀποδιδόασιν. οἱ δὲ, Σκότον τινὰ Ἰωάννην Νεππέρον, Βαρῶνον, ὡς τούτους πρῶτον ἐπινοήσαντα ἐκδιδόασιν. Ὅς μέντοι τυχὸν τὴν τούτων χρῆσιν κοινωφελεςέραν ἐποίησεν. Ἐξέδωκε γὰρ Πόνημα, Περιγραφὴ Θαυμασίου Κανόνος τῶν Λογαρίθμων 1614 ἐν Ἐδινβούργ, ἐπιγραφόμενον. Ἑνρίκος δὲ Βρίγγιος, ᾧτινι τὸ Μαθηματικὸν εἶδος ἠσκεῖτο ἐξ ἐπαγγέλματος (Professor), τύποις ἐξέδωκε τὴν ἑαυτοῦ, Ἀριθμητικὴν Λογαριθμικὴν, ἐν ἔτει 1624, ἐν ᾗ, συμβουλῇ τοῦ Νεππέρου, ἕτερον Λογαριθμικὸν Σύςημα, καὶ εἰς χρῆσιν προσφορώτερον, ὑπελογίστευσεν, ἢ τὸ τοῦ Νεππέρου, ὅ καὶ κατὰ τοῦτο τοῦ Νεππερικοῦ διάφορον. Ὁ μὲν γὰρ Νεππέρος ὡς Γενικὴν Σειρὰν Πρόοδον Μειουμένην (§. 255.) ὑπεςήσατο. ὁ δὲ, τοὐναντίον, Αὔξουσαν, (§. αὐτ.) πρότερον καὶ αὐτὸς ἑτέραν Βάσιν τοῦ ἰδίου συςήματος παρα-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΘΕΤΖΟΣ
Ε.Υ.Δ της Ε.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ραλαβών. Τούτων ἁπάντων ὅσον οὔπω ἐναργῆ ἔννοιαν ληψόμεθα. Ἀλλὰ τὸ περὶ τούτων διεξοδικῶς λέγειν οὐ κατὰ σκοπὸν ἂν εἴη τῆς παρούσης Βίβλου, καὶ τοῖς Πρωτοπείροις ἀνοίκειον. Ἐπειδὴ οὖν οἱ Νεπεριοὶ Λογάριθμοι οὐκέτι ἐν χρήσει, τὸ δὲ κοινὸν, καὶ ἐν χερσὶ πάντων Λογαριθμικὸν Σύστημα, τὸ τοῦ Βριγγίου, ὅ καὶ ἐν τοῖς οὕτω καλουμένοις Λογαριθμικοῖς Πίναξιν εὑρίσκεται, περὶ τούτου ἐροῦμεν, καὶ τοῦτο προσηκόντως ἀναπτύξομεν, δεικνύντες, ὅπως δι' αὐτοῦ ὑπολογιστέον.

§. 312. Ἀρκτέον οὖν τοῦ οὕτω τούτους ἐκτιθέναι, ἧπερ ἂν ῥᾷστα θεωρηθεῖεν, καὶ ἀναπτυχθεῖεν, κατὰ τοὺς ἐν κοινῇ χρήσει ὄντας Βριγγιανοὺς Λογαρίθμους.

Ἐὰν ὑπὸ Γεωμετρικήν τινα Πρόοδον, (§. 254.) ὁποία ἂν ᾖ, ἧς ὁ α'. ὅρος ἀπὸ 1. ἄρχεται, ἑτέρα Πρόοδος ὑπογραφῇ Ἀριθμητικὴ, (§. 242.) ἧς α'. ὅρος τὸ 0, ὁποία ἂν ᾖ καὶ αὕτη, ὥστε ὑφ' ἕκαστον ὅρον τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου ἕκαστον τῆς Ἀριθμητικῆς κεῖσθαι, ἕκαστος ὅρος τῆς Ἀριθμητικῆς Προόδου καλεῖται ὁ Λογάριθμος τοῦ ἐπ' αὐτὸν κειμένου ὅρου τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου.

Π. χ. Γεωμετρικὴ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256
Πρόοδος

Ἀριθμητική. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Ἔνθα ἕκαστος ὅρος τῆς Ἀριθμητικῆς Προόδου τὸν Λογάριθμον παρίστησι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν ὅρου τῆς Γεωμετρικῆς. π. χ. 5 ὁ Λογάριθμος τυγχάνει τοῦ 32. ἢ 5 ἐμφαίνει, ὅτι 32 ἐν τῇ Γεωμετρικῇ Προόδῳ ὁ πενταπλασίων ἐστὶ Λόγος τοῦ 1 : 2. Ἐὰν γὰρ οὕτω συνάγωμεν 1 : 2 = 2 : 4 . 2 : 4 = 4 : 8 . 4 : 8 = 8 : 16 . 8 : 16 = 16 : 32. πρόδηλον

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΡΟΥ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

λον ἑκάστῳ, ὅτι τοῦτο ὁ ε΄. λόγος. Πέντε γὰρ οἱ Λόγοι ἀπὸ τῆς 1 μέχρι τῶν 32. οἷον 1 : 2. (εἷς) 2 : 4. (δύω) 4 : 8. (τρεῖς) 8 : 16. (τέσσαρες) 16 : 32. (πέντε). Ἐπεὶ δὲ πᾶσαν Γεωμετρικὴν Πρόοδον ἀφ' οἱασοῦν ἂν ἄρχηται ποσότητος, εἰς ἑτέραν ἔχομεν τρέψαι, ἧς ὁ α΄. ὅρος ἀπὸ 1 ἄρχεται, τοῦ νόμου, καὶ τοῦ Λόγου, καθ' οὓς οἱ ὅροι χωροῦσι, μηδόλως τροπὴν ὑφισαμένων. (§. 257.) ἔξεστιν οἱανοῦν Γεωμετρικὴν Πρόοδον εἰς ταύτην ἀνάγειν (τὴν ἀπὸ 1 ἀρχ.). Ἔνθεντοι καὶ εἰκότως ἐκείνην, ὡς τοιαύτην ἂν θεωροίημεν, (ἤτοι ἀπὸ 1 ἀρχ.) καίτοι τοῦτο ἀναγκαῖον μὴ ὄν. Ὡσαύτως οὐ πᾶσα ἀνάγκη τὸ, ὡς ἐν τῷ προτεθέντι παραδείγματι, τὴν Ἀριθμητικὴν Σειρὰν ἀπὸ τοῦ 0 ἄρχεσθαι, (καίτοι τοῦτο ἁπλούσατον, καὶ μάλιστα τῇ φύσει συνᾷδον) οὐδὲ μὲν οὖν τὸ κατὰ τὴν τάξιν τῶν φυσικῶν χαρακτήρων χωρεῖν, κατὰ τὸ παράδειγμα. Καὶ κατ' ἄλλην γὰρ τάξιν τῶν ὅρων (τῆς Ἀριθμ. Σ.) χωρούντων, ἡ τῶν Λόγων πληθὺς ἂν παρασαίη. Καὶ τούτου δὲ μὴ κειμένου, ἀλλὰ καθόλου τῶν Γεωμετρικῶν, καὶ Ἀριθμητικῶν Σειρῶν ἐμφαινομένων, ὡς

$$\alpha,\ \alpha\mu,\ \alpha\mu^2,\ \alpha\mu^3,\ \alpha\mu^4,\ \alpha\mu^5,\ \alpha\mu^6 \ldots$$

$$\alpha,\ \alpha+\delta,\ \alpha+2\delta,\ \alpha+3\delta,\ \alpha+4\delta,\ \alpha+5\delta,\ \alpha+6\delta \ldots$$

ἐγχωροῦσι μέντοι μεταξὺ τῆς ἀποσάσεως δύω ὅρων τῆς Γεωμετρικῆς Σειρᾶς τοσοῦτοι Λόγοι, ὅσαι διαφοραὶ ἐνυπάρχουσι μεταξὺ τῆς ἀποσάσεως δύω ὅρων τῆς Ἀριθμητικῆς σειρᾶς, καὶ ἡ πληθὺς τῶν δ, ἢ τῶν διαφορῶν, ἐμφήνειεν ἂν τοῦτο, τῆς ἑτέρας, ἢ καὶ ἑκατέρας τῶν σειρῶν αὐξούσης, ἢ μειουμένης οὔσης, ἢ ἐν γένει, ὅπως ἂν αὗται ἔχωσιν. Ἀλλ' αἱ τοιαῦται θεωρίαι τοῦ ἡμετέρου σκοποῦ ἡμᾶς ἀπάξουσι. λόγος καὶ γὰρ ἐνταῦθα μόνον περὶ τῶν ἁπλουσάτων, καὶ εὐχερεσάτων. Ἀρκτέον οὖν καθόλου Γεωμετρικῆς τινος

Προ-

Προόδου ἀπὸ 1, ὅπερ ἔςαι, τὴν ἀνωτέρω Γεωμετρικὴν διὰ τοῦ α διελοῦσι, καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς ἀπὸ τοῦ ο, ὥςε τὸ ἐν ἀρχῇ αὐτῆς α = ο γενέσθαι, καὶ ἁπάντων ἐκπεσεῖν τῶν ὅρων.

Αἱ δὲ Πρόοδοι ἀποδοθεῖεν ὧδε.

Γεωμ. Πρόοδος. $1,\ \mu,\ \mu^2,\ \mu^3,\ \mu^4,\ \mu^5,\ \mu^6\ ..$

Ἀριθ. Πρ. $0,\ \delta,\ 2\delta,\ 3\delta,\ 4\delta,\ 5\delta,\ 6\delta\ ...$

Οποῖαι ἂν ἐνταῦθα παραληφθῶσιν ἄμφω αἱ σειραὶ, εἴτε αὔξουσαι, εἴτε μειούμεναι, ἢ διάφοροι, πάρεςι μέντοι κατανοεῖν, ὅτι ἡ τῶν διαφορῶν πληθὺς τὸν ἀριθμὸν τῶν λόγων τοῦ 1 : μ δείκνυσιν, ἢ ἡ πληθὺς τῶν διαφορῶν δεικνύει τὸν ἐκθέτην τῆς δυνάμεως τοῦ μ. Τούτου δὲ οὕτως ἔχοντος, ἐὰν καὶ μετὰ τῶν ὅρων τῆς Ἀριθμητικῆς σειρᾶς τὰ αὐτὰ γίνωνται, ἃ καὶ μετὰ τῶν ἐκθετῶν τῶν ὁμοταγῶν δυνάμεων ἐγίνετο. βουλόμεναι τούτους πολλαπλασιάζειν μετ' ἀλλήλων, διαιρεῖν, εἰς καινὰς δυνάμεις ἐξαίρειν, ἢ τὴν ῥίζαν ἐξάγειν, τὸ αὐτὸ ἕξομεν συναγόμενον, ὅπερ κἀκεῖ, καὶ ὁ προκύπτων ἀριθμητικὸς ὅρος ἐξ ἀνάγκης δηλώσει τὴν ἐπ' αὐτοῦ κειμένην δύναμιν τοῦ μ, ἧς ὁ ἐκθέτης τηλικοῦτος, ἡλίκος ὁ ἀριθμὸς, ἢ ἡ πληθὺς τῆς διαφορᾶς τούτου τοῦ ἀριθμητικοῦ ὅρου. Θεωρηθήτω ἔτι ἅπαξ ἡ σειρά.

$$1,\ \mu,\ \mu^2,\ \mu^3,\ \mu^4,\ \mu^5,\ \mu^6,\ \mu^7\ ...$$
$$0,\ \delta,\ 2\delta,\ 3\delta,\ 4\delta,\ 5\delta,\ 6\delta,\ 7\delta\ ...$$

Βουλομένοις οὖν μ^2 μετὰ τοῦ μ^4 πολλαπλασιάσαι, προσθετέοι μόνον οἱ τούτων Λογάριθμοι. (ὁμοειδεῖς γὰρ δυνάμεις πολλαπλασιάζειν ἐςὶ τοὺς αὐτῶν ἐκθέτας προςιθέναι) τὸ δὲ κεφάλαιον δείξει τὸν ὅρον τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου, τὸν ὑπὲρ τὴν ποσότητα, τὴν ἤδη ἀνακύψασαν, κείμενον. Ὁ τοῦ μ^2 λογάριθμος = 2δ. Ὁ δὲ τοῦ μ^4 = 4δ. Ὥςε 2δ + 4δ = 6δ.

Ἐφ' οὗ

Ἐφ' οὗ μ^6 τυγχάνει. Ἀλλὰ καὶ μ^2, καὶ μ^4 ὡσαύτως δώσει μ^6. Παραπλησίως, καὶ εἰ τὰς δυνάμεις τοῦ μ δι' ἀλλήλων διαιρεῖν πρόκειται, ἔξεστιν ἀφαιρεῖν μόνον τοὺς τούτων Λογαρίθμους. Οὕτως ἂν εἴη $\mu^5 : \mu^3$, λογαριθμικῶς θεωρηθὲν, $5\delta - 3\delta = 2\delta$, ἐφ' οὗ μ^2 κεῖται. καὶ $\mu^5 : \mu^3 = \mu^2$. (§. 194.) Εἰ δέοι τὰς δυνάμεις τοῦ μ εἰς καινὰς δυνάμεις ἐξᾶραι, ποιοῦμεν τοῦτο, κατὰ τὸ (§. 192.) Ἔξεστι μέντοι κἀνταῦθα μόνον τοὺς τούτων Λογαρίθμους μετὰ τοῦ τοιούτου ἀριθμοῦ πολλαπλασιάζειν. π. χ. Ἀρθήτω μ^2 εἰς τὴν γ'. δύν. Ὁ τούτου Λογάριθμος $= 2\delta$. Ὃς ἐπὶ τὸν 3 πολλαπλασιασθεὶς 6δ παρέχει, καὶ ἡ δύναμις τοῦ μ, τοῦ ἐπὶ τοῦ 6δ, $= \mu^6$. καὶ μ^2 εἰς τὴν γ'. ἀρθὲν δύν: $= \mu^6$. Οὕτω καὶ ἡ ἐξαγωγὴ τῆς ῥίζης, ἥτις, ὡς γνωστὸν, ἡ διαίρεσις ἐστὶ τῶν ἐκθετῶν τῶν δυνάμεων διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῆς ῥίζης, (§. 200.) διὰ τῶν Λογαρίθμων τελεσθήσεται. π. χ. $\sqrt[3]{\mu^6}$. Ὁ τοῦ μ^6 Λογάρ. $= 6\delta$. Ὃ διὰ 3 διαιρεθὲν ἔσται $= 2\delta$. ἐφ' οὗ μ^2 κεῖται $= \sqrt[3]{\mu^6}$. (ἔστι γὰρ $\sqrt[3]{\mu^6} = \mu^{\frac{6}{3}} = \mu^2$). Ὁρᾷν οὖν πάρεστιν, ὅπως ὁ Πολλαπλασιασμὸς εἰς Πρόσθεσιν τῶν Λογαρίθμων, ἡ Διαίρεσις εἰς τὴν τούτων Ἀφαίρεσιν, ἡ εἰς δυνάμεις ἔξαρσις εἰς πολλαπλασιασμὸν, καὶ ἡ Ἐξαγωγὴ τῆς ῥίζης εἰς διαίρεσιν αὐτῶν μεταβάλλεται, καὶ ὅπως οἱ Λογάριθμοι, καθόλου θεωρούμενοι, ὡς ἐνεργεία ἐκθέται τῶν Δυνάμεων ποσότητος οἱασοῦν ἔχουσι θεωρεῖσθαι.

§. 313 Παραληφθέντος ἤδη ἀντὶ τῶν ἀνωτέρω δύω Σειρῶν ὁποιουοῦν ἑτέρου σειρῶν, ἢ Προόδων εἴδους, ἁρμόσουσι καὶ τούτοις ἀναγκαίως τὰ ῥηθέντα. Ἔστω ἡ Γεωμετρικὴ Σειρὰ 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 ... ἡ δὲ Ἀριθμητικὴ, ἢ οἱ Λογάρ. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 ... Εἶεν ἂν οὖν οἱ τοῦ 3 . 27 λογάριθμοι $2 + 6 = 8$. Οὗτος δὲ (ὁ Λογ. 8) προσήκει τῷ 81, ὃς καὶ $=$ 3 .

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

3 . 27. Αὖθις τοῦ $\frac{243}{27}$ οἱ λογ. = 10 — 6 = 4. Ὅτι ὁ τοῦ 243 λογάρ. = 10, ὁ δὲ τοῦ 27 = 6, ἐν τῷ ἡμετέρῳ ἤδη παραληφθέντι Συςήματι. Ὁ δὲ λογάρ. 4 ἀνήκει τῷ 9 = $\frac{243}{27}$ = 9.

Ὡσαύτως 3 εἰς τὴν δ'. ἀρθὲν δύναμιν εἴη ἂν λογαριθμικῶς, ὁ Λογάρ. τοῦ 3 μετὰ τοῦ 4 πολλαπλασιασθείς. Ὥςε 2. 4 = 8. ὅς λογάριθμος ὑπὸ τὸν 81 κεῖται. Ὅς = 3^4. Καὶ $\sqrt{729}$ εἴη λογαριθμικῶς, λογάρ. τοῦ 729 διαιρεθεὶς διὰ 2. Ἀλλὰ λογάρ. τοῦ 729 ἐςὶ 12. ὅς διὰ 2 διαιρεθεὶς δίδωσι τὸν λογάρ. 6 τῷ 27 προσήκοντα = τῇ $\sqrt{729}$.

Ἀλλὰ καὶ ἑτέρου Λογαριθμικοῦ πειρασώμεθα Συςήματος, ἑτέρων τεθεισῶν Σειρῶν (ὅπερ Λογαριθμικὸν ἀκούει Σύςημα)

Γεωμετρική. 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$, $\frac{1}{256}$ . . .

Ἀριθμητ. ἢ

Λογάριθμοι 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 . .

Ὥςε $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{64}$ λογαριθμικῶς ὑπολογισθὲν = 1 + 6 = 7 = τῷ λογαρ. τοῦ $\frac{1}{128}$. Τοῦτο δὲ προκύπτει, καὶ ἐὰν $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{64}$ δι' ἀλλήλων πολλαπλασιασθῇ. (§. 141.) Παραπλησίως καὶ $\frac{1}{64}$: $\frac{1}{8}$ λογαριθμικῶς = 6 — 3 = 3 = τῷ λογαρίθμῳ τοῦ $\frac{1}{8}$. Ὃ προκύπτει καὶ τοῦ $\frac{1}{64}$: $\frac{1}{8}$ ἐνεργείᾳ διαιρεθέντος. (148.) κτ.

§. 314. Καὶ συνήσει μὲν πᾶς τις, ὡς οἶμαι, καλῶς, ὡς ἐπὶ τῶν ὅρων ταύτης, ἢ ἐκείνης τῆς σειρᾶς τῆς Γεωμετρικῆς διὰ τῶν Λογαρίθμων ὑπολογίσασθαι δυνάμεθα, ἀλλ' ἀπορήσειεν, ὅπως οἱ λογάριθμοι τῶν ὅρων εὑρεθεῖεν, τῶν μεταξὺ τῶν ὅρων τῆς παραληφθείσης Γεωμετρικῆς σειρᾶς ἐμπιπτόντων. π. χ.

ἐν

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΠΙΜΕΛΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ. ... ΙΩΑΝΝΙΝΑ 200

ἐν τῇ σειρᾷ. 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 . . οἱ λογάριθμοι τῶν μὴ παρόντων ὅρων, τουτ: τῶν 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10 κτ. ὥςε ἐν γένει καὶ τούτοις Λογαριθμικῶς πᾶν εἶδος ὑπολογισμοῦ ἐφαρμόζεσθαι, ὅ δήπου εὐχερεςέρας ποιεῖται τὰς ἀριθμητικὰς πράξεις, ἐν πάνυ πολυαρίθμοις παραδείγμασι Πολλαπλασιασμοῦ, Διαιρέσεως, κτ. Εἰς λύσιν τούτου, καὶ εἰς τὸ καθόλου τὴν περὶ τούτων ἔννοιαν ἐναργεςέραν λαβεῖν, τὸ Βριγγιανὸν Σύςημα θεωρητέον, ἑρμηνευτέον τε, καὶ δεικτέον τὸν τρόπον, καθ' ὃν τοὺς λογαρίθμους ἁπάντων τῶν ἀριθμῶν κατὰ τοῦτο τὸ σύςημα εὑρήσομεν, καὶ τοῖς αὐτοῦ ἐκδοθεῖσι Πίναξι τῶν Λογαρίθμων χρῆσθαι δυνησόμεθα.

§. 315. Ἐνρῖκος Βρίγγιος συμβουλίᾳ τῇ τοῦ Βαρώνου Νεππέρου, ὡς εἴρηται, ἕτερον τοῦ Νεππερικοῦ Λογαριθμικὸν ἐξηριθμήσατο Σύςημα, ἐν ᾧ τὸν Λόγον (§. 2 2.) 1 : 10, ὡς ἁπλοῦν ἐκλαβόμενος, (καὶ τὴν ἀριθμητικὴν Πρόοδον τῶν Φυσικῶν ἀριθμῶν, ἧς ἀπὸ τοῦ 0 ἤρξατο, καὶ εἰς τὴν 1, 2, 3, 4, κτ. προηγάγετο) ἐκ τούτου τὴν Γεωμετρικὴν διωρίσατο πρόοδον. Ἀνέκυψεν οὖν ἡ ἑξῆς Γεωμετρικὴ, καὶ Ἀριθμητικὴ Πρόοδος

1,	10,	100,	1000,	10000,	100000,	κτ.
0,	1,	2,	3,	4,	5	. .

Ἡ Ἀριθμητικὴ αὕτη Πρόοδος, ἢ οἱ Λογάριθμοι τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου, οἱ ἀληθεῖς ἐκθέται τυγχάνουσι τῶν δυνάμεων τοῦ 10. Ὡς καὶ τὸ 0 ὑπὸ τὴν μονάδα ταύταις ἀνήκει. Ἔςι γὰρ $10^0 = 1$. (§. 198.) Ἦν οὖν ἀναγκαῖον μετὰ τοῦτο, ἐν τῇ Γεωμετρικῇ Σειρᾷ τῶν Φυσικῇ τάξει ἀλλήλους διαδεχομένων ἀριθμῶν τοὺς Λογαρίθμους εὑρεῖν. Μεταξὺ τῆς 1 καὶ 10 ἐλλείπουσιν ἔτι 8 χαρακτῆρες, μεταξὺ τῶν 10, καὶ 100 ἔτι πλείους, καὶ ἔτι πλείους μεταξὺ τῶν λοιπῶν ὅρων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ. ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

όρων. Ἀλλ' ἅπαντες οἱ ἀριθμοὶ (οἱ ἐλλείποντες) θεωρηθεῖεν ἂν ὡς δυνάμεις τοῦ 10. Ὅτι μεταξὺ 1 καὶ 10, ἢ ὃ ταὐτὸν, μεταξὺ τοῦ 10^0 καὶ 10^1, καὶ ἑτέρας μυρίας δυνάμεις νοεῖν ἔχομεν, ὧν οἱ ἐκθέται ἐλάττους τῆς 1, καὶ μείζους τοῦ 0. Οὕτω καὶ μεταξὺ τοῦ 10^1 καὶ 10^2, ἤτοι μεταξὺ τοῦ 10 καὶ 100, καὶ ἄλλοι μυρίοι ἀριθμοὶ, ὧν ἡ δύναμις ὑπερέχει μὲν τὴν 1, ὑπερέχεται δὲ ὑπὸ τοῦ 2. Ἐκ τούτων δῆλον, ὅτι ἅπαντες οἱ Ἐκθέται τῶν δυνάμεων, τουτ: ἅπαντες οἱ ὅροι τῆς Ἀριθμητικῆς Σειρᾶς, ἢ ἅπαντες οἱ Λογάριθμοι τῶν ὁλοσχερῶν ἀριθμῶν τῶν μεταξὺ 1 καὶ 10 γνήσιά εἰσι κλάσματα, ὡς ἐλάσσους ὄντες τῆς 1. καὶ ἅπαντες οἱ Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν, τῶν ὑπὲρ 10, ὁλοσχερεῖς ἀριθμοὶ, προσηρτημένα ἑαυτοῖς καὶ κλάσματα ἔχοντες, ὅ ἐςι νόθα κλάσματα. (τῶν ὁλοσχερῶν, καὶ τῶν κλασμάτων εἰς κλάσμα γεγονότων) οὕτω π. χ. ἅπαντες οἱ ἀριθμοὶ μεταξὺ 10, καὶ 100, ἔχουσι λογάρ. τὴν 1, καὶ κλάσμα. ὅτι μόνον ἐπὶ τοῦ 100 ὁ Λογάριθμος 2 γίνεται, κτ. Τούτους δὲ τοὺς ὁλοσχερεῖς ἀριθμοὺς, καὶ τὸ 0, τοὺς παρὰ τοῖς Λογαρίθμοις κειμένους, τὸ τούτων Χαρακτηριςικὸν ἀποκαλοῦσι, καὶ παρὰ τούτῳ (τῷ χαρ.) ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν (πλὴν τῶν ἐν τῇ σειρᾷ ἀπαντώντων, ἤτοι τοῦ 10, 100, 1000, 10000, τῶν ὁλοσχερεῖς ἀριθμοὺς λογαρίθμους ἐχόντων) κεῖται τὸ κλάσμα. Ἐὰν οὖν τὸ κλάσμα ἐν γένει διὰ $\frac{\mu}{\nu}$ ἐκδηλωθῇ, εἴη ἂν π. χ. ὁ τοῦ 5 λογάρ.

$$= 0 + \frac{\mu}{\nu}. \quad \text{ὁ τοῦ } 45 = 1 + \frac{\mu}{\nu}, \text{ κτ.}$$ Ἐπεὶ δὲ οἱ Ἐκθέται τῶν δυνάμεων ἁπάντων τῶν ἀριθμῶν, (ἢ οἱ τούτων λογάριθμοι) τῶν μεταξὺ ἐκείνων (τῶν ἀρ:) κειμένων, οἷς ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς τὸ Χαρακτηριςικὸν, ἢ ἡ δύναμις, ὡς ἐνεργείᾳ δυνάμεις τοῦ 10 θεω-

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

θεωρητέοι, τόδε τὸ κλάσμα πάντῃ ἐπ' ἀκριβὲς ἐκδηλῶσαι ἀμήχανον. Ἔνθεντοι ἀρκεῖσθαι χρὴ τῷ ὡς ἔγγισα γίνεσθαι τῆς κλασματικῆς δυνάμεως, ἢ τῶν λογαρίθμων τῶν ἀριθμῶν, τῶν μεταξὺ τῶν ὅρων τῆς σειρᾶς ἐμφιλοχωρούντων. Ταύτητοι τὰ δεκαδικὰ παρείληπται κλάσματα, τῷ Χαρακτηρισικῷ προσαφθέντα, μέχρι τῶν 7 ἐν τοῖς ἐκδεδομένοις ἐλάσσοσι Πίναξιν ὑπολογισευθέντα, πλὴν τοῦ χαρακτηρισικοῦ. Ὥσε, εἰ καὶ οὐδεὶς λογάριθμος παντάπασιν ἀκριβὴς, εἰ μὴ μόνον οἱ τῶν δυνάμεων τοῦ 10, ἤτοι τῆς 1, 10, 100, 1000, κτ. τὸ παράπτωμα οὐδὲ δεκαμιλλιοσημορίῳ ἐξισοῦσθαι.

§. 316. Ἀλλὰ πῶς εὕρηνται οἱ Λογάριθμοι; ἐργωδεσάτῳ τῳόντι, καίτοι μὴ δυσχερεσάτῳ τῷ τρόπῳ. Διὰ ζητήσεως ἀμέλει τῶν μέσων ἀναλόγων ἀριθμῶν, μεταξὺ τῆς Ἀριθμητικῆς, καὶ Γεωμετρικῆς Σειρᾶς, οἵτινες μέχρις 7 δεκαδικῶν ἐζητοῦντο κλασμάτων, (ἐν τοῖς ἐν χρήσει οὖσι δηλονότι Πίναξι) μέχρις οὗ τελευταῖον ἀριθμῷ ἐνέτυχον, οὕτως ἐγγὺς ὄντι τοῦ ζητουμένου, ὥσε τὸ διάπτωμα μηδὲ $\frac{1}{10000000}$ (§. ἀνωτ.) εἶναι, ὃν καὶ ὡς ἀληθῆ παρέλαβον, πρὸς ᾧ καὶ ὁ τούτου λογάριθμος προέκυπτεν, ὃν διὰ ζητήσεως τοῦ μέσου ἀριθμητικῶς ἀναλόγου ἀριθμοῦ εὗρον. (Ἤδη δ' ἐπινενόηνται μέθοδοι ἕτεραι τοὺς λογαρίθμους εὑρίσκειν εὐχερέσεραι, ὑπὸ τῶν τοὺς Πίνακας καταγραψαμένων ἀγνοούμεναι,) Ζητητέος οὖν, ἵνα τὸ ῥηθὲν παραδειγματίσωμεν, ὁ τοῦ 9 λογάρ. καὶ ὅπως οἱ ἀναγνῶσαι τῆς ἐργώδους πράξεως, ἧπερ οἱ πρῶτον τούτους εὑρόντες ἐχρήσαντο, μὴ ἄπειροι ὦσι. Κατὰ τὸ (§. 241.) ἐὰν ζητῆται ὁ μέσος γεωμετρικῶς ἀνάλογος ἀριθμὸς, τῶν δύω ἄκρων δοθέντων, οἵτινες α καὶ β ἐνταῦθα κληθήτωσαν, προβαίνομεν τόνδε τὸν τρόπον. $\alpha : \chi = \chi : \beta$. Ὥσε $\chi^2 = \alpha\beta$. (§. 238.) καὶ ἀμφοῖν τῆς ῥίζης ληφθείσης $\chi = \sqrt{\alpha\beta}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΝΙΚΟΣ ΠΑΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της ΚΠΙ ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\sqrt{\alpha\beta}$. Εἰς εὕρεσιν οὖν τοῦ μέσου γεωμετρικῶς ἀναλόγου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαστέοι μετ' ἀλλήλων οἱ δύω δοθέντες ἄκροι ὅροι, καὶ ἐκ τοῦ παραγομένου ἐξακτέα ἡ $\sqrt[2]{}$. Τὸν δὲ μέσον ἀριθμητικῶς ἀνάλογον εὑρίσκομεν, κατὰ τὸ (§. 221.) ἐὰν οἱ ἄκροι γ καὶ δ ῥηθῶσι, $\gamma - \chi = \chi - \delta$. διὰ τὸ (§. 218.) ἔσται $\chi + \chi$, ἢ $2\chi = \gamma + \delta$. Καὶ ἀμφοῖν διὰ 2 διαιρεθέντων, εὑρίσκεται τὸ $\chi = \frac{\gamma + \delta}{2}$. Ὥστε προσθετέοι α'. οἱ δύω ἄκροι, καὶ εἶτα τὸ κεφάλαιον διαιρετέον διὰ 2. Οὕτως οὖν προκύπτει ὅ, τε μέσος γεωμετρικῶς ἀνάλογος, καὶ ὁ τούτου λογάριθμος. Προκειμένων τοίνυν δύω δυνάμεων τοῦ 10, π. χ. 10^{ν}, καὶ $10^{\nu+1}$, ὧν μεταξὺ ὁ μέσος ἀνάλογος ζητεῖται, οὕτω χωρητέον. $10^{\nu} : \chi = \chi : 10^{\nu+1}$. Ἔνθεντοι $10^{\nu} . 10^{\nu+1} = \chi^{2}$. Ἀλλὰ $10^{\nu} . 10^{\nu+1} = 10^{\nu+\nu+1} = 10^{2\nu+1}$. Ἄρα $10^{2\nu+1} = \chi^{2}$. καὶ τῆς ῥίζης ἀμφοῖν ἐξαχθείσης $\sqrt[2]{10^{2\nu+1}} = \chi$. Ἔστι δὲ $\sqrt[2]{10^{2\nu+1}} = 10^{\frac{2\nu+1}{2}}$. Ἄρα $10^{\frac{2\nu+1}{2}} = \chi$. Ἐκ τούτων ἕπεται, ὅτι ὁ λογάριθμος τοῦ καινοῦ μέσου ἀριθμοῦ οἱ λογάριθμοι τῶν δύω προτέρων τυγχάνουσιν ἀλλήλοις προστεθειμένοι, καὶ διὰ 2 διῃρημένοι. Ὁ δὲ μέσος καινὸς ἀριθμὸς οἱ δύω πρότεροι πολλαπλασιασθέντες, καὶ τῆς ῥίζης τούτων ἐξαχθείσης, ὃ καὶ ἀνωτ. ἔφημεν.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006