

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ τῶν τεσσάρων Εἰδῶν τῆς Ἀριθμητικῆς.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.

§. 29.

Ἐπὶ τὴν λέξιν λογαριάζειν ἐννοοῦμεν τὸν τρόπον τοῦ συλλογίζεσθαι, δηλονότι πῶς δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν πόσον μέγας, ἢ μικρὸς γενήσεται εἰς ὁσθεῖς, ἢ γνωστὸς Ἀριθμὸς, εἰς ἕτερον ὅποιονδήποτε Ἀριθμὸς προσεθῆ ἐπ' αὐτῷ, ἢ ἀφαιρεθῆ ἀπ' αὐτοῦ. Θετέον· ἔχομεν δύο Σωροὺς χρημάτων, καὶ μᾶς εἶναι γνωστὸν, ὅτι ὁ εἰς περιέχει 96, ὁ δ' ἕτερος 67 Γρόσια, τὰ ὅποια θέλομεν νὰ συνόψωμεν, διὰ νὰ πληροφορηθῶμεν πόσα σκύνουσιν ὁμοῦ αὐτοὶ οἱ δύο Σωροὶ χρημάτων. Πρὸς τὴν τούτου ἐκτέλεσιν, πρέπει ἢ νὰ μετρήσωμεν τὰ 67 ἀνὰ ἓν, λέγοντες· 68, 69 καὶ ἠξέξῃς, ἄχρις οὗ νὰ μετρηθῶσιν ἔλα τὰ 67 Γρόσια ἐπὶ τοῖς 96, ἢ πρέπει νὰ ἰξεύρωμεν ἄλλον τρόπον, ἢ ἐπιστήμην, διὰ νὰ φανερώσωμεν εὐθὺς τὸν Ἀριθμὸν, τὸν ὅποιον φέρουσιν, ὅψ' οὗ ἐνωθῶσιν εἰ ῥηθέντες δύο Ἀριθμοὶ ὁμοῦ. Ὁ μὲν πρῶτος τρόπος ἤθελεν ὀνομασθῆ μετράν, ὁ δὲ δεύτερος λογαριάζειν· ὅθεν λέγομεν, ὅτι τὸ λογαριάζειν, εἰ οὗ δύναται νὰ ἐνεργηθῆ ὁ τελευταῖος τρόπος, λέγεται Ἀριθμητικῆ, ἥτοι τέχνη τοῦ λογαριάζειν.

§. 30.

Τὸ λογαριάζειν, ἥτοι ἡ Ἀριθμητικὴ ἐπιστήμη, εἶναι κατὰ τὰ πάντα τρόπον ἀναγκαιοτάτη, ἐπειδὴ τὰ Πράγματα (τὰ Εἶδη), ἥτοι αἱ Μονάδες, μὲ τοὺς Ἀριθμοὺς τῶν ὁποίων μετρηθῶσι οἱ ἄνθρωποι τὰς ἐπιχειρήσεις των, δὲν δύναται νὰ μετρηθῶσιν ἄλλ' ἢ ἓν, ὅταν μάλιστα δὲν ὑπάρχουσι παρόντα. Παραδ'. γ. Πραγματευτῆς τις ἠγόρασεν, ἢ ἐπώλησε πραγματείας ἐν διαφόροις καιροῖς, διὰ Γρόσια 586, Γρόσια 452, 5 παράδες, καὶ Γρόσια 831, 19 παράδες, καὶ θέλει νὰ ἠξυρῆ πόσα ζαίνουσι ὁμοῦ, τοῦτ' ἔστι, νὰ φανερωθῇ ἡ ὁλόκληρος Ποσότης των μὲ ἓνα μόνον Ἀριθμόν. Τοῦτο δὲν δύναται δι' οὐδενὸς ἑτέρου τρόπου νὰ σαφηνισθῇ, εἰμὴ διὰ τῆς Ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης· διότι τὰ Χρήματα οὐκ εἰσὶ πορόντα ἓνα μετρηθῶσιν.

Ταῦτόν ἐννοητέον, ὅταν ἀφ' ἑνὸς ἀφαιρεθῇ τι, καὶ πρέπει νὰ διορισθῇ τὸ ὑπόλοιπον. Παραδ'. γ. Εἰς χρεωσὶ Γρόσια 870, 23 παράδες· δι' αὐτὸ τὸ χρέος τοῦ ἐπλήρωσε Γρόσια 635, 10 παράδες· ἄρα πόσα μένει ἔτι χρεώσης; Καὶ ἐνταῦθα μὴ ὄντα τὰ Χρήματα παρόντα ἓνα μετρηθῶσι, δὲν δυνάμεθα ἄλλως νὰ φανερώσωμεν τὸ ὑπόλοιπον τοῦ χρέους, εἰμὴ διὰ τῆς Ἀριθμητικῆς τέχνης.

Ὅθεν διὰ νὰ δυνάμεθα νὰ λογαριάζωμεν, πρέπει νὰ ἠξυρῶμεν· α'. νὰ συνάπτωμεν περισσοτέρους Ἀριθμοὺς ὁμοῦ, καὶ νὰ φανερώνωμεν τὴν Ποσότητα αὐτῶν μὲ μόνον ἓνα Ἀριθμόν· β'. νὰ δυνάμεθα νὰ ἀφαιρῶμεν ἓνα Ἀριθμόν ἀφ' ἑνὸς ἑτέρου, καὶ νὰ φανερώνωμεν τὸ ὑπόλοιπον. Τὸ πρῶτον λέγεται Ἀθροισμὸς, καὶ τὸ δεύτερον Ὑφειλμὸς, (ἢ Πρόσθεσις, καὶ Ἀφαίρεσις.)

§. 31.

Οἱ Ἀριθμοί, τοὺς ὁποίους συνάπτωμεν ὁμοῦ, ἢ ἀφαιροῦ-

20 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΑΖΕΙΝ ΕΝ ΓΕΝΕΙ.

μεν ἀφ' ἐτέρων, δύνανται εἶναι ὅμοιοι, ἢ ἀνόμοιοι κατὰ τὸ μέγεθος. Εἰς τὸ Ἄθροισμα γίνεται Ἀΰξησις ἐνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ Ἀριθμοῦ· εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν ὤμως γίνεται Διαίρεσις εἰς ὅμοια μέρη· διότι ἓνας Ἀριθμὸς, ἐξ οὗ ἀφαιροῦνται ἰσομεγέθη μέρη, ἐλαττοῦται εἰς ὅσα ὅμοια μέρη διαιρέθη. Ἐντεῦθεν πηγάζουσι λοιπὸν ἔτι δύο Εἶδη τῆς Ἀριθμητικῆς· α'. ὁ Πολλαπλασιασμός· β'. ἡ Διαίρεσις, ὃ ἐστὶ τὸ, διαιρεῖν ἓνα ὅποιονδήποτε Ἀριθμὸν εἰς ὅποσαδήποτε ὅμοια μέρη, καὶ διορίζειν, πόσον ἐστὶ τὸ ποσὸν ἐκάστου μέρους.

§. 32.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω λοιπὸν δηλοῦται, ὅτι ὑπάρχουσι τέσσαρα Εἶδη τῆς Ἀριθμητικῆς· α'. ὁ Ἄθροισμός· β'. ἡ Ἀφαίρεσις· γ'. ὁ Πολλαπλασιασμός· καὶ δ'. ἡ Διαίρεσις· τὰ ὅποια διὰ τοῦτο ὀνομάζονται τὰ τέσσαρα Εἶδη τῆς Ἀριθμητικῆς, ἐπειδὴ διὰ τῆς ἐργασίας ἐνὸς, ἢ περισσοτέρων αὐτῶν τῶν τεσσάρων Εἰδῶν ἐπιλύονται πάντα τὰ Προβλήματα· αὐτὰ λοιπὸν εἰσὶ τὰ οὐσιώδη μέρη, ἐξ ὧν συνετέθη ἡ Ἀριθμητικὴ.

~~~~~

## Κ Ε Φ. Α΄.

Περὶ Ἄθροισμοῦ ἐν ἀνωνώμοις ἀκεραίοις Ἀριθμοῖς.

### §. 33.

Ὅταν μετρώμεν περισσοτέρους Ἀριθμούς, διὰ νὰ φανερώσωμεν τὴν ποσότητα αὐτῶν μόνον μὲ ἓνα Ἀριθμὸν, αὐτὸ λέγεται ἀθροίζειν. Παραδ. χ. ἀθροίζομεν τοὺς μοναδικούς Ἀ-

ριθμούς 2, 5, 7, 9, λέγοντες • 2 και 5 φέρουσιν 7, και 7 ποιούσι 14, και 9 ζαίνουσιν ὁμοῦ 23 • λοιπὸν ὁ Ἄριθμὸς 23 εἶναι ἡ Ποσότης ὄλων τῶν ῥηθέντων Ἄριθμῶν ὁμοῦ. Τίνε δὲ τρότῳ πρέπει νὰ ἐνεργήσωμεν αὐτὸ τὸ Ἄθροισμα μὲ ὄλους τοὺς Ἄριθμούς, συνισαμένους ἀφ' ὧσων δῆποτε ψηφίων, αὐτὴ ἐστὶν ἡ ὑπόθεσις τοῦ Ἄθροισμοῦ.

Ὁ Ἄθροισμὸς λοιπὸν εἶναι μία ὁδηγία ἀριθμητικὴ, ἣτις μᾶς διδάσκει τὸν τρόπον, πῶς νὰ ἐκφωνῶμεν τὴν ὁλόκληρον Ποσότητα περισσοτέρων Ἄριθμῶν (οἵτινες ὀνομάζονται Ἄθροισμοῦ Προσθετέοι) μόνου μὲ ἓνα Ἄριθμὸν, ὅστις Κεφάλαιον λεχθήσεται ἐξῆς.

§. 34.

Ἐντεῦθεν δῆλον ἐστὶν, ὅτι μόνου Ἄριθμοὶ ὁμοειδῶν μονάδων δύνανται νὰ ἀθροισθῶσιν ὁμοῦ, ὃ ἐστὶν, οἱ Ἄριθμοὶ, οἵτινες μέλλει νὰ ἀθροισθῶσιν εἰς ἓνα και μόνου Ἄριθμὸν, πρέπει νὰ εἶναι ἐνὸς και τοῦ αὐτοῦ Πράγματος, και τῆς αὐτῆς Ὀνομασίας. Οὕτω παραδ. χ. 5 και 4 δὲν δύνανται ὑπὸ τοῦ ἰσοκλήρου Ἄριθμοῦ 9 νὰ ἐκφωνηθῶσιν, εἰάν τὰ 5 εἰσὶ 5 Πῆχαι, τὰ δὲ 4 εἰσὶ 4 Ὀκάδες • διότι 5 Πῆχαι και 4 Ὀκάδες, δὲν δίδουσιν οὔτε 9 Πῆχας, ἀλλ' οὔτε 9 Ὀκάδας. Ἐκ ταύτης τῆς ἰδίας αἰτίας δὲν δύνανται νὰ ἀθροισθῶσιν ὁμοῦ μήτε αὐτοὶ οἱ ἐνὸς και τοῦ αὐτοῦ Πράγματος Ἄριθμοὶ, εἰάν εἰς ἐξ αὐτῶν συνίσταται ἐξ ἀπλῶν μονάδων, οἱ ἕτεροι ὁμοῦ ἐκ δεκάδων ἢ ἑκατουτάδων κ. τ. λ. Φέρ' εἰπεῖν • 5 μονάδες και 3 δεκάδες δὲν δύνανται νὰ ἀθροισθῶσιν ὁμοῦ και νὰ ἐκφωνηθῶσι διὰ τοῦ Ἄριθμοῦ 8, ἐπειδὴ 5 μονάδες, και 3 δεκάδες δὲν δίδουσιν οὔτε 8 μονάδας, ἀλλ' οὔτε 8 δεκάδας • ἄρα τὰ 8 δὲν εἶναι ὁ Ἄριθμὸς, ὅστις φέρει τόσα, ὅσα φέρουσιν οἱ Προσθετέοι ἀθροισόμενοι ὁμοῦ.

Διὰ τοῦτο λοιπὸν δυνάμεθα ἀθροίζειν μόνου Παράδες

μέ Παράδες, Γρόσια μέ Γρόσια, 'Οκάδες μέ 'Οκάδες, Πήχαις μέ Πήχαις (εάν ὡσιν ἐνός καί τοῦ αὐτοῦ μήκους), καί ἐνὶ λόγῳ, μόνου Μονάδας μέ Μονάδας, Δεκάδας μέ Δεκάδας, 'Εκατοντάδας μέ 'Εκατοντάδας, κ. τ. λ., ὡς προσέδη.

### §. 35.

"Οθεν, εἰάν οἱ πρὸς 'Αθροισμὸν δοθέντες 'Αριθμοὶ συνίστανται ἐκ περισσοτέρων ψηφίων, τότε ἀθροίζονται ἔλαι αἱ Μονάδες, ἔλαι αἱ Δεκάδες, ἔλαι αἱ 'Εκατοντάδες καί ἐφεξῆς· ὡν τὸ 'Αθροισμα δίδει τὴν ὀλόκληρον Ποσότητα, ἥτοι τὸ Μεγάλαιον αὐτῶν. Παραδ'. χ. μὲς ἐδόθησαν νὰ ἀθροίσωμεν 111, 123, 321· λοιπὸν ἀθροίζομεν πρῶτον τὰς Μονάδας, οἷτινες φέρουσι 5· ἔπειτα τὰς Δεκάδας, αἱ ὅποια ποιῶσιν ὁμοίως 5· καὶ τελευταίου ἔλας τὰς 'Εκατοντάδας, αἷτινες φαίνουσιν ὡσαύτως 5· ὅθεν αὐτοὶ οἱ τοῦ 'Αθροισμοῦ Προσθετοὶ συμποσοῦνται, 5 'Εκατοντάδες, 5 Δεκάδες, καὶ 5 Μονάδες, ἥτοι διὰ χαρακτήρων 555· τὸ ὅποιον, ἀνευ περαιτέρω ἐξηγήσεως, εἶναι φανερόν.

### §. 36.

Διὰ νὰ ἐκτελεῖται ὁμοίως ὁ τοιοῦτος 'Αθροισμὸς εὐκόλως καὶ ἐν τάξει, καὶ διὰ νὰ μὴ τύχη ἐκ λάθους καὶ ἀθροίσωμεν ὁμοῦ ἑτεροειδέεις Μονάδας, ἔσω βάσις ὁ ἐπόμενος Κανὼν, ὅστις πηγάζει ἐκ τῶν προλεχθέντων.

## Γενικὸς Κανὼν τοῦ 'Αθροισμοῦ.

Γραφθήτωσαν οἱ πρὸς "Αθροισμὸν δοθέντες 'Αριθμοὶ ἐκ τῶν ἄνω πρὸς νὰ κάτω ὑπ' ἀλλήλους, ὡς αἱ Μονάδες νὰ ἴστανται ὑπὸ Μονάδας· αἱ Δεκάδες ὑπὸ Δεκάδας· αἱ 'Εκατοντάδες ὑπὸ 'Εκατοντάδας· ἐν γένει οἱ ὁμώνυμοι



ὑπὸ τοὺς ὁμωνύμους Ἀριθμούς· ὑποκάτω δὲ πάντων, ἄς ὑποσρωθῇ μία εὐθεία γραμμὴ· ἔπειτα ἀρχίζομεν τὴν ἀθροισιν ἐκ τῶν Μονάδων, ὧν τὸ Ἀθροισμα θέττομεν ὑπὸ τὴν γραμμὴν, κατ' εὐθείαν ὑπὸ τὰς Μονάδας· μετέπειτα ἀθροίζομεν τὰς Δεκάδας, καὶ βάλλομεν τὴν Ποσότητά αὐτῶν ὑπὸ τὴν γραμμὴν, τοῦτ' ἔστιν, ὑπὸ τὰς Δεκάδας· μετὰ ταῦτα τὰς Ἑκατοντάδας καὶ ἑξήκως. Τέλος πάντων ὁ δὲ αὐτοῦ τοῦ τρόπου ὑπὸ τὴν γραμμὴν προκύψας Ἀριθμὸς, εἶναι ἡ ζητηθεῖσα Ποσότης, ὃ ἐστὶ, τὸ Κεφάλαιον πάντων τῶν πρὸς Ἀνθροισμὸν ἐοθεντῶν Ἀριθμῶν.

**Πρόβλημα.** Ἐάν ἀθροισθῶσιν ὁμοῦ οἱ Ἀριθμοὶ 523, 232, 311, καὶ 413, ἄρα πόσον ἔσται τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν;

|        |           |                                                                                                                                                                       |
|--------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Λύσις. | 523       | Ἑρμηνεία. Ἐπειδὴ ἐτέθησαν οἱ Προσθετοὶ ὑπ' ἀλλήλους τακτικῶς, καὶ ὑπεσρώθη ἡ εὐθεία γραμμὴ κατὰ τὸν Κανόνα, ἀρχίζομεν τὸν Ἀθροισμὸν ἐκ τῶν Μονάδων, λέγοντες· 3 καὶ 1 |
|        | 232       |                                                                                                                                                                       |
|        | 311       |                                                                                                                                                                       |
|        | 413       |                                                                                                                                                                       |
|        | Κεφ. 1479 |                                                                                                                                                                       |

ποιοῦσι 4, καὶ 2 ποιοῦσιν 6, καὶ 3 ποιοῦσιν ὁμοῦ 9· τὰ ὅποια, ὡς ὀλόκληρος Ποσότης ἔλων τῶν Μονάδων, τίθενται κατ' εὐθείαν ὑπ' αὐτὰς κάτω τῆς γραμμῆς, ὡς ἀνωτέρω· τὰυτόν πράττομεν καὶ μὲ τὰς Δεκάδας, λέγοντες· 1 καὶ 1 ποιοῦσι 2, καὶ 3 ποιοῦσι 5, καὶ 2 ποιοῦσιν ὁμοῦ 7, ἅτινα τίθενται ὑπὸ τὰς Δεκάδας, ἐπειδὴ καὶ εἶναι ἡ ὀλόκληρος Ποσότης αὐτῶν· ὡσαύτως ἀθροίζομεν καὶ τὰς Ἑκατοντάδας, λέγοντες· 4 καὶ 3 ποιοῦσιν 7, καὶ 2 ποιοῦσιν 9, καὶ 5 ποιοῦσι 14, τὰ ὅποια τίθενται ὡσαύτως ὑπὸ τὴν γραμμὴν, καὶ δίδουσι τὸ ζητηθὲν Κεφάλαιον 1479.

## §. 37.

Σημείωσις. Ὅτι εἶναι ταῦτόν καὶ ἀθροίσωμεν κάτωθεν, ἢ ἄνωθεν, τοῦτο ἕκαστος τὸ ἐννοεῖ· μὲν ὅλον τοῦτο, εἰμὲν, διὰ περισσοτέραν ἀσφάλειαν, θελήσωμεν νὰ ἀθροίσωμεν εἰς, τότε ἀθροίζομεν πρότερον κάτωθεν, καὶ ἔπειτα ἄνωθεν.

## §. 38.

Ὅταν τύχη, ὡς πολλάκις συμβαίνει, καὶ ὑπερβῇ τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων, τῶν δεκάδων, καὶ ἐφεξῆς, τὸν ἀριθμὸν 9, καὶ περιέχει ἐν ἑαυτῷ μίαν, ἢ καὶ περισσοτέρας δεκάδας, τότε τίθεται ὑπὸ τὴν γραμμὴν ὁ κάτω τῶν δεκά ἀριθμὸς μόνου, αἱ δὲ δεκάδες ἀθροίζονται μὲ τὰς ἀριστερῶς πλησίον ἐπομένους μονάδας, δι' ἣν αἰτίαν ἀρχεται ὁ ἀθροισμὸς ἐκ τῶν μικροτάτων εἰδῶν· ὡς τὸ ἐπόμενον ὑπόδειγμα δεικνύει. Παραδ'. χ. μᾶς ἐδόθησαν νὰ ἀθροίσωμεν τοὺς ἐπομένους ἀριθμούς.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|----------------------------|-----------|
| Ἐρμηνεία. Τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων γίνεαι 16· δηλονότι, 4 καὶ 6 ποιῶσι 10, καὶ 5 ποιῶσι 15, καὶ 1 ποιῶσιν ὁμοῦ 16· αὐτὰ δίδουσιν 1 δεκάδα, καὶ 6 μονάδας· λοιπὸν θέττομεν τὰ 6 ὑπὸ τὰς μονάδας, τὸ δὲ 1 ἀθροίζομεν εἰς τὰς ἐπομένους δεκάδας, λέγοντες· 1 (ὃ κατέλειπον αἱ μονάδες) καὶ 6 ποιῶσιν 7, καὶ 7 ποιῶσι 14, καὶ 8 ποιῶσιν 22, καὶ 9 ποιῶσιν ὁμοῦ 31, ὃ ἐστὶ 3 δεκάδας, καὶ 1 μονάδα· διὰ τοῦτο θέττομεν 1 ὑπὸ τὰς δεκάδας τὰ δὲ 3 ἀθροίζομεν εἰς τὰς ἐπομένους μονάδας, λέγοντες· 3 (ἃ κατέλειπον αἱ δεκάδες) καὶ 5 ποιῶσιν 8, καὶ 2 ποιῶσι 10, καὶ 4 ποιῶσι 14, καὶ 3 ποιῶσιν ὁμοῦ 17· αὐτὰ τίθενται ὀλόκληρα, ἐπειδὴ δὲν ἔμεινον ἕτερα ψηφία διὰ νὰ ἀθροισθῶσιν. | <table style="margin-left: auto; margin-right: 0;"> <tr><td style="text-align: right;">391</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">485</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">276</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">564</td></tr> <tr><td style="text-align: right;"><hr style="width: 100%;"/></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">Κεφ. 1716</td></tr> </table> | 391 | 485 | 276 | 564 | <hr style="width: 100%;"/> | Κεφ. 1716 |
| 391                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
| 485                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
| 276                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
| 564                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
| <hr style="width: 100%;"/>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |
| Κεφ. 1716                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |     |     |     |                            |           |

Ἡ αἰτία, δι' ἣν ἀθροίζομεν τὸ περίσσευμα τῶν μονάδων εἰς τὰς δεκάδας, ἐκεῖνο τῶν δεκάδων εἰς τὰς ἑκκτοντάδας, καὶ ἐφεξῆς, πηγύζει ἐκ τῶν, ὧν εἶπομεν εἰς τὸν §. 16. δηλαδή, ὅτι ἐκάστη μονὰς μιᾶς ἀρισερῶς ἐπομένης τάξεως, συνίσταται ἀπὸ 10 μονάδων τῆς δεξιῶς παρελθούσης τάξεως· ὅθεν 10 μονάδες τῶν μονάδων, γαίνουσι μίαν μονάδα τῶν δεκάδων, 10 μονάδες τῶν δεκάδων, γαίνουσι μίαν μονάδα τῶν ἑκκτοντάδων, καὶ ἐφεξῆς· διὰ τοῦτο ἐκάστη ἀρισερῶς ἐπομένη τάξις θεωρεῖται πάντοτε, ὡς πρὸς τὴν δεξιῶς παρελθούσαν, ὡς δεκάς πρὸς μονάδα.

§. 39.

Ἐὰν τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων, δεκάδων καὶ ἐφεξῆς, περιέχη ἀπλῶς δεκάδας, μονάδας δ' οὐχί, φέρ' εἰπεῖν· 10, 30, 40 κ. τ. λ., τότε θέττομεν μόνον τὸ 0 ὑπὸ τὴν γραμμὴν, τὰς δὲ δεκάδας ἀθροίζομεν, ὡς πρότερον, εἰς τὰς ἐπομένας τάξεις, ὡς.

|                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|
| Εἰς τὸ ἀπέναντι ὑπόδειγμα συνάγεται                             | 754       |
| τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων 10, διὰ τοῦτο                           | 842       |
| θέττομεν ὑπὸ τὰς μονάδας 0, καὶ βαζῶμεν                         | 791       |
| 1 διὰ τὰς ἐπομένας δεκάδας· αὐταί, ὁμοῦ                         | 613       |
| μὲ· τὸ 1, ποιούσιν 20, δι' ἣν αἰτίαν θέτ-                       | Κεφ. 3000 |
| τομεν ὑπὸ τὰς δεκάδας αὐταῖς 0, καὶ βαζῶμεν 2· τελευταίου       |           |
| ἢ ἐσχάτη τάξις, ὁμοῦ μὲ τὰ 2, ποιούσι 30· αὐτὰ θέττον-          |           |
| ται ὀλόκληρα ὑπὸ τὴν γραμμὴν, ἐπειδὴ δὲν ἔμεινον ἄλλοι          |           |
| ἀριθμοὶ διὰ νὰ ἀθροισθῶσι. Τὰ μηδενικὰ πρέπει ἀφεύκτως νὰ       |           |
| τεθῶσι, καί τοι μηδὲν ἄλλο δηλοῦσιν, εἰμὴ, ὅτι εἰς τὸ κεφάλαιον |           |
| δὲν ὑπάρχουσι μήτε μονάδες, οὔτε δεκάδες, ἀλλ' οὔτε             |           |
| ἑκκτοντάδες· ἄνευ γὰρ τούτων τῶν μηδενικῶν, τὸ ψηφίου 3,        |           |
| τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ φανερώσῃ χιλιάδας, δὲν ἤθελε λάβῃ τὴν       |           |
| εἰς τὴν τιμὴν τοῦ ἀνάχουσαν τετάρτην τάξιν.                     |           |



## §. 40.

Ὅθεν, ἐὰν αἱ τῶν πρὸς Ἀθροισιν δοθέντων ἀριθμῶν Μονάδες, Δεκάδες καὶ ἐφεξῆς, συνίστανται ἅπασαι ἀπλῶς ἐκ μηδενικῶν, τότε φανερώμεν καὶ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν διὰ τοῦ 0. Θετέον·

|      |     |
|------|-----|
| 340, | 900 |
| 560  | 800 |
| 210  | 700 |

Κεφ. 1110 κεφ. 2400

Διότι τὸ 0 δηλοῖ εἰς ἐκάστην ποσότητα τὴν ἔλλειψιν τῶν Μονάδων, τῶν Δεκάδων κ. τ. λ. ἄρα καὶ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν τῶν ποσοτήτων δὲν δύναται νὰ περιέχῃ ὀλοτελῶς μονάδας, δεκάδας κ. τ. λ. μ' ὅλον τοῦτο, ὡς ἐλέχθη, πρέπει αὕτη ἢ ἔλλειψις νὰ φανερωθῇ καὶ εἰς τὸ Κεφάλαιον διὰ τοῦ 0, ὅπως τὰ ἐπόμενα σημαντικὰ ψηφία λάβωσι τὴν οἰκείαν τάξιν. Ὅμοίως πράττομεν, ὅταν μετὰ τῶν ἀθροισομένων ψηφίων εὐρίσκονται καὶ 0· ὃ ἐστίν, ἀθροίζομεν μόνον τὰ ψηφία, χωρὶς νὰ δώσωμεν οὐδεμίαν προσοχὴν εἰς τὰ μηδενικά. Οἷον·

|       |                                       |
|-------|---------------------------------------|
| 20305 | λέγοντες· (ἀρχίζοντες ἐκ τῶν μονά-    |
| 6109  | δων) 4 καὶ 9 ποιοῦσι 13, καὶ 5 ποι-   |
| 32010 | οῦσιν ὁμοῦ 18, θέττομεν 8, καὶ βα-    |
| 8534  | σῶμεν 1· ἔπειτα, 1 καὶ 5 ποιοῦσιν 6,  |
| 40950 | καὶ 3 ποιοῦσιν 9, καὶ 1 ποιοῦσιν ὁμοῦ |
| 300   | καὶ 3 ποιοῦσιν 9, καὶ 1 ποιοῦσιν ὁμοῦ |

Κεφ. 108208 10, θέττομεν 0, καὶ βασῶμεν 1· μετέπειτα, 1 καὶ 3 ποιοῦσι 4, καὶ 9 ποιοῦσι 13, καὶ 5 ποιοῦσι 18, καὶ 1 ποιοῦσι 19, καὶ 3 ποιοῦσιν ὁμοῦ 22, θέττομεν 2, καὶ βασῶμεν 2· μετὰ ταῦτα, 2 καὶ 8 ποιοῦσι 10, καὶ 2 ποιοῦσι 12, καὶ 6 ποιοῦσιν ὁμοῦ 18, θέττομεν 8, καὶ βασῶμεν 1· τελευταῖον, 1 καὶ 4 ποιοῦσι 5, καὶ 3 ποιοῦσιν 8, καὶ 2 ποιοῦσιν ὁμοῦ 10, τὰ ὅποια τίθενται ὀλόκληρα ὑπὸ τὴν γραμμὴν.

§. 41.

Εἰμὲν ἐπιπροφορήθημεν καλῶς τὰ μέχρι τοῦδε, δὲν δύναται τὰ μᾶς συγχίση ἢ περίσσειαι, εἰάν τὸ ὀλόκληρον Ἄθροισμα μᾶς ὁποιασδήποτε τάξεως, ὡς τῶν μονάδων, τῶν δεκάδων κτλ., φθάσῃ, ἢ ὑπερβῇ τὰ Ἑκατόν· διότι μόνον αἱ τοῦ ὀλοκλήρου Ἄθροίσματος Μονάδες τίθενται ὑπὸ τὴν γραμμὴν, τὸ δὲ περίσσευμα, δηλονότι· ὅσαι Δεκάδες προκύψωσι ἐκ τοῦ ὀλοκλήρου Ἄθροίσματος τῶν μονάδων, ἀθροίζονται εἰς τὴν ὑψηλοτέραν τάξιν, τοῦτ' ἔστιν, εἰς τὰς Δεκάδας, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Παράδ. χ. εἰάν ἀθροίσωμεν τὰς Μονάδας, δεκάδας κτλ. περισσοτέρων ἀριθμῶν, καὶ προκύψῃ τὸ ὀλόκληρον Ἄθροισμα αὐτῶν 105, ἢ 118, ἢ 324 κτλ., θέτομεν 5, καὶ βαζῶμεν 10· ἢ 8, καὶ βαζῶμεν 11· ἢ 4, καὶ βαζῶμεν, 32, καὶ ἐφεξῆς, ὃ ἐσί· 5 Μονάδες τίθενται ὑπὸ τὴν γραμμὴν, καὶ 10 Δεκάδες ἀθροίζονται εἰς τὰς Δεκάδας (ἐνταῦθα ὑποθέτομεν τὰ 105 Ἄθροισμα Μονάδων), ἢ 8 Μονάδες ὑπὸ τὴν γραμμὴν, καὶ 11 Ἑκατοντάδες (ὑποθέτοντες τὰ 118 Ἄθροισμα Δεκάδων) εἰς τὰς Ἑκατοντάδας, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Τὸ ἐπόμενον Ἰπόδειγμα ἄς χρησιμεύσῃ τόσον περὶ ὧν ἐλέχθη, ὅσον καὶ περὶ τῆς κατασρώσεως τῶν Ἀριθμῶν κατὰ τὸν Κανόνα, ἵνα τίθενται πάντοτε αἱ ὁμοειδῆς Μονάδες κατ' εὐθείαν ὑπ' ἀλλήλας, ὡς·

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 198        | Ἐνταῦθα προκύπτει τὸ ὀλόκληρον Ἄθροισμα τῶν Μονάδων 102 • λοιπὸν θέττομεν 2, καὶ βασιῶμεν 10 • τὸ Ἄθροισμα τῶν Δεκάδων, ὁμοῦ μὲ τὰ βασιχαθέντα 10, ποιεῖ 111 • ὅθεν θέττομεν 1, καὶ βασιῶμεν 11, τὰ ὅποια ἀθροίζομεν εἰς τὴν ἐπομένην τάξιν, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. |
| 76         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 267        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 84         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 99         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 576        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 6379       |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 96         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 798        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2179       |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 988        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 6          |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 899        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 67         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Κεφ. 12712 |                                                                                                                                                                                                                                                                |

§. 42.

**Σημείωσις.** Οἱ τοιοῦτοι Ἄθροισμοί, καὶ ἔτι διεξοδικώτεροι, ἐκτελοῦνται ἀσφαλέςτερον, εἰάν διαιρέσωμεν τοὺς Προσθετέους ἀνὰ πέντε, ἢ ἀνὰ ἑσούς θέλει ἕκαστος, διὰ σιγμῶν, ἢ εὐθείων γραμμῶν, καὶ ἀθροίσωμεν αὐτὰς τὰς διαίσεις κατὰ μέρος • εἶτα ἀθροίσωμεν τὰ κατὰ μέρος τῶν διαίσεων Κεφάλαια, τὰ ὅποια δίδουσιν ἔπειτα τὸ ὀλόκληρον Κεφάλαιον ὅλων τῶν Προσθετέων.



Περὶ ὀνοματικῶν καὶ μικτῶν Ἀριθμῶν.

§. 43.

Μέχρι τοῦδε δὲν ἐδόθη καμμία ὀνομασία εἰς τοὺς Ἀριθμοὺς, ἢ γουν, δὲν ἐλέχθη, εἰάν ἦσαν Γρόσια, ἢ Πῆχαι, ἢ ὅ,τι ἕτερον Πράγμα, ἐπειδὴ ὁ τρόπος τοῦ ἀθροίζεω μένει πάντοτε ὁ αὐτός. Ὅθεν, ἄχρις οὗ δὲν διορισθεῖ ῥητῶς εἰς τοὺς Ἀριθ-

μούς τὸ, τὶ παρισάνουσι, λέγονται ἀνωήμοι Ἀριθμοί· εἰάν ὅμως προσεθῆ τὸ ἀντικείμενον αὐτῶν ῥητῶς, φέρ' εἰπεῖν Γρόσια 53· Ὀκάδες 68 κτλ., τότε καλοῦνται ὀνοματικοὶ Ἀριθμοί.

§. 44.

Ἐν τούτῳ λοιπὸν ἀπασαὶ σχεδὸν αἱ ὀνοματικαὶ Μονάδες, κατ' ἐξοχὴν ἐκείναι τῶν Χρημάτων, τῶν Μέτρων, τοῦ Καιροῦ, τοῦ Ζυγίου, κτλ., εἰσὶν ἐκ κατωτέρων διαίρέσεων τοιοῦτοτρόπως συνθεμέναι (μ' ὅλον ὅπου διαφέρουσι σχεδὸν εἰς ἐκάστην Ἐπαρχίαν), ὥς εἷνας διορισμένους Ἀριθμὸς τῶν μικροτέρων εἰδῶν συνιστᾷ μίαν μονάδα τοῦ Μεγαλητέρου Εἶδους. Οὕτω συνίσταται 1 Γρόσι ἐκ 40 Παράδων· 1 Παράς ἐκ 3 Ἄσπρων· 1 Χρόνος ἐκ 12 Μηνῶν· 1 Μῆν ἐκ 30 Ἡμερῶν· 1 Ἡμέρα ἀπὸ 24 Ὠρῶν· 1 Ὠρα ἀπὸ 60 Λεπτῶν· 1 Καντάρι ἀπὸ 44 Ὀκάδων· 1 Ὀκά ἐκ 4 Λιτρῶν· 1 Λίτρα ἀπὸ 100 Δραμίων, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Ὄταν λοιπὸν, ὁμοῦ μὲ τὰ τοιαῦτα μεγαλήτερα εἶδη, δοθῆ δι' ἀριθμοῦ καὶ ἓν μέρος τοῦ μικροτέρου αὐτῶν εἶδους, φέρ' εἰπεῖν, Γρόσια 8 ,, 13 παράδες· (τὸ τοῦ δεσμοῦ σημεῖον (,,) δηλοῖ τὸ, καί), ἥτοι Γρόσια 9 ,, 5 παράδες ,, 2 ἄσπρα, τότε λέγεται ὁ τοιοῦτος Ἀριθμὸς ὀνοματικὸς μικτὸς Ἀριθμὸς· διότι σύγκεται ἐκ μεγαλητέρων καὶ μικροτέρων εἰδῶν τοῦ ὀνοματικοῦ αὐτοῦ Ἀντικειμένου, ὡς εἰπεῖν, εἶναι μεμιγμένος ἐκ περισσοτέρων εἰδῶν.

§. 45.

Εἰς τὴν Ἄθροισιν τῶν τοιούτων Ἀριθμῶν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἠξεύρωμεν μόνον, πόσαι μονάδες τοῦ κατωτέρου εἶδους συνιστῶσι μίαν μονάδα τοῦ μεγαλητέρου εἶδους, ἢ δὲ κατάσρωσις καὶ ἄθροισις ἐκτελοῦνται ἀπαραλλάκτως ὡς καὶ εἰς τὸν Ἄθροισμὸν τῶν ἀνωήμων Ἀριθμῶν, τοῦτ' ἔστι, θέττο-

30 ΠΕΡΙ ΑΘΡΟΙΣΜΟΥ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

μεν τὰς ἑμοειδεῖς μονάδας ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω ὑπ' ἀλλήλας, καὶ ἀρχίζομεν τὸν Ἀθροισμὸν ἐκ τοῦ κατωτέρου εἴδους, ἵνα τὰς εἰς τὸ Κεφάλαιον αὐτοῦ τυχόν περιεχομένας μονάδας τοῦ πλησίον μεγαλητέρου εἴδους δυναθῶμεν νὰ τὰς συνάψωμεν ὁμοῦ εἰς τὸ ἐπόμενον εἶδος· ὡς τὸ ἀκόλουθον Ἰπόδειγμα δεικνύει, ἦτοι.

|                |       |     |    |    |        |    |   |       |
|----------------|-------|-----|----|----|--------|----|---|-------|
| Ἀθροισθῆτωσαν. | Γρῶσ. | 51  | ,, | 23 | παραδ. | ,, | 2 | ἄσπρα |
| —              | —     | 8   | ,, | 12 | —      | ,, | 1 | —     |
| —              | —     | 392 | ,, | 15 | —      | ,, | 2 | —     |
| —              | —     | 86  | ,, | 39 | —      | ,, | — | —     |

Κεφ. Γρῶσ. 539 ,, 10 παραδ. ,, 2 ἄσπρα

**Ἑρμηνεία.** Ἐπειδὴ ἐνταῦθα πρέπει νὰ γίνωσι τὰ Ἀσπρα Παράδες, οἱ δὲ Παράδες Γρόσια, διὰ τοῦτο ἀρχίζομεν τὴν Ἀθροισμὸν ἐκ τῶν ἄσπρων, ὡς μέρη τοῦ μικροτάτου εἴδους· τὸ Ἀθροισμα αὐτῶν γαίνει 5 ἄσπρα· 3 ἄσπρα ὅμως ποιῶσιν 1 παράδην, ὅθεν τὰ 5 ἄσπρα γαίνουσιν 1 παράδην, καὶ 2 ἄσπρα· λοιπὸν θέττομεν τὰ 2 ἄσπρα ὑπὸ τὰ ἄσπρα, τὸν δὲ 1 παράδην ἀθροίζομεν εἰς τοὺς ἐπομένους παράδες, λέγοντες· 1 (ὃ κατέλειπον τὰ ἄσπρα) καὶ 9 ποιῶσι 10, καὶ 5 ποιῶσι 15, καὶ 2 ποιῶσι 17, καὶ 3 ποιῶσιν ὁμοῦ 20, διὸ θέττομεν ὑπὸ τὰς μονάδας τῶν παραδῶν τὸ 0 (διότι ὁ ἀριθμὸς τῶν παραδῶν, ἐξ ὧν συνίσταται ἓν Γρόσι, εἰσὶν ὀλίκληται δεκάδες, ἦτοι 40), καὶ βαρῶμεν 2, τὰ ὅποια ἀθροίζομεν ἐπομένως, λέγοντες· 2 καὶ 3 ποιῶσι 5, καὶ 1 ποιῶσιν 6, καὶ 1 ποιῶσιν 7, καὶ 2 ποιῶσιν ὁμοῦ 9, δηλονότι (ὁμοῦ μὲ τὸ ἀνωτέρω προτεθέν 0) 90· ἐπειδὴ δὲ 4 δεκάδες, τοῦτ' ἔστι 40, γαίνουσιν ἓν Γρόσι· ἄρα ὁ Ἀριθμὸς 90 περιέχει 2 Γρόσια, καὶ 10 παράδες, διὰ τοῦτο θέττομεν ἀριστερῶς, πλησίον τοῦ 0 (ὃ ἐστίν, ἐν τῇ τάξει τῶν δεκάδων), 1, καὶ βαρῶμεν 2· ἔπειτα λέγομεν· 2 (ἃ κατέλειπον οἱ παράδες



## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 31

2 Γρόσια), και 6 ποιούσιν 8, και 2 ποιούσι 10, και 8 ποιούσι 18, και 1 ποιούσιν ὄμοῦ 19. λοιπὸν θέττομεν ὑπὲρ τὰς μονάδας τῶν Γροσίων 9, και βαζῶμεν 1. εἶτα λέγομεν. 1 και 8 ποιούσιν 9, και 9 ποιούσι 18, και 5 ποιούσιν ὄμοῦ 23. ὅθεν θέττομεν 3, και βαζῶμεν 2. τελευταῖον λέγομεν. 2 και 3 ποιούσι 5, ἐπειδὴ δὲ δὲν ἔμεινον ἄλλα ψηφία γὰ ἀθροίσωμεν, διὰ τοῦτο θέττομεν αὐτὰ τὰ 5 ἐν τῇ τάξει τῶν Ἐκατοντάδων, και οὕτω τελειώνει ὁ Ἀθροισμὸς τοῦ δοθέντος Ὑποδείγματος.

### Πρὸς ἀσκησιν ἰδοῦ και ἕτερα Ὑποδείγματα.

|            |      |    |    |         |    |   |         |
|------------|------|----|----|---------|----|---|---------|
| Α΄. Γροσ.  | 158  | ,, | 13 | παραδ΄. | ,, | 2 | ἄσπρα.  |
| —          | 20   | ,, | 2  | —       | ,, | — | —       |
| —          | 5    | ,, | 27 | —       | ,, | 1 | —       |
| Κεφ. Γροσ. | 184  | ,, | 3  | παραδ΄. | ,, | — | —       |
| Β΄. Γροσ.  | 244  | ,, | 35 | παραδ΄. | ,, | 1 | ἄσπρον. |
| —          | 529  | ,, | 11 | —       | ,, | 2 | —       |
| —          | 621  | ,, | 33 | —       | ,, | 1 | —       |
| Κεφ. Γροσ. | 1386 | ,, | —  | —       | ,, | 1 | ἄσπρον. |
| Γ΄. Γροσ.  | 2059 | ,, | 37 | παραδ΄. | ,, | 2 | ἄσπρα.  |
| —          | 120  | ,, | 19 | —       | ,, | 1 | —       |
| —          | 512  | ,, | 25 | —       | ,, | 2 | —       |
| Κεφ. Γροσ. | 2693 | ,, | 2  | παραδ΄. | ,, | 2 | ἄσπρα.  |
| Δ΄. Γροσ.  | 891  | ,, | 34 | παραδ΄. | ,, | — | ἄσπρα.  |
| —          | 235  | ,, | 22 | —       | ,, | 1 | —       |
| —          | 920  | ,, | 23 | —       | ,, | 2 | —       |
| Κεφ. Γροσ. | 2048 | ,, | —  | —       | ,, | — | —       |

Εἰς τὸ α΄. συνάγεται τὸ Ἀθροισμα τῶν ἄσπρων 3, και ἐπειδὴ 1 Παρὰς συνιστάται ἐκ 3 ἄσπρων, διὰ τοῦτο δὲν ἐθέ-

σαμεν οὐδέν ὑπὸ τὰ ἄσπρα, ἀλλ' ἀθροίσασμεν τὸν 1 Παρὰν εἰς τοὺς ἐπομένους Παράδες, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

Εἰς τὸ β'. συνάγεται τὸ ἄθροισμα τῶν Ἄσπρων 4, διὸ καὶ ἐθέσαμεν 1. ὑπὸ τὰ Ἄσπρα, τὸν δὲ 1 Παρὰν ἀθροίσασμεν εἰς τοὺς Παράδες· οἱ ὅποιοι ἔφερον 2 σῆα Γρόσια, δι' ἣν αἰτίαν δὲν ἐθέσαμεν ὑπὸ τοὺς Παράδας οὐδέν, ἀλλ' ἀθροίσασμεν τὰ 2 Γρόσια εἰς τὰ ἐπόμενα Γρόσια ὁμοῦ.

Εἰς τὸ γ'. συνάγεται τὸ ἄθροισμα τῶν Ἄσπρων 5, διὰ τοῦτο ἐθέσαμεν 2 ὑπὸ τὰ Ἄσπρα, τὸ δὲ 1 ἀθροίσασμεν μὲ τοὺς παράδες, οἱ ὅποιοι ἔφερον 2 Γρόσια, καὶ 2 παράδες, διὸ ἐθέσαμεν 2 ὑπὸ τὰς μονάδας τῶν παράδων, τὰ δὲ 2 Γρόσια ἀθροίσασμεν μὲ τὰ Γρόσια.

Εἰς τὸ δ'. συνάγεται τὸ ἄθροισμα τῶν Ἄσπρων 1. σῆος Παρὰς, καθὼς καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν Παράδων 2 σῆα Γρόσια· διὰ τοῦτο δὲν προέκυψαν εἰς τὸ Κεφάλαιον οὔτε παράδες, ἀλλ' οὔτε ἄσπρα.

### §. 46.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον λοιπὸν ἀθροίζονται ὅλα τὰ εἶδη ὁποῦνδήποτε ὀνοματικῶν μικτῶν Ἀριθμῶν· πλὴν μὲ ταύτην τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς ἐκείνους τοὺς Ἀριθμοὺς, οἵτινες δὲν σύγκεινται ἐξ ἀπλῶν δεκάδων, ἀλλ' ἐκ δεκάδων καὶ μονάδων (φέρ' εἶπεῖν τὸ καισαροβασιλικὸν Φοῦντι, ὃ ἐστὶ μέτρον ζυγίου, καὶ συνίσταται ἐκ 32 λοτίων, δηλονότι ἐκ 3. δεκάδων καὶ 2. μονάδων), δὲν δυνάμεθα νὰ θέσωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων, πρὶν ἢ ἀθροίσωμεν ὁμοῦ καὶ τὰς δεκάδας· διότι ἐκ τοῦ ὀλοκλήρου ἄθροίσματος τῶν τε μονάδων καὶ δεκάδων φανεῖται πόσαι μονάδες, ὃ ἐστὶν Ἀκέραια, τοῦ πλησίον μεγαλύτερου εἶδους περιέχονται ἐν αὐτῷ, ὡς τὸ ἐπόμενον Ὑπόδειγμα δεικνύει.

## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 33

|                       |              |    |    |           |       |
|-----------------------|--------------|----|----|-----------|-------|
| Ἐθροισθήτωσαν φούντια | 15           | ,, | 3  | λότια (α) | 40    |
| Ἐνταῦθα ὄντων         | —            | 10 | ,, | 18        |       |
| τῶν λοτίων τὸ με-     | —            | 9  | ,, | 19        |       |
| κρότατον εἶδος, ἀρ-   | Κεφ. φούντια | 35 | ,, | 8         | λότια |

χίζομεν τὴν Ἐθροισιν, ὡς συνήθως, ἐξ αὐτῶν, λέγοντες· 9  
 καὶ 8 ποιῶσι 17, καὶ 3 ποιῶσιν ὁμοῦ 20· λοιπὸν βασιῶμεν  
 2· τὸ 0 ὅμως δὲν δύναται νὰ τεθῆ ὑπὸ τῶν λοτίων·  
 διότι ἡ πλησίον ὑψηλοτέρα μονάς, δηλαδὴ τὸ Φούντι, δὲν  
 δύναται νὰ ληφθῆ ἀπλῶς ἐκ τῶν δεκάδων τῶν λοτίων (καθὼς  
 συμβαίνει τοῦτο εἰς τὰ γράσια καὶ παράδες), ἀλλ' ἐκ τοῦ ὁ-  
 λοκλήρου Ἐθροίσματος τῶν τε μονάδων, καὶ δεκάδων, ἐπειδὴ  
 ἐκ τούτων σύγκειται, ὡς ἐρίθη ἀνωτέρω. Ὄθεν θέττομεν πρὸς  
 τὸ παρὸν κατὰ μέρος τὸ 0 (ὡς ἀνωτέρω πλησίον τοῦ (α) ),  
 καὶ ἀθροίζομεν ἐπομένως καὶ τὰς δεκάδας, λέγοντες· 2 (τὰ-  
 νωτέρω βασαχθέντα), καὶ 1· ποιῶσι 3, καὶ 1· ποιῶσιν ὁμοῦ  
 4, τὰ ὅποια θέττομεν ἀρεσσερῶς πλησίον τοῦ 0 παρὰ τῷ (α),  
 καὶ οὕτω φαίνει τὸ Ἐθροισμα ὅλων τῶν Λοτίων 40· ἐπειδὴ  
 ὅμως 32. Λότια ποιῶσιν 1· Φούντι, ὅρα τὰ 40 Λότια ποι-  
 οῦσιν 1 Φούντι καὶ 8 Λότια· λοιπὸν θέττομεν 8· ὑπὸ τὰ Λό-  
 τια, καὶ βασιῶμεν 1 Φούντι διὰ τὰ Φούντια, λέγοντες· 1  
 (ὃ ἐβασάξαμεν), καὶ 9 ποιῶσι 10, καὶ 5 ποιῶσιν ὁμοῦ 15,  
 λοιπὸν θέττομεν 5, ὡς ἀνωτέρω, ὑπὸ τὰ Φούντια, καὶ βα-  
 σῶμεν 1· εἶτα 1 (ὃ ἤδη ἐβασάξαμεν), καὶ 1 ποιῶσι 2, καὶ  
 1 ποιῶσιν ὁμοῦ 3, τὰ ὅποια ἐτέθησαν παρὰ τοῖς 5, καὶ  
 οὕτω προέκυψε τὸ Κεφάλαιον ὅλων τῶν Προσθετέων Φούντια  
 35,, 8 Λότια.

### §. 47.

α'. Σχόλιον. Οἱ τοιοῦτοι μικτοὶ ἀριθμοὶ ἀθροίζονται  
 εὐχερέστερον καὶ πάνυ ὠφελίμως, ἐὰν ἀθροίσωμεν μόνον τόσα  
 ἐκ τοῦ κατωτέρου εἴδους, ὅσα ἐπιζητοῦνται διὰ μίαν μονάδα,

Τόμ. Α'.

34 ΠΕΡΙ ΛΟΤΙΣΜΟΥ ΕΝ ΑΚΕΡΑΙΟΙΣ,

ὁ ἐστὶν Ἀκέραιον, τοῦ πλησίον ἀνωτέρου εἴδους. Παραδ. χ. εἰς τὰ Λότια· ἀθροίζομεν ἕως τῶν 32, καὶ ὅσακις φθάσομεν εἰς τὰ 32, θέττομεν ἐν σημείον, καὶ ἀθροίζομεν περαιτέρω πάλιν ἕως τῶν 32, καὶ ἐφεξῆς, ἄχρις οὗ νὰ ἀθροισθῶσιν ὅλα τὰ Λότια· λοιπὸν ὅσακις ἀθροίσωμεν ἕως τῶν 32, τόσα Φούντια περιέχονται εἰς τὰ Λότια, τὰ ὅποια ἀθροίζομεν μὲ τὰ Φούντια ὁμοῦ. Θετέον, ὅτι μᾶς ἐδόθησαν νὰ ἀθροίσωμεν τὰ κατωτέρω· ἀθροίζομεν λοιπὸν τὰ Λότια ἕως

τῶν 32 (μονάδας καὶ δεκάδας  $\text{Ϡ}$  32 ,, 9 λότια.

ἐν ταύτῃ), δηλονότι· 31 καὶ  $\text{Ϡ}$  13 ,, 28 —

1 (ἐκ τῶν ἐπομένων 28) ποι-  $\text{Ϡ}$  51 ,, 31 —

οῦσι 32, τοῦτ' ἐστὶν 1 Φούντι·  $\text{κεφ. Ϡ}$  98 ,, 4 λότια.

τὸ Φούντι χαρακτηρίζεται οὕτωςι  $\text{Ϡ}$ ), διὰ τοῦτο θέττομεν

παρὰ τοῖς 28 μίαν σιγμὴν διὰ σημείον, ὅτι ἀθροίσωμεν ἤδη ἐν Φούντι, καὶ ἀθροίζομεν τὸ περισσεύμα περαιτέρω, πάλιν ἕως τῶν 32, ἦγουν 27 (τὰ περισσεύσαντα ἐκ τῶν 28)

καὶ 5 (ἐκ τῶν 9) ποιοῦσι 32, λοιπὸν θέττομεν καὶ παρὰ

τοῖς 9 μίαν σιγμὴν διὰ σημείον, ὅτι ἕως ἐκεῖ ἀθροίσωμεν αὖ-

θις 1 Φούντι, τὰ δὲ περισσεύσαντα 4 θέττομεν ὑπὸ τῶν Λο-

τίων. Ὅθεν ἐπειδὴ εἰς τὰ Λότια εὐρίσκονται δύο σιγμαι, ἦ-

τοι σημεῖα, δῆλον ἐστίν, ὅτι περιέχουσι 2 Φούντια, τὰ ὅποια

ἀθροίζομεν μὲ τὰ Φούντια ὡς συνήθως.

Ἴδου καὶ ἕτερον ὑπόδειγμα εἰς Τάλληρα· τὸ Τάλληρον

πρὸς 24 γροσίκια, καὶ τὸ γροσίκι πρὸς 12 φένηγ.

Τάλληρα 135 ,, 18 γροσίκια 9 φένηγ.

— 98 ,, 19 — 10 —

— 76 ,, 23 — 11 —

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

$\text{κεφ. Τάλληρα}$  211 ,, 14 γροσίκια 6 φένηγ.

§. 48.  
β'. Σχόλιον. Κατὰ τὰ περισσότερα ἀριθμητικὰ Βι-



## ΟΝΟΜΑΤΙΚΟΙΣ ΚΑΙ ΜΙΚΤΟΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙΣ. 35

βλία φαίνονται, ὅτι ἔκπαλαι ἐπεκράτησε συνήθεια κοινὴ, ἵνα παραδίδονται τὰ τέσσαρα Εἶδη τῆς Ἀριθμητικῆς πρότερον ἐν ἄνωγμοῖς, καὶ ἔπειτα ἐν ὀνοματικοῖς ἀριθμοῖς, ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι ὄντες οἱ πλείους τῶν ὀνοματικῶν Ἀριθμῶν τοιοῦτοτρόπως συνθεμένοι, δὲν δύνανται οἱ Ἀρχαριοὶ νὰ ἐννοήσωσι, χωρὶς τὴν βοήθειαν τῆς Διαίρεσεως, πόσαι μονάδες ὁ ἐστὶν Ἀκέραια, τοῦ πλησίου μεγαλητέρου Εἶδους περιέχονται εἰς μίαν, ἔσω καὶ μετρίαν Ποσότητα τοῦ μικροτέρου αὐτῶν Εἶδους· δι' ἣν αἰτίαν, ὅπερ εἶναι πειθανόν, παραδίδονται τὰ τέσσαρα Εἶδη πρότερον ἐν ἄνωγμοῖς, εἶτα δὲ ἐν ὀνοματικοῖς Ἀριθμοῖς, ἵνα δύνανται οἱ Ἀρχαριοὶ, μὲ τὴν βοήθειαν τῆς Διαίρεσεως, νὰ ἀθροίζωσιν ἐν εὐκολίᾳ τοὺς τοιοῦτους μικτοὺς Ἀριθμοὺς. Πλὴν ἡ πείρα ἀπέδειξεν, ὅτι ἐκάστη παράδοσις ἀντιλαμβάνεται πλέον εὐαρέσως καὶ εὐκόλως, ὅταν τις κατανοήσῃ ἐν ταύτῳ τὴν χρῆσιν καὶ ὄφελος αὐτῆς. Διὰ τοῦτο λοιπὸν εἶναι πολλὰ ὠφελιμώτερον νὰ διδάσκηται ἕκαστον Εἶδος τῆς Ἀριθμητικῆς ἐν ταύτῳ καὶ μὲ ὀνοματικούς μικτοὺς Ἀριθμοὺς· διότι δι' αὐτοῦ τοῦ τρόπου ἐρεθίζεται ἡ περιέργεια τῶν Ἀρχαρίων, καὶ γίνονται ἐπιμελῆς-σεροὶ, ἐπειδὴ μετέρχονται εἰς τὸν ἴδιον καιρὸν καὶ νεώτερόν τι· ἐν τούτῳ ὅμως πρέπει νὰ προσέχωμεν, καὶ νὰ ἐκλέγωμεν τοιαῦτα μικρὰ καὶ εὐκόλα Προβλήματα, τὰ ὅποια, χωρὶς τὴν χρῆσιν τῆς Διαίρεσεως, δύνανται νὰ ἐπιτυχηθῶσι διὰ τοῦ νοός. Τοιαῦτα Προβλήματα εἰσὶν ἱκανὰ πρὸς πληροφορίαν καὶ κατάληψιν τῆς βάσεως αὐτῶν· μεγαλητέρα δὲ καὶ διεξοδικώτερα, πρὸς ἀπόλαυσιν περισσοτέρας ἐτοιμότητος, προβάλλονται μετὰ τὴν ἐντελῆ παράδοσιν τῆς Διαίρεσεως. Πρὸς τούτοις δὲν πρέπει νὰ ἐπιφορτίζονται οἱ Ἀρχαριοὶ μὲ τοιοῦτους ὀνοματικούς μικτοὺς Ἀριθμοὺς, ὧν ἡ σύνθεσις εἶναι ἄγνωστος εἰς αὐτοὺς· διότι τὰ τοιαῦτα πρὸς ἄσκησιν ἀνάρμοστα μέσθ, ζη-



μειοῦσι τὴν ἐτοιμότητα, τὴν ὁποίαν σοχαζόμεθα ν' ἀπολαύσωμεν ἐκ τούτου, ἐπειδὴ οἱ Διδασκόμενοι εἶδουσι περισσοτέραν προσοχὴν εἰς τὸ, νὰ βαζῶσιν εἰς τὴν ἐνθύμησίν των τὰ εἰς αὐτοὺς ἄγνωστα Εἶδη, καὶ τὴν σύνθεσιν ἐκάστης Μονάδος τῶν αὐτῶν Εἰδῶν, παρὰ εἰς αὐτὸν τὸν ἴδιον Ἀθροισμὸν, ὅς τις εἶναι ἡ παρούσα κυρία ὑπόθεσίς μας. Ἰκανὸν εἶναι πρὸς τὸ παρὸν εἶναι μεταχειρισθῶμεν τοιοῦτους ὀνοματικούς μικτοὺς Ἀριθμοὺς, οἵτινες εἰσὶ κοινῶς γνωστοὶ ἐκεῖ, ἔπου παραδίδεται ἡ Ἀριθμητικὴ, φέρ' εἰπεῖν τὸ Ζύγι, τὸ Μέτρον διαφόρων Εἰδῶν κτλ. ἐπειδὴ ἡ διαίρεσις αὐτῶν τῶν Μονάδων εἶναι κοινῶς γνωστὴ, καὶ ἐρεθίζεται ὁ Ἀρχάριος εἰς τὴν πρᾶξιν τῶν τοιούτων λογαριασμῶν.



## ΚΕΦ. Β΄.

### Περὶ Ἀφαιρέσεως.

#### §. 49.

**Ἡ** ἀφαίρεσις εἶναι Τρόπος ἀριθμητικὸς, ὅστις διδάσκει, πῶς δύναμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν Διαφορὰν ἐνὸς μικροῦ ἀριθμοῦ πρὸς ἓνα μεγαλήτερον· ὃ ἐστὶ, πόσον μεγαλήτερος εἶναι ὁ εἰς τοῦ ἑτέρου.

#### §. 50.

Ἡ λέξις ἀφαιρεῖν δεικνύει, ὅτι μέλλει ν' ἀφαιρέσωμεν ἓνα Ἀριθμὸν ἀφ' ἐνὸς ἑτέρου, ἐξ οὗ ἐννοοῦμεν, ὅτι ἐκεῖνος ὁ Ἀριθμὸς, ἐξ οὗ ἕτερος μέλλει ν' ἀφαιρεθῆ, πρέπει πάντοτε νὰ εἶναι μεγαλήτερος. Παραδ. χ. εἰάν ἀφαιρέσωμεν τὸν Ἀριθμὸν 4 ἐκ τοῦ Ἀριθμοῦ 7, μένουσι 3· ἄρα 3 εἶναι ἡ Δια-