§. 137.

Πλὴν αὐτὸς ὁ τρόπος τοῦ πολλαπλασιάζειν μικτοὺς Ἀριθμοὺς εἶναι διεξοδικὸς, καὶ ὄχι τόσον χρήσιμος εἰς τὸν ἀποβλέποντα σκοπόν μας, διὰ τοῦτο παραιτοῦμεν αὐτὸν, καὶ προχωροῦμεν εἰς ἄλλον συντομώτερον, καθ' ὃν ἤδη λογαριάζουσι κοινῶς.



## ΚΕΦ. Θ΄.

### Συντομίαι ὠφέλιμαι ἐν τῷ πολλαπλασιάζειν καὶ διαιρεῖν.

§. 138.

Ταυτὸν ἐςὶ, κἂν πολλαπλασιάσωμεν, ἢ διαιρέσωμεν ὀλίγον κατ' ὀλίγον μὲ περισσοτέρους ἀριθμοὺς, ἢ μὲ τὸ κεφάλαιον αὐτῶν. Παρ. χάριν· ἐὰν πολλαπλασιασθῇ, ἢ διαιρεθῇ ἕνας ὁποιοσδήποτε Ἀριθμὸς μὲ 6, ἔπειτα τὸ Παραγόμενον αὐτῶν μὲ 8 (ἢ μὲ ὁποιουσδήποτε ἄλλους ἁπλοῦς Ἀριθμοὺς), προκύπτει τὸ ἴδιον Πηλίκον, ὡς νὰ ἐπολλαπλασιάζετο, ἢ ἐδιαιρεῖτο, διὰ μιᾶς μὲ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν 48, ὡς εἰς τὸ α΄. καὶ β΄. φαίνεται κατωτέρω.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Α΄. | 672 | | | Β΄. 602 |
| πρῶτον μὲ | 6 | πολλαπλασιαζόμενα | | μὲ 48 |
| δίδουσι | 4042 | | | 5376 |
| εἶτα μὲ . | 8 | ὡσαύτως | | 2688 |
| ποιοῦσι | 32256. | | ὁμοίως | 32256 ὡς ἀπέν. |

Ἡ βάσις τῆς ἀνωτέρω πράξεως ἐννοεῖται εὐκόλως· διότι λαμβανόμενος ἕνας Ἀριθμὸς πρῶτον ἑξάκις, εἶτα αὐτὸ τὸ ἑξάκις Παραγόμενον, ἔτι ὀκτάκις, προκύπτει ἀναμφιβόλλως τόσον, ὅσον ἤθελε προκύψει λαμβανόμενος διὰ μιᾶς 48 φοραῖς.

Τὸ ἴδιον ἐννοεῖται καὶ εἰς τὴν Διαίρεσιν· διότι διαιρούμενος ἕνας Ἀριθμὸς εἰς 6 μέρη, καὶ ἕκαςον αὐτῶν τῶν μερῶν πάλιν εἰς 8 μέρη, προκύπτουσιν ἀναμφιβόλλως ἑξάκις 8 ὅμοια μέρη, τὸ ὁποῖον προκύπτει ὡσαύτως, ἐὰν ὁ δοθεὶς Ἀριθμὸς διαιρεθῇ εὐθὺς εἰς 48 μέρη, ὅ ἐςί, διαιρεθῇ διὰ τῶν 48.

§. 139.

Ὅθεν, εἰμὲν ὁ Πολλαπλασιαςὴς, ἢ ὁ Διαιρέτης εἰσὶ σύνθετοι Ἀριθμοὶ (σύνθετος Ἀριθμὸς εἶναι καὶ λέγεται ἐκεῖνος, ὅστις παράγεται ἐξ ἁπλῶν Ἀριθμῶν· φέρ' εἰπεῖν, τα 14 παράγονται ἀπὸ 2 καὶ 7, διότι 2 × 7 ποιοῦσι 14· ὡσαύτως παράγονται καὶ τὰ 15 ἐκ 3 καὶ 5, διότι 3 × 5 ποιοῦσι 15 κτλ. Ὅθεν τὰ 14 καὶ 15 ὀνομάζονται σύνθετοι (Παραγόμενοι) Ἀριθμοὶ, τὰ δὲ 2, 7, 3 καὶ 5 Παράγοντες (Ποιηταὶ) καλοῦνται, ἐπειδὴ αὐτοὶ πολλαπλασιαζόμενοι ἀλλήλοις, παράγουσι (φέρουσι) τὰ 14 καὶ 15 ὡς ἀνωτέρω, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.), τότε διαιροῦμεν αὐτοὺς εἰς τοὺς Ποιητὰς αὐτῶν, ἐπειδὴ διὰ μέσου τούτου πολλαπλασιάζομεν, ἢ διαιροῦμεν μὲ ἁπλοῦς (μοναδικοὺς) Ἀριθμοὺς, δι' ὧν ἐκτελεῖται εὐκόλως καὶ ταχέως ἕκαςος λογαριασμὸς, καὶ μάλιςα ἐκεῖνοι μὲ μικτοὺς Ἀριθμούς. Π. χ. μᾶς ἐδόθησαν νὰ πολλαπλασιάσωμεν Γρόσ. 35 ,, 21 παράδ. ,, 2 ἄσπρα μὲ 35· ἐνταῦθα διαιροῦμεν τὰ 35 εἰς 5 καὶ 7 (διότι· 5 × 7 ποιοῦσι 35), καὶ πράττομεν κατὰ τὸν ὄπισθεν §. ὡς.

Γρ. 53 ,, 21 πρ. ,, 2 ἄσπ. νὰ πολλαπλασιασθῶσι μὲ 35

Γρ. 267 ,, 28 πρ. ,, 1 ἄσπρον .. .. .. .. .. .. .. .. .. .. 5

Γρ. 1873 ,, 38 πρ. ,, 1 ἄσπρον .. .. .. .. .. .. .. .. .. 7

Πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τὰ Γρόσ. 53,, 21 παράδ.,, 2 ἄσπρα μὲ 5 (κατὰ τὸν §. 89.) λέγοντες· 2 × 5 — 10 ἄσπρα, θέττομεν 1 ἄσπρον, καὶ βαςῶμεν 3 παράδ., εἶτα 1 × 5 — 5, καὶ 3 τὰ βαςαχθέντα, ποιοῦσιν 8 παράδ., θέττομεν 8· ἔπειτα 2 × 5 — 10 δεκάδες, ἤτοι 2 Γρόσια, καὶ 2 δεκάδες, λοιπὸν θέττομεν 2, καὶ βαςῶμεν 2· μετέπειτα 3 × 5 — 15, καὶ 2 τὰ βαςαχθέντα, ποιοῦσι 17, θέττομεν 7, καὶ βαςῶμεν 1· τελευταῖον 5 × 5 — 25, καὶ 1 τὸ βαςαχθὲν 26, τὰ ὁποῖα τίθενται, ἐπειδὴ δὲν ἔμεινεν ἄλλο ψηφίον νὰ πολλαπλασιασθῇ. Τὸ Παραγόμενον Γρόσ. 267,, 28 παράδ.,, 1 ἄσπρον πολλαπλασιάζομεν ἀκολούθως μὲ τὸν ἕτερον Παράγοντα 7, λέγοντες· 1 × 7 — 7 ἄσπρα, θέττομεν 1 ἄσπρον, καὶ βαςῶμεν 2 παράδ., ἔπειτα 7 × 8 — 56, καὶ 2 τὰ βαςαχθέντα 58 παράδ., θέττομεν 8, καὶ βαςῶμεν 5· εἶτα 2 × 7 — 14, καὶ 5 τὰ βαςαχθέντα, 19 δεκάδες, ποιοῦσι Γρόσια 4, καὶ 3 δεκάδας, θέττομεν 3, καὶ βαςῶμεν 4· μετέπειτα 7 × 7 — 49, καὶ 4 τὰ βαςαχθέντα, ποιοῦσι Γρόσια, 53, θέττομεν 3, καὶ βαςῶμεν 5 καὶ ἐφεξῆς, ὥςε δι' αὐτοῦ τοῦ τρόπου προκύπτει τὸ Ζητούμενον ἐν ταχύτητι καὶ εὐκολίᾳ.

## Δοκιμή.

35 εἰς Γρ΄. 1873,, 38 παράδες,, 1 ἄσπρον.

5 ″ ″ Γρ΄. 374,, 31 παράδες,, 2 ἄσπρα.

3 ″ ″ Γρ΄. 53,, 21 παράδες,, 2 ἄσπρα.

δηλαδὴ, ἀντὶ νὰ διαιρέσωμεν μὲ τὸ κεφάλαιον 35 διὰ μιᾶς, διαιροῦμεν ὀλίγον κατ' ὀλίγον μὲ τοὺς Παράγοντας αὐτοῦ, εἴτουν διὰ τῶν 5 καὶ 7 (ὡς §. 138.), λέγοντες· 5 εἰς 18, 3· εἶτα 5 εἰς 37. 7, μένουσι 2· ἔπειτα 5 εἰς 23, 4, μένουσι 3 Γρόσια, ἤτοι 12 δεκάδες, καὶ 3 δεκάδες (ἐκ τῶν 38 παράδ.), ποιοῦσι 15 δεκάδες· λοιπὸν 5 εἰς 15, 3· μετέπειτα 5 εἰς 8 (οἱ μείναντες 8 παράδ.), 1, μένουσι 3 παράδ., ἤτοι 9 ἄσπρα, καὶ τὸ 1 ἄσπρον, ποιοῦσιν ὁμοῦ 10. ὅθεν 5 εἰς 10, 2. Ὁμοίως διαιροῦμεν καὶ τὸ Παραγόμενον Γρόσ. 374 ,, 31 παράδ. ,, 2 ἄσπρα διὰ τοῦ 7, καὶ οὕτω προκύπτει ὁ εἰς τὸ πολλαπλασιασθῆναι δοθεὶς Ἀριθμὸς Γρόσ. 53 ,, 21 παράδ. ,, 2 ἄσπρα, ἐξ οὗ δηλοῦται, ὅτι ὁ Πολλαπλασιασμὸς ἔγινεν ὀρθῶς.



## §. 140.

Σχόλιον. Τοῦ λοιποῦ ταὐτόν ἐςί, μὲ ὅποιον ἐκ τῶν δύο Παραγόντων πολλαπλασιάσωμεν, ἢ διαιρέσωμεν πρῶτον· διότι εἶναι πρόδηλον, ὅτι πολλαπλασιαζόμενοι δύο Ἀριθμοὶ φέρουσι πάντοτε ὅμοιον Κεφάλαιον, κἂν λάβωμεν τὸν ἕνα, ἢ τὸν ἕτερον διὰ Πολλαπλασιαςὴν (ὡς §. 76.)· μ' ὅλον τοῦτο ἡ ὀρθὴ ἐκλογή, μὲ ποῖον ἐκ τῶν Ποιητῶν πρέπει νὰ γένῃ ἡ ἀρχή, δύναται ἐνίοτε νὰ εὐκολύνῃ τὴν πρᾶξιν τοῦ λογαριασμοῦ. Φέρ' εἰπεῖν· μᾶς ἐδόθησαν νὰ πολλαπλασιάσωμεν Γρόσ. 48 ,, 27 παράδ. ,, 2 ἄσπρα μὲ 72, ἢ διῃρηθέντα, μὲ 8 καὶ 9, ὅπου ἐσμὲν ἐλεύθεροι, χωρὶς βλάβην τῆς ὀρθότητος, πρότερον νὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ 8, καὶ ἔπειτα μὲ 9, ἢ πρότερον μὲ 9, καὶ μετὰ ταῦτα μὲ 8· ἐνταῦθα ὅμως εἶναι ὠφελιμώτερον πρότερον μὲ 9, διότι· 2 × 9 ποιοῦσι 18 ἄσπρα, ἤτοι 6 σωςοὺς παράδες, καὶ οὕτω δὲν μένουσιν ἄσπρα διὰ νὰ πολλαπλασιασθῶσι μὲ τὸν ἕτερον ποιητὴν 8, τὸ ὁποῖον προξενεῖ εὐκολίαν.

§. 141.

## Καὶ ἕτερα Παραδείγματα πρὸς ἄσκησιν.

Ἐὰν ἡ πῆχη ὑφάσματός τινος τιμᾶται Γρόσ, 9,, 36 παράδ. 2 ἄσπρα, πόσα ἄρα αἱ 63 πῆχαι;

### Λύσις.

Ἐπειδὴ αἱ 63 πῆχαι τιμῶνται 63 φοραῖς τόσα, ὅσα τιμᾶται μία πῆχη, εἶναι ἑπόμενον νὰ προκύψῃ ἡ ζητουμένη ποσότης 63 φοραῖς Γρόσ. 9,,36 παράδ. ,, 2 ἄσπρα· λοιπὸν.

Γρόσ. 9,, 36 παράδ.,, 2 ἄσπρα, πολλαπλασ. μὲ 63

Γρόσ. 89,, 10 παράδ.,, — — 9

ςαίνουσ.Γρ.624,, 30 παράδ.,, — — 7

### Δοκιμή.

Ἐὰν δὲ 63 πῆχας ἐπληρώθησαν Γρόσ, 624,, 30 παράδ., ἄρα πόσα τιμᾶται μία πῆχη;

### Λύσις.

Ἐνταῦθα πρέπει κυρίως νὰ διαιρεθῇ ἡ ποσότης τῶν πηχῶν εἰς 63 ὅμοια μέρη, ὅ ἐςί, νὰ διαιρεθῇ διὰ τῶν 63. Οἷον.

63 εἰς Γρος. 624,, 30 παράδ.

7 Γροσ. 89,, 10 παράδ.

9 Γρόσ. 9,, 36 παράδ. 2 ἄσπρα.

Πρόβλημα. Ἐὰν 1 Ὀκᾶ ἑνὸς Πράγματος τιμᾶται Γρόσ. 15,, 18 παράδ.,, 2 ἄσπρα, ἆρα πόσα αἱ 72 Ὀκάδες,

## Λύσις.

Γρόσ. 15,, 18 παράδ. 2 ἄσπρα μὲ 72.

Γρόσ. 139,, 8 παράδ. .. .. .. .. .. 9

ϛαίνουσ. Γρόσ. 1113,, 24 παράδ. .. .. .. .. .. 8

## Δοκιμή.

72 εἰς Γρόσ. 1113,, 24 παράδες.

8 .. .. Γρόσ. 139,, 8 παράδ.

9 .. .. Γρόσ. 15,, 18 παράδ.,, 2 ἄσπρα.

§. 142.

Σχόλιον. Ἡ διαίρεσις τῶν ἀριθμῶν εἰς τοὺς αὐτῶν Παράγοντας ἀποβλέπει ἁπλῶς εἰς τὸ, ν' ἀπολαύσωμεν μοναδικοὺς (ἁπλοῦς) Πολλαπλασιαςὰς, ἢ Διαιρέτας, ὡς τ' ἀνωτέρω Ὑποδείγματα δεικνύουσι· πλὴν ὅπου δὲν δυνάμεθα ν' ἀπολαύσωμεν τὸν ἄνωθεν σκοπόν μας, ἡ διαίρεσις εἶναι πάντῃ ἀνωφελὴς καὶ περιττή. Π. χ. ἐὰν τὰ 39 διαιρεθῶσιν εἰς 3 καὶ 13, δὲν ὠφελούμεθα ποσῶς ἐκ τούτου· διότι ὁ Ἀριθμὸς 13 σύγκειται ὡσαύτως ἐκ δύο ψηφίων, ὡς καὶ ὁ 39. Ὁμοίως εἶναι περιττὸν· νὰ διαιρεθῇ ἕνας μοναδικὸς Ἀριθμὸς, ὅς τις προέκυψεν ἐξ ἑνὸς συνθέτου Ἀριθμοῦ. Φέρ εἰπεῖν· ὁ ἀριθμὸς 54 διαιρεῖται εἰς 6 καὶ 9. ἑπομένως διαιρεῖται ὁ 6 εἰς 2, καὶ 3, ὁ δὲ 9 εἰς 3 καὶ 3· αὐτὸ ὅμως εἶναι περιττὸν καὶ διεξοδικὸν διὰ τὸν προκείμενον σκοπόν μας· διότι τὰ 6 καὶ 9 εἰσὶν ἤδη μοναδικοὶ Ἀριθμοί; περὶ ὧν ἐϛὶν ὁ λόγος.

## §. 143.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον δυνάμεθα νὰ πολλαπλασιάσωμεν καὶ μὲ τοιούτους Ἀριθμοὺς, οἵτινες οὐκ εἰσὶ συνθεμένοι ἀπὸ μοναδικοὺς Ἀριθμοὺς, ὡς μὲ 11, 13, 17, 19, 23, καὶ μὲ τοὺς ἐφεξῆς. Εἰς τοιαύτας πτώσεις λαμβάνομεν ἀντ' αὐτῶν τῶν Ἀριθμῶν τὸν πλησιέςερον μεγαλήτερον, ἢ μικρότερον Ἀριθμὸν, ὅςτις διαιρεῖται εἰς μοναδικοὺς Ἀριθμοὺς, τὸ δὲ περισσότερον, ἢ ὀλιγώτερον ληφθὲν, διορθώνομεν διὰ τῆς ἀφαιρέσεως, ἢ προσθέσεως Π. χ. μᾶς ἐδόθησαν Γρόσ. 21 ,, 25 παράδ. ,, 2 ἄσπρα νὰ τὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ 17· ἐνταῦθα ἀντὶ νὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ 17, λαμβάνομεν ἀντ' αὐτῶν τὰ 18, τὰ ὁποῖα διαιροῦνται εἰς 3 καὶ 6, καὶ ἀφαιροῦμεν ἐκ τῆς ποσότητος τῶν 18 τὰ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἅπαξ ληφθέντα περισσότερα Γρόσ. 21 ,, 25 παράδ. 2 ἄσπρα, ὡς ἀκολούθως.

Γρ'. 21 ,, 25 πρ'. ,, 2 ἄσπ. μὲ 18
Γρ'. 64 ,, 37 πρ'. . . . . . . 3
Ποσότης τῶν 18. Γρ'. 389 ,, 22 πρ'. . . . . . . 6
ἀφαιρ. τὰ ἅπ. περισ. ληφ. 21 ,, 25 πρ'. ,, 2 ἄσπρα
Γρ'. 367 ,, 36 πρ'. ,, 1 ἄσπ. Κεφάλαιον τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ 17.

Ἕτερον. Μᾶς ἐδόθησαν Γρόσ. 12 ,, 8 παράδ. 1 ἄσπρον νὰ τὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ 26, ἤτοι μὲ 5 καὶ 5, λοιπὸν διὰ τὰ 25 πολλαπλασιάζομεν μὲ 5 καὶ 5, καὶ διὰ τὸ 1 ἀθροίζομεν εἰς τὸ κεφάλαιον ἅπαξ Γρόσ. 12 ,, 8 παράδ. ,, 1 ἄσπρον, ὡς.

| | | |
|---|---|---|
| | Γρ. 12,, 8 πρ.,, 1 ἄσπ. μὲ | 26 |
| | Γρ. 61,, 1 πρ.,, 2 ἄσπα | 5 |
| Κεφάλ. τῶν 24. | Γρ. 305,, 8 πρ.,, 1 ἄσπρον | 5 & 1 πρ. |
| ἕως 26, ἀπ. προσ.— | 12,, 8 πρ.,, 1 ἄσπρον. | |
| | Γρ. 317,, 16 πρ.,, 2 ἄσπ. Κεφάλ. τῶν 26. | |

§. 144.

**Σχόλιον.** Ἡ μέχρι τοῦδε εἰς Παράγοντας διαίρεσις, χρησιμεύει μόνον εἰς μικροτέρους Ἀριθμοὺς, δηλονότι ἕως τῶν 100, ἐπειδὴ ἡ διαίρεσις αὐτῶν γίνεται διὰ τοῦ πυθαγορικοῦ Πίνακος εὐκόλως· εἰς μεγαλητέρους Ἀριθμοὺς ὅμως, ὅπου πρέπει νὰ δοκιμάσωμεν πρότερον ἂν διαιρῶνται οἱ τοιοῦτοι Ἀριθμοὶ, καὶ ποῖοι εἰσὶν οἱ Παράγοντες αὐτῶν, ἀντὶ νὰ εὐκολυνθῇ ἡ πρᾶξις τοῦ λογαριασμοῦ, θέλει δυσκολευθῇ μᾶλλον.

Ὅθεν διὰ ν' ἀποφύγωμεν αὐτὰς τὰς δυσκολίας, μεταχειριζόμεθα τὴν ἀναλυτικὴν Μέθοδον, ὅ ἐςίν, ἀναλύομεν τὸ μικρὸν Εἶδος τοῦ μικτοῦ Ἀριθμοῦ εἰς μέρη τοῦ μεγαλητέρου αὐτοῦ Εἴδους, τὰ ὁποῖα λαμβάνομεν ὀλίγον κατ' ὀλίγον ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ, ὡς σαφεςέρως λεχθήσεται περὶ τούτων ἑπομένως.

§. 145.

Ἐξ ὧν εἴπομεν εἰς τὴν Ἐπαναγωγὴν (ὡς §. 134.) μᾶς εἶναι γνωςὸν, ὅτι διὰ νὰ μεταφέρωμεν μίαν Ποσότητα μικροτέρου Εἴδους εἰς Μονάδας τοῦ πλησίον αὐτοῦ μεγαλητέρου Εἴδους, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὴν Ποσότητα τοῦ μικροτέρου Εἴδους μὲ ἐκεῖνον τὸν Ἀριθμὸν, ὅςτις δεικνύει ἀφ' ὅσων μονάδων σύγκειται τὸ πλησίον αὐτοῦ μεγαλήτερον Εἶδος. Φέρ' εἰπεῖν· διὰ νὰ μεταφέρωμεν Παράδες εἰς Γρόσια, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 40, ἐπειδὴ 40 Παράδες ςαίνουσιν ἓν

Γρόσι· λοιπὸν διὰ νὰ μεταφέρωμεν εἰς Γρόσια μίαν Ποσότητα Μονάδων, ἑκάστην ἀνὰ 20 παράδες, (ἐξ ὧν 2 Μονάδες ἀποτελοῦσιν ἓν Γρόσι), πρέπει νὰ τὴν διαιρέσωμεν διὰ τῶν 2· μίαν Ποσότητα ἀνὰ 10 παράδ. (ἐξ ὧν 4 Μονάδες ποιοῦσιν ἓν Γρόσι), διὰ τῶν 4· μίαν Ποσότητα ἀνὰ 8 παράδ. (ἐξ ὧν 5 Μονάδες ςαίνουσιν ἓν Γρόσι), διὰ τῶν 5· καὶ μίαν Ποσότητα ἀνὰ 4 παράδ, (ἐξ ὧν 10 Μονάδες ἀποτελοῦσιν ἓν Γρόσι), διὰ τῶν 10. Ὁμοίως διαιροῦμεν καὶ μίαν Ποσότητα Μονάδων ἀνὰ 200 δράμια διὰ νὰ τὴν μεταφέρωμεν εἰς ὀκάδας, διὰ τῶν 2, ἐπειδὴ 2 τοιαῦται Μονάδες ποιοῦσι 400 δράμια, ἤτοι μίαν Ὀκᾶν· ὡσαύτως καὶ μίαν Ποσότητα ἀνὰ 80 δράμια διὰ τῶν 5, διότι 5 τοιαῦται Μονάδες ςαίνουσι μίαν Ὀκᾶν, καὶ ἐφεξῆς. Τὰ τοιαῦτα εἰσὶ τοσοῦτον φανερὰ, ὥςε κάθε ἄλλη ἐξήγησις εἶναι πάντῃ περιττή.

§. 146.

Ὑπόδειγμα. Δεδόσθω, ὅτι θέλομεν νὰ μάθωμεν πόσα Γρόσια ςαίνει ἡ Ποσότης 1384 ἀνὰ 10 παράδας· ἐνταῦθα ἦτον περιττὸν νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὰ 1384 πρότερον μὲ 10, ἵνα ἴδωμεν πόσους παράδας φέρουσι, καὶ ἔπειτα νὰ διαιρέσωμεν αὐτοὺς τοὺς προκύψαντας παράδας 13840 διὰ τῶν 40, διὰ νὰ πληροφορηθῶμεν πόσα Γρόσια ἐμπεριέχονται ἐν αὐτοῖς, ἐπειδὴ μᾶς εἶναι γνωςὸν, ὅτι ἡ Ποσότης 1384 ἐμπεριέχει Μονάδας ἑκάστην ἀνὰ 10 παράδας, ἐξ ὧν 4 Μονάδες ποιοῦσιν ἓν Γρόσι· ὅθεν διὰ νὰ προκύψωσι τὰ ζητούμενα Γρόσια, διαιροῦμεν τὴν ποσότητα 1384 μόνον διὰ τῶν 4, καὶ οὕτω προκύπτει ἀμέσως τὸ Ζητούμενον Γρόσ. 346,, —, ὅ ἐςὶ, τὸ τέταρτον μέρος ἐκ τῆς Ποσότητος 1384, ὡς τὰ ἑπόμενα Ὑποδείγματα δεικνύουσιν.

§. 147.

Ἐὰν 1 Ὀκᾶ, ἑνὸς ὁποιουδήποτε Πράγματος, τιμᾶται διὰ 20 παράδ., ἄρα πόσου αἱ 86 Ὀκάδες;

## Λύσις.

2 εἰς 86
ςαίνουν Γρόσ. 43,, —

Ἑρμηνεία. Ἐπειδὴ ἑκάςη ὀκᾶ τιμᾶται δι' 20 παράδ., ἄρα αἱ 86 ὀκάδες τιμῶνται 86 φοραῖς ἀνὰ 20 παράδ., ἤτοι 86 ἥμισυ Γρόσια, ἐξ ὧν 2 ποιοῦσιν ἓν Γρόσι· διὰ τοῦτο λοιπὸν διαιροῦμεν τὰ 86 μόνον διὰ τῶν 2, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον.

Β'. Πόσα Γρόσια πληρωθήσονται διὰ 1315 πήχας, ἐξ ὧν 1 πήχη τιμᾶται δι' 8 παράδ.;

## Λύσις.

5 εἰς 1315
ςαίνουσι Γρόσ. 263,, —

Ἑρμηνεία. 1315 πῆχαι τιμῶνται 1315 φοραῖς ἀνὰ 5 παράδ., 5 φοραῖς δὲ ἀνὰ 8 παράδ. ποιοῦσιν ἓν Γρόσι· ἄρα 1315 φοραῖς ἀνὰ 8 παράδ. ἐμπεριέχουσι τόσα Γρόσια, ὁσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 5 εἰς τὰ 1315.

Γ'. Πόσας ὀκάδας ςαίνουσιν 815 φοραῖς ἀνὰ 80 δράμια;

## Λύσις.

5 εἰς 815
ςαίνουσι ὀκάδ. 163

Ἑρμηνεία. Ἐπειδὴ ἑκάςη Μονὰς ἐκ τῶν 815 ἐμπεριέχει 80 δράμια, 5 φοραῖς δὲ ἀνὰ 80 δράμια ποιοῦσι μίαν Ὀκᾶν, διὰ τοῦτο διαιροῦμεν τὰ 815 μόνον διὰ τῶν 5, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον.

Δ΄. Ἐὰν 1 πήχη τιμᾶται διὰ 4 παράδ., ἄρα πόσα Γρόσια πληρωθήσονται διὰ 1205 πήχας;

## Λύσις.

| | | |
|---|---|---|
| ςαίνουσι | Γρόσ. 120 | 5 |
| | | 40 |
| | παράδ. 20 | |

Ἑρμηνεία. 1205 Μονάδες ἑκάστη ἀνὰ 4 παράδ. (ἐξ ὧν 10 Μονάδες ποιοῦσιν ἓν Γρόσι) διαιροῦνται διὰ τῶν 10, καὶ μεταφέρονται εἰς Γρόσια· αὕτη ἡ διαίρεσις ἐκτελεῖται ἁπλῶς διὰ τῆς τομῆς ἑνὸς ψηφίου δεξιῶς. (ὡς §. 112).

§. 148.

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν τὸ μικρότερον Εἶδος εἶναι τοιοῦτος Ἀριθμὸς, ὅς τις, λαμβανόμενος ὁσάκις δεῖ, ἀποτελεῖ μίαν ὁλόκληρον Μονάδα τοῦ μεγαλητέρου αὐτοῦ Εἴδους, ὡς 5 παράδ. (οἵτινες λαμβανόμενοι ὀκτάκις ἀποτελοῦσιν ἓν σῶον Γρόσι), ἐκτελεῖται ἡ πρᾶξις τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἄνευ δυσκολίας κατὰ τὸν παρελθόντα τρόπον (οἱ τοιοῦτοι Ἀριθμοὶ εἰσὶ καὶ λέγονται ὅμοια μέρη τοῦ πλησίου αὐτῶν μεγαλητέρου Εἴδους, καθὼς φαίνονται ἔμπροσθεν εἰς τὴν διαίρεσιν τῶν 39 παράδ. τοῦ Γροσίου, σημειωμένοι μὲ † (ὡς §. 151.). Ταὐτὸν ἐννοητέον καὶ δι' ὅλους τοὺς ἄλλους ὁμοίους ἀριθμοὺς τῶν ἑτεροειδῶν Χρημάτων, Ζυγίων, καὶ λοιπῶν· ὅταν ὅμως πρόκηται νὰ πολλαπλασιασθῇ μία Ποσότης μικροτέρων Μονάδων, ἐξ ὧν, ὅσαι καὶ ἂν ληφθῶσι δὲν ἀποτελοῦσι μίαν ὁλόκληρον Μονάδα τοῦ πλησίον αὐτῶν μεγαλητέρου Εἴδους, φέρ' εἰπεῖν, 12, 14, 16 παράδ. καὶ ἐφεξῆς, τότε μεταχειριζόμεθα τὴν ἀναλυτικὴν Μέθοδον, καὶ διαιροῦμεν αὐτὰς εἰς τοιαῦτα μέρη, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ληφθῶσιν εὐκόλως ἐκ τοῦ Πολλαπλασιαςοῦ. Π. χ. μᾶς ἐδόθησαν νὰ λογαριάσωμεν πόσα Γρόσια φέρουσι 495 φοραῖς ἀνὰ 16 παράδ., ἐνταῦθα διαιροῦμεν τοὺς 16 παράδ. εἰς 8 παράδ. καὶ 8 παράδ., ὅ,τι δὲ προκύψει ἐκ τῶν 495 ἀνὰ 8 παράδ., τὸ λαμβάνομεν δὶς, καὶ δίδουσι τὴν ζητουμένην Ποσότητα τῶν 495 ἀνὰ 16 παράδας, ὡς ἀκολούθως.

8 παράδ. εἰσὶν ὅμοιον μέρος τοῦ Γροσίου, ὅ ἐςὶ, πέμπτον ἐκ τῶν 40 παράδ., ἄρα 5 εἰς 495

ςαίνουσι Γρ'. 99,, —

καὶ διὰ τοὺς ἑτέρους 8 παράδ. ἄλλα τόσα — 99,, —

φέρουσιν ὁμοῦ Γρ'. 198,, —

§. 149.

Οἱ 16 παράδ., ἐδύναντο νὰ διαιρεθῶσι τοιουτοτρόπως, ὥςε τὰ διηρεθέντα μέρη νὰ ληφθῶσιν ἓν ἐκ τοῦ ἑτέρου, φέρ' εἰπεῖν, εἰς 10, 5, καὶ 1· καὶ διὰ μὲν τοὺς 10 παράδ. νὰ διαιρέσωμεν τὸν Πολλαπλασιαςἰον διὰ 4, διὰ δὲ τοὺς 5 παράδ. νὰ λάβωμεν τὸ ἥμισυ ἀφ' ὅσων φέρουσιν οἱ 10 παράδ. (διότι· τὰ 5 εἰσὶ τὸ ἥμισυ μέρος ἐκ τῶν 10 παράδ.), καὶ διὰ τὸν 1 παρὰν νὰ λάβωμεν τὸ πέμπτον, ἀφ' ὅσων φέρουσιν οἱ 5 παράδ., ἐπειδὴ τὸ 1 εἶναι πέμπτον μέρος ἐκ τῶν 5 παράδ., καὶ οὕτω προκύπτει ἡ ζητουμένη Ποσότης τῶν 16 παράδ., οἷον.

16 παράδ. . . . . . εἰς 495

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| διαιρ. εἰς | 10 παρ'., | καὶ διαιρ. διὰ | 4 τὰ | . . . . | Γρ'. | 123,,30 παρ'. |
| » | » 5 παρ'., | » | » 2 τὰ | . . . . | | 61,,35 — |
| » | » 1 παρὰν, | » | » 5 τὰ | . . . . | | 12,,15 — |

ςαίνουσι Γρ'. 198,, — ὡς ἀνωτέρω.

Ἐπειδὴ οἱ 16 παράδ. οὐκ εἰσὶν ὅμοιον μέρος τοῦ Γροσίου, ὥςε νὰ ληφθῶσιν, ὅσα τοιαῦτα μέρη δεῖ, καὶ ν' ἀποτελέσωσιν ἓν σῶον Γρόσι, διὰ τοῦτο διῃρέσαμεν αὐτοὺς εἰς 10 παράδ., εἰς 5 παράδ., καὶ εἰς 1 παρὰν, οἱ ὁποῖοι ὄντες ἤδη ὅμοια μέρη τοῦ Γροσίου, δύνανται νὰ ληφθῶσιν ὅλοι ἐκ τοῦ Πολλαπλασιαςέου, τὸ ὁποῖον, εἰ μὲν πράξωμεν, πρέπει διὰ μὲν τοὺς 5 παράδ. νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 8, ἐπειδὴ τὰ 8 εἶναι τὸ ὄγδοον μέρος ἐκ τῶν 40 παράδ., διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 40, διότι τὰ 40 εἶναι τὸ τεσσαρακοςὸν μέρος ἐκ τῶν 40 παράδ., καὶ οὕτω προκύπτουσι τόσον διὰ τοὺς 5 παράδ., ὅσον καὶ διὰ τὸν 1 παρὰν πάλιν τὰ ἴδια Κεφάλαια, ὡς ἀνωτέρω.

Ἀλλ' ἐπειδὴ εἰς τὴν τοιαύτην διαίρεσιν προκύπτουσι μεγάλοι Διαιρέται, ὅ ἐςὶ, διὰ τοὺς 5 παράδ. 8, καὶ διὰ τὸν 1 παρὰν 40, ὡς ἐῤῥέθη, ὁ δὲ ἐδικός μας σκοπὸς ἀποβλέπει, ἵνα πρὸς εὐκολίαν προκύπτωσι πάντοτε μικροὶ Διαιρέται, διὰ τοῦτο ἐλάβομεν τοὺς 5 παράδ. ἐκ τῶν 10 παράδ., καὶ τὸν 1 παρὰν ἐκ τῶν 5 παράδ., καὶ οὕτω προέκυψαν ἀντὶ τῶν ἀνωτέρω Διαιρέτεων 8 καὶ 40, μόνον 2 καὶ 5. Ὅθεν διὰ τοὺς 10 παράδ. ἐδιαιρέσαμεν τὰ 495 διὰ τῶν, 4 (ἐπειδὴ τετράκις 10 παράδ. ἀποτελοῦσιν ἓν σῶον Γρόσι), καὶ προέκυψαν Γρόσ. 123 ,, 30 παράδ., ὅ ἐςὶ, τὸ τέταρτον μέρος ἐκ τῶν 495· εἶτα διὰ τοὺς 5 παράδ. ἐδιαιρέσαμεν τὴν ποσότητα τῶν 10 παράδ., ἤτοι τὰ Γρόσ. 123 ,, 30 παράδ. διὰ τῶν 2 (κατὰ τὸν §. 118.) εἰπόντες· 2 εἰς 12 ἀνὰ 6 ἐξ ἴσου, ἔπειτα 2 εἰς 3 ἀνὰ 1, ἔμεινεν 1 Γρόσι, ἤτοι 4 δεκάδες, καὶ 3 δεκάδες (ἐκ τῶν 30 παράδ.), ποιοῦσιν ὁμοῦ 7 δεκάδας· λοιπὸν 2 εἰς 7 ἀνὰ 3, μένει 1, ἤτοι 10 μονάδες, ὅθεν 2 εἰς 10 ἀνὰ 5 ἐξ ἴσου, ὅ ἐςὶν, ἐλάβομεν τὴν ἥμισυ ποσότητα ἐκ τῆς ποσότητος τῶν 10 παράδ., ἤγουν ἐκ τῶν Γροσ. 123 ,, 30 παράδ., μετὰ ταῦτα διὰ τὸν 1 παρὰν ἐλάβομεν τὸ πέμπτον μέρος ἐκ τῆς ποσότητος τῶν 5 παράδ., ἤτοι ἐκ τῶν Γροσ. 61 ,, 35 παράδ., τὰ ὁποῖα διαιρέσαντες διὰ τῶν 5, εἴπομεν· 5 εἰς

6 ἀνὰ 1, ἔμεινεν 1· εἶτα 5 εἰς 11 ἀνὰ 2, ἔμεινεν 1 Γρόσι, ἤτοι 4 δεκάδες, καὶ 3 δεκάδες (ἐκ τῶν 35 παράδ.), ποιοῦσιν ὁμοῦ 7 δεκάδας· λοιπὸν 5 εἰς 7 ἀνὰ 1, ἔμεινον 2 δεκάδες, ἤτοι 20 μονάδες, καὶ 5 μονάδες (ἐκ τῶν 35 παράδ., ἐξ ὧν ἐδιαιρέσαμεν μόνον τὰς δεκάδας), ποιοῦσιν ὁμοῦ 25 μονάδας, ὅθεν 5 εἰς 25 ἀνὰ 5 ἐξ ἴσου. Λοιπὸν 495 φοραῖς ἀνὰ 10 παράδ. ἔφερον. Γρόσ. 123,,30 παράδ., 495 φοραῖς ἀνὰ 5 παράδ. Γρόσ. 61,,35 παράδ., 495 φοραῖς ἀνὰ 1 παρὰν Γρόσ. 12,,15 παράδ., ὁμοῦ δὲ Γρόσ. 198,, —.

§. 150.

Κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον λοιπὸν δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν ἑκάστην Ποσότητα τῶν μικροτέρων Εἰδῶν τοιουτοτρόπως, ὥστε νὰ προκύπτωσι πάντοτε μοναδικοὶ Διαιρέται, ὅπου ἐσμὲν ἐλεύθεροι νὰ λάβωμεν ὅλα τὰ διαιρεθέντα μέρη ἐκ τοῦ Πολλαπλασιαστέου (ὡς §. 148.), ἢ τὰ διαιροῦμεν τοιουτοτρόπως, ὥστε τὸ μὲν πρῶτον μέρος νὰ λάβωμεν ἐκ τοῦ Πολλαπλασιαστέου, τὰ δὲ λοιπὰ τὸ ἓν ἐκ τοῦ ἑτέρου· ἐν ἑνὶ λόγῳ ποιοῦμεν τοιαύτην διαίρεσιν, ἥτις ὁδηγεῖ εἰς τὸν σκοπὸν ἐν ταχύτητι καὶ εὐκολίᾳ. Ἐν γένει ἐκλέγεται ὁ δεύτερος τρόπος, ἐπειδὴ δι' αὐτοῦ σμικρύνονται πάντοτε τόσον οἱ Διαιρέται, ὅσον καὶ ὁ Διαιρετέος. Πρὸς περισσοτέραν σαφήνειαν καὶ ἄσκησιν ἕπονται Παραδείγματα αὐτοῦ τοῦ τρόπου.

Πρόβλημα. Ἐὰν ἡ πῆχη ὑφάσματός τινος τιμᾶται 12 παράδ. πόσα πληρωθήσονται διὰ 245 πήχας;

## Λύσις.

παράδ. 12 εἰς 245

8. Γρ. 49,, —

4. — 24,,20 παράδ.

στέκουσι Γρ. 73,,20 παράδ.

Ἑρμηνεία. Ἐνταῦθα διαιροῦμεν τοὺς 12 παράδ. τοιουτοτρόπως, ὥςε τὸ πρῶτον μέρος νὰ εἶναι ὅμοιον μέρος τοῦ Γροσίου, τὸ δὲ ὑπόλοιπον νὰ λάβωμεν εὐκόλως ἐξ αὐτοῦ, δηλαδὴ, εἰς 8 καὶ 4· καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 παράδ. διαιροῦμεν τὰ 245 διὰ τῶν 5 (διότι 5 X 8 ποιοῦσι 40 παράδ., ἤτοι ἓν Γρόσι), καὶ φέρουσι Γρόσ. 49,, —, διὰ δὲ τοὺς 4 παράδ., ὡς τὸ ἥμισυ μέρος τῶν 8 παράδ., διαιροῦμεν τὰ Γρόσ. 49,, — διὰ τῶν 2, καὶ δίδουσι Γρόσ. 24,, 20 παράδ., ὁμοῦ δὲ Γρόσ. 73,,20 παράδ.

Σημείωσις. Οἱ 4 παράδ. ἐδύναντο νὰ ληφθῶσιν ἐκ τοῦ Πολλαπλασιαςέου, καὶ νὰ διαιρεθῶσι τὰ 245 διὰ τῶν 10 (διότι δεκάκις 4 ςαίνουσιν ἓν Γρόσι), ὅπου προέκυπτον ὡσαύτως Γρόσ. 24,,20 παράδ., πλὴν ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης καὶ ὁ Διαιρετέος εἰσὶ μεγάλοι Ἀριθμοὶ, διὰ τοῦτο εἶναι προτιμώτερον νὰ λάβωμεν τὰ ἥμισυ ἐκ τῶν Γρόσ. 49,, —, ὅπου ὅτε Διαιρέτης καὶ Διαιρετέος εἰσὶ μικρότεροι Ἀριθμοί.

Πρόβλημα. Πόσα Γρόσια πληρωθήσονται δι' ὀκάδας 849, ἐὰν 1 ὀκᾶ τιμᾶται 15 παράδ.;

## Λύσις.

παράδ. 15 εἰς 849
10. Γρ'. 212,,10 παράδ.
5. — 106,, 5 —
ςαίνουσι Γρ'. 318,,15 παράδ.

Ἑρμηνεία. Οἱ 15 παράδ. διαιρέθησαν εἰς 10 καὶ 5, ἐπειδὴ δὲ τετράκις 10 παράδ. ποιοῦσιν ἓν Γρόσι, διὰ τοῦτο διαιρέσαμεν τὰ 849 διὰ τῶν 4 (ὅ ἐςὶ, ἐλάβομεν τὸ τέταρτον μέρος ἐκ τῶν 849), καὶ ἔδωκαν Γρόσ. 212,,10 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 5 παράδ., ὡς τὸ ἥμισυ μέρος τῶν 10 παράδ., ἐλάβομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῶν Γροσ'. 212,,10 παράδ., καὶ ἔδωκαν Γρόσ. 106,, 5 παράδ., ὁμοῦ δὲ Γρόσ. 318,, 15 παράδ.

Σημείωσις. Τοὺς 15 παράδ. ἐδυνάμεθα νὰ τοὺς διαιρέσωμεν καὶ εἰς 8, 4, 2 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 παράδ. νὰ λάβωμεν τὸ πέμπτον μέρος ἐκ τῶν 849, διὰ δὲ τοὺς 4 παράδ., ὡς τὸ ἥμισυ μέρος τῶν 8 παράδ., νὰ λάβωμεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς ποσότητος τῶν 8 παράδ., διὰ τοὺς 2 παράδ., ὡς τὸ ἥμισυ μέρος τῶν 4 παράδ., νὰ λάβωμεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῶν 4 παράδ, καὶ διὰ τὸν 1 παρὰν, ὡς τὸ ἥμισυ μέρος τῶν 2 παράδ., νὰ λάμβωμεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς ποσότητος τῶν 2 παράδ. πλὴν καίτοι καὶ αὐτὸς ὁ τρόπος φαίνεται εὔκολος, μ' ὅλον τοῦτο εἶναι εὐκολώτερος καὶ ταχύτερος ὁ ἀνωτέρω.

§. 151.

Ἐν γένει ἡ Διαίρεσις τῶν μικροτέρων Εἰδῶν κρέμαται ἐκ τῆς θελήσεως ἑνὸς ἑκάςου, φθάνει μόνον νὰ μὴ γίνῃ ἐπισφαλὴς ἡ ὀρθότης τοῦ ὅλου. Ἐν τοσούτῳ λοιπὸν πρὶν ἢ δώσωμεν περισσότερα Παραδείγματα αὐτοῦ τοῦ τρόπου, ἂς κάμωμεν, πρὸς εὐκολίαν τῶν Ἀρχαρίων, τὴν Διαίρεσιν τῶν Παράδων μέχρι τῶν 39, καὶ τοῦ καισσαροβασιλικοῦ Φουντίου (τὸ ὁποῖον σύγκειται ἐκ 32 λοτίων) ἕως τῶν 31, (α) τοῦτ' ἔςι, πῶς διαιροῦνται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖςον εὐκολώτερα, καθ' ὃν τρόπον δύναταί τις νὰ διαιρέσῃ ὅλα τὰ μικρὰ Εἴδη τῶν λοιπῶν Χρημάτων, Ζυγίων κτλ. χωρὶς ὅμως νὰ προσδιορίσωμεν ταύτην τὴν Διαίρεσιν ὡς Κανόνα· διότι ἕκαςος δύναται ἀνεμποδίςως νὰ κάμῃ τὴν Διαίρεσιν καθ' ἕνα, ἢ κατ' ἄλλον τρόπον, ὃ ἐςὶ, καθὼς τῷ φανήσεται ὠφελιμωτέρα.

---

(α) Τὸ φοῦντι ἂς ὑποτεθῇ ἐνταῦθα ὡς μία ὀκᾶ, ἡ ὁποία ἔχει μόνον 32 δράμια, διὰ τὴν κατάληψιν τῶν εἰς φούντια δοθέντων παραδειγμάτων.

## Διαίρεσις τῶν Παράδων ἀπὸ τοῦ 1 μέχρι τῶν 39 Παράδων.

1\. Παρὰς· εἶναι τὸ τεσσαρακοςὸν μέρος τοῦ Γροσίου, διὰ τοῦτο δὲν διαιρεῖται εἰς μικρότερον μέρος Γροσίου· λοιπὸν διὰ νὰ προκύψωσι Γρόσια πρέπει νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 40.

† 2. » εἶναι ὅμοιον μέρος τοῦ Γροσίου, ὅ ἐςὶν, εἰκοςόν· λοιπὸν διαιροῦμεν διὰ τῶν 20 τὸν Πολλαπλασιαςέον, τὸ ὁποῖον γίνεται τόσον εὐκόλως ὡς μὲ ἕνα μοναδικὸν ἀριθμόν· διότι ὡς γνωςὸν, διαιροῦμεν μόνον διὰ τῶν 2, τὸ δὲ 0 ἀφαιρεῖται.

3\. » διαιροῦνται εἰς 2 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 2 παράδ. διαιροῦμεν διὰ τῶν 20 ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τῆς Ποσότητος, ἣν ἔφερον οἱ 2 παράδ.

† 4. » ὅμοιον, ὅ ἐςὶ, δέκατον τοῦ Γροσίου· διὰ τοῦτο διαιροῦμεν διὰ τῶν 10 (ὡς §. 147. Δ'. Ὑπόδειγμα).

† 5. » ὅμοιον, εἴτουν ὄγδοον τοῦ Γροσίου· λοιπὸν διαιροῦμεν διὰ τῶν 8 (ὡς §. 149).

6\. » διαιροῦνται εἰς 4 καὶ 2, καὶ διὰ μὲν τοὺς 4 παράδ. διαιροῦμεν διὰ τῶν 10, ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 4 παράδων.

7\. » διαιροῦνται εἰς 4, 2 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 4 καὶ 2 διαιροῦμεν κατὰ τὸν τρόπον τῶν 6 παράδων, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν ½ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 2 παράδων.

† 8. Παράδες. ὅμοιον, ἤτοι πέμπτον τοῦ Γροσίου· διὰ τοῦτο διαιροῦμεν διὰ τῶν 5 (ὡς §. 147. Β'. Ὑπόδειγμα).

9. » διαιροῦνται εἰς 8 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 παράδες διαιροῦμεν διὰ τῶν 5, ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ ὄγδοον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 8 παράδων, ὃ ἐςί, διαιροῦμεν διὰ τῶν 8· διότι 1 παρὰς εἶναι τὸ ὄγδοον ἐκ τῶν 8 παράδων.

† 10. » ὅμοιον, ἤγουν τέταρτον τοῦ Γροσίου· διὸ διαιροῦμεν διὰ τῶν 4.

11. » διαιροῦνται εἰ 10 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 10 παράδ. διαιροῦμεν διὰ τῶν 4, ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ δέκατον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 10 παράδ., ὃ ἐςί, διαιροῦμεν διὰ τῶν 10.

12. » διαιροῦνται εἰς 8 καὶ 4, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 παράδ. διαιροῦμεν ὡς εἴρηται διὰ τῶν 5, διὰ δὲ τοὺς 4 παράδ. λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 8 παράδων.

13. » διαιροῦνται εἰς 8, 4 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 καὶ 4 παράδ. διαιροῦμεν κατὰ τὸν τρόπον τῶν 12 παράδ., διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ τέταρτον ἐκ τῶν 4 παράδων.

14 » διαιροῦνται εἰς 8, 4 καὶ 2, καὶ διὰ μὲν τοὺς διαιροῦνται εἰς 8, 4 καὶ 2, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8 καὶ 4 διαιροῦμεν κατὰ τὸν τρόπον τῶν 12 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 4 παράδων.

15. » διαιροῦνται εἰς 10 καὶ 5, καὶ διὰ μὲν τοὺς 10

παράδ. διαιροῦμεν διὰ τῶν 4, διὰ δὲ τοὺς 5 παράδ. λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 10 παράδων.

16. Παράδες. διαιροῦνται εἰς 8 καὶ 8, καὶ διαιροῦμεν (ὡς §. 148).

17. » διαιροῦνται εἰς 8, 8 καὶ 1, καὶ διὰ τοὺς δὶς 8 παράδ. ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ ὄγδοον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 8 παράδων.

18. » διαιροῦνται εἰς 8, 8 καὶ 2, καὶ διὰ μὲν τοὺς δὶς 8 διαιροῦμεν ὡς εἴρηται, διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. λαμβάνομεν τὸ τέταρτον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 8 παράδων.

19. » διαιροῦνται εἰς 8, 8, 2 καὶ 1, καὶ διὰ μὲν τοὺς 8, 8 καὶ 2 παράδ. γίνεται ἡ διαίρεσις ὡς ἡ τῶν 18 παράδ., διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 2 παράδων.

† 20. » ὅμοιον, ἤτοι ἥμισυ Γρόσι· ὅθεν διαιροῦμεν διὰ τῶν 2.

21. » διαιροῦνται εἰς 20 καὶ 1· ἡ μὲν διαίρεσις τῶν 20 ὡς ἡ τῶν 20 παράδ., τὸν δὲ 1 παρὰν λαμβάνομεν ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 20 παράδ. ὡς εἰκοστὸν, διαιροῦντες διὰ τῶν 20.

22. » διαιροῦνται εἰς 20 καὶ 2, τῶν 20 παράδ. ἡ διαίρεσις ὡς ἀνωτέρω, τοὺς δὲ 2 παράδ. ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 20 παράδ. ὡς δέκατον.

23. » διαιροῦνται εἰς 20, 2 καὶ 1· τῶν 22 ἡ διαίρεσις ὡς ἀνωτέρω, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 2 παράδ.

24 Παράδες. διαιροῦνται εἰς 20 καὶ 4· ἡ μὲν διαίρεσις τῶν 20 παράδ. ὡς εἴρηται, οἱ δὲ 4 παράδ. εἰσὶ τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 20 παράδων.

25 » διαιροῦνται εἰς 20 καὶ 5· ἡ μὲν διαίρεσις τῶν 20 παράδ. ὡς εἴρηται, οἱ δὲ 5 παράδ. εἰσὶ τὸ τέταρτον ἐκ τῶν 20 παράδων.

26. » διαιροῦνται εἰς 20, 4 καὶ 2· ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 24 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 4 παράδων.

27. » διαιροῦνται εἰς 20, 4, 2 καὶ 1. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 26 παράδ., διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 2 παράδων.

28. » διαιροῦνται εἰς 20, 4 καὶ 4. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 24 παράδ., διὰ δὲ τοὺς ἑτέρους 4 παράδ. προσθέττομεν τὴν ἰδίαν Ποσότητα, ἣν ἔφερον οἱ πρῶτοι 4 παράδ., ἢ εἰς 20 καὶ 8, διαιροῦντες τὸν Πολλαπλασιαςέον, διὰ τοὺς 8 παράδ., μὲ 5.

29. » διαιροῦνται ὡς οἱ 28 παράδ. τὸν δὲ 1 παρὰν λαμβάνομεν ἢ ὡς τέταρτον ἐκ τῶν 4 παράδ., ἢ ὡς ὄγδοον ἐκ τῶν 8 παράδων.

30. » διαιροῦνται εἰς 20 καὶ 10. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 20 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 10 παράδ. τὸ ἥμισυ ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 20 παράδ.

31. » διαιροῦνται εἰς 20, 10 καὶ 1, ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 30 παράδων, διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ δέκατον ἐκ τῶν 10 παράδων.

32. » διαιροῦνται εἰς 20, 10 καὶ 2, ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 30 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 10 παράδων.

33. Παράδες. διαιροῦνται εἰς 20, 10, 2 καὶ 1. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 32 παράδ. διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ ἥμισυ ἐκ τῶν 2 παράδων.

34. » διαιροῦνται εἰς 20, 10 καὶ 4· ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 30 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 4 παράδ. τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 20 παράδων.

35. » διαιροῦνται εἰς 20, 10 καὶ 5. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 30 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 5 παράδ. τὸ τέταρτον ἐκ τῶν 20 παράδων.

36. » διαιροῦνται εἰς 20, 10, 5 καὶ 1. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 35 παράδ., διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 5 παράδων.

37. » διαιροῦνται εἰς 20, 10, 5 καὶ 2. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 35 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 2 παράδ. τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 10 παράδων.

38. » διαιροῦνται εἰς 20, 10, 5, 2 καὶ 1. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 37 παράδ. διὰ δὲ τὸν 1 παρὰν τὸ ἥμισυ ἐκ τῶν 2 παράδων.

39. » διαιροῦνται εἰς 20, 10, 5 καὶ 4. ὡς ἡ διαίρεσις τῶν 35 παράδ., διὰ δὲ τοὺς 4 παράδ. τὸ πέμπτον ἐκ τῶν 20 παράδων.

Ὠφελιμώτερον εἶναι, ἐὰν θεωρήσωμεν τοὺς 39 παράδ. ὡς ἀκέραιον Γρόσι, πλὴν ἑνὸς παρὰ, καὶ ἐκλάβωμεν τὸν Πολλαπλασιασέον διὰ τόσους παράδας ὀλιγώτερον.

## §. 152.

## Διαίρεσις τῶν Λοτίων ἀπὸ τοῦ 1 μέχρι τῶν 31 Λοτίων.

1. Λότι, εἶναι τὸ τριακοσὸν δεύτερον μέρος τοῦ Φουντίου, καὶ ἀνεπίδεκτον διαιρέσεως· διὰ τοῦτο