

μειοῦσι τὴν ἐτοιμότητα, τὴν ὁποίαν σοχαζόμεθα ν' ἀπολαύσωμεν ἐκ τούτου, ἐπειδὴ οἱ Διδασκόμενοι εἶδουσι περισσοτέραν προσοχὴν εἰς τὸ, νὰ βαζῶσιν εἰς τὴν ἐνθύμησίν των τὰ εἰς αὐτοὺς ἄγνωστα Εἶδη, καὶ τὴν σύνθεσιν ἐκάστης Μονάδος τῶν αὐτῶν Εἰδῶν, παρὰ εἰς αὐτὸν τὸν ἴδιον Ἀθροισμὸν, ὅς τις εἶναι ἡ παρούσα κυρία ὑπόθεσίς μας. Ἰκανὸν εἶναι πρὸς τὸ παρὸν εἶναι μεταχειρισθῶμεν τοιοῦτους ὀνοματικούς μικτοὺς Ἀριθμοὺς, οἵτινες εἰσι κοινῶς γνωστοὶ ἐκεῖ, ὅπου παραδίδεται ἡ Ἀριθμητικὴ, φέρ' εἰπεῖν· τὸ Ζύγι, τὸ Μέτρον διαφόρων Εἰδῶν κτλ. ἐπειδὴ ἡ διαίρεσις αὐτῶν τῶν Μονάδων εἶναι κοινῶς γνωστὴ, καὶ ἐρεθίζεται ὁ Ἀρχάριος εἰς τὴν πρᾶξιν τῶν τοιούτων λογαριασμῶν.



## ΚΕΦ. Β΄.

### Περὶ Ἀφαιρέσεως.

#### §. 49.

**Ἡ** ἀφαίρεσις εἶναι Τρόπος ἀριθμητικὸς, ὅστις διδάσκει, πῶς δύναμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν Διαφορὰν ἐνὸς μικροῦ ἀριθμοῦ πρὸς ἓνα μεγαλήτερον· ὃ ἐστὶ, πόσον μεγαλήτερος εἶναι ὁ εἰς τοῦ ἑτέρου.

#### §. 50.

Ἡ λέξις ἀφαιρεῖν δεικνύει, ὅτι μέλλει ν' ἀφαιρέσωμεν ἓνα Ἀριθμὸν ἀφ' ἐνὸς ἑτέρου, ἐξ οὗ ἐννοοῦμεν, ὅτι ἐκεῖνος ὁ Ἀριθμὸς, ἐξ οὗ ἕτερος μέλλει ν' ἀφαιρεθῆ, πρέπει πάντοτε νὰ εἶναι μεγαλήτερος. Παραδ. χ. εἰν ἀφαιρέσωμεν τὸν Ἀριθμὸν 4 ἐκ τοῦ Ἀριθμοῦ 7, μένουσι 3· ἄρα 3 εἶναι ἡ Δια-

## ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡ. ΕΝ ΑΚΕΡ., ΟΝΟΜ. Κ. ΜΙΚ. ΑΡΙΘ. 37

φορὰ μεταξὺ τῶν Ἀριθμῶν 4 καὶ 7, τὴν ὁποίαν εὗρομεν διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως τοῦ μικροτέρου ἐκ τοῦ μεγαλητέρου Ἀριθμοῦ.

### §. 51.

Ἐντεῦθεν δηλοῦται πρῶτον, ὅτι εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν ἐπιζητοῦνται κυρίως δύο Ἀριθμοί· ὁ μὲν, ἐξ οὗ μέλλει νὰ γένη ἡ ἀφαίρεσις, ὀνομάζεται Ἀφαιρούμενος, ὁ δὲ, ὅς τις ἀφαιρεῖται, λέγεται Ἀφαιρετέος· ἐξ ὧν προκύπτει καὶ τρίτος Ἀριθμός, ὅς τις Διαφορὰ, ἢ Ἵπόλοιπον καλεῖται. Δεύτερον, ὅτι οἱ πρὸς ἀφαίρεσιν διδόμενοι Ἀριθμοὶ πρέπει νὰ εἶναι Ὀμοειδῆς καὶ Ὀμώνυμοι, ἐπειδὴ ἄλλως δὲν δυνάμεθα νὰ τοὺς ἀφαιρέσωμεν ἀπ' ἀλλήλων. Φέρ' εἰπεῖν· εἰάν ὁ Ἀριθμὸς 9, δεκανύη 9 Δεκάδας, ὁ δὲ 6, ὅς τις ἐξ αὐτοῦ μέλλει ν' ἀφαιρεθῆ, 6 Μονάδας, τότε δὲν δυνάμεθα εἰπεῖν, 6 ἐκ τῶν 9 μένουσι 3, ἐπειδὴ ἀφαιρουμένων 6 Μονάδων ἀπὸ 9 Δεκάδων, δὲν καταλιμπάνουσιν οὔτε 3 Μονάδας, ἀλλ' οὔτε 3 Δεκάδας· ἄρα τὰ 3. δὲν εἶναι ἢ καθ' αὐτὸ Διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ρηθέντων Ἀριθμῶν. Ἐπομένως· ὅτι δὲν δυνάμεθα ν' ἀφαιρέσωμεν Πήχας ἐξ Ὀκάδων, Μέτρα ἐκ Χρημάτων, κτλ., τὸ δίδει ὁ ὀρθὸς λόγος· διότι τὸ, ὅτι μέλλει ν' ἀφαιρεθῆ ἐξ ἐνὸς Εἴδους, πρέπει νὰ εἶναι μέρος τοῦ αὐτοῦ Εἴδους, ἀλλ' οὐχ' ἑτεροειδῆς· ὅθεν ὅτι ἐλέχθη περὶ τῶν Ὀμοειδῶν καὶ Ὀμώνυμων Ἀριθμῶν εἰς τὸν Ἀθροισμὸν, ταῦτ' ἐννοητέον καὶ εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν· ἐξ οὗ ἔπεται, ὅτι τὸ Ἵπόλοιπον σύγκειται πάντοτε ὡσαύτως ἐκ τειούτων Εἰδῶν, ἐξ ὧν συρίζονται καὶ οἱ Ἀριθμοί, οἵτινες ἀφαιρέθησαν ἀπ' ἀλλήλων.

### §. 52.

Διὰ τοῦτο ἡ κατάστροφισ τῶν πρὸς ἀφαίρεσιν διδομένων Ἀριθμῶν μένει ἡ αὐτὴ, ὡς καὶ εἰς τὸν Ἀθροισμὸν, πλὴν ἀντὶ νὰ εἰπῶμεν 3 καὶ 5 ποιούσιν 8, λέγομεν· 3 ἐκ τῶν 5 μένουσι 2.

Δηλονότι· γράφομεν τὰς ὁμοειδεῖς καὶ ὁμωνύμους Μονάδας κατ' εὐθείαν ὑπ' ἀλλήλας, καὶ σρώνομεν ὑποκάτω αὐτῶν μίαν γραμμὴν· ἔπειτα ἀρχίζομεν ἐκ τῶν Μονάδων, ὡς τῆς μικροτάτης τάξεως, καὶ ἀφαιροῦμεν πάντοτε τὸ κάτω Ψηφίον ἐκ τοῦ κατ' εὐθείαν ἄνω ἰσαμένου, θέττοντες τὸ Ὑπόλοιπον, τοῦτ' ἔστιν, ὅτι καταλείψει τὸ ἐπάνω Ψηφίον, κατ' εὐθείαν κάτω, ὑπὸ τὴν γραμμὴν. ὡς·

ἐκ 4787	Ἑρμηνεία. Ἀρχόμενοι ἐκ
ἀφαιρεθήτωσαν 3256	τῶν Μονάδων, λέγομεν· 6 (Μονάδες) ἐξ 7 (Μονάδων), μένει 1
ὕπόλοιπον 1531	(Μονάς)· εἶτα, 5 (Δεκάδες) ἐξ 8 (Δεκάδων), μένουσι 3 (Δεκάδες)· ἔπειτα, 2 (Ἐκατοντάδες) ἐξ 7 (Ἐκατοντάδων), μένουσι 5 (Ἐκατοντάδες)· τελευταίου, 3 (Χιλιάδες) ἐκ 4 (Χιλιάδων), μένει 1 (Χιλιάς)· λοιπὸν μένουσιν ἐκ τοῦ ἀνωτέρω Ἀριθμοῦ, 1 Χιλιάς, 5 Ἐκατοντάδες, 3 Δεκάδες, καὶ 1 Μονάς Ὑπόλοιπον.

§. 53.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἀφαιροῦμεν καὶ τοὺς ὀνομαστικούς μικτοὺς Ἀριθμούς. Θέσ ὅτι μὰς ἐδόθησαν ἡ ἀφαιρέσωμεν Γρυσ. 24,, 37 παράδες 1 ἄσπρον ἐκ Γρυσ. 35,, 39 παράδ. 2 ἄσπρων· λοιπὸν θέττομεν τοὺς ὁμωνύμους Ἀριθμούς ὑπ' ἀλλήλους, δηλονότι Γρύσια ὑπὸ Γρυσίων, Παράδες ὑπὸ Παράδων, Ἄσπρα ὑπὸ Ἄσπρων, καὶ ἀφαιροῦμεν (κατὰ τὸν §. 52.), ὡς ἐπομένως.

ἐκ Γρυσ. 35 ,, 39 παράδ. ,, 2 ἄσπρων
ἀφαιρεθήτωσαν — 24 ,, 37 — ,, 1 —
ὕπόλοιπον Γρυσ. 11 ,, 2 παράδ. ,, 1 ἄσπρον.

λέγοντες· 1 (ἄσπρον) ἐκ 2 (ἄσπρων) μένει 1 (ἄσπρον)· 7 (παράδες) ἐξ 9 (παράδων), μένουσι 2 (παράδες)· 3 ἐκ 3 μηδέν· (ἐν τῷ θάθεν τίθεται 0, ἐπειδὴ εἰς τοὺς παράδες θέν ἔπονται ἕτερα

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 39

ψηφία) • τελευταίου αφαιρούμεν καὶ τὰ Γρόσια ἀπ' ἀλλήλων, λέγοντες • 4 ἐκ 5, μένει 1 • εἶτα 2 ἐκ 3, μένει 1 • ὅθεν μένει Ὑπόλοιπον Γροσ. 11 ,, 2 παράδ. ,, 1 ἄσπρον.

### §. 54.

Πολλάκις συμβαίνει νὰ εἶναι ἓν, ἢ περισσότερα ψηφία τοῦ Ἀφαιρετίου μεγαλύτερα, ἀπ' ἐκεῖνα τοῦ Ἀφαιρουμένου. Παράδ. χ. ὁ Ἀριθμὸς 476 εἶναι κυρίως μικρότερος παρά ὁ 564, λοιπὸν ἀναμφιβόλως δύναται ἐξ αὐτοῦ ν' ἀφαιρεθῆ • ἀφ' οὗ ὅμως τεθῶσιν αὐτοὶ οἱ Ἀριθμοὶ κατὰ τὸν κανόνα τῆς ἀφαιρέσεως ὑπ' ἀλλήλους, τότε προκύπτουσι διὰ ν' ἀφαιρέσωμεν 6 ἐκ 4, καὶ 7 ἀπὸ 6, ὅπερ οὐκ ἔστι δυνατόν. Εἰς ταύτην τὴν περίστασιν ἐκλαμβάνομεν τὸ τοῦ ἀνωτέρω Ἀριθμοῦ Ψηφίον (ἢ γουὸν τοῦ Ἀφαιρουμένου) διὰ 10 περισσότερο, ὃ ἔστι, δανειζόμεθα ἐκ τοῦ ἐγγύς αὐτοῦ ἀριστερῶς κειμένου Ψηφίου μίαν Μονάδα, ἣτις ἀναλυθεῖσα εἰς τὰ μέρη τοῦ Ψηφίου, ἐξ οὗ μέλλει νὰ γένη ἡ Ἀφαίρεσις, ποιεῖ 10 (πρόδηλον ἐστίν, ὅτι ἕκαστον ψηφίου, ἐκ τῆς δεκάδος ἀριστερῶς προχωρούντων, θεωρεῖται, ὡς πρὸς τὸ πλησίον αὐτοῦ δεξιῶς κείμενον, ὡς Δεκάς πρὸς Μονάδα, ἄρα ἡ Δεκάς δύναται νὰ δανείσῃ τῇ Μονάδι) • λοιπὸν ἐκ τοῦ Ἀθροίσματος αὐτῶν τῶν 10 καὶ τοῦ προϋπάρχοντος Ψηφίου αφαιρούμεν τὸ κάτω Ψηφίον, δηλονότι τοῦ Ἀφαιρετέου, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Πλὴν σημειωτέον, ὅτι ἕκαστον Ψηφίου, ἐξ οὗ δανειζόμεθα, ἐλαττοῦται διὰ τὴν μονάδα, τὴν ὁποίαν δανείζει τῷ ἐγγύς αὐτοῦ δεξιῶς κειμένῳ Ψηφίῳ, δι' ἣν αἰτίαν τὸ τελευταῖον θεωρεῖται διὰ 10 περισσότερο, καὶ τὸ πρῶτον δι' 1 ὀλιγώτερον. Οἶον.

ἐκ 564	Ἐνταῦθα λέγομεν • (ἐπειδὴ 6 δὲν ἀφαιρεθῆτωσαν	6 ἐκ 14 (προσιθε-
<u>476</u>	φαιρούνται ἐκ 4)	μένων τῶν 10, τοῦτ' ἔστιν, ἡ ἐκ τοῦ
ὑπόλοιπον. 88		Ψηφίου 6 δανεισθεῖσα μονάς, ἣτις ἀνελύθη εἰς τὰ μέρη τοῦ



40 ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

Ψηφίου 4), μένουσιν 8· εἶτα 7 ἐκ τῶν 15 (ἐπειδὴ τὰ 6, διὰ τὸ πρὸ μικροῦ ἐξ αὐτῶν ληφθέν δάνειον, ἠλαττώθησαν μὲ 1, ἄρα ἔμεινον μόνον 5, ἐξ ὧν μὴ δυναμένων τῶν 7 ἀφαιρεθῆναι, δανειζόμεθα αὐθις ἐκ τῶν προηγουμένων 5 μίαν μονάδα, ἥτις ἀναλυθεῖσα, ποιεῖ 10 μέρη τοῦ ἀφαιρουμένου Ψηφίου, καὶ οὕτω λέγομεν· 7 ἐκ τῶν 15), μένουσιν 8· ἔπειτα 4 ἐκ 4 (τὰ γὰρ 5 δανείσαντα κατὰ τοῖς 6 μίαν μονάδα, ἔμεινον μόνον 4) ἐξισοῦνται, ἄρα μένει μηδέν.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον γίνεται πάντοτε ἡ Ἀφαίρεσις· οἷοτι τὸ μέγιστον Ψηφίου, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ προκύψῃ μετὰ τὰ τῶν ψηφίων τοῦ Ἀφαιρετέου, εἶναι μόνον 9. Ἐκ τούτου πηγάζει καὶ ἡ αἰτία, δι' ἣν ἄρχεται ἡ Ἀφαίρεσις ἐκ τῶν ἐλαχίστων Εἰδῶν, ἵνα ὅταν τύχῃσι μικρὰ τὰ ψηφία, ἐξ ὧν μέλλει νὰ γένη ἡ Ἀφαίρεσις, νὰ δυνάμεθα νὰ τὰ αὐξήσωμεν, δανειζόμενοι μίαν Μονάδα ἐκ τῶν ἐγγύς αὐτῶν ἀριστερῶς κειμένων ψηφίων.

§. 55.

Πολλοὶ συνεθίζουσι νὰ ὀνομάζωσι τὴν ἀνωτέρω πράξιν Δάνειον, ἐπειδὴ δανεῖζονται μίαν μονάδα ἐκ τοῦ ἐγγύς προηγουμένου ψηφίου. Ὁμοίως συνεθίζουσι, πρὸς ἐνθύμησιν, νὰ σημειώνωσιν αὐτὸ τὸ Δάνειον μὲ μίαν σιγμὴν, πλησίον τοῦ ψηφίου ἐξ οὗ δανεῖζονται, διὰ νὰ μὴν ἐκλάβωσιν αὐτὸ ἐκ παραδρομῆς ὡς σῶον· ἀλλ' ἐπειδὴ αὕτη ἡ σημείωσις εἶναι ἀπλῶς προφύλαξις, καὶ οὐδὲν τι οὐσιώδες, διὰ τοῦτο εἶναι προτιμώτερον νὰ μὴ συνηθίσῃ τις αὐτὸ ὀλοτελῶς.

§. 56.

Σχόλιον. Εἰσὶ τινὲς, οἵτινες ἐκλαμβάνουσι τὸ Ψηφίου, ἐξ οὗ δανεῖζονται, ὡς σῶον, καὶ λαμβάνουσιν ἀντ' αὐτοῦ τὸ μέλλον ἀφαιρεθῆναι δι' 1 περισσότερο, σημειοῦντες αὐτὸ μὲ μίαν σιγμὴν, ὡς.

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 41

λέγοντες • 8 ἐκ 17, μένουσιν 9 • ἐκ 5647  
 εἶτα, 6 ἐκ 14 (ἀντί 5 ἐκ 13), ἀφαιρεθῆτωσαν 4.7.5.8  
 μένουσιν 8 • ἔπειτα, 8 ἐκ 16 (ἀν- ὑπόλοιπον 889  
 τί 7 ἐκ 15), μένουσιν 8 • τελευταῖον, 5 ἐκ 5 (ἀντί 4 ἐκ 4),  
 μένει μηδέν. Καίτοι κυρίως εἶναι ταῦτόν κ' ἔπωμεν 6 ἐκ  
 14, ἢ 5 ἐκ 13 καὶ ἐφεξῆς, μ' ὅλον τοῦτο τὰ τοιαῦτα τεχνά-  
 σματα εἰσὶν ἀνωφελεῖ, καὶ μάλιστα διὰ τοῦτο, ἐπειδὴ ἀντίκειν-  
 ται εἰς τὴν κυρίαν ἔννοιαν τῆς Ἀφαιρέσεως • εἴοτι τὸ Δάνειον  
 οὐκ αὐξάνει τὸ μέλλον ἀφαιρεθῆναι Ψηφίου, ἀλλὰ σμικρύνει  
 τὸ κατ' εὐθείαν ἐπ' αὐτοῦ κείμενον Ψηφίον.

### §. 57.

Μηδενικὸν ἐκ σημαντικοῦ ψηφίου ἀφαιρεῖν δηλοῖ, ὅτι οὐ-  
 δὲν πρόκειται τοῦ ἀφαιρέσαι • ἄρα τὸ ἐπὶ τοῦ μηδενικοῦ κατ'  
 εὐθείαν ἄνω κείμενον Ψηφίον μένει ἀμετάβλητον, ὡς.

ἐκ 50632 Ἐνταῦθα λέγομεν • 0 ἐκ 2, μέ-  
ἀφαιρεθῆτωσαν 30500 νουσι 2 • εἶτα, 0 ἐκ 3, μένουσι  
 ὑπόλοιπον 20132 3 • ἔπειτα, 5 ἐκ τῶν 6, μένει 1 •  
 μετέπειτα, 0 ἐκ 0, μένει οὐδέν (τὸ ὅποιον πρέπει νὰ ση-  
 μειωθῇ μὲ ἐν 0, ἐπειδὴ μετ' αὐτὸ ἔπεται σημαντικὸν ψηφίον •  
 δι' ἣν αἰτίαν εἰς τοιαύτας περιστάσεις συνεθίζεται τὸ, 0 ἐκ 0,  
 μένει 0) • τελευταῖον, 3 ἐκ 5, μένουσι 2.

### §. 58.

Ἐὰν ὁμως τὸ Ψηφίον, ἐξ οὗ μέλλει ν' ἀφαιρέσωμεν, εἶ-  
 ναι ἀπλῶς 0, θεωρεῖται ὡς μικρότερον σημαντικὸν ψηφίον  
 παρὰ τὸ τοῦ Ἀφαιρετέου, ὅπερ ζητεῖται ἀφαιρεθῆναι ἐκ τοῦ  
 αὐτοῦ 0, τὸ ὅποιον ἐκλαμβάνομεν διὰ 10 περισσώτερον, τὸ  
 δὲ ἐγγύς αὐτοῦ προηγούμενον Ψηφίον δι' 1 ὀλιγώτερον. Αὕτη  
 ἡ αἰτία πηγάζει ἐκ τοῦ §. 54. Παραδ. χ.

42 ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

Ἐδῶ λέγομεν· 8 ἐκ 10, ἐκ 75030  
 μένουσι 2· εἶτα, 0 ἐκ 2, ἀφαιρεθήτωσαν 46708  
 μένουσι 2· ἔπειτα, 7 ἐκ 10, Ἰπόλοιπον 28322  
 μένουσι 3· μετὰ ταῦτα, 6 ἐκ 14, μένουσιν 8· τελευταῖον,  
 4 ἐκ τῶν 6 μένουσι 2.

§. 59.

Εἰμὲν τὸ ἴδιον Ψηφίου, ἐξ οὗ ἐδανείσθημεν, εἶναι 0 ἐκλαμβάνεται ἔπειτα ὡς 9, τὸ δὲ μετὰ τὸ 0 ἐγγὺς προηγούμενον σημαντικὸν Ψηφίου δὲ 1 ὀλιγώτερον, ὡς τὰ ἐπόμενα Ἰποδείγματα δεικνύουσιν.

	α.		β.
	ἐξ 804		ἐξ 701
ἀφαιρεθήτωσαν	768	ἀφαιρεθήτωσαν	694
Ἰπόλοιπον	36	Ἰπόλοιπον	7

Ἐν τῷ α. λέγομεν· 8 ἐκ 14, μένουσιν 6· εἶτα, 6 ἐξ 9, (ἐπειδὴ ἐδόθη 1 δάνειον τοῖς 4) μένουσι 3· ἔπειτα, 7 ἐξ 7 (διότι τὰ 8, ὡς ἐγγὺς προηγούμενον σημαντικὸν ψηφίου τοῦ 0, τιμᾶται δὲ 1 ὀλιγώτερον), μένει οὐδέν.

Ἐν τῷ β. λέγομεν ὁμοίως· 4 ἐξ 11, μένουσιν 7· εἶτα, 9 ἐξ 9, μένει οὐδέν· ἔπειτα, 6 ἐκ τῶν 6, μένει αὐθις μηδέν.

§. 60.

Ἡ αἰτία πηγάζει ἐκ τῶν, ὧν εἶπομεν περὶ Δανείου μὲ σημαντικὰ ψηφία· διότι τὸ μηδενικὸν μηδέν ἀφ' ἑαυτοῦ σημαῖνον, πρέπει νὰ δανεισθῇ μίαν Μονάδα ἐκ τοῦ ἐγγὺς αὐτοῦ προηγούμενου σημαντικοῦ Ψηφίου, δι' οὗ τὸ μὲν σημαντικὸν Ψηφίου ἐλαττοῦται μὲ 1, τὸ δὲ 0 γίνεται 10, ἐξ αὐτῶν δὲ δανεισθέν 1, μένουσιν 9.

§. 61.

Διὰ τοῦτο λοιπὸν, ὅταν εἰς τὸν ἄνω Ἀριθμὸν συνέπον-

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 43

ται μηδενικὰ ἐν μετὰ τὸ ἄλλον, τότε τὸ μὲν πρῶτον (ἐξ οὗ δανειζόμεθα) θεωρεῖται διὰ 10, τὰ δὲ λοιπὰ μέχρι τοῦ ἐγγὺς σημαντικοῦ ψηφίου, θεωροῦνται μόνον δι' 9, τὸ δὲ σημαντικὸν Ψηφίον δι' 1 ὀλιγώτερον. Οἶον.

α'.	β'.
ἐξ 60006	ἐξ 9000
ἀφαιρεθήτωσαν 47528	ἀφαιρεθήτωσαν 3891
Ἰπόλοιπον 12478	Ἰπόλοιπον 5109

Ἐν τῷ α'. λέγομεν · 8 ἐκ 16, μένουσιν 8 · εἶτα, 2 ἐξ 9, μένουσιν 7 · ἔπειτα, 5 ἐξ 9, μένουσι 4 · μετὰ ταῦτα, 7 ἐξ 9, μένουσι 2 · τελευταῖον, 4 ἐκ 5 (ἐπειδὴ τὰ 6 ὡς τὸ πρῶτον σημαντικὸν Ψηφίον μετὰ τὰ μηδενικὰ ἐκλαμβάνεται δι' 1 ὀλιγώτερον, ἦγουν μόνον διὰ 5), μένει 1.

Ἐν τῷ β'. λέγομεν · 1 ἐκ 10, μένουσιν 9 · εἶτα, 9 ἐξ 9 μηδέν, ἄρα 0 · ἔπειτα, 8 ἐξ 9, μένει 1 · τελευταῖον, 3 ἐξ 8, μένουσι 5.

## Περὶ Δανείων ἐν ὀνοματικοῖς μικτοῖς Ἀριθμοῖς.

### §. 62.

Ἐνταῦθα οὐδὲν ἄλλο παρατηρητέον, ἀλλ' ὅτι ἡ δανειζομένη Μονὰς πρέπει νὰ ἀναλυθῆ εἰς τοιαύτας Μονάδας, οἷαι εἰσὶν ἐκτείναι, αἵτινες μέλλουσιν ἀφαιρεθῆναι, ἐπειδὴ, ὡς γνωστὸν, μόνον Ὁμοειδεῖς καὶ Ὁμώνυμαι Μονάδες δύνανται ἀφαιρεθῆναι ἀπ' ἀλλήλων. Τοῦ λοιποῦ μένει ἡ πράξις ἀπαράλλακτος ὡς ἡ μέχρι τοῦδε ἐν ἀνωύμοις Ἀριθμοῖς. Οἶον.

Ἑρμηνεία. Ἐπειδὴ  
 εἰς τὸν ἐπάνω Ἀριθμὸν δὲν ὑ-  
 πάρχουσιν ἄσπρα, διὰ τὸ ἀφαι-  
 ρέσωμεν ἐξ αὐτῶν τὰ κάτω κείμενα, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ δανεισθῶ-  
 ἐκ παράδων 2 —  
 ἀφαιρεθήτωσαν — 2 ἄσπρα



44 ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

μεν μίαν Μονάδα ἐκ τῶν 2 παράδων, καὶ τὴν ἀναλύσωμεν εἰς ἄσπρα, καὶ ἂν ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτῶν τὰ 2 ἄσπρα· διότι οἱ 2 παράδες δύνανται καὶ θεωρηθῶσιν ὡς 1 παράς καὶ 3 ἄσπρα· ὅθεν ἀφαιρουμένων τῶν 2 ἄσπρων ἐκ τῶν 3 ἄσπρων, μένει 1 ἄσπρον.

§. 63.

Ἄνωτέρω ἐδώκαμεν τὸ Ἰπόδειγμα χωρὶς Ἀριθμὸν τοῦ ἐλαχίστου Εἴδους εἰς τὸ ἐπάνω μέρος, ἵνα δεῖξωμεν σαφέστερον ἐπισημῶς τὸ ὠφελιμώτερον καὶ εὐκολώτερον τοῦ τρόπου, καὶ ὅν ἀφαιρεῖται ὁ κάτω Ἀριθμὸς, ὅταν δανειζόμεθα Μονάδα ἐκ τοῦ πλησίον μεγαλητέρου Εἴδους τοῦ ἐπάνω μέρους. Λοιπὸν, ὅταν εἰς τὸ ἐπάνω μέρος δὲν εὐρίσκηται Ὁμοειδὴς Ἀριθμὸς τοῦ μέλλοντος ἀφαιρεθῆναι, γίνεται ἡ Ἀφαίρεσις πάντοτε ὡς ἄνωτέρω· εἰδὲ καὶ πρόκειται μικρότερος τοῦ Ἀφαιρέτου, δανειζόμεθα μίαν Μονάδα ἐκ τοῦ ἐγγύς μεγαλητέρου Εἴδους, καὶ ἀφαιροῦμεν ἀμέσως ἐξ αὐτῆς τὸν κάτω Ἀριθμὸν, εἶτα ἀθροίζομεν εἰς τὸ Ἰπόλοιπον αὐτῆς τὸν ἐπάνω Ἀριθμὸν, ἐπειδὴ δὲν ἀφαιρεῖται ἐξ αὐτοῦ μηδὲν, δι' ἣν αἰτίαν μένει καὶ αὐτὸς Ἰπόλοιπον. Ὡς.

Ἑρμηνεία.

Ἐνταῦθα δὲν δύνα-	ἐκ παράδων	5	,,	1	ἄσπρου
μεθα ἂν ἀφαιρέσωμεν	ἀφαιρεθήτωσαν	—	3	,,	2 —
τὰ 2 ἄσπρα ἐκ τοῦ	ὑπόλοιπον	παράς	1	,,	2 ἄσπρα

1 ἄσπρου, λοιπὸν δανειζόμεθα 1 παράν, τὸν θεωροῦμεν ὡς 3 ἄσπρα, καὶ ἀφαιροῦμεν ἐξ αὐτῶν τὰ 2 ἄσπρα, λέγοντες· 2 ἐκ 3, μένει 1 ἄσπρον, καὶ 1 (ὅ ἐστὶ, τὸ 1 ἄσπρον, ἐξ οὗ οὐδὲν ἀφαιρέθη) ὁμοῦ, μένουσι 2 ἄσπρα, τὰ ὅποια τίθενται ὑπὸ τὰ ἄσπρα· περαιτέρω, 3 ἐκ 4 (ἐπειδὴ ἤδη ἐλήφθη ἐκ τῶν 5 ἕνας παράς πρὸς ἀφαίρεσιν τῶν ἄσπρων), μένει 1 παράς· σύμπαντα ὡς 1 παράς καὶ 2 ἄσπρα Ἰπόλοιπον.

§. 64.

Σχόλιον. Ἀντὶ τὰ γένη ἢ Ἀφαιρέσεις ἀμέσως ἐκ τῆς δανεισθείσης Μονάδος, καὶ ἔπειτα ἢ ἀθροισθῆ εἰς τὸ Ὑπόλοιπον αὐτῆς ὁ ἐπάνω Ἀριθμὸς, ὡς ἐπράξαμεν ἀνωτέρω· συνεθίζουσι σχεδὸν κοινῶς, πρότερον ἢ ἀθροίζωσι τὴν ἀναλυθείσαν Μονάδα εἰς τὸν ἐπάνω Ἀριθμὸν, καὶ εἶτα ἢ ἀφαιρῶσιν ἐκ τούτου τοῦ Ἀθροίσματος τὸν κάτω Ἀριθμὸν. Εἰς τὸ παρελθόν Ὑπόδειγμα, ὅπου ἐκ 5 παράδων 1 ἄσπρου ἔμελλον ἢ ἀφαιρεθῶσι 3 παράδες 2 ἄσπρα, συνεθίζουσι λέγειν· 2 ἄσπρα ἐξ 1 ἄσπρου δὲν δύνανται ἢ ἀφαιρεθῶσι, λοιπὸν δανειζόμεθα 1 παρὰν, ὅς τις ζαίνει 3 ἄσπρα, καὶ τὸ ἐπάνω 1 ἄσπρον, ποιῶσιν ὁμοῦ 4 ἄσπρα, ἐξ ὧν ἀφαιρουμένων τῶν 2 ἄσπρων, μένουσι 2 ἄσπρα, καὶ ἐφεξῆς.

Καίτοι αὐτὸς ὁ τρόπος εἶναι κυρίως ὀρθὸς, μ' ὅλον τοῦτο προτιμᾶται ὁ προλεχθεὶς ἔνεκα τούτου, ἐπειδὴ εἰς τριαύτας Μονάδας, αἵ τινες σύγκεινται ἐκ ἑξονάδων καὶ Δεκάδων, φέρ' εἰπεῖν τὰ Φούντια καὶ τὰ τούτοις ὅμοια, εἶναι ἀσυγκρίτως ὠφελιμώτερος, ὡς τὸ ἐπόμενον Ὑπόδειγμα δεικνύει. Οἶον.

ἐκ φουντίων 4 ,, 18 λοτίων

Ἐνταῦθα εἰάν θε- ἀφαιρεθῆτωσαν - 2 ,, 29 —

λήσωμεν ἢ ἀφαιρέσωμεν

κατὰ τὸν κοινὸν συνήθη τρόπον, πρέπει νὰ εἰπῶμεν 29 λότια ἐκ 18 λοτίων δὲν ἀφαιροῦνται, λοιπὸν δανειζόμεθα ἐπ' αὐτοῖς 1 ὤ, τὸ ὁποῖον ζαίνει 32 λότια, καὶ τὰ 18 λότια ποιῶσιν ὁμοῦ 50 λότια, ἐξ ὧν ἀφαιρουμένων 29 λοτίων, μένουσιν 21 λότια, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Ὅτι αὐτὸς ὁ τρόπος εἶναι δύσκολος διὰ τοὺς ἀρχαρίους, καὶ διεξοδικὸς δι' ἕκαστον ἐν γένει, παριστάνεται ἐκ τῆς ἰδίας ἐργασίας· διότι πρότερον πρέπει νὰ ἀθροισθῶσι τὰ 18 καὶ τὰ 32 εἰς ἕνα Ἀριθμὸν, καὶ ἔπειτα ἐκ τούτου τοῦ ὀλοκλήρου Ἀθροίσματος ἢ ἀφαιρέ-

46 ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

σωμεν τὰ 29. Τὸ νὰ γένη τοῦτο διὰ τοῦ νοῦς εἶναι φορτικόν (πολλῶ μᾶλλον εἰς διεξοδικωτέρας πτώσεις), καὶ τὸ νὰ κατασρωθῶσιν οἱ Ἀριθμοὶ εἰς χάρτην εἶναι πάλιν βαρετὸν καὶ ἐκτεταμένον· ἐξ ἐναντίας (ὡς εἰς §. 63.) λέγομεν εὐθὺς· 29 ἐκ 32 (δηλονότι τοῦ δανεισθέντος Φουντίου), μένουσι 3, καὶ τὰ 18 ποιῶσιν ὁμοῦ 21, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐκολώτερον καὶ ταχύτερον, ἐπειδὴ εἰσὶ πρὸ ὀφθαλμῶν ὅλοι οἱ δοθέντες Ἀριθμοὶ, καὶ δὲν προκύπτει ποτὲ μεγαλῆτερος Ἀριθμὸς ἐξ οὗ μέλλει νὰ γένη ἡ Ἀφαίρεσις, εἰμὴ τόσαι Μονάδες τοῦ μικροτέρου Εἶδους, ὅσαι περιέχονται εἰς τὴν δανεισθεῖσαν Μονάδα τοῦ μεγαλῆτερου Εἶδους.

§. 65.

Ἐποδείγματα πρὸς ἄσκησιν.

<u>α'.</u>			
Γρσ.	56	15 παράδ.	1 ἄσπρον.
—	33	—	2 —
Γρσ.	22	28 παράδ.	2 ἄσπρα.

<u>β'.</u>			
Βιέννης	Φιορίνια	108	24 κραιτζάρια
—	—	98	45 —
Φιορί.	9	38 κραιτζάρια	1 φένηγ.

<u>γ'.</u>			
Σαξωνίας	Τάλληρα	115	—
—	—	89	19 γροσίκια
Τάλληρα	25	4 γροσίκια	3 φένηγ.

Ἐρμηνεῖα. Εἰς το α'. λέγομεν. (ἐπειδὴ 2 ἐξ 1 δὲν

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 47

ἀφαιρούνται) 2 ἐκ 3, μένει 1, καὶ 1 (ἐξ οὗ οὐδὲν ἀφαιρέθη) ποιούσιν ὁμοῦ 2 ἄσπρα· ἔπειτα 6 ἐκ 14 (διότι ἐκ τῶν 15 παράδων ἐλήφθη 1 παράς), μένουσιν 8· ἤδη μένει ὕ ἀφαιρέσωμεν 2 δεκάδας παράδων, πλὴν ἐπειδὴ ἀνωτέρω δὲν ἔμεινον πλέον παράδες, πρέπει νὰ δανεισθῶμεν 1 Γρόσι, καὶ νὰ τὸ ἀναλύσωμεν εἰς δεκάδας παράδων (ἐπειδὴ δεκάδας παράδων μέλλει ὕ ἀφαιρέσωμεν), τὸ 1 Γρόσι σύγκειται ἐκ 4 δεκάδων, ὅθεν λέγομεν. 2 (δεκάδες) ἐκ 4, μένουσι 2 δεκάδες· τελευταίον, 3 Γροσία ἐκ 5 Γροσίων (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 6 ἐλήφθη ἤδη ἓν), μένουσι 2· καὶ 3 ἐκ τῶν 5, μένουσι 2.

Εἰς τὸ β'. λέγομεν ὁμοίως· 3 ἐκ 4 (ἐνὸς δανεισθέντος Κραϊτζαρίου) μένει 1· εἶτα, 5 ἐκ 13 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 4 ἐδανείσθημεν ἤδη ἓν), μένουσιν 8· ἔπειτα, 4 ἐκ τῶν 6 (ἐνὸς δανεισθέντος Φιορινίου ἤτοι 6 δεκάδων, ἐπειδὴ εἰς τὸν ἐπάνω Ἀριθμὸν ἔμεινε μόνον 1 δεκάς, ἐξ ἧς δὲν δύνανται ὕ ἀφαιρεθῶσι 4 δεκάδες), μένουσι 2 καὶ ἔτι 1 δεκάς ἢ ἀνωτέρω, ποιούσιν ὁμοῦ 3 δεκάδας κραϊτζαρίων, αἵ τινες τίθενται ἐν τῇ τάξει τῶν δεκάδων κραϊτζαρίων· μετέπειτα, 8 ἐκ 17 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 8 ἐλήφθη ἤδη 1 φιορίνι), μένουσιν 9· καὶ 9 ἐξ 9 (ὡς εἰς §. 59.), μένει μηδέν.

Εἰς τὸ γ'. δὲν ὑπάρχουσιν εἰς τὸν ἐπάνω Ἀριθμὸν οὔτε Γροσίκια, ἀλλ' οὔτε Φένιγ, διὰ ὅτι ὕ ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτῶν τὰ τοῦ κάτω ἀριθμοῦ Γροσίκια καὶ Φένιγ. λοιπὸν δανειζόμεθα ἐν Τάλληρον, τὸ θεωροῦμεν ὡς 24 Γροσίκια, καὶ 12 Φένιγ, καὶ ἀφαιρούμεν ἐξ αὐτῶν τὰ Γροσίκια καὶ Φένιγ.

### §. 66.

#### Καὶ ἕτερα Ζυγίου.

Τὸ Καντάρι τῆς τουρκίας πρὸς 44 Ὀκάδες· ἢ Ὀκά



48 ΠΕΡΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

πρὸς 4 Λίτρας, καὶ ἡ Λίτρα πρὸς 100 Δράμια. Τὸ Καν-  
τάρι τῆς αὐσρίας πρὸς 100 ℥, καὶ τὸ ℥ πρὸς 32 Λότια.

α'.

Καντάρια	50	,,	30	'Οκάδες	,,	2	Λίτραις	,,	51	Δράμια.
— —	35	,,	43	—	,,	3	—	,,	96	—
Υπόλ. Καντ.	11	,,	30	'Οκάδες	,,	2	Λίτραις	,,	55	Δράμια.

β'.

Καντάρια	93	,,	27	℥	,,	15	Λότια.
— —	75	,,	85	—	,,	28	—
Υπόλοιπον· Καντάρ.	17	,,	41	℥	,,	19	Λότια.

Εἰς τὸ α'. λέγομεν· 96 ἐκ τῶν 100 (μιας δανεισθείσης λίτρας), μένουσι 4, καὶ τᾶν 51 (τὰ ὅποια μένουσιν ὡσαύτως Ὑπόλοιπον) ποιῶσιν ὁμοῦ 55 δράμια· εἶτα, 3 ἐκ 4 λιτρῶν (μιας δανεισθείσης ὀκάδος), μένει 1, καὶ 1 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 2 λιτρῶν ἐλήφθη 1) ποιῶσιν ὁμοῦ 2 λίτρας· ἔπειτα, 43 ἐκ 44 ὀκάδων (ἐνὸς δανεισθέντος Κανταρίου), μένει 1, καὶ 29 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 30 ἐλήφθη 1) ποιῶσιν ὁμοῦ 30· μετέπειτα, 5 ἐξ 9 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 50 ἐλήφθη 1, δι' ἣν αἰτίαν τὸ 0 θεωρεῖται ὡς 9), μένουσι 4, καὶ 3 ἐκ 4 (ἐπειδὴ τὰ 5, ὡς τὸ ἐγγύς προηγούμενον ψηφίου, τιμᾶται ἤδη διὰ 4), μένει 1.

Εἰς τὸ β'. λέγομεν· 28 ἐκ 32 (ἐνὸς δανεισθέντος Φουντίου), μένουσι 4, καὶ 15 (τὰ ὅποια μένουσιν ὁμοίως Ὑπόλοιπον) ποιῶσιν ὁμοῦ 19 λότια· εἶτα, 85 ἐξ 100 ℥ (ἐνὸς δανεισθέντος Κανταρίου), μένουσι 15, καὶ 26 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 27 ἐλήφθη 1) ποιῶσιν ὁμοῦ 41 ℥· ἔπειτα, 5 ἐκ τῶν 12 (ἐπειδὴ ἐκ τῶν 3 ἐλήφθη 1), μένουσιν 7· τε-

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 49

λευταίου, 7 ἐκ τῶν 8, (ἐπειδὴ τὰ 9, ὡς τὸ πλησίον προηγούμενον ψηφίον ἐκλαμβάνεται δι' 1 ὀλιγώτερον), μένει 1, σύμπαν δὲ Ἰπόλοιπον 17 Καντάρ. 41 ἢ 19 Λόγια.

### §. 67.

Σχόλιον. Εἰς τὸν §. 48. εἶπομεν, ὅτι ἡ διὰ ζώσης φωνῆς παράδοσις δὲν πρέπει νὰ γίνηται εἰς ξένα Χρήματα, Ζύγια κτλ., ἀλλ' εἰς τὰ τοῦ τόπου, ὧν ἡ σύνθεσις εἶναι γνωστὴ εἰς τοὺς Διδασκομένους· ἐν τῇ διὰ γραμμάτων παραδόσει ὅμως ἐκρίθη εὐλογον, ἵνα τεθῶσι διάφορα Ἰποδείγματα πρὸς πληροφορίαν περισσοτέρων.

### §. 68.

Πρόβλημα. Ἄνθρωπός τις χρεωσθεὶς διὰ ληφθέντα δάνεια Γρόσ. 7105,, 18 παράδ., 1 ἄσπρον, διὰ τὰ ὅποια ἐπλήρωσε κατὰ καιροῦς Γρόσ. 3055, 30 παράδ., 2 ἄσπρα, Γρόσ. 1901,, 39 παράδ., καὶ Γρόσ. 520,, 8 παράδ. ἄρα πόσα μένει χρεώσης ἔτι;

## Λύσις καὶ Ἑρμηνεία.

Πρῶτον ἀθροίζομεν τὰ πληρωθέντα χρήματα ὁμοῦ, ἵνα ἴδωμεν πόσα ζαίνει ἡ Ποσότης αὐτῶν, εἶτα ἀφαιροῦμεν αὐτὴν ἐκ τῆς ὀλοκλήρου Ποσότητος τῶν δανείων, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ Ζητούμενον. Οἶον.

ἐπληρώθησαν	Γρόσ.	3055	,,	30	παράδ.	,,	2 ἄσπρα.
—		1901	,,	39	—	—	—
—		520	,,	8	—	—	—
ὁμοῦ		5477	,,	37	παράδ.	,,	2 ἄσπρα.

## 50 ΠΕΡΙ ΔΟΚΙΜΗΣ ΤΟΥΤΕ ΑΘΡΟΙΣΜΟΥ,

τὰ δάνεια Γρόσ. 7105,, 18 παράδ. 1 ἄσπρον  
τὰ πληρωθέντα — 5477,, 37 — 2 — ὡς ὀπισθεν  

---

ἔτι χρέος. Γρόσ. 1627,, 20 παράδ. 2 ἄσπρα.

### Κ Ε Φ. Γ'.

## Περὶ Δοκιμῆς τοῦτε Ἀθροισμοῦ, καὶ Ἀφαιρέσεως.

### §. 69.

**Ἡ** ἔρευνα, ἥτις γίνεται ἵνα ἴδωμεν, εἰ δὲν ἐσφάλαμεν εἰς τὸν Ἀθροισμὸν, καὶ εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν, λέγεται Δοκιμή. Αὕτη γίνεται ἐπάνω εἰς τὸν Ἀθροισμὸν διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως, καὶ ἐπάνω εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν διὰ τοῦ Ἀθροισμοῦ· ἐντεῦθεν οὖν δῆλον, ὅτι αἱ τοὶ οἱ δύο ἀριθμητικοὶ Τρόποι χρησιμεύουσιν ἀλλήλοις πρὸς Δοκιμήν.

## Περὶ Δοκιμῆς τοῦ Ἀθροισμοῦ.

### §. 70.

Περὶ τῆς ὀρθότητος τοῦ Ἀθροισμοῦ βεβαιούμεθα, εἰ ἂν ἐκ δευτέρου ἀθροίσωμεν ὅλους τοὺς Προσθετέους, πλὴν ἑνὸς, καὶ ἀφαιραίσωμεν αὐτὸ τὸ δεύτερον Ἀθροισμα ἐκ τοῦ πρώτου· εἰ μὲν οὖν ὁ Ἀθροισμὸς ἔγινεν ὀρθῶς, πρέπει νὰ εἶναι ἰσάριθμον τὸ ὑπόλοιπον μὲ τὸν καταληφθέντα Προσθετέον. Οἶον.

δεύτερος Ἀθρ. με τὴν ἀφεσ. τοῦ πρώτ.	Γρ. 53 "	10 παρ. "	2 ἄσπρα.	πρώτ. Ἀθρ. ὄλων τῶν Προσ.
Προσθετέου.	— 319 "	20 παρ. "	1 ἄσπρον.	
ἐκ τῆς ποσότητος . . . . .	— 22 "	9. παρ. "	1 ἄσπρον.	
ἀφαιρεθῆτω ἡ ποσότης . . . . .	— 131 "	39 παρ. "	—	
	Γρ. <del>506</del> "	39 παρ. "	1 ἄσπρον.	ὄλων τῶν Προσθετέων.
	— 513 "	28 — "	2 —	ὄλων τῶν Προσθ. πλὴν ἐνός.
Ἰσόλοιπον.	Γρ. 53 "	10 παρ. "	2 ἄσπρον.	ἰσαριθμον τοῦ ἀφεθ. Προσθ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
 ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ  
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ  
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΡΕΣΣΗΣ



## 82 ΠΕΡΙ ΔΟΚΙΜΗΣ ΤΟΥΤΕ ΑΘΡΟΙΣΜΟΥ,

Ἡ ἀνομοιότης ἀμφοτέρων τῶν Ποσοτήτων προέρχεται ἐκ τούτου, ἐπειδὴ ἡ πρώτη περιέχει περισσότερον ἕνα Προσθετόν, παρὰ ἡ δευτέρα· διὰ τοῦτο εἰμέν γίνῃ ὁ Ἀθροισμὸς ὀρθῶς, πρέπει νὰ εἶναι ἡ Διαφορὰ αὐτὸς ὁ Προσθετός.

Ἐντεῦθεν ἐπιτεταί, ὅτι εἶναι ταῦτόν ὅποιον ἀφήσωμεν ἐκ τῶν Προσθετῶν· διὰ τὴν εὐκολίαν εἶναι συνήθεια νὰ ἐκλέγηται ὁ πρώτος, ἐπειδὴ χωρίζεται εὐκολώτερον διὰ τῆς γραμμῆς.

### §. 71.

**Σχόλιον.** Εἰσὶ καὶ ἕτεραι τετεχνευμέναι συντομώτεραι Δοκιμαί, τὰς ὁποίας ὁμῶς παρατρέχομεν ἐν σιωπῇ, ἐπειδὴ ὑπόκεινται ἅπασαι εἰς λάθῃ, δι' ἣν αἰτίαν εἰσὶ καὶ περιτταί. Ἡ ὠφελιμώτερος καὶ συνήθης Δοκιμὴ τοῦ Ἀθροισμοῦ εἶναι, ἕνα ἀθροίζωμεν δὶς, ὃ ἐστὶν, ἅπαξ κάτωθεν, καὶ ἅπαξ ἄνωθεν, καὶ εἶμιν προκύψῃ τὸ αὐτὸ Κεφάλαιον, ὀρθῶς ἔγινεν ὁ Ἀθροισμὸς.

## Περὶ Δοκιμῆς τῆς Ἀφαιρέσεως.

### §. 72.

Ἐὰν, μετὰ τὴν πρῶξιν τῆς Ἀφαιρέσεως, ἀθροίσωμεν τὸ Ἰπόλοιπον καὶ τὸν Ἀφαιρετέον ὁμοῦ, καὶ προκύψῃ Κεφάλαιον ἴσον τοῦ Ἀφαιρουμένου, ὀρθῶς πέπρακται ἡ Ἀφαίρεσις, ἢ ἀφαιρέσωμεν τὸ Ἰπόλοιπον ἐκ τοῦ Ἀφαιρουμένου, καὶ προκύψῃ ὁ Ἀφαιρετέος. Οἶον·

ἐξ . . . ὀκδ. 135 ,, 218 δράμ.

ἀφαιρεθήτωσαν — 67 ,, 309 —

Ἰπόλοιπον . Ὀκδ. 67 ,, 309 Δρ'.

φέρουσιν αὐθὺς Ὀκδ. 135 ,, 218 Δρ'. τὸν Ἀφαιρούμενον.

ἐκ τοῦ Ἀφαιρουμένου .	135	„	218
ἀφαιρεθῆτω τὸ ὑπόλοιπον	67	„	309
<u>ὁ Ἀφαιρετός . . .</u>	<u>67</u>	<u>„</u>	<u>309</u>

Ἡ βᾶσις αὐτῆς τῆς Δοκιμῆς κίετα ἐν τῇ ἰδίᾳ Ἀφαιρέσει· διότι τὸ διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως εὑρεθὲν Ἰπόλοιπον, εἶναι εὐ, ὅσον κυρίως διαφέρει ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς ἀπὸ τὸν μικρότερον· δοθείσης δὲ ταύτης τῆς Διαφορᾶς τῷ μικροτέρῳ, γίνεται ὁμοίος μὲ τὸν μεγαλύτερον, ἢ ἀφαιρεθέντος τοῦ Ἰπολοίπου ἐκ τοῦ Ἀφαιρουμένου, γίνεται ὁ Ἀφαιρούμενος ὁμοίος μὲ τὸν Ἀφαιρετέον.



Κ Ε Φ. Δ'.

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ ἐν ἀκεραίοις Ἀριθμοῖς.

§. 73.

**Ε**να ἀριθμὸν πλεονάκις λαμβάνειν, λέγεται πολλαπλασιάζειν αὐτόν. Τίνι οὖν τρόπῳ μέλλει νὰ εὔρωμεν τὸ πολλαπλασιασθὲν, εἶναι τὸ ἀντικείμενον τῆς τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ Ἰσφηγήσεως, εἴτουν ὁ Πολλαπλασιασμός.

§. 74.

Ἐκαστος ἐννοεῖ καλῶς ἀφ' ἑαυτοῦ, ὅτι εἰς τὴν πράξιν τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ ἐπιζητοῦνται κυρίως δύο Ἀριθμοί· εἷς, ὅστις πρέπει νὰ ληφθῆ πλεονάκις, καὶ ἕτερος, ὅστις δεικνύει, ποσάκις ληφθήσεται ὁ πρῶτος. Φέρ' εἰπεῖν· δοθέντος τοῦ Ἀριθμοῦ 5 ἵνα ἀύξηθῆ τετράκις, ἢ, κατὰ τὴν κοινὴν συνήθειαν, 5 νὰ πολλαπλασιασθῶσι μὲ 4, λέγομεν· ὅτι τὰ 5