εἰπεῖν, Γρόσια 2 νὰ διαιρέσωσι Γρόσια 4 λαμβάνουσιν ἀνὰ 2, οὕτω λέγομεν καὶ 2 πέμπτα ἐκ 4 πέμπτων λαμβάνουσιν ἀνὰ 2, ἐπειδὴ μόνον τοὺς Ἀριθμοὺς δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν, οὐχὶ ὅμως καὶ τὴν ὀνομασίαν αὐτῶν, ἥτις διαπαντὸς μένει ἀμετάβλητος. Πλὴν μ' ὅλον τοῦτο, ὡς γνωςὸν, πρέπει αὐτοὶ οἱ Ἀριθμοὶ νὰ ἔχωσιν ὁμοίαν ὀνομασίαν, καθὼς ἡ Δεῖξις τοῦ §. 257 διαλαμβάνει.

§. 261.

Ἐὰν ὅμως τὰ δοθέντα Κλάσματα δὲν ἔχωσιν ὁμοίους Παρονομαςὰς, ὡς $\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$ κ. τ. λ., πρέπει, πρὸ τῆς διαιρέσεως, νὰ πολλαπλασιασθῶσιν οἱ Ἀριθμηταὶ μὲ τοὺς ἀντικειμένους Παρονομαςὰς αὐτῶν, δι' οὗ μεταβάλλονται εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν. Οἷον· $\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$ λέγομεν· 2×8 — 16 (τὰ ὁποῖα τίθενται ὑπὸ τὰ $\frac{2}{3}$), καὶ 3×5 — 15 (ἃ τίθενται ὑπὸ τὰ $\frac{5}{8}$), εἶτα 16 νὰ διαιρέσωσι τὰ 15, δίδουσι $\frac{15}{16}$.

Ἰδοὺ καὶ ἡ κατάςρωσις.

$\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$

16 τὰ 15

Ποιοῦσι $\frac{15}{16}$

Δεῖξις. Ἡ βάσις τῆς ἀνωτέρω πράξεως εἶναι εὐκατάληπτος, ἐπειδὴ διὰ νὰ δυνηθῶμεν νὰ διαιρέσωμεν μὲ 2 τρίτα, πρέπει καὶ ὁ Διαιρετέος $\frac{5}{8}$ νὰ πολλαπλασιασθῇ ὁμοίως μὲ 3, τοῦτ' ἔςι, νὰ μεταβληθῇ εἰς τρίτα· ἀλλ' ὅμως πολλαπλασιαζόμενα τὰ $\frac{5}{8}$ μὲ 3, δίδουσι $\frac{15}{8}$ (ὡς §. 227.), λοιπὸν πρόκειται ἤδη νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 2 τὰ $\frac{15}{8}$, τὸ ὁποῖον ἐπιτελεῖται πολλαπλασιάζοντες τὸν Παρονομαςὴν 8 μὲ 2 (ὡς §. 248), καὶ οὕτω προκύπτουσι $\frac{15}{16}$, ὅ ἐςὶ, πολλαπλασιάζομεν, κατὰ τὸν Κανόνα, τοὺς Ἀριθμητὰς μὲ τοὺς ἀντικειμένους Παρονομαςὰς πλαγίως, εἴτουν ςαυροειδῶς, εἶτα διαιροῦμεν, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον.

§. 262.

Σχόλιον. Διὰ νὰ πληροφορηθῶμεν σαφέστερον, ὅτι πολλαπλασιαζόμενα τὰ ἀπὸ ἀνομοίων Παρονομαστῶν συνιστάμενα Κλάσματα σταυροειδῶς, μεταβάλλονται εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν, ἂς ὑποθέσωμεν, ὅτι πρόκειται τὰ αὐτὰ νὰ ἀθροισθῶσιν, ἢ ν' ἀφαιρεθῶσιν ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' ἐπειδὴ δὲν ἔχουσιν ὁμοίους Παρονομαστὰς, πρέπει πρότερον νὰ μεταβληθῶσιν εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν. Θὲς λοιπὸν, ὅτι πρόκειται ἵν' ἀφαιρεθῶσιν ἀπ' ἀλλήλων τ' ἀπέναντι δύο Κλάσματα $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{5}{8}$, ὧν οἱ Παρονομασταὶ μὴ περιεχόμενοι ὁ εἷς εἰς τὸν ἕτερον, πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῶσι μετ' ἀλλήλων, ἵνα προκύψῃ ὁ γενικὸς αὐτῶν Παρονομαστής· διὸ θέττομεν, 24 ὁ γενικὸς Παρονομαστής.

$$\begin{array}{c|l} \frac{5}{8} & 15 \\ \frac{2}{3} & 16 \end{array}$$

Ἰδοὺ λοιπὸν μετεβλήθησαν εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν, εἴτουν, διὰ μὲν τὸν Διαιρέτην $\frac{2}{3}$, προέκυψαν $\frac{16}{24}$, διὰ δὲ τὸν Διαιρετέον $\frac{5}{8}$, προέκυψαν $\frac{15}{24}$, ὅθεν ὄντες ἤδη οἱ Παρονομασταὶ αὐτῶν τῶν δύο Κλασμάτων ὅμοιοι, εἴτουν, εἰκοστὰ τέταρτα, διὰ τοῦτο διαιροῦμεν ἀδιστάκτως διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ 16 τὸν ἕτερον Ἀριθμητὴν 15, καὶ προκύπτουσι $\frac{15}{16}$. (ὡς §. 260.).

§. 263.

Ἐὰν πρὸ τοῦ σταυροειδῶς πολλαπλασιασμοῦ ἐξαλείφωνται ἢ σμικρύνωνται οἱ Ἀριθμηταὶ, ἢ οἱ Παρονομασταὶ πρὸς ἀλλήλους, ἢ διὰ κοινοῦ Διαιρέτου, ἐπιτελεῖται ἡ πρᾶξις εὐκολώτερα καὶ συντομώτερα. Οἷον.

$\frac{6}{7}$ τὰ $\frac{12}{21}$

Ποιοῦσι $\frac{2}{3}$.

Εἰς τὸ ἄνωθεν Ὑπόδειγμα ἐξαλείφονται οἱ Ἀριθμηταὶ καὶ Παρονομασταὶ πρὸς ἀλλήλους, εἴτουν, 6 τὰ 12, ἀνὰ 2, καὶ 7 τὰ 21, ἀνὰ 3, λοιπὸν μένουσιν ἁπλῶς $\frac{2}{3}$.

Ὅθεν ἐξ ὧν εἴδομεν καὶ εἴπομεν μέχρι τοῦδε, καθὼς καὶ ἐκ τῶν ὄπισθεν ἐπληροφορήθημεν σαφῶς, ὅτι ἡ τῶν κλασμάτων Διαίρεσις πολλαπλασιάζουσα ϛαυροειδῶς, μεταφέρει τὰ Κλάσματα εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν, διὸ καὶ σμικρύνει, ἢ ἐξαλείφει κατ' εὐθεῖαν, δηλονότι Ἀριθμητὴν πρὸς Ἀριθμητὴν, καὶ Παρονομαϛὴν πρὸς Παρονομαϛὴν, ἐν ᾧ ὁ τῶν κλασμάτων Πολλαπλασιασμὸς ἐπιζητεῖ ἀντίϛροφον πρᾶξιν, τοῦτ' ἔϛι, πολλαπλασιάζει κατ' εὐθεῖαν, καὶ σμικρύνει, ἢ ἐξαλείφει πλαγίως· μ' ὅλον τοῦτο ἀμφότεροι οἱ τρόποι ἔχουσιν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ θεμέλιον, ἐπειδὴ ἀείποτε σμικρύνονται, ἢ ἐξαλείφονται μόνον οἱ Παράγοντες τοῦ ἐσομένου Ἀριθμητοῦ πρὸς τοὺς Παράγοντας τοῦ ἐσομένου Παρονομαϛοῦ· διότι εἰς τὸν Πολλαπλασιασμὸν οἱ Παράγοντες τοῦ Διαιρέτου εἰσὶν οἱ Παρονομαϛαὶ, καὶ οἱ τοῦ Διαιρετέου εἰσὶν οἱ Ἀριθμηταί. Ἀλλ' εἰς τὴν Διαίρεσιν, ὅπου ἕκαϛος Ἀριθμητὴς πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῇ μετὰ τοῦ ἀντικειμένου Παρονομαϛοῦ, ἐξαλείφονται μόνον Ἀριθμηταὶ πρὸς Ἀριθμητὰς, καὶ Παρονομαϛαὶ πρὸς Παρονομαϛὰς, ἐπειδὴ διὰ τοῦ ϛαυροειδῶς Πολλαπλασιασμοῦ γίνονται ἀμοιβαῖοι Παράγοντες τοῦ ἐσομένου Διαιρέτου καὶ Διαιρετέου.

§. 264.

Ἐὰν σὺν τοῖς Κλάσμασι δοθῶσι καὶ ἀκέραιοι Ἀριθμοὶ, μεταβάλλομεν αὐτοὺς εἰς νόθα Κλάσματα, καὶ μετὰ ταῦτα γίνεται ἡ ἐργασία ὥσπερ μὲ κύρια Κλάσματα. Π. χ. $\frac{2}{3}$ τὰ $3\frac{5}{9}$, ἐξ ὧν τὸ τελευταῖον μεταβληθὲν, προκύπτουσι $\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{32}{9}$, τὰ 2 δὲ πρὸς τὰ 32 ἐξαλειφθέντα, καὶ τὰ 3 πρὸς τὰ 9, μένουσι $\frac{16}{3}$, ἤτοι $5\frac{1}{3}$.

Ἰδοὺ πρὸς ἄσκησιν καὶ ἕτερα διάφορα Ὑποδείγματα.

3 τὰ $2\frac{1}{2}$, ἤτοι $\frac{2\frac{1}{2}}{3} \Big| \frac{5}{6}$. (§. 252.)

2 τὸ $1\frac{1}{5}$, ἤτοι $\frac{1\frac{1}{5}}{2} \Big| \frac{6.3}{5}$. (§. 253.)

4 τὸ $\frac{1}{4}$, ἤτοι $\frac{\frac{1}{4}}{4} \Big| \frac{1}{16}$. (§. 255.)

3 τὰ $4\frac{1}{6}$, ἤτοι $\frac{4\frac{1}{6}}{3} \Big| \frac{25}{18}$. ποιεῖ $1\frac{7}{18}$.

$5\frac{1}{5}$ τὸ $\frac{1}{5}$,

16 . 1

$\frac{1}{16}$.

$6\frac{1}{2}$ τὰ $7\frac{4}{5}$

13 39 . 3

5 2

5 τὰ 6

$1\frac{1}{5}$.

$\frac{2}{3}$ τὸ 1

δίδουσιν $1\frac{1}{2}$. Τὸ ἄνωθεν 1 πολλαπλασιασθὲν μὲ τὸν Παρονομαστὴν 3, προέκυψαν 3 (τρίτα), διὸ λέγομεν·

2 (τρίτα) τὰ 3 (τρίτα), ἀνὰ $1\frac{1}{2}$.

Γρ'. 2 ,, 15 παρ'. $2\frac{4}{5}$ ἄσπρα τὰ Γρ'. 35 ,, 39 παρ'.

40 — 40

95 — 1439

3 — 3

$287\frac{4}{5}$ ἄσπρα — 4317 ἄσπρα

5

1439 πέμπτα . . τὰ . 21585 πέμπτα.

Ποιοῦσι 15.

Δηλονότι, ἐὰν μὲ Γρόσια 2,, 15 παράδες $2\frac{4}{5}$ ἄσπρα ἠγόρασες 1 ὀκᾶν, πόσας Ὀκάδας διὰ Γρόσια 35,, 39 παράδες;

Περὶ Δοκιμῆς τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς Διαιρέσεως τῶν Κλασμάτων.

§. 265.

Καθάπερ εἰς τοὺς ἀκεραίους Ἀριθμοὺς χρησιμεύουσιν αὐτὰ τὰ δύο ἀριθμητικὰ Εἴδη πρὸς ἀμοιβαίαν Δοκιμὴν, οὕτω καὶ ἐνταῦθα, ἐπειδὴ, καθὼς ἐκεῖ ἐλέχθη, τὸ ἓν εἶναι πάντοτε ἐπάνοδος τοῦ ἑτέρου, ὅθεν πρὸς ἄσκησιν ἰδοὺ Ὑποδείγματά τινα.

Πολλαπλασιασμοὶ καὶ Δοκιμαὶ αὐτῶν.

Πολλαπλασ. $\frac{5}{6}$ μὲ $\frac{7}{10}$

Ποιοῦσιν $\frac{7}{12}$.

Δοκιμή.

Διαίρεσον διὰ $\frac{5}{6}$ τὰ $\frac{7}{12 \,.\, 2}$

10 τὰ 7

Ποιοῦσιν $\frac{7}{10}$.

Πολλαπλασ. $5\frac{5}{6}$ μὲ $\frac{7}{15}$

$7 \,.\, \frac{35}{6}$ $\quad \frac{7}{15 \,.\, 3}$

Ποιοῦσι $\frac{49}{18}$ ἤτοι $2\frac{13}{18}$

Δοκιμή.

Διαίρεσον διὰ $5\frac{5}{6}$ τὰ $2\frac{13}{18}$

5 . 35 $\quad$ 49 . 7

3

Ποιοῦσιν $\frac{7}{15}$.

Πολλαπλασίασον Παρ'. 24 ,, $\frac{1}{4}$ ἄσπρου μὲ $3\frac{1}{5}$.

Γρ'. 2 ,, 16 παρ'. 1 ἄσπρον. $\quad$ 16 πέμπτα.

5. τὰ . Γρ'. 9 ,, 25 παρ'. 1 ἄσπρον. $\quad$ 4

Ποιοῦσι Γρ'. 1 ,, 37 παρ. $\frac{1}{5}$ ἄσπρου. $\quad$ 4

Ἤτοι. Παράδ. 24 „ $\frac{1}{4}$ ἄσπρου μὲ $3\frac{1}{5}$
3

Γρόσι 1 „ 32 παράδ. $\frac{1}{4}$ ἄσπρου.
— „ 4 παράδ. $2\frac{9}{20}$ ἄσπρ.

Ποιοῦσι Γρ. 1 „ 37 παράδ. $\frac{1}{5}$ ἄσπρου.

Εἰς τὸ τελευταῖον Ὑπόδειγμα μετεβλήθησαν πρῶτον τὰ $3\frac{1}{5}$ εἰς $\frac{16}{5}$, καὶ ἐπολλαπλασιάσθησαν οἱ Παράδ. 24 „ $\frac{1}{4}$ ἄσπρου μὲ τὸν Ἀριθμητὴν 16, εἴτουν, μὲ τετράκις 4, καὶ οὕτω προέκυψαν Γρόσ. 9 „ 25 παράδ. 1 ἄσπρον, τὰ ὁποῖα διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 5 διαιρεθέντα, προέκυψε τὸ Ζητούμενον.

Δεύτερον, ἐπολλαπλασιάσαμεν τοὺς Παράδ. 24 „ $\frac{1}{4}$ ἄσπρου πρότερον μὲ 3, δηλ. $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ καὶ ἐφεξῆς, εἶτα ἐπολλαπλασιάσαμεν ὁμοίως τοὺς Παράδ. 24 „ $\frac{1}{4}$ ἄσπρου μὲ $\frac{1}{5}$, εἴτουν, διῃρέσαμεν αὐτοὺς διὰ τῶν 5 εἰπόντες· 5 τοὺς Παράδ. 24, ἀνὰ Παράδ. 4, ἔμεινον Παράδ. 4, ἤτοι ἄσπρα 12, ὅθεν 5 τὰ 12, ἀνὰ ἄσπρα 2, καὶ ἔμεινον $\frac{2\frac{1}{4}}{5}$, ἤτοι $\frac{9}{20}$, τὰ ὁποῖα μετὰ τῶν ἀνωτέρω ἀθροισθέντα, ἀπέδωκαν τὸ Ζητούμενον.

Δοκιμή.

$3\frac{1}{5}$ τὸ Γρ. 1 „ 37 παράδ. $\frac{1}{5}$ ἄσπρου.
16 5

4 . . Γρ. 9 „ 25 παράδ. 1 ἄσπρον.
4 . . Γρ. 2 „ 16 παράδ. 1 ἄσπρον.

Ποιοῦσι Παράδ. 24 „ $\frac{1}{4}$ ἄσπρου.

§. 266.

Διαιρέσεως Ὑποδείγματα καὶ Δοκιμαί.

Δοκιμή.

Διαίρει διὰ $\frac{1}{5}$ τὰ $\frac{5}{6}$

6 τὰ 25

Ποιοῦσι $4\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{5} \times 4\frac{1}{6}$, ἤτοι $\frac{4\frac{1}{6}}{5} \Big| \frac{25}{30} \Big| \frac{5}{6}$.

Διαίρεσον διὰ $3\frac{1}{2}$ τὰ Γρ΄. 8 „ 30 πρ΄. $2\frac{1}{2}$ ἄσπρα.

2

7. τὰ Γρ΄. 17 „ 21 πρ΄. 2 ἄσπρα.

Ποιοῦσι Γρ΄. 2 „ 20 πρ. $\frac{5}{7}$ ἄσπρου.

Δοκιμή.

Γρ΄. 2 „ 20 πρ΄. $\frac{5}{7}$ ἄσπρου $\times$ $3\frac{1}{2}$

7 7

2. τὰ. Γρ΄. 17 „ 21 πρ΄. 2 ἄσπρα.

Ποιοῦσι Γρ΄. 8 „ 30 πρ΄. $2\frac{1}{2}$ ἄσπρα.

ΚΕΦ. Θ΄.

Περὶ Ἀναλύσεως τῶν Κλασμάτων.

§. 267.

Ἐν τῷ §. 127. καὶ ἐφεξῆς ἐλέχθη τί ἐννοεῖται ὑπὸ τῆς Ἀναλύσεως ἐν τῷ λογαριάζειν, τοῦτ' ἔστιν, αὐτὴ ἀναλύει τὰς Μονάδας τῶν μεγαλητέρων Εἰδῶν εἰς τὰς τῶν πλησίον αὐτῶν μικροτέρων. Ὅθεν προκειμένου Κλάσματός τινος μεγαλητέρου Εἴδους, ἵνα ἀναλυθῇ εἰς Μονάδας τοῦ πλησίον αὐτοῦ μικροτέρου Εἴδους, φέρ' εἰπεῖν, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ Γροσίου εἰς Παράδες, ἢ $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ Ὀκάδος εἰς Δράμια κ. τ. λ., τοῦτο λέγεται Ἀνάλυσις Κλασμάτων.

Καθὼς λοιπὸν ἐνεργεῖται ἡ πρᾶξις τῆς Ἀναλύσεως ἐν ἀκεραίοις Ἀριθμοῖς, ἀπαραλλάκτως ἐπιτελεῖται καὶ ἐν Κλάσμασιν, ἐκτὸς μόνον, ὅτι ἐνταῦθα πρέπει νὰ προσέχωμεν εἰς τὴν πρᾶξιν τοῦ Λογαριασμοῦ, ἐπειδὴ ἐκτελεῖται διὰ Κλασμάτων. Ὅθεν δοθέντος Κλάσματός τινος ἵνα ἀναλυθῇ, πολλαπλασιάζεται ὁ Ἀριθμητὴς τοῦ Κλάσματος μὲ ἐκείνην τὴν ποσότητα, ἐξ ἧς σύγκειται τὸ ἀκέραιον αὐτοῦ Εἶδος. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ ἀναλύσωμεν $\frac{7}{15}$ Γροσίου εἰς Παράδες· ἐνταῦθα πολλαπλασιάζομεν τὸν Ἀριθμητὴν 7 μὲ 40 (διότι 40 Παράδες ποιοῦσιν 1 Γρόσι), καὶ διαιροῦμεν τὸ προκύπτον Κεφάλαιον 280 διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 15 (ὡς §. 127.), καὶ οὕτω προκύπτει τὸ Ζητούμενον Παράδ. $18\frac{2}{3}$.

Πλέον εὐκατάληπτος παριστάνεται ἡ πρᾶξις ἀφ' οὗ στοχασθῶμεν, ὅτι $\frac{7}{15}$ Γροσίου κυρίως δηλοῖ, 7 Γρόσια διαιρεθήτωσαν διὰ τῶν 15 (ὡς §. 175.), εἴτουν 7 κις 40 Παράδ. νὰ διαιρεθῶσι, κατὰ τὸν Κανόνα, διὰ τῶν 15.

§. 268.

Σημείωσις. Ὅσα περὶ ἐξαλείψεως καὶ ἐλαττώσεως ἐλέχθησαν εἴς τε τὸν Πολλαπλασιασμὸν καὶ τὴν Διαίρεσιν τῶν Κλασμάτων, ταὐτὰ ἐννοητέον καὶ ἐνταῦθα. Εἰς τὸ ἄνωθεν Ὑπόδειγμα ὁ Διαιρέτης 15, καὶ ὁ Πολλαπλασιαστέος 40 σμικρύνονται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 5, καὶ μένουσιν ἵνα πολλαπλασιασθῶσιν 7 μὲ 8, καὶ νὰ διαιρεθῇ τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν διὰ 3, καὶ οὕτω προκύπτουσι Παράδ. $18\frac{2}{3}$.

Πρόβλημα. Πόσους Παράδας δίδουσιν $\frac{9}{16}$ Γροσίου;

Ἀνάλυσις.

$$\frac{9}{2\cdot\cancel{16}} \times \frac{\cancel{40}\cdot 5}{} \qquad \frac{}{2\cdot \text{τὰ } 45}$$

Ποιοῦσι Παράδ. $22\frac{1}{2}$.

Ἑρμηνεία. $\frac{9}{16}$ δηλοῖ, τὰ 9 Γρόσια νὰ διαιρεθῶσι διὰ τῶν 16 (ὡς §. 175.), εἴτουν, 9 κις 40 Παράδ. διαιρεθήτωσαν διὰ τῶν 16, διαιρούμενους ὅμως ὅ,τε Διαιρέτης 16 καὶ ὁ Πολλαπλασιαστέος 40 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 8, πρὸ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, μένουσιν 9 κις 5, ἤτοι 45 ἵνα διαιρεθῶσι διὰ τῶν 2.

Καὶ ἕτερον. Πόσα Φορίνια, κραϊτζάρια καὶ φένιγ ποιοῦσι $\frac{5}{8}$ ἑνὸς καισσαροβασιλικοῦ Φλωρίου;

$\frac{5}{8} \times 4,, 30$ (ἡ τιμὴ τοῦ φλωρίου.)

5

Φιορ. : 22,, 30 κραϊτζ. Πηλίκον Φιορ. 2,,48 κραϊτζ. 3 φένιγ.

: 6

: 60

:.390 κραϊτζ.

: -70

: -6

: 4

.24 φένιγ

ΚΕΦ. Γ.

Περὶ Ἐπαναγωγῆς τῶν Κλασμάτων.

§. 269.

Ἡ Ἐπαναγωγὴ μεταφέρει τὰς Μονάδας τῶν μικροτέρων Εἰδῶν εἰς Ἓν τῶν πλησίον αὐτῶν μεγαλητέρων (ὡς §. 132. καὶ ἐφεξῆς). Φέρ' εἰπεῖν, 15 Παράδ. νὰ ἐπαναχθῶσιν εἰς

Κλάσμα Γροσίου· ἐνταῦθα διαιροῦμεν τοὺς 15 Παράδ. διὰ τῶν 40 (διότι 40 Παράδ. ποιοῦσιν 1 Γρόσι), καὶ προκύπτουσι $\frac{15}{40}$ (ὡς §. 175.), τὸ ὁποῖον Κλάσμα διὰ τοῦ κοινοῦ Διαιρέτου 5 ἐλαττωθὲν, προκύπτουσι $\frac{3}{8}$ Γροσίου, ἄρα 15 Παράδ. ποιοῦσι $\frac{3}{8}$ Γροσίου. Ταύτην τὴν πρᾶξιν πληροφορούμεθα σαφέςερον ἀφ' οὗ ςοχασθῶμεν, ὅτι 1 Παρὰς εἶναι τὸ 40 ςὸν μέρος ἑνὸς Γροσίου, ἄρα ὅσοι Παράδες δοθῶσι, τόσα 40 ςὰ Γροσίου πρόκεινται. Ὅθεν 2 Παράδ. ποιοῦσι $\frac{2}{40}$ Γροσίου, 4 Παράδες $\frac{4}{40}$ Γροσίου, 12 Παράδες $\frac{12}{40}$ Γροσίου καὶ ἐφεξῆς. Ὁμοίως εἶναι καὶ 1 δράμι τὸ 400ςὸν μέρος τῆς Ὀκάδος, ὅθεν τοσαῦτα πρόκεινται 400ςὰ, ὅσα δράμια δοθῶσι, διὰ 5, 8, 10 δράμια, ποιοῦσι $\frac{5}{400}$, $\frac{8}{400}$, $\frac{10}{400}$ Ὀκάδος κ.τ.λ.

Πρόβλημα. Ποῖον Κλάσμα Φιορινίου δίδουσι Κραϊτζάρια $12\frac{1}{2}$;

Λύσις.

$$\frac{12\frac{1}{2}}{12.60}\ \Big|\ \frac{25.\ \ 5}{12}.\ \text{Φιορ.}$$

Ἑρμηνεία. Τὰ κραϊτζ. $12\frac{1}{2}$ διαιρούμενα διὰ τῶν 60, δίδουσι Κλάσμα $\frac{12\frac{1}{2}}{60}$, εἶτα πολλαπλασιαζόμενος ὁ Ἀριθμητὴς $12\frac{1}{2}$ μὲ 2, προκύπτουσιν 25, τὰ ὁποῖα, καθὼς καὶ ὁ Παρονομαςὴς 60, διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 5, καὶ μένουσιν ἀντὶ 25, μόνον 5, καὶ ἀντὶ 60, μόνον 12, ἅτινα πολλαπλασιαζόμενα μὲ 2, ἀποδίδουσι τὸ Ζητούμενον $\frac{5}{12}$, ὡς ἀνωτέρω.

Καὶ ἕτερον. Ποῖον Κλάσμα Γροσίου δίδουσι Παράδ. $16\frac{2}{3}$;

Λύσις.

$$\frac{16\frac{2}{3}}{4.40}\ \Big|\ \frac{50.\ \ 5}{12}.\ \text{Γροσίου.}$$

§. 270.

Δοθέντων περισσοτέρων Μονάδων μικροτέρων Εἰδῶν, ἵνα ἐπαναχθῶσιν εἰς τὸ μέγιστον αὐτῶν Εἶδος, φέρ' εἰπεῖν, Παράδες καὶ ἄσπρα, λίτραις καὶ δράμια κ.τ.λ., μεταφέρομεν πρῶτον, καθὼς καὶ εἰς τοὺς ἀκεραίους Ἀριθμούς, τὰ μικρότερα Εἴδη εἰς τὰ πλησίον αὐτῶν μεγαλήτερα, ἄχρις οὗ βαθμηδὸν νὰ φθάσωμεν εἰς ἐκεῖνο τὸ Εἶδος, εἰς τὸ ὁποῖον ζητοῦμεν νὰ προκύψῃ τὸ Κλάσμα Π. χ. πρόκειται ἵνα ἐπαναχθῶσι παράδ. 6 καὶ ἄσπρα 2 εἰς Κλάσμα Γροσίου, ὅπου πρῶτον μεταφέρονται τὰ ἄσπρα εἰς παράδες, εἶτα οἱ παράδες εἰς Γρόσια. Ἐνταῦθα ποιοῦσι 2 ἄσπρα $\frac{2}{3}$ τοῦ παρὰ, ὅθεν ἀντὶ παράδ. 6 καὶ ἄσπρα 2, προκύπτουσι Παράδ. $6\frac{2}{3}$, οἵτινες ἐπαναγόμενοι εἰς Κλάσμα Γροσίου, δίδουσιν $\frac{6\frac{2}{3}}{40}$, ἤτοι $\frac{20}{120}$, ὅπερ διὰ τῶν 20 ἐλαττωθὲν, ςαίνει $\frac{1}{6}$ Γροσίου.

Πρόβλημα. Ποῖον μέρος τοῦ Χρόνου δίδουσι $5\frac{2}{5}$ Μῆνες;

Λύσις. Ἐπειδὴ ὁ Χρόνος σύγκειται ἐκ 12 Μηνῶν, διὰ τοῦτο διαιροῦνται οἱ Μῆνες διὰ τῶν 12, καὶ ἐπανάγονται εἰς Κλάσμα Χρόνου, ὅθεν $5\frac{2}{5}$ Μῆνες διαιρούμενοι διὰ τῶν 12, προκύπτουσι $\frac{5\frac{2}{5} \mid \cancel{27}}{4 \cdot \cancel{12} \mid} \cdot \frac{9}{20}$. Χρόνου.

Καὶ ἕτερον. Ποῖον Κλάσμα Κανταρίου δίδουσι Ὀκάδ. 36, λίτραις 2, καὶ δρ. $66\frac{2}{3}$;

Λύσις.

$$\frac{66\frac{2}{3} \mid 200 \mid 2}{100 \mid 300 \mid 3} \text{ λίτρας}$$

$$\frac{2\frac{2}{3} \mid 8 \mid 2}{4 \mid 12 \mid 3} \text{ ὀκάδος}$$

$$\frac{36\frac{2}{3} \mid \overbrace{110 \mid 5}^{22}}{44 \mid 132 \mid 6} \text{ Κανταρίου.}$$

Ἑρμηνεία. Πρῶτον μεταφέρομεν τὰ $66\frac{2}{3}$ δράμια διὰ τῶν 100 εἰς Κλάσμα Λίτρας, καὶ δίδουσιν $\frac{66\frac{2}{3}}{100}$, εἶτα πολλαπλασιάζομεν τόντε Ἀριθμητὴν καὶ Παρονομαστὴν μὲ 3, καὶ προκύπτουσι $\frac{200}{300}$, ἅτινα διὰ τῶν 100 ἐλαττωθέντα, ποιοῦσι $\frac{2}{3}$ λίτρας, εἴτουν, ἀντὶ λίτραις 2 καὶ δρ΄. $66\frac{2}{3}$, προκύπτουσι $2\frac{2}{3}$ λίτραις, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

Περὶ Δοκιμῆς τῆς Ἀναλύσεως καὶ Ἐπαναγωγῆς τῶν Κλασμάτων.

§. 271.

Καθὼς ὁ Πολλαπλασιασμὸς καὶ ἡ Διαίρεσις τῶν Κλασμάτων χρησιμεύουσιν ἀλλήλοις πρὸς Δοκιμὴν, οὕτω καὶ ἡ Ἀνάλυσις καὶ Ἐπαναγωγή· ὅθεν πρὸς ἄσκησιν, ἰδοὺ τὸ τελευταῖον Ὑπόδειγμα τῆς Ἀναλύσεως.

Ποῖον Κλάσμα τοῦ καισσαροβασιλικοῦ Φλωρίου δίδουσι Φιορ΄. 2 ,, 48 κραιτζ. καὶ 3 φένιγ;

Πρῶτον. $\dfrac{48\frac{3}{4} \mid \overbrace{195 \mid}^{5}\ 39}{60 \mid 240 \mid 48}$ Φιορινίου.

Δεύτερον. $\dfrac{2\frac{3}{4}\frac{9}{8}}{4\frac{1}{2}}$, ἤτοι $4\frac{1}{2}$ τὰ $2\frac{3}{4}\frac{9}{8}$

$$\begin{array}{rr} 9 & 135 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline \end{array}$$

432. τὰ 270. δίδουσι $\dfrac{270 \mid \overset{54}{\frown}\ 5}{432 \mid 8}$ Φλωρίου.

Καὶ ἄλλως. Τὰ Φιορ΄. 2 ,, 48 κρ. 3 φ. ποιοῦσι κραΐτζ. $168\frac{3}{4}$, καὶ ἓν Φλωρίου 270 κραΐτζ., ὅθεν δίδουσιν

$$\frac{168\frac{3}{4}}{270}\;\Big|\;\frac{\overset{135}{675}}{1080}\;\Big|\;\frac{5}{8}\text{ Φλωρίου.}$$

Καὶ ἕτερον. Πόσους Μῆνας, Ἡμέρας, Ὥρας καὶ Λεπτὰ φέρουσι $\frac{3}{7}$ Χρόνου;

Διὰ τῆς Ἀναλύσεως.

$$\frac{3}{7}\;\Big|\;12.\;\frac{36.}{\frac{1}{7}}\quad 5.\text{ Μῆνας.}$$

$$\frac{1}{7}\;\Big|\;\frac{30.}{\frac{2}{7}}\quad 4.\text{ Ἡμέρας.}$$

$$\frac{2}{7}\;\Big|\;24.\;\frac{48.}{\frac{6}{7}}\quad 6.\text{ Ὥρας}$$

$$\frac{6}{7}\;\Big|\;60.\;360\quad 51\tfrac{3}{7}.\text{ Λεπτά.}$$

Δοκιμή. Ποῖον Κλάσμα Χρόνου δίδουσι 5 Μῆνες, 4 Ἡμέραις, 6 Ὥραις, καὶ $51\frac{3}{7}$ Λεπτά;

Διὰ τῆς Ἐπαναγωγῆς.

$$\frac{51\frac{3}{7}}{1.60}\;\Big|\;\frac{360.\;6}{7}\text{ Ὥραις}$$

$$\frac{6\frac{6}{7}}{1.24}\;\Big|\;\frac{48.\;2}{7}\text{ Ἡμέρας}$$

$$\frac{4\frac{2}{7}}{1.30}\;\Big|\;\frac{30.\;1}{7}\text{ Μηνός.}$$

$$\frac{5\frac{1}{7}}{1.12}\;\Big|\;\frac{36.\;3}{7}\text{ Χρόνου.}$$

§. 272.

Σχόλιον. Τὸ ἀπέναντι Ὑπόδειγμα δεικνύει ἐξαιρέτως τὴν ὠφέλειαν, τὴν ὁποίαν προξενεῖ ἡ Ἐπαναγωγὴ τῶν Κλασμάτων· διότι τοῦ νὰ πολλαπλασιάσῃ, ἢ νὰ διαιρέσῃ τις μὲ $\frac{3}{7}$ εἶναι ἀσυγκρίτως εὐκολώτερον καὶ συντομώτερον, παρὰ μὲ 5 μῆνας, 4 ἡμέρας, 6 ὥρας, καὶ $51\frac{3}{7}$ λεπτὰ, καθὼς φέρ' εἰπεῖν, νὰ λογαριάσωμεν πόσον τόκον φέρουσι Γρόσια 1000 ,, – εἰς 5 μῆνας, 4 ἡμέρας, 6 ὥρας, καὶ $51\frac{3}{7}$ λεπτὰ πρὸς 6 τὰ 100 τὸν χρόνον. Αὕτη ἡ πρᾶξις χωρὶς τῆς Ἐπαναγωγῆς γενήσεται πολὺ διεξοδική, ἐὰν δ' ἐπαναχθῶσιν οἱ 5 μῆνες, 4 ἡμέραις, 6 ὥραις, καὶ $51\frac{3}{7}$ λεπτὰ εἰς $\frac{3}{7}$ χρόνου, τότε ἐπιτελεῖται ἡ ἐργασία ἀσυγκρίτως ταχύτερον.

Τέλος τοῦ πρώτου Τόμου.