Περὶ ὀνοματικῶν μικτῶν Ἀριθμῶν.

§. 144.

Ἀπαραλλάκτως διαιροῦμεν καὶ τοὺς ὀνοματικοὺς μικτοὺς Ἀριθμοὺς, ἐκτὸς μόνον, ὅτι τὸ Ὑπόλοιπον τῆς μεγαλητέρας τάξεως πρέπει νὰ ἀναλυθῇ εἰς τὰ μέρη τῆς πλησίον αὐτῆς μικροτέρας τάξεως. Παρ. χάριν· μᾶς ἐδόθησαν νὰ διαιρέτωμεν Γρόσια 6977 ,, 24 παράδ., φέρ' εἰπεῖν, διὰ τῶν 56· ἐνταῦθα διαιροῦμεν πρότερον τὰ Γρόσια ὡς συνήθως, τὸ δὲ Ὑπόλοιπον αὐτῶν ἀναλύομεν εἰς παράδες, ἀθροίζοντες ὁμοῦ καὶ τοὺς ἀνωτέρω δοθέντας 24 παράδ., εἶτα διαιροῦμεν πάλιν διὰ τῶν 56, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ Ζητούμενον, πόσα Γρόσια καὶ Παράδες λαμβάνει ἕκαςον μέρος, ὡς.

56 εἰς Γρ. 6977 ,, 24 παρ.
Πηλίκον Γρ. 124 ,, 24 παρ.
137
-257
-33 Γρ. Ὑπόλοι.
40
56 εἰς 1344
-224
. . .

Ἐπειδὴ τὸ ἄνωθεν ὑπόλοιπον ὡς Γρόσια δὲν διαιρεῖται εἰς 56 ὅμοια μέρη· διὰ τοῦτο ἀναλύεται εἰς Παράδες, ὅ ἐςὶ, πολλαπλασιάζεται μὲ 40, προςίθενται καὶ οἱ 24 παράδες, καὶ ςαίνουσιν ὁμοῦ 1344 παράδ. οἱ ὁποῖοι διαιρεθέντες πάλιν διὰ τῶν 56, ἔλαβεν ἕκαςον μέρος καὶ ἀνὰ 24 παράδ., ἤτοι ἀνὰ Γρόσ. 124 ,, 24 παράδ.

Τὸ ἄνωθεν Ὑπόδειγμα δυνάμεθα νὰ τὸ πληροφορηθῶμεν σαφέςερον κατὰ τὸν φυσικὸν λόγον, ἀφ' οὗ ςοχασθῶμεν ὅπλαβῇ, ὅτι μία Ποσότης Γροσίων καὶ Παράδων μέλλει νὰ διαμοιρασθῇ εἰς 56 Ἀνθρώπους, κτλ. Εἰς τοιαύτην περίςασιν δίδομεν ἑκάςῳ πρῶτον ὅσα Γρόσια δυνάμεθα, καὶ ἐὰν μείνωσι μερικὰ Γρόσια, τὰ ὁποῖα οὐκ εἰσὶν ἱκανὰ διὰ νὰ δώσωμεν ἑκάςῳ ἕν, τὰ ἀλλάζομεν, καὶ λαμβάνομεν δι' ἕκαςον Γρόσι 40 Παράδες, τοὺς ὁποίους, ὁμοῦ καὶ τοὺς 24 παράδ. οὓς ἔχομεν, διαμοιράζομεν πάλιν εἰς αὐτοὺς, καὶ δίδομεν ἑκάςῳ τόσους Παράδες, ὅσους συγχωρεῖ ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν, ὡς ἐλογαριάσαμεν ἀνωτέρω.

§. 115.

Ἐὰν μείνῃ Ὑπόλοιπον καὶ ἐκ τῶν Παράδων, πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῇ μὲ 3, ἵνα ἴδωμεν, πόσα ἄσπρα ςαίνει, τὰ ὁποῖα, ὁμοῦ μὲ τὰ δοθέντα ἄσπρα, διαιροῦμεν πάλιν ὅσον δυνάμεθα, ὡς ἑπομένως.

34 εἰς Γρ. 3369,, 4 πρ.,, 2 ἄσπ. | Πηλ. Γρ. 99 ,, 3 πρ. 2 ἄσπ.
: ,,309
: 3 Γρ. Ὑπόλοιπον
: μὲ 40 πολλαπλασιαζ., καὶ ἀθροιζόμενοι καὶ οἱ 4
:.. .. .. 124 πρ.) παράδ., προκύπτουσιν 124 παράδ.
: ,,22 παράδ. Ὑπόλοιπον
: μὲ 3 πολλαπλασιαζόμενοι, ἀναλύονται εἰς ἄσπρα,
:.. .. .. 68 ἄσπ.) ἀθροιζόμενα δὲ καὶ τὰ 2 ἄσπρα,
προκύπτουσιν 68 ἄσπρα.

λοιπὸν λαμβάνει ἕκαςον μέρος ἀνὰ Γρόσ. 99 ,, 3 παράδ. ,, 2 ἄσπρα, ὡς ἀνωτέρω.

Διὰ τοῦτο πρέπει νὰ ἀναλύσωμεν ἕκαςον Ὑπόλοιπον τῆς μεγαλητέρας τάξεως εἰς τὰ μέρη τῆς πλησίον αὐτῆς μικροτέρας τάξεως, καὶ νὰ διαιρέσωμεν ἑπομένως ὅσον δυνηθῶμεν· τὸ τελευταῖον ὅμως Ὑπόλοιπον, τὸ ὁποῖον δὲν ἀναλύεται περαιτέρω, θεωρεῖται ἐξῆς ὡς ἀμέριςον Ὑπόλοιπον.

§. 116.

Ἐὰν ὅμως ἐκ τῆς ἀνωτέρας τάξεως δὲν μείνει Ὑπόλοιπον διὰ νὰ ἀναλυθῇ εἰς τὰ μέρη τῆς πλησίον αὐτοῦ μικροτέρας τάξεως, τότε προχωρεῖ ἡ διαίρεσις εἰς τὸν Ἀριθμὸν τῆς μικροτέρας τάξεως, καὶ ἐὰν δὲν διαιρῆται αὐτὸς ὁ Ἀριθμὸς, τὸν ἀναλύομεν εἰς τὰ μέρη τῆς πλησίον αὐτοῦ μικρότερας τάξεως καὶ ἐφεξῆς, ἕως οὗ φθάσωμεν εἰς τὰ ἀμέριστα μέρη τῆς μικροτέρας τάξεως, τὰ ὁποῖα μένουσιν ἔπειτα Ὑπόλοιπον. Κατωτέρω ἔπονται Ὑποδείγματα τοιαῦτα.

Α΄.

16 εἰς Γρ. 384 ,, 37 πρ. 1 ἄσπρ. | Πηλ. Γρ. 24 ,, 2 πρ. ,, 1 ἄσπρ.
,, 64 ,, 5 — ὑπόλοιπ.
μὲ 3 καὶ 1 ἄσπρον τὸ ἀνωτέρω
δίδουσι 16 ἄσπρα

Β΄.

14 εἰς Γρ. 448 ,, 4 πρ. ,, 2 ἄσπρ. | Πηλ. Γρ. 32 ,, — παρ. ,, 1 ἄσπ.
,, 28 . 3
14 ἄσπρα.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ ά. διαιρέθησαν τὰ Γρόσια ἐξ ἴσου· λοιπὸν ἐξηκολουθήσαμεν τὴν διαίρεσιν τῶν 37 παράδ., οἱ ὁποῖοι διαιρεθέντες διὰ τῶν 16, ἔμεινεν Ὑπόλοιπον 5, αὐτὰ δὲ ἀναλυθὲν μὲ 3 εἰς ἄσπρα, ληφθὲν καὶ τὸ 1 ἄσπρον, προέκυψαν 16 ἄσπρα, ἅτινα διαιρεθέντα διὰ τῶν 16, ἔλαβεν ἕκαστον μέρος 1 ἄσπρον, σύμπαντα δὲ Γρόσ. 24 ,, 2 παράδ. ,, 1 ἄσπρον.

Εἰς τὸ β΄. διαιρέθησαν τὰ Γρόσια ὡσαύτως ἐξ ἴσου· ὅθεν ἐξηκολουθήσαμεν τὴν διαίρεσιν τῶν παράδων· ὅμως ἐπειδὴ οἱ δοθέντες παράδες εἰσὶ μόνον 4, οἱ ὁποῖοι δὲν διαιροῦνται εἰς 14 ὅμοια μέρη, διὰ τοῦτο τοὺς ἀνελύσαμεν μὲ 3 εἰς ἄσπρα, λαβόντες ὁμοῦ καὶ τὰ 2 δοθέντα ἄσπρα, καὶ οὕτω προέκυψαν 14 ἄσπρα, τὰ ὁποῖα διαιρέσαντες διὰ τῶν 14, ἔλαβεν ἕκαςον μέρος καὶ ἀνὰ 1 ἄσπρον, ὁμοῦ δὲ ἀνὰ Γρόσ. 32 ,, — παράδ. ,, 1 ἄσπρον ὡς ἀνωτέρω.

Πρόβλημα. Διαιρουμένων Ὀκάδων 2629079 ,, 390 δραμίων, μὲ 37490, πόσα λαμβάνει ἕκαςον μέρος;

3749(0 εἰς 262907(9 ,, 390 | Πηλίκ. Ὀκ. 70 ,, 51 δράμια.
: 4779 όκ. ὑπ.
: μὲ 400 εἰς δράμια, καὶ τὰ 390 δρ. ὁμοῦ.
: .. .. .. 191199(0
-3749
. . . .

Ἑρμηνεία. Ἀφ' οὗ πολλαπλασιάσαμεν μὲ τὰ 7 τὸν Διαιρέτην, καὶ ἀφ' οὗ ἐθέσαμεν εἰς τὸ πηλίκον καὶ τὸ 0, ἔμεινεν Ὑπόλοιπον 477, εἰς τὰ ὁποῖα ἐπροσθέσαμεν, διὰ τὸ ἀφεθὲν 0 τοῦ Διαιρέτου, τὰ τμηθέντα 9 τοῦ Διαιρετέου, καὶ οὕτω προέκυψεν Ὑπόλοιπον 4779 ὀκάδ., τὰς ὁποίας ἀναλύσαντες εἰς δράμια μὲ 400, προσθέσαντες καὶ τὰ δοθέντα 390 δράμια, προέκυψαν 1911990 δρ., ἅτινα διαιρέσαντες διὰ τῶν 37490, ἔλαβεν ἕκαςον μέρος ἀνὰ δράμια 51, Ὑπόλοιπον δὲ ἔμεινε μόνον τὸ 0, ὅ ἐςὶ, μηδέν.

§. 117.

Ὁμοίως πράττομεν καὶ μὲ τὸ Ὑπόλοιπον, ὅταν διαιρῶμεν διὰ τῶν 10, 100, 1000, καὶ ἐφεξῆς (ὡς §. 112).

Κατωτέρω ἕπονται Ὑποδείγματα τοιαῦτα.

Α΄. Πόσον Πηλίκον γενήσεται ἐκ Γρόσ. 5877 ,, 20 παράδ. διαιρουμένων διὰ τῶν 100;

Λύσις.

Πηλίκον	Γρόσ.	58	77 ,, 20 παράδ.
			40
	παράδ.	31	00

Ἑρμηνεία. Κατὰ τὸν §. 112. κόπτομεν δύο ψηφία δεξιῶς, καὶ προκύπτει Πηλίκον Γρόσια 58, Ὑπόλοιπον δὲ Γρόσια 77· αὐτὰ πολλαπλασιαζόμενα μὲ 40, καὶ προςιθέμενοι καὶ οἱ δοθέντες 20 παράδ. προκύπτουσι παράδ. 3100, ἐξ ὧν κόπτομεν πάλιν δύο ψηφία δεξιῶς, καὶ προκύπτει Πηλίκον καὶ παράδ. 31· ἐπειδὴ δὲ διὰ τὰ τοῦ Διαιρέτου δύο μηδενικὰ ἐτμήθησαν δύο ψυφία καὶ ἀπὸ τὸν Διαιρετέον, ἅτινα εἰσὶν ὡσαύτως μηδενικὰ, διὰ τοῦτο δὲν ἔμεινεν Ὑπόλοιπον μηδέν.

Β'. Ἐὰν διαιρεθῶσι Γρόσ. 560 ,, 6 παράδ. ,, 2 ἄσπρα μὲ 10, πόσα λαμβάνει ἕκαςον μέρος;

Λύσις.

Πηλίκον	Γροσ.	56	0 ,, 6 παράδ. ,, 2 ἄσπρα.
			3
			ἄσπ. 2(0

Ἑρμηνεία. Ἀφ' οὗ διαιρεθῶσι τὰ γρόσια διὰ τῶν 10 (δηλονότι τμηθέντος τοῦ 0), δὲν μένει Ὑπόλοιπον μηδὲν· ἐπειδὴ δὲ οἱ 6 παράδ. δὲν διαιροῦνται εἰς 10 ὅμοια μέρη, διὰ τοῦτο ἀνελύσαμεν αὐτοὺς εἰς ἄσπρα μὲ 3, ἐν οἷς ἐμπροσθέσαμεν καὶ τὰ 2 δοθέντα ἄσπρα, καὶ ἔςησαν ὁμοῦ ἄσπρα 20, ἅτινα ἀφ' οὗ διαιρεθῶσι διὰ τῶν 10, λαμβάνει ἕκαςον μέρος καὶ 2 ἄσπρα, ὅ ἐςὶν ἀνὰ Γρόσ. 56 ,, — παράδ. ,, 2 ἄσπρα, ὡς ἀνωτέρω.

§. 118.

Καὶ οἱ μικτοὶ Ἀριθμοὶ διαιροῦνται εὐκόλως διὰ τοῦ νοὸς δι' ἑνὸς ἁπλοῦ ψηφίου, ἤτοι Διαιρέτου· δηλονότι, ὅταν κατὰ τὸν §. 103. δὲν ἀναλύσωμεν τὸ τῶν Γροσίων Ὑπόλοιπον μὲ 40 εἰς παράδες. ἀλλὰ πρότερον μὲ 4 εἰς δεκάδας, καὶ ἔπειτα τὸ τῶν δεκάδων Ὑπόλοιπον εἰς παράδες, καὶ εἰς ἄσπρα, ὡς.

7 εἰς Γρόσ. 251 ,, 33 παράδ.
Πηλίκον Γρόσ. 35 ,, 39 παράδ.

λέγοντες· 7 εἰς 25 ἐμπεριέχονται 3 (τὰ ὁποῖα θέττομεν ὑπὸ τὴν γραμμὴν), ἤτοι· $3 \times 7 - 21$, ἐκ τῶν 25, μένουσι 4· εἶτα, 7 εἰς 41 (τὸ τελευταῖον 1 Γρόσι προςίθεται εἰς τὸ Ὑπόλοιπον 4, καὶ ποιοῦσι 41), 5, οἷον $5 \times 7 - 35$, ἐκ τῶν 41, μένουσιν Ὑπόλοιπον Γρόσια 6· αὐτὰ φαίνουσιν 24 δεκάδας (ἐπειδὴ ἕκαστον Γρόσι ἐμπεριέχει 4 δεκάδας), καὶ 3 δεκάδες (ἐκ τῶν 33 παράδων), ποιοῦσιν ὁμοῦ 27 δεκάδας· λοιπὸν 7 εἰς 27, 3· ἢ $3 \times 7 - 21$, ἐκ τῶν 27, μένουσιν 6 δεκάδες, ἤτοι 60 παράδ., καὶ 3 παράδ. (διότι ἐκ τῶν 33 παράδ. διαιρέσαμεν μόνον τὰς δεκάδας), ποιοῦσιν ὁμοῦ 63 παράδ., οἵτινες μένουσιν ἔτι νὰ διαιρεθῶσι διὰ τῶν 7· ὅθεν 7 εἰς 63, 9 ἐξ ἴσου, ὡς ἀνωτέρω.

Ὁμοίως· 8 εἰς Γρόσ. 5919 ,, 34 παράδ. ,, 2 ἄσπρα.
Πηλίκον Γρόσ. 739 ,, 39 παράδ. ,, 1 ἄσπρον.

λέγοντες· 8 εἰς 59, 7, ἤτοι $7 \times 8 - 56$, ἐκ τῶν 59, μένουσι 3. εἶτα 8 εἰς 31, 3, ἤτοι $3 \times 8 - 24$ ἐκ τῶν 31, μένουσιν 7, ἔπειτα 8 εἰς 79, 9, ἤτοι $8 \times 9 - 72$, ἐκ τῶν 79, μένουσιν Ὑπόλοιπον Γρόσια 7 (τὰ ὁποῖα βαςῶμεν εἰς τὸν νοῦν, καὶ πολλαπλασιάζομεν αὐτὰ μὲ 4 διὰ νὰ ἀναλυθῶσιν εἰς δεκάδας) λέγοντες· $4 \times 7 - 28$ δεκάδες, καὶ 3 δεκάδες (ἐκ τῶν 34 παράδ.), ποιοῦσιν ὁμοῦ 31 δεκάδας· λοιπὸν 8 εἰς 31, 3, ἤτοι $3 \times 8 - 24$, ἐκ τῶν 31, μένουσιν 7 δεκάδες, ἤτοι 70 παράδ., καὶ 4 παράδ. (διότι ἐκ τῶν 34 παράδ. ἐδιαιρέσαμεν μόνον τὰς δεκάδας), ποιοῦσιν ὁμοῦ 74 παράδ., ὅθεν 8 εἰς 74, 9 ἤτοι 8 × 9 — 72, ἐκ τῶν 74, μένουσι 2 παράδ., οἱ ὁποῖοι ἀναλυθέντες μὲ 3 εἰς ἄσπρα, ποιοῦσιν 6 ἄσπρα, καὶ τὰ δοθέντα 2 ἄσπρα, ποιοῦσιν ὁμοῦ 8 ἄσπρα· λοιπὸν 8 εἰς 8 ἀνὰ 1 ἄσπρον, ὡς ἐλογαριάσαμεν.

Ὡσαύτως. 9 εἰς Ὀκάδ. 473 ,, 1 λίτραν ,, 78 δράμια.

Πηλίκον Ὀκάδ. 52 ,, — λίτρας ,, 42 δράμια.

λέγοντες· 9 εἰς 47, 5, ἤτοι 5 × 9 — 45, ἐκ τῶν 47, μένουσι 2· εἶτα 9 εἰς 23, 2, ἤτοι 2 × 9 — 18, ἐκ τῶν 23, μένουσιν ὀκάδ. 5 αἱ ὁποῖαι ἀνὰ 4 λίτρας, ποιοῦσιν 20 λίτρας, καὶ ἡ δοθεῖσα 1 λίτρα, ποιοῦσιν ὁμοῦ 21 λίτρας· λοιπὸν 9 εἰς 21, 2, ἤτοι 2 × 9 — 18, ἐκ τῶν 21, μένουσι 3 λίτραις, ἑκάστη ἀνὰ δράμια 100, ποιοῦσι δράμια 300, καὶ τὰ δοθέντα 78 δράμια, ποιοῦσιν ὁμοῦ δράμια 378· ὅθεν 9 εἰς 37, 4, ἤτοι 4 × 9 — 36, ἐκ τῶν 37, μένει 1, εἶτα 9 εἰς 18 ἀνὰ 2 δράμια ἐξ ἴσου.

§. 119.

Σχόλιον. Τἀνωτέρω γυμνάσματα εἰσὶν ὠφελιμώτατα· διότι ἐπ' αὐτοῖς θεμελιοῦται τὸ, συντόμως καὶ εὐκόλως λογαριάζειν εἰς ὅλα τὰ Εἴδη τῆς Ἀριθμητικῆς· διὰ τοῦτο οἱ Ἀρχάριοι ἂς ἐκλέγωσιν ἰδιαίτερα Παραδείγματα, καὶ ἂς γυμνάζωνται ἐπὶ τοσοῦτον τὸν ῥηθέντα τρόπον τῆς Διαιρέσεως μὲ ὅλους τοὺς μοναδικοὺς Ἀριθμοὺς ἐκ τῶν 2 μέχρι τῶν 9, ἕως ὅτου νὰ φθάσωσι τὴν ἀνωτάτην ἑτοιμότητα, ἣν εὐκόλως θέλουσιν ἀπολαύσει.

Ἕτερα Παραδείγματα πρὸς ἄσκησιν.

Α'. Πόσον Πηλίκον δίδουσι Γρόσ. 257082 διαιρούμενα διὰ τῶν 4572;

Ἀπόκρισις· Γρόσ. 60 ,, 6 παράδ. ,, 2 ἄσπρα.

Β΄. Διαιρούμενα Φιορίνια 372724354,, 4 κραϊτζάρια διὰ τῶν 6008, πόσον ἔςαι τὸ Πηλίκον;

'Απόκρισις· Φιορίνια 62038,,— κραϊτζάρια,, 2 φένιγ.

Γ΄. Διαιρούμενα Φλωρία 5239112,, 6 Γρόσ.,, 5 παράδ. 1 ἄσπρον (τὸ Φλωρίον ἀνὰ Γρόσ. 12), διὰ τῶν 5236, πόσα λαμβάνει ἕκαςον μέρος;

'Απόκρισις· ἀνὰ Φλωρία 1000,, 7 Γρ.,, 5 πρ.,, 1 ἄσπ.

Δ. Διαιρούμενοι Χρόνοι 824397, Μῆνες 9, 'Ημέραις 6, Ὥραις 7, Λεπτὰ 15 διὰ τῶν 825, πόσον ἔςαι τὸ Πηλίκον.

'Απόκρισις· Χρόνοι 999, Μῆνες 3, 'Ημέραις 7, Ὥραις 4, Λεπτὰ 59.

§. 121.

Σχόλιον. Προσέτι μένει ἵνα δείξωμεν, τίνι τρόπῳ διαιροῦμεν, ὅταν καὶ ὁ Διαιρέτης σύγκηται ἐξ ὀνοματικῶν μικτῶν 'Αριθμῶν, ἤτοι ἐκ Γροσίων 5,, 25 παράδ. ἢ ἐκ Φιορινίων 21,, 19 κραϊτζαρίων,, 2 φένιγ, ἢ ἐξ 'Οκάδ. 9,, 3 λιτρῶν,, 60 δραμίων, κτλ. ἀλλ' ἐπειδὴ δὲν δυνάμεθα ἐνταῦθα νὰ ἐννοήσωμεν εἰσέτι καλῶς, πῶς δύναται νὰ ὑπάρξῃ, κατὰ τὴν ἔννοιαν τῆς Διαιρέσεως, ὁ τοιοῦτος Διαιρέτης, διὰ τοῦτο κρίνομεν εὔλογον ἵνα ὁμιλήσωμεν περὶ τοιούτων 'Υποδειγμάτων τότε, δηλαδὴ, ὅταν προκύψωσι τῷ ὄντι.

ΚΕΦ. ΣΤ'.

Περὶ Δοκιμῆς τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ καὶ Διαιρέσεως.

§. 122.

Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐπληροφορήθημεν σαφῶς, ὅτι τὸ διαιρεῖν εἶναι ἡ Ἐπάνοδος ἐκ τοῦ πολλαπλασιάζειν, καὶ τὸ πολλαπλασιάζειν εἶναι ἡ ἐκ τοῦ διαιρεῖν· ὅθεν αὐτοὶ οἱ δύο ἀριθμητικοὶ τρόποι χρησιμεύουσιν ἀλλήλοις πρὸς Δοκιμήν. Διότι, ἂν πεντάκις 7, ποιοῦσι 35, πρέπει νὰ ἐμπεριέχωνται ὁμοίως τὰ 7 εἰς τὰ 35 πεντάκις, καὶ τὰ 5 εἰς τὰ 35 ἑπτάκις. Ὡσαύτως καὶ ἀνάπαλιν· ἐὰν εἶναι ἀληθὲς, ὅτι τὰ 5 εἰς τὰ 35 ἐμπεριέχονται ἑπτάκις, πρέπει νὰ ςαίνωσι πεντάκις 7 ὁμοίως 35.

§. 123.

Περὶ τῆς ὀρθότητος οὖν τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ πληροφορούμεθα διὰ τῆς Διαιρέσεως, δηλαδὴ, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ Κεφάλαιον δι' ἑνὸς τῶν Παραγόντων αὐτοῦ (ἢ διὰ τοῦ Πολλαπλασιασέου, ἢ διὰ τοῦ Πολλαπλασιαςοῦ), καὶ ἂν ὁ Πολλαπλασιασμὸς εἶναι ὀρθὸς, πρέπει νὰ προκύψῃ ὁ ἕτερος Παράγων. Φέρ' εἰπεῖν, 534 ἐπολλαπλασιάσθησαν μὲ 286, καὶ προέκυψε Κεφάλαιον 152724· ἡ ἐπὶ τούτου Δοκιμὴ εἶναι νὰ διαιρέσωμεν τὰς 152724 διὰ τῶν 534, ἢ διὰ τῶν 286, ὅπου ἐν μὲν τῇ πρώτῃ διαιρέσει πρέπει νὰ προκύψῃ Πηλίκον 286, ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ 534, ὡς κατωτέρω φαίνεται.

534 εἰς 152724 | 286.	ἤτοι 286 εἰς 152724 | 534.
,,4592	,,972
,,3204	1144
....	....

Περὶ τῆς ἀνωτέρω βάσεως ἐλέχθη ἤδη εἰς τὸν ὄπισθεν §. διότι ἐὰν εἶναι ἀληθὲς, ὅτι 286 φοραῖς 534, ποιοῦσιν 152724, πρέπει νὰ ἐμπεριέχωνται ὁμοίως τὰ 534, εἰς τὰς 152724, 286 φοραῖς, καθὼς καὶ τὰ 286 εἰς τὰς 152724, 534 φοραῖς.

§. 124.

Ὁμοίως πληροφορούμεθα καὶ περὶ τῆς ὀρθότητος τῆς Διαιρέσεως διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ. δηλαδὴ, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸ Πηλίκον μὲ τὸν Διαιρέτην, καὶ προκύψῃ ὁ Διαιρετέος.

Διαίρεσις, ὁμοῦ καὶ Δοκιμή.

653 εἰς 240304	Πηλίκον 368
Πηλ. 368 ,,4440	πολλαπλασίασ. μὲ 653 τὸν Διαιρ'.
,,5224	1104
....	1840
	2208
	240304 ὁ Διαιρετ'.

Ἡ ἀνωτέρω Βάσις εἶναι ἡ αὐτή· διότι ἐὰν τὰ 653 ἐμπεριέχωνται εἰς τὰς 240304 ἐξ ἴσου 368 φοραῖς, ἀναγκαίως πρέπει νὰ φέρωσι 368 φοραῖς 653 πάλιν 240304. Ἐν ἑνὶ λόγῳ, καθὼς πληροφορούμεθα διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ περὶ τῆς ὀρθότητος ἑκάστου μοναδικοῦ Παραγομένου, ὡσαύτως πληροφορούμεθα καὶ περὶ τῆς ὀρθότητος τοῦ ὁλοκλήρου Πηλίκου· διὰ τοῦτο καὶ τὸ ἐκ τοῦ Διαιρέτου καὶ Πηλίκου Κεφάλαιον, πρέπει νὰ εἶναι ὅμοιον τοῦ κυρίως διαιρεθέντος Ἀριθμοῦ. Ὅθεν, ἐὰν μετὰ τὴν διαίρεσιν μείνῃ Ὑπόλοιπόν τι, ἐν ᾧ δὲν ἐμπεριέχεται πλέον ὁ Διαιρέτης, τότε διὰ νὰ προκύψῃ ὁ ὁλόκληρος Διαιρετέος, πρέπει νὰ προσεθῇ τὸ Ὑπόλοιπον εἰς τὸ Κεφάλαιον καὶ νὰ ἀθροισθῇ, ὡς κατωτέρω.

Διαίρεσις εξ ἧς μένει Ὑπόλοιπον, ὁμοῦ καὶ Δοκιμή.

856 εἰς 795482	Διαιρέτης 856
Πηλ. 929. ,,2508 πολλαπλασίασον	μὲ 929 τὸ πηλίκ.
,,7962	7704
,,258 ὑπόλοιπον.	1712
	7704
καὶ το ὑπόλοιπον.	.258 ὁμοῦ
	δίδουσιν 795482, ὅλ. τὸν Δ.

§. 125.

Α'. Σχόλιον. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γίνονται καὶ αἱ Δοκιμαὶ τῶν ὀνοματικῶν μικτῶν Ἀριθμῶν, ὧν τὰ ὑποδείγματα δοθήσονται τότε, ὅταν δείξωμεν τίνι τρόπῳ πολλαπλασιάζονται καὶ διαιροῦνται οἱ τοιοῦτοι Ἀριθμοί.

§. 126.

Β'. Σχόλιον. Ὅταν μέλλῃ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν Διαιρέτην μετὰ τοῦ Πηλίκου, ἐσμὲν ἐλεύθεροι νὰ ἐκλέξωμεν διὰ Πολλαπλασιασὴν ὅποιον Ἀριθμὸν θέλομεν ἐκ τῶν δύο (ὡς §. 76)· διὸ, εἰ μὲν ἐπιτύχωμεν τὴν ἐκλογὴν ὀρθῶς, προξενεῖ εἰς πολλὰς πτώσεις μεγάλην συντομίαν, ὅπερ ἀποδειχθήσεται ἑπομένως.

ΚΕΦ. Ζ'.

Περὶ Ἀναλύσεως.

§. 127.

Ὑπὸ τῆς Ἀναλύσεως ἐν τῷ λογαριάζειν ἐννοοῦμεν τὸ ἀναλύειν τὰς Μονάδας τῆς μεγαλητέρας τάξεως, εἰς μονάδας τῶν αὐτῆς μικροτέρων τάξεων. Παραδ. χάριν· πόσους παράδες, ἢ ἄσπρα ςαίνει μία ὁποιαδήποτε Ποσότης Γροσίων· πόσας λίτρας, ἢ δράμια μία Ποσότης Ὀκάδων, καὶ ἐφεξῆς.

§. 128.

Ἡ Ἀνάλυσις, ὡς προΐδωμεν, ἐνεργεῖται διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ, ὅ ἐςί, πολλαπλασιάζομεν τὸ δοθὲν ἀναλυθῆναι Πρᾶγμα μὲ ἐκεῖνον τὸν Ἀριθμὸν, ὅς τις δεικνύει, ἀπὸ πόσων μονάδων τοῦ μικροτέρου εἴδους συνίςαται ἑκάςη μονὰς τοῦ πλησίον αὐτοῦ μεγαλητέρου εἴδους. Φέρ' εἰπεῖν· ἕκαςον Γρόσι σύγκειται ἀπὸ 40 παράδων, ἄρα ὅσα Γρόσια δοθῶσι, τοσάκις πρόκεινται 40 παράδες· ὅθεν διὰ νὰ προκύψῃ ἡ Ποσότης τῶν παράδων, πολλαπλασιάζομεν τὸν Ἀριθμὸν τῶν Γροσίων μὲ 40. Ὁμοίως ἀναλύονται καὶ αἱ ὀκάδες εἰς δράμια, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν Ποσότητα αὐτῶν μὲ 400, ἐπειδὴ ἑκάςη Ὀκᾶ σύγκειται ἐκ 400 δραμίων, καὶ ἐφεξῆς.

§. 129.

Λοιπὸν ὁ Ἀριθμὸς, δι' οὗ γίνεται ἡ Ἀνάλυσις, εἴτουν ἐκεῖνος, ὅς τις δεικνύει ποσάκις ἐμπεριέχεται τὸ μικρότερον Εἶδος εἰς τὸ πλησίον αὐτοῦ μεγαλήτερον Εἶδος, ὀνομάζεται Ἀναλυτικός. Θετέον· ὁ Ἀριθμὸς 40, ὅς τις φανερώνει, ὅτι ὁ Παρᾶς ἐμπεριέχεται εἰς τὸ Γρόσι τεσσαρακοντάκις, εἶναι Ἀναλυτικὸς τῶν γροσίων εἰς παράδες. Ὡσαύτως ὁ Ἀριθμὸς

400, ὅςτις δηλοῖ, ὅτι τὸ δράμι ἐμπεριέχεται εἰς τὴν Ὀκᾶν τετρακόσιαις φοραῖς, εἶναι Ἀναλυτικὸς τῶν Ὀκάδων εἰς δράμια, καὶ ἐφεξῆς.

§. 130.

Ἡ πρᾶξις, δι' ἧς ἀναλύεται τὸ μεγαλήτερον Εἶδος εἰς τὸ μικρότερον, γίνεται ὡς ἑπομένως. Πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τὸν Ἀριθμὸν τοῦ μεγαλητέρου Εἴδους εἰς τὰς μονάδας τοῦ πλησίον αὐτοῦ μικροτέρου Εἴδους, καὶ ἂν τὸ ἐντεῦθεν Παραγόμενον παριςάνῃ μεγαλήτερον Εἶδος ἀπὸ τοῦ ζητουμένου, πολλαπλασιάζομεν πάλιν αὐτὸ τὸ Παραγόμενον μὲ τὰς μονάδας τοῦ πλησίον αὐτοῦ μικροτέρου Εἴδους, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, ἕως ὅτου νὰ προκύψῃ τὸ Παραγόμενον τοῦ ζητουμένου Εἴδους. Φέρ' εἰπεῖν· μᾶς ἐδόθησαν νὰ ἀναλύσωμεν Γρόσ. 93 εἰς ἄσπρα· ἐνταῦθα πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὰ Γρόσια 93 μὲ 40 καὶ προκύπτουσι Παράδες, ὧν τὸ κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν πάλιν μὲ 3, καὶ προκύπτουσιν Ἄσπρα, ὡς.

Γρόσ.	93	
μὲ . .	40	εἰς παράδες.
Παράδ.	3720	
μὲ . .	3	εἰς ἄσπρα.
Ἄσπρα.	11160.	

§. 131.

Ὅταν δοθῶσι περισσότεροι Ἀριθμοὶ διαφόρων Εἰδῶν διὰ νὰ ἀναλυθῶσιν εἰς τὸ μικρότατον Εἶδος, τότε πρέπει νὰ γένῃ ἡ πρᾶξις τῆς Ἀναλύσεως ὡς ἀκολούθως.

Πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τὸν Ἀριθμὸν τοῦ μεγαλωτάτου Εἴδους, ὡς πρότερον, μὲ τὰς μονάδας τοῦ πλησίον αὐτοῦ μικροτέρου Εἴδους.

Δεύτερον προσθέττομεν εἰς τὸ ἐκ τούτου τοῦ πολλαπλασιασμοῦ προκύψαν Παραγόμενον τὸν ἑπόμενον Ἀριθμὸν, ὅς τις δεικνύει τὸ αὐτὸ Εἶδος, εἰς ὃ ἀνελύθη ὁ πρὸ αὐτοῦ, καὶ πολλαπλασιάζομεν πάλιν μὲ τὰς μονάδας τοῦ ἑπομένου μικροτέρου Εἴδους τὸ ἤδη προκύψαν Κεφάλαιον, εἶτα προσθέττομεν εἰς αὐτὸ καὶ τὸν ἀκόλουθον Ἀριθμὸν, ὅς τις φανερώνει τὸ αὐτὸ Εἶδος, εἰς ὃ ἀνελύθη τὸ δεύτερον Παραγόμενον, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, ἄχρις οὗ νὰ προκύψῃ τὸ Παραγόμενον τοῦ μικροτάτου ζητουμένου Εἴδους. Παραδ΄. χάριν. μᾶς ἐδόθησαν νὰ ἀναλύσωμεν Γρόσ. 825,, 35 παράδ.,, 3 ἄσπα, εἰς ἄσπρα.

Γρόσ. 825
μὲ 40 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 35 παρ.
Παράδ. 33035
μὲ 3 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 2 ἄσπρων.
ζαίνουσ. ἄσπ. 99107.

Καὶ ἕτερον. Ἀναλυθήτωσαν Χρόνοι 15, Μῆνες 9, Ἡμέραι 25 Ὧραι 20, καὶ 50 Λεπτὰ, εἰς Λεπτά.

Χρόνοι 15
μὲ . 12 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 9 μηνῶν.
Μῆνες . 189
μὲ . 30 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 25 ἡμερ.
Ἡμέραι 5695
μὲ 24 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 20 ὡρῶν.
Ὧραι. 136700
μὲ 60 συναριθμ. καὶ τῶν δοθέντων 50 λεπτ.
Λεπτὰ 8202050 τὸ ζητηθὲν εἶδος.

Ἐνταῦθα, ὡς καὶ ἀνωτέρω, ἀναλύσαντες τοὺς Χρόνους εἰς Μῆνας, ἀντὶ νὰ προσθέσωμεν τοὺς 9 μῆνας, ἐλάβομεν αὐτοὺς ἀμέσως ἐν τῷ πολλαπλασιάζειν καὶ οὕτως ἐφεξῆς, τὸ ὁποῖον εἶναι συντομώτερον.

ΚΕΦ. Η'.

Περὶ Ἐπαναγωγῆς.

§. 132.

Ὑπὸ τῆς Ἐπαναγωγῆς ἐννοοῦμεν τὸ, μεταφέρειν τὰς Μονάδας τῶν μικροτέρων τάξεων εἰς Μονάδας τῆς μεγαλητέρας τάξεως αὐτῶν. Φερ᾽ εἰπεῖν· πόσα Γρόσια ϛαίνει μία Ποσότης Παράδων· πόσας Ὀκάδας μία Ποσότης Δραμίων κτλ.

§. 133.

Ἡ Ἐπαναγωγὴ ἐνεργεῖται διὰ τῆς Διαιρέσεως, ὅ ἐϛί, διαιροῦμεν τὴν προκειμένην Ποσότητα τοῦ μικροτέρου Εἴδους μὲ ἐκεῖνον τὸν Ἀριθμὸν, ὅς τις δεικνύει ἀπὸ πόσων Μονάδων τοῦ μικροτέρου Εἴδους συνίϛαται μία Μονὰς τοῦ πλησίον αὐτοῦ μεγαλητέρου Εἴδους. Θὲς· μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν πόσα Γρόσια φέρει μία ὁποιαδήποτε Ποσότης Παράδων· ἐνταῦθα διαιροῦμεν ταύτην τὴν Ποσότητα διὰ τῶν 40, ἐπειδὴ ἕκαϛον Γρόσι σύγκειται ἀπὸ 40 Παράδων, καὶ οὕτω προκύπτει ὁ Ἀριθμὸς τῶν Γροσίων. Ὁμοίως μεταφέρονται καὶ τὰ Λότια εἰς Φούντια, ἐὰν ἡ Ποσότης τῶν Λοτίων διαιρεθῇ διὰ τῶν 32, καὶ ἐφεξῆς.

§. 134.

Καθὼς ἡ Ἀνάλυσις μεταφέρει τὰ μεγαλήτερα Εἴδη εἰς τὰ μικρότερα, οὕτω καὶ ἡ Ἐπαναγωγὴ μετάγει τὰ μικρότερα Εἴδη εἰς τὰ μεγαλήτερα. Ὅθεν ὅταν δοθῇ Ἀριθμός τις μικροτέρου Εἴδους ἵνα μεταφέρωμεν αὐτὸν εἰς τοὺς Ἀριθμοὺς τῶν βαθμηδὸν αὐτοῦ μεγαλητέρων Εἰδῶν, τότε διαιροῦμεν τὸν δοθέντα Ἀριθμὸν τοῦ μικροτέρου Εἴδους μὲ τὸ Κεφάλαιον τῶν μονάδων, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ μίαν Μονάδα τοῦ πλησίον αὐτοῦ μεγαλητέρου Εἴδους, ἔπειτα αὐτὸ τὸ προκύψαν Παραγόμενον διαιροῦμεν πάλιν μὲ τὸ τῶν μονάδων Κεφάλαιον, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ μίαν Μονάδα τοῦ ἐγγὺς αὐτοῦ μεγαλητέρου Εἴδους, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, ἕως ὅτου νὰ προκύψῃ τὸ Πηλίκον τοῦ ζητουμένου μεγαλητέρου Εἴδους· καὶ ἐὰν μείνῃ Ὑπόλοιπόν τι ἐκ τοῦ Εἴδους, τὸ ὁποῖον μεταφέρεται, τὸ μὲν Πηλίκον φανερώνει τὸ ζητούμενον Εἶδος, τὸ δὲ Ὑπόλοιπον φυλάττει τὴν προτέραν ὀνομασίαντου. Φέρ' εἰπεῖν· πόσα γρόσια ποιοῦσι 233685 παράδες;

4|0 εἰς 23368|5 παράδ.

Πηλίκον Γρόσ. 5542,,5 παράδ.

δηλαδὴ, διαιροῦμεν διὰ τῶν 40, ὅ. ἐςὶ, κόπτομεν διὰ τὸ 0, τὸ ψηφίον 5 (ὡς §. 110.), εἶτα διαιροῦμεν διὰ τῶν 4 (ὡς §. 103.), ὅπου γίνεται ἡ διαίρεσις ἐξ ἴσου, καὶ οὕτω μένουσιν Ὑπόλοιπον ἁπλῶς οἱ χωρισθέντες 5 παράδ.

§. 135.

Καθὼς ὁ Πολλαπλασιασμὸς καὶ ἡ Διαίρεσις χρησιμεύουσιν ἀλλήλοις πρὸς Δοκιμὴν, οὕτω καὶ ἡ Ἀνάλυσις καὶ ἡ Ἐπαναγωγή.

Ὅθεν ἂς κάμωμεν τὴν Δοκιμὴν ἐπάνω εἰς τὸ τελευταῖον ὑπόδειγμα τοῦ §. 131.

Πόσους Χρόνους, Μῆνας, Ἡμέρας, Ὥρας καὶ Λεπτὰ ποιοῦσιν 8202050 Λεπτά;

Ἀπόκρισις· Χρόνους 15, Μῆνας 9, Ἡμέρας 25, Ὥρας 20, καὶ Λεπτὰ 50.

Ἡ ὥρα πρὸς 60 λεπτὰ, ἡ Ἡμέρα πρὸς 24 ὥρας, ὁ Μὴν πρὸς 30 ἡμέρας, καὶ ὁ Χρόνος πρὸς 12 μῆνας.

6/0	εἰς	820205/0	Λεπτά.	ὑπόλοιπον	50	Λεπτά.
24	εἰς	136700	Ὧραις.	„	20	Ὧραι.
3/0	εἰς	5695	Ἡμέραι.	„	25	Ἡμέραι.
12	εἰς	189	Μῆνες.	„	9	Μῆνες.
Χρόνοι		15				

Ἑρμηνεία. Πρῶτον ἐδιαιρέσαμεν τὰ 8202050 λεπτὰ διὰ τῶν 60, καὶ προέκυψαν 136700 ὧραι, καὶ ὑπόλοιπον 50 λεπτά· εἶτα ἐδιαιρέσαμεν τὰς ὥρας διὰ τῶν 24, καὶ προέκυψαν 5695 ἡμέραι, καὶ ὑπόλοιπον 20 ὧραι· ἔπειτα ἐδιαιρέσαμεν τὰς ἡμέρας διὰ τῶν 30, καὶ προέκυψαν 189 μῆνες, καὶ ὑπόλοιπον 25 ἡμέραι· τελευταῖον ἐδιαιρέσαμεν τοὺς μῆνας διὰ τῶν 12, καὶ προέκυψαν οἱ ζητηθέντες χρόνοι, ἤτοι 15 χρόνοι, καὶ ὑπόλοιπον 9 μῆνες, ἤγουν Χρόνοι 15, Μῆνες, 9, Ἡμέραι 25, Ὧραι 20 καὶ Λεπτὰ 50, ὡς ἀνωτέρω.

§. 136.

Διὰ μέσου τῆς Ἀναλύσεως καὶ Ἐπαναγωγῆς ἐσμὲν ἤδη ἱκανοὶ, ἄνευ ἄλλης ὁδηγίας, διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἕνα ὀνοματικὸν μικτὸν Ἀριθμὸν μὲ ἕτερον Ἀριθμὸν, συνιςάμενον ἀφ' ὁσωνδήποτε ψηφίων. Παρ. χάριν· μᾶς ἐδόθησαν διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν Γρόσ. 825 „ 35 παράδ. „ 2 ἄσπρα (τὸ πρῶτον ὑπόδειγμα τοῦ §. 131.) μὲ 332· ἐνταῦθα ἐδύναντο νὰ ἀναλυθῶσι τὰ Γρόσια, οἱ Παράδες, καὶ τὰ Ἄσπρα, εἰς Ἄσπρα, ὧν ἡ ποσότης νὰ πολλαπλασιασθῇ μὲ 332· εἶτα ἡ ἐκ τούτου τοῦ πολλαπλασιασμοῦ προκύψασα ποσότης τῶν ἄσπρων, νὰ μεταφερθῇ πάλιν εἰς Παράδες καὶ Γρόσια καὶ οὕτω νὰ προκύψῃ τὸ Ζητούμενον. Φέρ' εἰπεῖν· πόσα Γρόσ. Παράδες καὶ Ἄσπρα δίδουσι τὰ Γρόσ. 825 „ 35 παράδ. 2 ἄσπρα πολλαπλασιαζόμενα μὲ 332;

Λύσις.

Γρόσ. 825 ,, 35 παράδ. ,, 2 ἄσπρα.

Πρῶτον πολλα. τὰ Γρόσ. μὲ 40, λαμβάν. ὁμοῦ καὶ τοὺς 35 πρ.
καὶ δίδουσι Παράδ. 83035, αὐτοὺς
πολλαπλασιάζομεν μὲ . 3 & ἀναλ'. εἰς ἄσπ., & τὰ 2 ἄσπ. ὁμ.
δίδουσιν Ἄσπρα 99107, τὰ ὁποῖα
πολλαπλασιάζομεν μὲ . 332
καὶ φέρουσι 32903524 Ἄσπ., ἅτινα διὰ τῶν 3 διαιρεθέντα, καὶ εἰς παράδ. ἐπαναχ.
δίδουσιν 10967841 Πρ., & 1 ἄσπρ· εἶτα μὲ 40 εἰς γρό.
ςρέφουσι 274196 Γρ. ,, 1 παρὰν, ὁμοῦ δὲ
ποιοῦσι Γρόσια 274196 ,, 1 παρὰν ,, 1 ἄσπρον.

Δοκιμή.

Διὰ νὰ πληροφορηθῶμεν περὶ τῆς ὀρθότητος τοῦ ἀνωτέρω λογαριασμοῦ, διαιροῦμεν τὸ Παραγόμενον Γρόσ. 274196 ,, 1 παρὰν ,, 1 ἄσπρον πάλιν διὰ τῶν 332 (ὡς §. 115.), καὶ εἰμὲν ἡ πρᾶξις ἔγινεν ὀρθῶς, πρέπει νὰ προκύψωσι Γρόσ. 825 ,, 35 παράδ.,, 2 ἄσπρα (ὡς §. 123.), ὡς ἀκολούθως·

332 εἰς Γρ. 274196 ,, 1 παρ.,, 1 ἄσπ. | Πη. Γρ. 825 ,, 35 πρ. ,, 2 ἄσπρα.
: ,,859
: 1956
: ,,296 Γρόσ. ὑπόλοιπον, ἅτινα
: μὲ . . 40 εἰς πρ. ἀναλυθ'., καὶ ὁ 1 παρὰς ὁμοῦ,
:. δίδουσιν 11841 Παράδ.
: ,,1881
: ,,221 παράδες ὑπόλοιπον, οἵτινες
: μὲ . . 3 εἰς ἄσπρα ἀναλυθ'., καὶ τὸ 1 ἄσπ. ὁμοῦ,
:. δίδουσιν 664 Ἄσπρα

. . .

§. 137.

Πλὴν αὐτὸς ὁ τρόπος τοῦ πολλαπλασιάζειν μικτοὺς Ἀριθμοὺς εἶναι διεξοδικὸς, καὶ ὄχι τόσον χρήσιμος εἰς τὸν ἀποβλέποντα σκοπόν μας, διὰ τοῦτο παραιτοῦμεν αὐτὸν, καὶ προχωροῦμεν εἰς ἄλλον συντομώτερον, καθ' ὃν ἤδη λογαριάζουσι κοινῶς.

ΚΕΦ. Θ'.

Συντομίαι ὠφέλιμαι ἐν τῷ πολλαπλασιάζειν καὶ διαιρεῖν.

§. 138.

Ταὐτὸν ἐςὶ, κἂν πολλαπλασιάσωμεν, ἢ διαιρέσωμεν ὀλίγον κατ' ὀλίγον μὲ περισσοτέρους ἀριθμοὺς, ἢ μὲ τὸ κεφάλαιον αὐτῶν. Παρ. χάριν· ἐὰν πολλαπλασιασθῇ, ἢ διαιρεθῇ ἕνας ὁποιοσδήποτε Ἀριθμὸς μὲ 6, ἔπειτα τὸ Παραγόμενον αὐτῶν μὲ 8 (ἢ μὲ ὁποιουσδήποτε ἄλλους ἁπλοῦς Ἀριθμοὺς), προκύπτει τὸ ἴδιον Πηλίκον, ὡς νὰ ἐπολλαπλασιάζετο, ἢ ἐδιαιρεῖτο, διὰ μιᾶς μὲ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν 48, ὡς εἰς τὸ α'. καὶ β'. φαίνεται κατωτέρω.

Α'.	672	Β'.	602
πρῶτον μὲ	6 πολλαπλασιαζόμενα		μὲ 48
δίδουσι	4042		5376
εἶτα μὲ	. 8	ὡσαύτως	2688
ποιοῦσι	32256.	ὁμοίως	32256 ὡς ἀπέν.

Ἡ βάσις τῆς ἀνωτέρω πράξεως ἐννοεῖται εὐκόλως· διό-