

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ, ΚΑΙ ΑΛΓΕΒΡΗΣ.

§. 1.

Ποσότης, ἢ Ποσὸν καλεῖται, ὡτινι προσθεῖναι,
ἢ ἀφ' οὗ ἀφελεῖν τι δυνάμεθα. Π. Χ. οἶδε οἱ ὀβο-
λοί οἶδε οἱ ἵπποι, κτ. οἵτινες, προσεθέντων τούτοις
καὶ ἑτέρων ὀβολῶν, ἢ ἵππων, αὖξονται. ἀφαιρεθέν-
των δὲ ἀπὸ τούτων, μειοῦνται.

§. 2. Μονὰς δὲ, οἰαδηποτοῦν Ποσότης, ἢν
ἀντὶ τούτου, ἢτοι ἀντὶ μονάδος παραλαμβάνειν βουλό-
μεθα. π. χ. μία μνα̃. εἷς ὀβολός. εἷς ἄνθρωπος. καὶ,
λ. ἄνθρωποι. ἡμίσεια μνα̃. εἴκοσι ὀβολοί. κτ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὁ ὀρισμὸς τῆς μονάδος προξενεῖ περισσότεραν
σύγχυσιν, παρὰ ἀνάπτυξιν τῆς ἐννοίας τῆς μονάδος.
διότι

διότι ἡ ἔννοια αὐτῆς εἶναι γνωστὴ εἰς καὶ θ' ἓνα, καὶ χωρὶς τοῦ ὀρισμοῦ.

§. 3. Πλείους ὁμοειδεῖς μονάδες ἀποτελοῦσιν Ἄριθμόν. π. χ. εἰς ἢ μονὰς ἢ ἄνθρωπος, τριάκοντα, ἢ δέκα, ἢ πέντε κτ. ἄνθρωποι, εἰσὶν ἄριθμός. εἰς ἢ μονὰς ἢ εἰς ἵππος, εἰς κύων, καὶ εἰς λέων, ὑπὸ ταύτην τὴν προσηγορίαν θεωρούμενα ταῦτα τὰ τρία οὐδένα παρέχουσιν ἄριθμόν. οὔτε γὰρ τρεῖς ἵπποι, οὔτε τρεῖς κύνες, οὔτε τρεῖς λέοντες εἰσιν. εἰς δὲ θῶμεν τὴν μονάδα εἶναι ζῶον. εἰς ἵππος, εἰς κύων, καὶ εἰς λέων ποιοῦσι τρία ζῶα, καὶ ἐπομένως ἄριθμόν. ὡς ἄριθμός ἐστι σειράς μονάδων πολλῶν ὁμοειδῶν, ἢ δύο τοῦλάχιστον.

§. 4. Ἐὰν ἐν τῷ ἀριθμεῖν καὶ τὸ ὄνομα τῆς μονάδος ἀπαγγέλληται, ὁ ἀριθμὸς καλεῖται Συγκεκριμένος οἶον, ἔικοσι δραχμαί· λ' ὀβολοί· ὀκτώ ζῶα. εἰ δὲ μὴ, Ἄφηρημένος ὡς τρία, δέκα, εἴκοσι·

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Πολλάκις, πραγμάτων ἀριθμητῶν μὴ προκειμένων, ἀριθμοῦμεν, ἓν, δύο, τρία κτ. λέγοντες· ἢ ἀνατυπούμενοι εἰς τὴν διάνοιάν μας καὶ πράγματα δὲν τὰ ἐκφωνοῦμεν, τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν μόνον ἐκφέροντες.

§. 5. Πᾶς ἀφηρημένος (§. 4.) ἀριθμὸς περιλαμβάνει ἐν ἑαυτῷ ἅπαντα συγκεκριμένον, ὅς (συγκ.) ἐκ τοσοῦτων μονάδων σύγκειται, ἐξ ὅσων κακεῖνος· ὡς ὁ ἀριθμὸς πέντε, (ὁ ἀφῆρ.) δύναται σημαίνειν, ὅτι ἂν βούλη, πέντε ἵππους, πέντε λέοντας, πέντε μονὰς, καὶ ἐν συντόμῳ, οἰασθηποτοῦν πέντε ὁμοειδεῖς μονάδας· (ἀλλὰ μόνον πέντε. οὔτε δὲ πλείους, οὔθ' ἐλάσσους) ὁ ἀφηρημένος ἀριθμὸς ἄρα γενικῆς σημασίας

πετύχηκεν· ἐνθεντοι τὸ κατ' αὐτοῦ λεγόμενον, ἀλη-
θεύσει ἀείποτε καὶ κατ' ἐκάστου ὁμοειδοῦς συγκε-
με-
νου λεγόμενον, ὅς τοσούτας μονάδας, ὅσας ἐκεῖνος (ὁ
ἄφ·) περιέχει· οἶον, εἰ πέντε, καὶ δύο ποιῶσιν
ἑπτὰ, καὶ πέντε ἵπποι, καὶ δύο ἵπποι ἑπτὰ ἵππους
ποιήσουσι, κτ.

§. 6. Ἐξω ἀριθμὸς, ἡλικὸς ἂν ἦ· τούτου
δυνάμεθα ἕτερον μονάδι μείζονα νοῆσαι· αὐξουσιν ἄρα
οἱ ἀριθμοί, οἱ ἀείποτε μονάδι ἀλλήλων διαφέροντες,
ἀπὸ τῆς μονάδος ἐπ' ἄπειρον προαγόμενοι.

§. 7. Χαρακτῆρες εἰσὶ σημεῖα, δι' ὧν οἱ
ἀριθμοί (ἦτοι τὸ πλῆθος τῶν αὐτῶν πραγμάτων)
παρίστανται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 8. Χαρακτῆρας ἀποδοῦναι, δι' ὧν πάντες οἱ
ἀριθμοί, οἱ ἀείποτε μονάδι ἀλλήλων διαφέροντες,
προσφυῶς ἂν παρασαῖεν.

ΛΤΣΙΣ.

Τὸ ἀπλουσατον, ὃ ἂν παντὶ ἐπὶ τοῦ τοιούτου ἐπελ-
θεῖν ἔχοι Προβλήματος, ἐστὶ τὸ εἰς δήλωσιν τῆς μονά-
δος χαρακτῆρι π. χ. τῷ δε (1) χρήσασθαι, καὶ τοῦ-
τον τοσάκις ἐφεξῆς καταγράψαι, ὅσαι μονάδες ἔνεισι
τῷ ἀριθμῷ τῷ ἐκδηλωθησομένῳ, ἢ δε.

I . . . ἓν		IIII . . . τέσσαρα
II . . . δύο		IIIII . . . πέντε
III . . . τρία		IIIIII . . . ἕξ κτ.

Ἡ τοιαύτη μέθοδος ἐπίπονος οὔσα, ἢ δήλου, συν-
επιτηθῆναι δύναται, μείζονας ἀριθμούς δηλώσειν

μέλλουσιν, ἰδιαιτέρων χαρακτήρων παραλαμβανόμενων·

οὕτω παρὰ τοῖς Ῥωμαίοις ὁ χαρακτήρ

V	τῷ πέντε	C	ἐκατόν.
X	δέκα	D	πεντακόσια, καὶ
L	πεντήκοντα	M	χίλια

Ἰσοδυναμίαι, προϋποτιθεμένοις τὸν ὑποδεέστερον ἀριθμὸν προτιθέμενον τοῦ ὑπερτέρου, ὅσαις μονάσιν οὗτος (ὁ ἀνιώτερος) τῆς φυσικῆς σημασίας ἠλάττωται, ἐμφαίνειν, τόνδε τὸν τρόπον·

I.	ἓν	XXX.	τριάκοντα
II.	δύω	XLI.	μ'
III.	τρία	L.	ν'
IV.	τέσσαρα	LX.	ξ'
V.	πέντε	LXX.	ο'
VI.	ἕξ	LXXX.	π'
VII.	ἑπτὰ	XC.	Ϛ'
VIII.	ὀκτώ	C.	ρ'
IX.	ἐννέα	CC.	σ'
X.	δέκα	CCC.	τ'
XI.	ἐνδεκά	CD.	υ'
XII.	δώδεκα	D.	φ'
XIII.	δεκατρία	DC.	χ'
XIV.	δεκατέσσαρα	DCC.	ψ'
XV.	δεκαπέντε	DCCC.	ω'
XVI.	δεκαἕξ	CM.	η'
XVII.	δεκαεπτὰ	M.	α'
XVIII.	δεκαοκτώ	MM.	β'
XIX.	δεκαεννέα		κτ.
XX.	εἴκοσι		· ·

"Αμείνον ἔ' ἂν ἐπιτηθεῖη ἡ προτεθεισα μέθοδος τοῦ τοὺς ἀριθμοὺς ἐκφέρειν, εἰ, ἀντὶ τοῦ πλείοσι σημαντικοῖς χαρακτηῆρσι χρῆσθαι, τῷδε (1) κατὰ τοὺς διαφόρους αὐτοῦ τόπους, ἐφεξῆς γραφομένῳ, διάφορος ἀποδοθῆ καὶ ἡ δύναμις καὶ σημαίνετω π. χ. ἐν μὲν τῷ α' τόπῳ (τῶν τόπων δεξιόθεν ἐπὶ τὰ ἀρισερὰ χωρούντων) ἐν' ἐν δὲ τῷ β' δύο· ἐν δὲ τῷ γ' τέσσαρα· ἐν δὲ τῷ δ' ὀκτώ· ἐν δὲ τῷ ε' δεκαέξ· ἐν δὲ τῷ ς' τριάκοντα δύο, κτ' καὶ ὅλως ἐπὶ παντὸς ἀνωτέρου τόπου διπλασία τοῦ ἐγγύς κατωτέρου, καὶ κατὰ τοῦτο ἀποδοθῆσονται αἱ τῶν τόπων δυνάμεις οὕτω·

αβ	=
μηρ	=
κδσρρβζ	=
μλκθ	=
ξερκερ	=
μηρρλλοκσιδλ	=

καὶ οἱ χαρακτηῆρεις οἶδε

1	ἐν		1111	δεκαπέντε
11	τρία		11111	τριάκονταέν.
111	ἑπτὰ		111111	ἑξήκοντατρία. κτ.

σημανούσιν·

Ἄλλὰ τούτου τεθέντος, τοὺς μεταξὺ ἀριθμοὺς παρασηῆσαι οὐκ ἔχομεν· καὶ σημαίνει μὲν (1) ἐν τῷ β' τόπῳ, δύο· ἐν τῷ γ' τέσσαρα· ἐν τῷ δ' ὀκτώ, κτ' ἀλλ' ὁ β' τόπος οὐκ ἂν συζαίη ἄνευ τοῦ α' ὡς οὐ δ' ὁ γ' ἄνευ τοῦ β' καὶ α', οὐδ' ὁ δ' τοῦ γ' β' καὶ α' χωρὶς. Καὶ ἐκ τοῦ ἐπομένου καὶ ὁ δύο οὐκ ἂν ἐξενεχθεῖη τοῦ ἐνὸς ἄνευ, οὐδ' ὁ τέσσαρα τοῦ δύο, καὶ ἐνός, οὐδ' ὁ ὀκτώ, τοῦ δ' β' καὶ ἐνός ἄνευ· ἀναγκαῖος τοίνυν καὶ ἕτερος χαρακτηῆρ, π. χ. τότε (0) τὸ σημει-

σημεῖον, τὸ μηδενικὸν καλούμενον, τὸ τὸν κενὸν τόπον δεικνύον· τούτου δὴ παραληφθέντος, οἱ ἑξῆς χαρακτήρες σημαίνουσι.

10	δύω		1000	ὀκτώ
100	τέσσαρα		10000	δεκάξ κτ'

Τοὺς δὲ μεταξύ ἀριθμοὺς δηλώσομεν, τιθέντες ἕνθα ἀναγκαῖόν ἐστιν, αὐτὶ τοῦ μηδενικοῦ αὐθις τὸ (1) ὡς

1	ἕν		10001	δεκαεπτὰ
10	δύω		10010	δεκαοκτώ
11	τρία		10011	δεκαεννέα
100	τέσσαρα		10100	εἴκοσι
101	πεντε		10101	εἴκοσιέν
110	ἕξ		10110	εἴκοσιδύω
111	ἑπτὰ		10111	εἴκοσιτρία
1000	ὀκτώ		11000	εἴκοσιτέσσαρα
1001	ἐννέα		11001	εἴκοσιπεντε
1010	δέκα		11010	εἴκοσιἕξ
1011	ἐνδέκα		11011	εἴκοσιεπτὰ
1100	δώδεκα		11100	εἴκοσιοκτώ
1101	δεκατρία		11101	εἴκοσιεννέα
1110	δεκατέσσαρα		11110	τριακόντα
1111	δεκαπέντε		11111	τριακοντοέν.
10000	δεκαἕξ		100000	τριακονταδύω κτ'

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Τοὺς δὲ δύο τούτους χαρακτήρας, 1 καὶ 0 τοὺς ἐπενόησεν ὁ περικλεῖς Λεῖβνίτιος εἰς ἔκφρασιν παντός ἀριθμοῦ, οἱ ὅποιοι ὀνομάζονται ἢ Δυαδικὴ τοῦ λεῖβνιτίου (ἢτοι ἀρίθμησις), καὶ εἰς παράστασιν τῆς ἐκ τοῦ μηδενός παραγωγῆς τῆς κτίσεως μὲ τὸν σίχον τὸν ἑξῆς

Omnibus ex nichilo Iducendis sufficit
unum.

Εἰς τὸ ἅπαντα ἐκ τοῦ μηδενός· παραγαγεῖν ἀρκεῖ ἓν.

Ἐὰν δὲ καὶ ἕτερος ἔτι σημαντικός παραληφθῆ
χαρακτήρ ὁδε (2), τὴν δύναμιν ἀμφοτέρων (1 καὶ
2) κατὰ τὸ τριπλοῦν ἐπαυξήσομεν, ὥς ἐκάστην μονάδα
τούτων ἐν μὲν τῷ β' τόπῳ γ' ἐν δὲ τῷ γ' 9' ἐν δὲ
τῷ δ' κζ' ἴσα δύνασθαι, καὶ πάντα ἀριθμὸν ἔτι συν-
τομώτερον τόνδε τὸν τρόπον δηλώσομεν.

1	ἓν	121	δεκαέξ
2	δύω	122	δεκαεπτὰ
10	τρία	200	δεκαοκτώ
11	τέσσαρα	201	δεκαεννέα
12	πέντε	202	εἴκοσι
20	ἕξ	210	εἰκοσιέν
21	ἑπτὰ	211	εἰκοσιδύω
22	ὀκτώ	212	εἰκοσιτρία
100	ἐννέα	220	εἰκοσιτέσσαρα
101	δέκα	221	κε'
102	ἑνδεκά	222	κζ'
110	δώδεκα	1000	κζ'
111	δεκατρία	1001	κη'
112	δεκατέσσαρα	1002	κθ'
120	δεκαπέντε	1010	λ' κτ'

Παραπλησίως καὶ τέσσαρας χαρακτήρας (1, 2,
3, καὶ 0) παραλαβεῖν ἔξεσι, τὰς τούτων δυνάμεις
κατὰ τὰ τετραπλοῦν προβαύζοντας, καὶ οὕτω γρά-
φοντας

1	α'	100	15'
2	β'	101	1ζ'
3	γ'	102	1η'
10	δ'	103	1θ'
11	ε'	110	κ'
12	ς'	111	κα'
13	ζ'	112	κβ'
20	η'	132	λ'
21	θ'	220	μ'
22	ι'	302	ν'
23	ια'	330	ξ'
30	ιβ'	331	ξα'
31	ιγ'	332	ξβ'
32	ιδ'	333	ξγ'
33	ιε'	1000	ξδ' κτ.

ὡσαύτως καὶ πέντε (1, 2, 3, 4, 0) κατὰ τὸ πενταπλοῦν·

1	α'	31	15'
2	β'	32	1ζ'
3	γ'	33	1η'
4	δ'	34	1θ'
10	ε'	40	κ'
11	ς'	41	κα'
12	ζ'	42	κβ'
13	η'	43	κγ'
14	θ'	44	κδ'
20	ι'	100	κε'
21	ια'	110	λ'
22	ιβ'	130	μ'
23	ιγ'	200	ν'
24	ιδ'	220	ξ'
30	ιε'	240	ο'

310	π'		440	ρκ'
330	υ'		444	ρκδ'
400	ρ'		1000	ρκε'
420	ρι'		1001	ρκς' κτ.

Ἐκ τούτων ῥάδιον συνιδεῖν, ὅτι καὶ μετὰ ἕξ χαρακτήρων (1, 2, 3, 4, 5, 0.)

- καὶ μεθ' ἑπτὰ (1, 2, 3, 4, 5, 6, 0.)
 καὶ - ὀκτώ (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0.)
 καὶ - ἑννέα (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0.)
 καὶ - δέκα (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.)

Καὶ μετὰ ἔτι πλείονων ὁ βουλόμενος πάντα δυνατόν ἀριθμὸν παραστήσει, εἰ μόνον ἀείποτε ἐν τούτοις τὸ μηδενικὸν παραλαμβάνοιτο, καὶ αἱ τούτων δυνάμεις κατὰ τὸ τοσαπλοῦν ἐπαύξοιντο, ὅσοι οἱ παραληφθέντες χαρακτήρες.

Ἄλλὰ καὶ ἀπὸ τῶν ἀρισεριῶν ἐπὶ τὰ δεξιά αἱ τῶν χαρακτήρων δυνάμεις ἐπαύξασθαι δύνανται· τούτο γὰρ οὐδεμίαν μεταβολὴν τῷ ἀριθμητικῷ ἐμποιήσεται συστήματι, εἰ μὴ τὸ ἐφ' ἑκάστου ἀριθμοῦ τοὺς χαρακτήρας ἐν ἀντιζρόφῳ τῇ τάξει ἀποδίδοσθαι.

§. 10. Ὅσω πλείους οἱ παραληφθέντες χαρακτήρες, τοσούτω ἐπιτομώτερον ἐκδηλωθῆι ἂν πᾶς ἀριθμὸς μείζων· οὕτω τὸ (1000) ἐν τῷ ἀριθμητικῷ συστήματι τῷ ἐκ δύο χαρακτήρων, ἰσοδυνάμει τῷ ὀκτώ· ἐν δὲ τῷ ἐκ πέντε, τῷ ἑκατὸν εἰκοσιπέντε.

§. 11. Ἐκ πάντων τούτων, καὶ τῶν παραπλησίων συστημάτων, τῶν εἰς λύσιν τοῦ ἡμετέρου τεινόντων προβλήματος, ἐν χρήσει ἐστὶ τὸ ἐκ δέκα χαρακτήρων, ὧν αἱ δυνάμεις ἐκ τῶν δεξιῶν πρὸς τὰ ἀρισερὰ κατὰ τὸ δεκαπλοῦν ἐπαύξονται.

§. 12. Τίσι δὲ προσηγορίαις τὰς διαφόρους δυνάμεις τῶν χαρακτήρων ἐν οἰωδηποτοῦν τύπῳ ἐπισημείωσομεν, ἐν ὁποία τε τῇ τάξει τούτους ἀπαγγελλτέον, καὶ γραπτέον, τὸ ἐξῆς διδάσκει ἡμᾶς πινακίδιον.

μονάδες	}	10	ἐκατοντάδες	}	ΤΕΤΡΑΛΛΙΟΝΙΑ	
		7	δεκάδες			
		6	μονάδες			
χιλιάδες		5	ἐκατοντάδες			
	}	4	δεκάδες	}	ΤΡΙΛΛΙΟΝΙΑ	
		3	μονάδες			
μονάδες		2	ἐκατοντάδες			
		1	δεκάδες			
χιλιάδες	}	9	μονάδες	}	ΔΙΛΛΙΟΝΙΑ	
		8	ἐκατοντάδες			
μονάδες		7	δεκάδες			
		6	μονάδες			
χιλιάδες	}	5	ἐκατοντάδες	}	ΜΙΛΛΙΟΝΙΑ	
		4	δεκάδες			
μονάδες		3	μονάδες			
		2	ἐκατοντάδες			
μονάδες	}	1	δεκάδες	}	ΜΟΝΑΔΕΣ	
		9	μονάδες			
χιλιάδες		8	ἐκατοντάδες			
		7	δεκάδες			
μονάδες	}	6	μονάδες	}		
		5	ἐκατοντάδες			
		4	δεκάδες			
		3	μονάδες			

Ὡς ἐκ τοῦ προκειμένου παραδείγματός δῆλον. οἱ τόποι διατρίβονται δεξιόθεν πρὸς τὰ ἀριστερά εἰς γενικωτέρας κλάσεις, ὧν ἐκάστη ἕξ τόπους ἐν ἑαυτῇ περιλαμβάνει καλοῦνται δὲ αὐταί, ἀπὸ τῆς κατωτάτης ἀρχομένοις, μονάδες, μιλλιόνια, διλλιόνια, τριλλιόνια, τετραλλιόνια, πενταλλιόνια, κτ'.

Ἐκάστη αὖθις τῶν γενικωτέρων κλάσεων ὑπετάσσεται εἰς δύο ἐλάσσους, τρεῖς χαρακτήρας ἑκατέραν περιεχούσας, ὧν ἡ μὲν κατωτέρα τῷ ὀνόματι, μονάς, ἢ μονάδες, ἡ δ' ὑπερτέρα τῷ, χιλιάς, ἢ χιλιάδες, ἐπισημαίνεται.

Οἱ τρεῖς τόποι ἐκάστης κατωτέρας κλάσεως καλοῦνται, ἀπὸ τοῦ κατωτάτου τῆς ἀρχῆς γινομένης, Μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες.

Ἡ δὲ τιμὴ, καὶ δύναμις τελευταῖον, ἡ τῷ σχήματι τῶν χαρακτήρων (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) ἀποδιδομένη, ἀπαγγέλλεται διὰ τοῦ, εἰς, οὐκ, τρία, τέσσαρα, πέντε, ἕξ, ἑπτὰ, ὀκτί, ἐννέα.

ΣΧΟΛΙΟΝ. α'

Καὶ τὸ μηδενικόν (0) (§. 8.) χρησιμοποιεῖται κατὰ πολλὰ εἰς τὴν ἀριθμῆσιν· διότι μέχρι τῶν ἐννέα ἀριθμοῦντες, ἢ γράφοντες λαμβάνομεν ἓνα ἀπὸ τῶν ἐννέα χαρακτήρων· ὅταν ὅμως θέλωμεν νὰ γράψωμεν δέκα, ἐπειδὴ κατ' ἓνα ἀπὸ τοὺς ἐννέα χαρακτήρας, εἰς τὸν ἀνώτερον τόπον τὸν ἐγγύς μετατεθεῖς, σημαίνει τὸ δεκάπλοσιον (§. 11.) ἀπὸ ἐκείνου, ὑποῦ ἐσημαίνεν εἰς τὸν ἐγγύς κατώτερον τόπον, μετατίθεμεν τὸ 1 (οποῦ σημαίνει μόνον ἓν εἰς τὸν α' τόπον, εἰς τὸν β' τόπον, καὶ οὕτω σημαίνει δεκάκις περισσότερα, ἢτοι δέκα· ἀλλὰ διὰ νὰ ἰξεύρωμεν, ὅτι ἡ μονάς (1) μετατεθεῖ

εἰς τὸν ἀνώτερον τόπον, ἐν τῷ α' τόπῳ τίθεται τὸ μηδενικόν, δεικνύον, ὅτι ὁ α' τόπος εἶναι κενός.

ΣΧΟΛΙΟΝ. β'.

Ἐν γένει σημειωτέον, ὅτι τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ τοῦ εἰς τὸν ἐγγύς ἀνώτερον τόπον μετατέθεντος ἐκάστη μονὰς δύναται δεκάκις περισσότερον ἀπὸ ἐκάστην μονάδα τοῦ ἐγγύς κατωτέρου· π' χ' ὁ 9 σύγκειται ἀπὸ ἐννέα μονάδων· οὗτος ἐν τῷ α' τόπῳ σημαίνει ἐννέα ἀπλᾶς μονάδας· ὡσαύτως καὶ 99, ὁ 9 ἐν τῷ β' τόπῳ σύγκειται ἀπὸ ἐννέα μονάδων· ὅμως κάθε μονὰς τοῦ ἐν τῷ β' τόπῳ 9 ὑπερέχει δεκάκις κάθε μονάδα τοῦ ἐν τῷ α'· ὡς τοῦ β' αἱ μονάδες αἱ ἐννέα εἶναι ἴσαι μὲ ἐννευήκοιτα, ἐν ᾧ τοῦ α' εἰσὶν ἴσαι μὲ ἐννέα· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Περὶ δὲ τῆς τάξεως, καθ' ἣν τὰς διαφόρους τιμὰς καὶ δυνάμεις ἀπαγγελλέον, σημειούσθω τὰ ἑξῆς·

α'. Ἡ λέξις, μονάς, καὶ ἐν τῷ ἀναγινώσκειν, καὶ ἐν τῷ ὑπαγορεύειν οὐδέποτε ἀπαγγέλλεται. (ὡς προκειμένων 158, οὐ λέγομεν, 158 μονάδες, ἀλλὰ μόνον ἑκατὸν πενήκοντα ὀκτώ, ὑπονουμένου τοῦ ὀνόματος, μονάς.)

β'. Ἐφ' ἐκάστου χαρακτῆρος ἀπαγγέλλομεν τὴν δύναμιν τοῦ κατ' αὐτὸν σχήματος α'· εἶτα καὶ τὴν τοῦ τόπου· εὔθεντοι ἐν τῷ ἀνωτάτῳ τόπῳ τῆς ἐλάσσονος ἡλάσεως λέγεται, μία ἑκατοντάς, ἢ ἑκατόν.

Δύω ἑκατοντάδες, ἢ διακόσια.

Τρεῖς ἑκατοντάδες, ἢ τριακόσια.

Τέσσαρες ἑκατοντάδες, ἢ τετρακόσια.

Πέντε εκατοντάδες, ἢ πεντακόσια.

Ἐξ εκατοντάδες, ἢ ἑξακόσια.

Ἑπτὰ εκατοντάδες, ἢ ἑπτακόσια.

Ὀκτώ εκατοντάδες, ἢ ὀκτακόσια.

Ἐννέα εκατοντάδες, ἢ ἑννεακόσια.

Ἐν δὲ τῷ μέσῳ τόπῳ λέγεται,

Δέκα ἀντί τοῦ, μία δεκάς.

Εἴκοσι, ἀντί τοῦ, δύο δεκάδες.

Τριάκοντα ἀντί τοῦ, τρεῖς δεκάδες.

Τεσσαράκοντα, ἀντί τοῦ, δ' δεκάδες.

Πεντήκοντα ἀντί τοῦ, πέντε δεκάδες, κτ.

Ἐπειδὴ ἡ λέξις, Μονάς, οὐδέποτε ἀπαγγέλλεται, ἐν τῷ κατωτάτῳ τόπῳ ὀνομάζομεν μόνον τὴν δύναμιν τοῦ σχήματος (ἦτοι λέγομεν μόνον, ἓν, δύο, τρία, κτ.)

γ'. Ἐφ' ἐκάστης ἐλάσσονος κλάσεως (§. 12.) ἐκφέρομεν α'. τὸν ἀνώτατον χαρακτήρα, εἶτα τὸν μέσον, καὶ τελευταῖον τὸν κατώτατον· ὡς

425, τετρακόσια εἰκοσιπέντε, κτ.

δ'. Ἐφ' ὀκτακοσίων γενικωτέρας κλάσεως, ἀπαγγέλλεται ἡ κλάσις τῶν χιλιάδων πρὸ τῆς κλάσεως τῶν μονάδων, κακείνη μὲν προσίθεται τὸ ὄνομα, χιλιάς, ταύτη δὲ τὸ ὄνομα μονάς, οὐχί οἶον

426789 τετρακόσιαι εἰκοσιπέντε χιλιάδες, - καὶ 789.

ε'. Ἐπίτινος σειρᾶς χαρακτήρων, πρὸ πάντων ἀναγινώσκεται ἡ ὑπερτάτη γενικωτέρα κλάσις, εἶτα ἡ ἐγγὺς ἐλάσσων, καὶ αἱ ἑφεξῆς κατὰ τάξιν μέχρι τέλους, ὧν πᾶσαι, πλὴν τῆς ἐσχάτης, ὀνομάζονται· (ἦτοι προσίθεται αὐταῖς τὸ ὄνομα, διλλιόνιον, ἢ μιλλιόνιον, ἢ χιλιάς).

ς^ο Οίοσδηποτοῦν τόπος, ὡς τινι τὸ μηδενικὸν πρόσσειν, οὐκ ἀναγινώσκειται· ἐὰν δὲ κλάσει τινὶ μόνου μηδενικὰ ἐνυπάρχωσι, καὶ αὕτη παραλιμπάνεται· ὡς

405 τετρακόςια καὶ πέντε.

600 ἑξοκόςια.

4004 τέσσαρες χιλιάδες, καὶ τέσσαρα.

70000 ἑβδομήκοντα χιλιάδες καὶ ἕξ.

Ἴνα δὲ ἐπὶ τριος πλείοσι χαρακτηῆροι συγκειμένου ἀριθμοῦ τὰς κλάσεις ῥᾶσα ἀπ' ἀλλήλων διακρίνωμεν, διατελλέσθωσαν αἱ μὲν ἐλάσσους δι' ἐνὸς σημείου, (·) αἱ δὲ γενικώτεραι, διὰ γραμμῆς (') οὕτως, ὡς τὴν α' γενικωτέραν κλάσιν διατέλλεσθαι ἀπὸ τῆς β' γενικωτέρας διὰ μιᾶς (') τὴν β' ἀπὸ τῆς γ' διὰ δύο, (") τὴν γ' ἀπὸ τῆς δ' διὰ τριῶν ("") κτ.

Κατὰ ταῦτα ὁ ἀνωτέρω ἀριθμὸς διασαλήσεται, καὶ ἀπαγγελλήσεται οὕτω·

276, 543, 765, 281, 543, 211, 398, 765, 243.

276 τετραλλιόνια, 543 χιλιάδες καὶ 765 τριλλιόνια, 281 χιλιάδες, καὶ 543 διλλιόνια, 211 χιλιάδες, καὶ 398 μιλλιόνια, 765 χιλιάδες, καὶ 243.

Γράφοντας δὲ τοὺς χαρακτηῆρας προσεκτέον τῷ ἕξῃ· ἐὰν μετὰ τὸν ὑπέρτερον τόπον, ἢ τὴν κλάσιν, ὁ ἐγγὺς κατώτερος, ἢ κατωτέρα οὐχ ὑπαγορεύηται, ἐπισημειώσθωσαν τοῖς μηδενικαῖς· οἶον, εἰ δύοι ἑκατόν μιλλιόνια, τετρακοσίας πέντε χιλιάδας, καὶ ἑπτακόςια ἐν γράφαι.

Γράψον α', τὴν κλάσιν τῶν μιλλιονίων 100, εἰτα τὴν τῶν χιλιάδων 405, καὶ τελευταῖον τὴν τῶν μονά-

μονάδων 701, ὡς ὑπαγορεύθησαν, ἐφεξῆς, καὶ προ-
κύψει οὗτος ὁ ἀριθμὸς 100, 405, 701; ἐνταῦθα
οἱ δύο κατώτεροι τόποι ἐν τῇ κλάσει τῶν μυλλιοίκων,
ὁ μέσος ἐν τῇ τῶν χιλιάδων, καὶ μονάδων τῷ (0)
ἐπεσημάνθησαν, ὅτι ἐν τῷ ὑπαγορεύειν οὐδεὶς τῶν τό-
πων τούτων κατινόμασαι.

Ἐκ τούτων βράδιον σινιδεῖν, ὅτι αἱ προσηγορίαι,
καὶ τὰ ὀνόματα, δι' ὧν αἱ διάφοροι τιμαὶ καὶ δυνάμεις
τῶν χαρακτήρων ἐν διαφόροις τόποις παρίστανται, ὡ-
σαύτως καὶ ἡ τάξις, ἐν ἣ ἀπαγγέλλονται, ἀπὸ βουλήσ
ἤρτηται, καὶ ἐκ τοῦ ἐπομένου, σειράτις ἀριθμῶν ἐκ-
κειμένων τὸ αὐτὸ σημαίνει παρὰ τοῖς Γάλλοις, Γερμα-
νοῖς, κτ. ὃ καὶ παρ' ἡμῖν τοῖς Ἕλλησι.

§. 14. Οὐκ ὀλίγαις συμβαίνει ἀντὶ πλειόνων
ἀριθμῶν ὡς 32451 καὶ 26136 ἓνα μόνον ζητεῖσθαι
ἐκείνοις ἰσοδυναμοῦντα· ὁ Παῦλος ὀφείλει τῷ δεῖν
32451 ὀβελούς, καὶ ἑτέρῳ αὐθὶς 26136. Ζητεῖται
οὖν, πόσα ὁ Παῦλος ἐν γένει ὀφείλει· ὅπως οὖν τὰ
τοιαῦτα ἐπιλύονται προβλήματα, ἡ Πρόσθεσις τοῦτο
διδάσκει.

ΠΕΡΙ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ.

§. 15. Πρόσθεσις ἔστιν ἀριθμοῦ εὐρεσις,
ἴσου τοῖς δοθεῖσιν ἀριθμοῖς.

Οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ καλοῦνται Προσθετέοι,
ὁ δὲ ζητούμενος, τὸ τούτων κεφάλαιον.

§. 16. Σημεῖον τῆς προσθέσεως ἔιληπται τὸ
+, ἐμφαῖνον τῷ ἡγουμένῳ ἀριθμῷ καὶ τὸν μετὰ τοῦτο
προσθεῖναι δεῖν· ἀπαγγέλλεται δὲ τῇ φωνῇ, πλέονς
οῖον, εἰ δέοι π. χ' 5, 7, 8, ἀλλήλοις προσθεῖται,
δειχθήσεται οὕτω 5, + 7 + 8, 5, πλέον 7, πλέ-
ον 8 = 20.

Ε. Γ. Δ. Κ. Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
β.