γόμενον ἔλαττον ἔςαι τοῦ ἑτέρου τῶν παραγόντων· ὁ γὰρ ἕτερος παράγων ἐλήφθη ἔλαττον, ἢ ἅπαξ. τῶν δὲ νόθων πολλαπλασιαζομένων, τὸ παραγόμενον μεῖζον τοῦ ἑτέρου, ἢ τοῦ ἑνὸς τῶν παραγόντων· ὅτι τὸ νόθον κλάσμα μεῖζον τῆς 1.

§. 143. Περὶ δὲ τῶν σημείων + καὶ —, χώραν ἔχει κἀνταῦθα τὰ ῥηθέντα (§. 77. καν.)· ὅτι καὶ τὰ κλάσματα ποσότητές εἰσι· π. χ. $+\frac{5}{8} \cdot +\frac{3}{8} = \frac{15}{64}$. Καὶ $-\frac{5}{8} \cdot -\frac{3}{8} = +\frac{15}{64}$·

Καὶ $-\frac{5}{8} \cdot +\frac{3}{8} = -\frac{15}{64}$· καὶ $+\frac{5}{8} \cdot -\frac{3}{8} = -\frac{15}{64}$· Καὶ ἐν γράμμασιν.

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}\cdot \text{ Καὶ } -\frac{\alpha}{\beta} \times \left(-\frac{\gamma}{\delta}\right) = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}. \text{ Καὶ } \frac{\alpha}{\beta} \times -\frac{\gamma}{\delta} = -\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}\cdot$$

$$\text{Καὶ } -\frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\gamma}{\beta} = -\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}\cdot$$

Ὡσαύτως καὶ εἰ ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς εἴη, ἢ νόθον κλάσμα, ἢ ἑκάτεροι νόθα κλάσματα.

Περὶ τῆς τῶν κλασμάτων διαιρέσεως·

§. 144. Ἐν τῇ τῶν κλασμάτον διαιρέσει ἀριθμὸν ζητεῖν πρόκειται, ποσάκις ὁ διαιρέτης τῷ διαιρετέῳ ἐμπεριέχεται:, ἐμφαίνοντα, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς διαιρέσεως τῶν ὁλοσχερῶν· (§. 82.) ὁ δὲ ζητούμενος τὸ πηλίκον ἐςίν· οἷον ἔςω διαιρετέον $\frac{3}{4}$ διὰ τοῦ $\frac{2}{3}$, ὅ ἐςι, ζητητέον, ποσάκις ὁ $\frac{3}{4}$ περιέχει τὸν $\frac{2}{3}$· ἐνταῦθα ἀπαντῶσι διάφοροι τρόποι.

1) Ὁ διαιρέτης ἐςὶν ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς, ὁ δὲ διαιρετέος κλάσμα, γνήσιον, ἢ νόθον· ἢ τὸ ἀνάπαλιν·

2) Ὁ

2) Ὁ διαιρέτης, καὶ διαιρετέος, ἄμφω κλάσματα, ἤτοι γνήσια, ἢ νόθα· ἢ ὁ μὲν, γνήσιον, ὁ δὲ, νόθον·

§. 145. Ῥητέον οὖν α'· περὶ τοῦ α'· προτεθείσθω τὸ κλάσμα $\frac{8}{9}$ διὰ 2 διαιρεθῆναι· ἐκ τοῦ §. 117. δῆλον, ὅτι τὸ κλάσμα $\frac{8}{9}$ ἀναφύεται, ἐὰν, τῆς μονάδος εἰς 9 μέρη διαιρεθείσης, 8 τούτων λάβωμεν· ὅτι $\frac{8}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$. Εἰ οὖν $\frac{8}{9}$ διὰ 2 διελεῖν δέοι, ζητεῖται, ποσάκις δύω μέρη (ὧν ἑκάτερον ἴσον) τῷ $\frac{8}{9}$ ἔνεισι· προφανὲς οὖν, ὅτι 4 τοιαῦτα μέρη τῷ $\frac{8}{9}$ ἔνεισιν· ὥστε ἀνάγκη πᾶσα τὸ πηλίκον εἶναι $\frac{4}{9}$. Ἔνθεν τοι $\frac{8}{9} : 2 = \frac{4}{9}$. τοῦτο δὲ προκύπτει καὶ εἰ ὁ ἀριθμητὴς διὰ τοῦ δοθέντος ὁλοσχεροῦς διαιρέτου διαιρεθῇ, τοῦ παρονομαστοῦ ἀμεταβλήτου τηρουμένου. οὕτως ἂν εἴη καὶ $\frac{8}{9} : 4 = \frac{8:4}{9} = \frac{2}{9}$. καὶ $\frac{6}{10} : 3 = \frac{6:3}{10} = \frac{2}{10}$. καὶ ἐπειδὴ τὰ γράμματα πάντα ἐκδηλοῦσιν ἀριθμὸν, εἴη ἂν $\frac{\alpha}{\beta} : \delta = \frac{\alpha : \delta}{\beta}$.

Τὰ αὐτὰ δὲ κρατοῦσι, καὶ τοῦ διαιρετέου νόθου ὄντος κλάσματος· ὡς $\frac{16}{13} : 2 = \frac{16:2}{13} = \frac{8}{13}$. Ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει, αὐτόθεν δῆλον· εἰδέναι γὰρ βουλόμεθα, ποσάκις τοσαῦτα μέρη, ὅσα ὁ διαιρέτης δεικνύει, τῷ διαιρετέῳ ἐμπεριέχονται.

§. 146. Ἐφ' ὅσον τοίνυν ὁ ἀριθμητὴς διὰ τοῦ διαιρέτου διαιρέσιμος ᾖ, ἔχει χώραν τὸ ῥηθέν. (§. ἀν.) Ἐὰν δὲ τοῦτο οὐκ ἐγχωρῇ, οἷον εἰ $\frac{5}{9}$ διὰ 2 διαιρεθῆναι δέοι, τὸ προκείμενον κλάσμα εἰς ἕτερον μεταβάλλουμεν ἰσοδύναμον, (§. 125.) τῷ πολλαπλασιασμῷ ἀμφοῖν τῶν ὅρων τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, ὥστε τὸν ἀριθμητὴν τῷ δοθέντι ὁλοσχερεῖ διαιρέτῃ ἐνεργείᾳ διαιρεῖσθαι δύνασθαι· προσφυέστερος δ' εἰς τοῦτο ὁ ἀριθμὸς αὐτοῦ τοῦ διαιρέτου· οὕτω $\frac{5}{9} : 2$ εἴη ἂν $= \frac{5}{9}\frac{2}{2}$

$\frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 2} : 2$. Ἐὰν οὖν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ δοθέντος διαιρέτου διέλωμεν, ὁ μὲν 2, μεθ' οὗ πεπολλαπλασίασαι, ἐκπίπτει πάλιν, ἀναιρούμενος ὑπὸ τοῦ 2 διαιρέτου, καὶ μένει μόνον ὁ 5. ἐν δὲ τῷ παρονομαστῇ τηρεῖται ὁ 2 οὕτω. $\frac{5 \cdot 2 : 2}{7 \cdot 2} = \frac{5}{7 \cdot 2} = \frac{5}{14}$.

Θεωρηθήτω τοῦτο καὶ ἐν γένει· Ἔςω διαιρετέον τὸ κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ διὰ τοῦ γ οὕτως· $\frac{\alpha}{\beta} : \gamma$. πολλαπλασίασον ἤδη ἄμφω τοὺς ὅρους διὰ γ, $\frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \gamma} : \gamma$· δίελε μόνον τὸν ἀριθμ· διὰ τοῦ $\gamma = \frac{\alpha \cdot \gamma : \gamma}{\beta \cdot \gamma} = \frac{\alpha}{\beta\gamma}$ (§. 99. σχ. β'·) Ἐπειδὴ οὖν τὸ κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ παριςᾷ πᾶν κλάσμα, εἴτε γνήσιον, εἴτε νόθον, τὸ δὲ γ πάντα ὁλοσχερῆ ἀριθμὸν, ἕπεται ὁ κανὼν ἐντεῦθεν· κλάσματα διαιροῦνται δι' ὁλοσχερῶν ἀριθμῶν, ἐὰν μόνον ὁ τούτων παρονομαστὴς μετὰ τῶν ὁλοσχερῶν πολλαπλασιάζηται· διὰ ταύτης τῆς πράξεως προκύπτει τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἀριθμητοῦ διὰ τοῦ ὁλοσχεροῦς ἀριθμοῦ διαιρουμένου· ὥςε τὸ $\frac{8}{9} : 2$ κατὰ τὸν α' τροπον $= \frac{8 : 2}{9} = \frac{4}{9}$· κατὰ δὲ τὸν δεύτερον $\frac{8}{9} : 2 = \frac{8}{9 \cdot 2} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ = τῷ πηλίκῳ τῷ α'·

§. 147. Τὸ δ' ἀνάπαλιν τοῦ ἐν (§. 145.) ἐςὶ $3 : \frac{5}{8}$· κατὰ τὸ (§. 128.) $3 = \frac{3}{1}$. ὥςε $3 : \frac{5}{8}$ εἴη ἂν καὶ $\frac{3}{1} : \frac{5}{8}$· τὸν δ' ἐςι ταὐτὸ, ὡς εἰ κλάσμα διὰ κλάσματος διαιρεθῆναι προὔκειτο· γνωςὸς δὲ καὶ ὁ τρόπος

τρόπος τοῦ κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀνάγειν παρονομαςὴν. (§. 123.) καὶ $\frac{3}{1} : \frac{5}{8} = \frac{8 \cdot 8}{1 \cdot 8} : \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 1} = \frac{3 \cdot 8}{8} : \frac{5}{8}$ $= \frac{24}{8} : \frac{5}{8}$· Ἐπειδὴ οὖν ἄμφω ἐγένοντο κλάσματα, καὶ ἐφ' ἑκατέρων ἡ μονὰς εἰς ἴσα μέρη διήρηται, ἥπερ ὁρᾶν πάρεςι, θεωρητέον μόνον τοὺς ἀριθμητὰς, ὡς ὁλοσχερεῖς, ὡς τῶν παρονομαςῶν οὐκέτι ἐνταῦθα τεινόντων, (ἕκαςον γὰρ μόριον τοῦ 24 τηλικοῦτόν ἐςιν, ἡλίκον καὶ ἕκαςον τοῦ 5) καὶ διαιρετέον ἐνεργείᾳ 24 διὰ τοῦ 5· διαιροῦμεν οὖν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ διαιρετέου διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ τοῦ διαιρέτου· ὥςε $\frac{24}{8} : \frac{5}{8} = \frac{24}{5}$.

Παραδείγματα· $3 : \frac{2}{5} = \frac{3}{1} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} : \frac{2}{5} = \frac{15}{5} : \frac{2}{5}$ $= \frac{15}{2}$.

Καὶ ἐν γράμμασι·

$$\gamma : \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\iota} : \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma \cdot \beta}{\beta} : \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma\beta}{\alpha}.$$

§. 148. Ὅπως οὖν ἡ διαίρεσις τελεῖται, ἐὰν ὁ διαιρετέος ὁλοσχερὴς ᾖ ἀριθμὸς, ὁ δὲ διαιρέτης κλάσμα, ἤδη εἴρηται· τὸ δ' αὐτὸ ἂν ἐποιήσαμεν, καὶ εἰ τὸ ἀνάπαλιν εἴη, εἰ μὴ συντομωτέραν μέθοδον εὑρεῖν ἠδυνήθημεν. (§. 145.) ἐκ τούτου μανθάνομεν καὶ τὴν τῶν κλασμάτων μεταχείρισιν, εἰ ἄμφω, διαιρετέος, καὶ διαιρέτης, εἰσὶ κλάσματα ὁποιαοῦν· καὶ ἄνωτ. γὰρ ἄμφω ἐγένοντο κλάσματα· τουτέςιν, ἐὰν „ὁ διαιρετέος, καὶ διαιρέτης, κλάσματα ὦσιν, ἀναγα„γὼν ἄμφω εἰς τὸν αὐτὸν παρονομαςὴν δίελε τὸν ἀριθ„μητὴν διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ·

Παραδείγματα· $\frac{3}{5} : \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} : \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{24}{40} : \frac{25}{40}$ $= \frac{24}{25}$. Καὶ ἐν γένει·

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \delta} : \frac{\gamma \cdot \beta}{\delta \cdot \mu} = \frac{\alpha\delta}{\gamma\beta}.$$ Καὶ

$\frac{\nu}{\mu}$:

$$\frac{\nu}{\mu} : \frac{\rho+\sigma}{\tau} = \frac{\nu\tau}{\mu\tau} : \frac{(\rho+\sigma)\mu}{\tau\mu} = \frac{\nu\tau}{(\rho+\sigma)\mu} = \frac{\nu\tau}{\rho\mu+\sigma\mu}$$

Ἵνα δὲ γενικὸν κανόνα ἐπάξωμεν, πᾶσι τοῖς τρόποις ἐφαρμόζοντα· Ἔςω $\frac{\nu}{\mu}$ διαιρετέον διὰ τοῦ $\frac{\rho}{\sigma}$· δι' οὗ πᾶν κλάσμα παρίςαται, εἴτε γνήσιον, εἴτε νόθον· ἀλλὰ καὶ ὁλοσχερῆ ἀριθμὸν τὸ ἕτερον τούτων σημᾶναι δύναται, ἤτοι τοῦ μ τοῦ παρονομαςοῦ, ἢ τοῦ σ ἀντὶ μονάδος παραλαμβανομένου· διελεῖν οὖν τὸ παρὸν παράδειγμα βουλομένοις ἀνακτέον ἐςὶν εἰς τὸν κοινὸν παρονομαςήν· $\frac{\nu}{\mu} : \frac{\rho}{\sigma} = \frac{\nu \cdot \sigma}{\mu \cdot \sigma} : \frac{\rho \cdot \mu}{\sigma \cdot \mu}$, καὶ οὕτω τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ διαιρετέον $= \frac{\nu\sigma}{\rho\mu}$·

Ἀλλὰ τούτου ἀκριβῶς θεωρουμένου, εὔδηλον, ὅτι τὸ αὐτὸ ἂν προκύψειε, καὶ εἰ τὸν διαιρέτην ἀναςρέψας ἀντὶ τοῦ $\frac{\rho}{\sigma}$ γράψῃς $\frac{\sigma}{\rho}$, καὶ τὴν διαίρεσιν εἰς πολλαπλασιασμὸν τῶν κλασμάτων μεταβάλῃς, ἔνθα ὁ ἀριθμητὴς μετὰ τοῦ ἀριθμητοῦ, καὶ ὁ παρονομαςὴς μετὰ τοῦ παρονομαςοῦ πολλαπλασιάζονται· ὅτι $\frac{\nu\sigma}{\rho\mu}$, ἢ $\frac{\nu \cdot \sigma}{\mu \cdot \rho}$ τὸ αὐτό ἐςιν· ἐντεῦθεν ὁ κανών·

Κλασμάτων διὰ κλασμάτων διαιρεθῆναι προκειμένων, ἀναςρέψας τὸν διαιρέτην (τουτ: τὸν ἀριθμ. παρον. καὶ τοῦτον ἀριθμητ. ποιήσας) μετάβαλε τὴν διαίρεσιν εἰς πολλαπλασιασμόν·

Σχόλ

Σχόλιον.

Ἐὰν ὁ διαιρέτης ἢ ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς, ἂς μεταβληθῇ εἰς κλάσμα, καὶ εἶτα ἂς ἀναςραφῇ· ὁμοίως καὶ εἰ ὁ διαιρετέος ὁλοσχερής ἐςι·

Παραδείγματα. $\frac{1}{8} : 3 = \frac{1}{8} : \frac{3}{1} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$.

$2 : \frac{3}{8} = \frac{2}{1} : \frac{3}{8} = \frac{2}{1} \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$.

$1\frac{1}{2} : \frac{3}{8} = \frac{3}{2} : \frac{3}{8} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{24}{6} = 4$.

$\frac{3}{5} : 2\frac{1}{6} = \frac{3}{5} : \frac{13}{6} = \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{13} = \frac{18}{65}$.

$\frac{9}{10} : \frac{7}{10} = \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{7} = \frac{90}{70} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$.

Ὡσαύτως καὶ ἐν κλάσμασι διὰ γραμμάτων, ἐξ ὅσων ἂν συγκέωνται ὅρων· π. χ. $\frac{\rho + \chi}{\alpha - \beta} :$

$$\frac{\nu - \mu}{\gamma} = \frac{\rho + \chi}{(\alpha - \beta)} \cdot \frac{\gamma}{(\nu - \mu)} = \frac{(\rho + \chi)\gamma}{(\alpha - \beta)(\nu - \mu)}$$

$$= \frac{\gamma\rho + \gamma\chi}{\alpha\nu - \alpha\mu + \beta\mu - \beta\nu}.$$

§. 149. Ἐνίοτε δ' εὑρίσκομεν καὶ κλάσματα, ἢ ὁλοσχερεῖς ἀριθμοὺς μετὰ κλασμάτων ἰδιαιτέρῳ τινὶ τρόπῳ ἐκφερόμενα· ἀλλ' ὡς ἐπὶ τοὺς ῥηθέντας καὶ ταῦτα κανόνας ἀναγόμενα ῥᾳδίως διαγνωσθήσονται. π. χ.

$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}}$ ἐςὶ $\frac{3}{8} : \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$. Καὶ $\frac{1\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}}$

$= 1\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{7}{4} : \frac{5}{7} = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{49}{20} = 2\frac{9}{20}$.

Ἀλλὰ καὶ τόδε τὸ σχῆμα $\frac{\frac{2}{3}}{1 : \frac{5}{8}}$ εἰς κατανόησιν εὐχερές. α' γὰρ διαιρετέον τὴν 1 διὰ τοῦ $\frac{5}{8}$, καὶ εἶτα διὰ τοῦ πηλίκου τὸ $\frac{2}{3}$ οὕτω·

$\frac{2}{3} =$

$$\frac{\frac{2}{3}}{1:\frac{5}{8}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1\cdot 8}{1\cdot 5}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{5}} = \frac{2}{3} : \frac{8}{5} = \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}$$
$$= \frac{10}{24} = \frac{5}{12}.$$

§. 150. Εἰ πρόκειται κλάσμα δι᾽ ἑαυτοῦ διαιρεθῆναι, τὸ πηλίκον ἔσται 1· (§. 81. σχ.) π. χ. $\frac{3}{4} : \frac{3}{4} = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$. Καὶ $\frac{α}{β} : \frac{α}{β} = \frac{α}{β}\cdot\frac{β}{α} = \frac{αβ}{αβ} = 1$.

Σχόλιον.

Εἰς τὴν ἐρώτησιν, τί τὸ ἥμισυ τοῦ $\frac{3}{4}$, ἀπαντητέον, τὸ παραγόμενον ἐκ τοῦ $\frac{3}{4}$ μετὰ τοῦ $\frac{1}{2}$ πολλαπλασιασθέντος· ὡσαύτως καὶ τί τὰ $\frac{2}{3}$ τῶν $\frac{5}{8}$, τὸ παραγόμενον ἐκ τοῦ $\frac{5}{8}$ πολλαπλασιασθέντος μετὰ τοῦ $\frac{2}{3}$, κτ·

§. 151. Περὶ δὲ τῶν σημείων κρατοῦσι καὶ ἐν τοῖς κλάσμασι τὰ ὁροθετηθέντα· (§. 77. καν.) ὡς $+\frac{5}{8} : +\frac{3}{5} = +\frac{5}{8}\cdot+\frac{5}{3} = +\frac{25}{24} = +1\frac{1}{24}$. Καὶ $-\frac{5}{8} : -\frac{3}{5} = +1\frac{1}{24}$. Τὸ δὲ $-\frac{5}{8} : +\frac{3}{5} = -1\frac{1}{24}$. Ὡσαύτως καὶ $+\frac{5}{8} : -\frac{3}{5} = -1\frac{1}{24}$.

§. 152. Ἡ μέθοδος τῆς βασάνου τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, καὶ τῆς διαιρέσεως τῶν ὁλοσχερῶν ἀριθμῶν (§. 98.) χώραν ἔχει καὶ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ, καὶ διαιρέσει τῶν κλασμάτων.

Βάσανος τοῦ πολλαπλ. τῶν κλασμάτων·

$\frac{α}{β}\cdot\frac{γ}{δ} = \frac{αγ}{βδ}$· Δίελε τοῦτο τὸ παραγόμενον διὰ τοῦ ἑτέρου τῶν παραγόντων, π. χ. διὰ τοῦ $\frac{α}{β}$,

$\frac{\alpha}{\beta}$, καὶ τὸ πηλίκον ἴσαι $\frac{\gamma}{\delta}$ ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων· ὥςε $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} : \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} \cdot \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha\gamma\beta}{\beta\delta\alpha}$· Ἔνθα τὸ α καὶ β τοῦ παρονομαςοῦ ἀναιρεῖ τὸ α καὶ β τοῦ ἀριθμητοῦ, καὶ ὑπολείπεται $\frac{\gamma}{\delta}$, ὁ ἕτερος τῶν παραγόντων.

Καὶ ἐν ἀριθμοῖς· $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$· Δίελε τὸ παραγόμενον τῷ ἑτέρῳ τῶν παραγόντων, π. χ. τῷ $\frac{5}{8}$, καὶ προκύψει πηλίκον τὸ $\frac{3}{4}$· ὡς $\frac{15}{32} : \frac{5}{8} = \frac{15}{32} \cdot \frac{8}{5} = \frac{120}{160} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

Βάσανος τῆς διαιρέσεως τῶν κλασμάτων·

Ἔςω $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$, ὅ τὸ πηλίκον ἐςί. πολλαπλασίασον τὸ πηλίκον μετὰ τοῦ διαιρέτου $\frac{\gamma}{\delta}$, καὶ προκύψει σοι ὁ διαιρετέος $\frac{\alpha}{\beta}$· ὡς $\frac{\alpha\delta}{\beta\gamma} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\delta\gamma}{\beta\gamma\delta} = \frac{\alpha}{\beta}$· Καὶ ἐν ἀριθμοῖς· $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} =$ τῷ πηλίκῳ. Ὁ πολλαπλασιασθὲν μετὰ τοῦ διαιρέτου $\frac{2}{3}$, δώσει $\frac{4}{5}$ τὸν διαιρετέον· Ἔςι γὰρ $\frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$· ὡσαύτως καὶ $6 : \frac{1}{8} = 6 \cdot \frac{8}{1} = \frac{48}{1} = 48$· ὅ πολλαπλ. μετὰ τοῦ $\frac{1}{8}$ ἔςαι $48 \times \frac{1}{8} = \frac{48}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{48}{8} = \frac{6}{1} = 6$.

Σχόλιον.

Τὰ δ'· εἴδη, ἤτοι πρόσθ. ἀφαίρ. πολλαπλασ. καὶ διαίρ. τῶν συγκεκριμένων (§. 4.) κλασμάτων εἶναι

ναι πάντη τὰ αὐτὰ μὲ τὰ τῶν ἀφῃρημένων εἴδη, τὰ ὁποῖα ἤδη ἐπραγματευσάμεθα· Ὅθεν εἶναι περιττὸν νὰ παρατεθοῦν καὶ αὐτῶν παραδείγματα· Ὁ ἀναγνώστης θέλει ἑὑρει αὐτὰ εἰς κάθε κοινὸν ἀριθμητικὸν βιβλίον·

Περὶ τῶν Δεκαδικῶν κλασμάτων.

§. 153. Ἐπὶ τοῦ παραληφθέντος ἀριθμητικοῦ συςήματος τοῦ ἐκ δέκα χαρακτήρων, (§. 11.) τῆς ἀριθμήσεως δεξιόθεν χωρούσης, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ὁ ἐν τῷ β'· τόπῳ τὸ δεκαπλάσιον σημαίνει τοῦ, ὅ ἐν τῷ α'· τόπῳ δηλοῖ· (§. 62.) Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἀριςερόθεν τῆς ἀρχῆς τῆς ἀριθμήσεως γενομένης, ἕκαςος χαρακτὴρ τὸ δεκατημόριον δυνήσεται τοῦ ἀμέσως προηγησαμένου. Καὶ τοῦτο νόμος τῶν ἀριθμῶν γενικὸς, ἀπὸ βουλῆς ἠρτημένος· (§. 12. ἐν τέλει.) Ἀλλὰ καὶ τοῦτο δῆλον, ὅτι, ἐὰν ὁ τόπος τῶν ἁπλῶν, ἔνθα ὁ χαρακτὴρ ἐν τῇ φυσικῇ αὐτοῦ ἵςαται σημασίᾳ, τουτ: ὁ α'· τόπος, ὅθεν οἱ ἀριθμοὶ ἄρχονται, ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριςερὰ προαγόμενοι, κόμματι διαςαλῇ, καὶ μετ' αὐτὸ καὶ ἕτεροι ἀριθμοὶ γραφῶσιν, ὁ α'· τούτων τὸ δεκατημόριον σημανεῖ ἑκάςου ἀριθμοῦ τοῦ ἐν τῷ τόπῳ τῶν ἁπλῶν, ὁ δὲ β'· τὸ δεκατημόριον τοῦ α'·, κτ'· π. χ'· 5555, 5555· ἔνθα τὸ κόμμα ἐςὶν, ἐνταῦθα ἀπολήγει καὶ ἡ ἁπλῆ σημασία τοῦ 5, (ἤτοι σημαίνει, ὅπερ διώρισαι, τουτ. 5 μονάδας) ὁ δὲ 5 μετὰ τὸ κόμμα δηλοῖ $\frac{5}{10}$, ὁ δὲ μετὰ τοῦτο β'· δεκάκις ἔλαττον δύναται τοῦ α'· ἤτοι σημαίνει $\frac{5}{100}$, ὁ γ'· $\frac{5}{1000}$, ὁ δ'· $\frac{5}{10000}$, καὶ οὕτως ἐφεξῆς· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων χαρακτήρων.

§. 154.