τοῦ τρόπου, ἀνήκουσιν εἰς τὴν Μέθοδον τῶν Τριῶν, δι' ἧς καὶ ἐπιλύονται, ὡς ἀποδειχθήσεται ἐν τῷ δέοντι τόπῳ.

ΚΕΦ. Γ'.

Περὶ Διαιρέσεως τῶν Κλασμάτων.

§. 245.

Η' Διαίρεσις τῶν Κλασμάτων διδάσκει τίνι τρόπῳ δυνάμεθα διαιρεῖν δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ τὸ Κλάσμα, καθὼς δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ ἕτερον Ἀκέραιον σὺν Κλάσματι· ἔτι δὲ διὰ Κλάσματος ἀκέραιον Ἀριθμὸν σὺν Κλάσματι, καὶ τελευταῖον διὰ Κλάσματος ἕτερον Κλάσμα κ. τ. λ., ὅπου προκύπτουσιν ὁμοίως αἱ διάφοραι πτώσεις, καθὼς καὶ εἰς τὸν Πολλαπλασιασμόν.

§. 246.

Σχόλιον. Τὰ περισσότερα ἀριθμητικὰ βιβλία διδάσκουσι τὴν Διαίρεσιν τῶν Κλασμάτων ὡς ἄλλον Πολλαπλασιασμὸν, βάλλοντα Βάσιν εἰς τὸ, νὰ ἀνατρέπωμεν ἁπλῶς τὸν Διαιρέτην, ὥςε ὁ Ἀριθμητὴς νὰ ἐπέχῃ τὸν τόπον τοῦ Παρονομαςοῦ, ὁ δὲ Παρονομαςὴς τὸν τόπον τοῦ Ἀριθμητοῦ, εἶτα νὰ μετερχώμεθα ἀπαραλλάκτως τὴν πρᾶξιν τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ. Π. χ. πρόκειται ἵνα διαιρέσωμεν Κλάσμα τι, ἢ ἀκέραιον Ἀριθμὸν (ὅστις θεωρεῖται ὡς Κλάσμα ὑποτιθέμενον τὸ 1, ὡς §. 244.) δι' $\frac{1}{4}$, ἢ διὰ $\frac{3}{5}$, ἢ διὰ 3, διὸ ἀντὶ $\frac{1}{4}$, θέττομεν $\frac{4}{1}$, ἀντὶ $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{3}$, ἀντὶ $\frac{3}{1}$, $\frac{1}{3}$, καὶ ἐφεξῆς. Διότι, διὰ νὰ διαιρέσωμεν διὰ 3 δηλοῖ, νὰ λάβωμεν τὸ τρίτον μέρος ἐξ ἑνὸς Πράγματος· ὡσαύτως διὰ τοῦ $\frac{1}{2}$ διαιρεῖν δηλοῖ τὸ,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

νὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ $\frac{2}{1}$, εἴτουν, μὲ 2, ἐπειδὴ τὸ $\frac{1}{2}$ περιέχεται δὶς εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ διαιρετέου, καὶ οὕτως ἐφεξῆς μὲ ὅλα τὰ Κλάσματα καὶ ἀκεραίους Ἀριθμούς.

Ἀλλ' ὅμως καίτοι φαίνεται αὐτὴ ἡ Ἑρμηνεία καθ' ἑαυτὴν, τόσον ὀρθὴ, μ' ὅλον τοῦτο, διὰ πολλὰ αἴτια, δὲν εἶναι εὔχρηστος διὰ τὸν πρακτικὸν Ἀριθμητικὸν, ἐπειδὴ συγχέει τὴν πρᾶξιν τῶν λογαριασμῶν, καὶ ἐπάγει ἕκαστον πάνυ εὐκόλως εἰς οὐκ ὀλίγα σφάλματα. Προσέτι εἰς πολλὰς πτώσεις εἶναι μάλιστα διεξοδικὴ, καὶ δὲν εἶναι ὅλως ἱκανὴ, διὰ νὰ προξενήσῃ ἐν τῷ λογαριάζειν ἐκείνην τὴν εὐκολείαν, ἥτις χρησιμεύει κοινῶς, καὶ εἶναι ἀναγκαία διαπαντὸς εἰς τοὺς πρακτικοὺς λογαριασμούς. Δι' αὐτὸ τοῦτο λοιπὸν, καθὼς καὶ διὰ τὸ, νὰ μὴ διδαχθῇ ὁ Ἀναγινώσκων ἁπλῶς τὴν Διαίρεσιν τῶν Κλασμάτων, ἀλλὰ καὶ τὴν πρακτικὴν χρῆσιν αὐτῆς, καὶ ἑπομένως νὰ γένῃ ἱκανὸς τοῦ ἐφευρίσκειν μόνος τὰ συμφέροντα ἐν τῷ λογαριάζειν, διὰ τοῦτο κατετάχθη ἐνταῦθα ἡ τῶν Κλασμάτων Διαίρεσις κατὰ τοὺς ἰδίους αὐτῆς Κανόνας, τοὺς ὁποίους μεταχειρίζονται καὶ εἰς τοὺς ἐμπορικοὺς πρακτικοὺς λογαριασμούς.

Πτῶσις Α'. Πῶς διαιρεῖται τὸ Κλάσμα δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ.

§. 247.

Προκειμένου Κλάσματος, ἵνα διαιρεθῇ δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ, διαιροῦμεν ἁπλῶς ἢ τὸν Ἀριθμητὴν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Παρονομαστὴν, ἢ πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαστὴν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητήν. Π. χ. πρόκειται ἵνα διαιρεθῶσι $\frac{4}{5}$ διὰ τῶν 2· αὕτη ἡ διαίρεσις γίνεται κατὰ δύο τρόπους, ἢ διαιροῦμεν τὸν Ἀριθμητὴν διὰ τῶν 2, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Παρονομαστὴν, λέγοντες· 2 ἐκ τῶν 4, ἀνὰ 2, καὶ προκύπτει Πηλίκον $\frac{2}{5}$, ἢ πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαστὴν 5 μὲ 2, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀρι-

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗΣ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Π. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ. ... Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

θμητὴν, καὶ προκύπτουσι $\frac{4}{10}$, τὸ ὁποῖον Κλάσμα διαιρούμενον διὰ τῶν 2, προκύπτουσιν αὖθις $\frac{2}{5}$, ὡς ἀπέναντι.

Δεῖξις. Διὰ νὰ διαιρεθῇ τὸ Κλάσμα δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ, ὡς εἰς τὸ προτεθὲν Ὑπόδειγμα, διὰ τῶν 2, δηλοῖ, νὰ λάβωμεν τὸ δεύτερον μέρος αὐτοῦ, εἴτουν, νὰ προκύψῃ Κλάσμα δὶς μικρότερον κατὰ τὴν τιμὴν, τὸ ὁποῖον ἀναντιῤῥήτως εἶναι ἐκεῖνο, ὅπερ περιέχει δὶς ὀλιγώτερα μέρη, εἴτε, ἐὰν μείνῃ τὸ Ποσὸν τῶν μερῶν, περιέχει δὶς μικρότερα μέρη. Τὸ πρῶτον κατορθοῦται διαιρεθέντος τοῦ Ἀριθμητοῦ (ὡς §. 184.), καὶ τὸ δεύτερον πολλαπλασιασθέντος τοῦ Παρονομαστοῦ (ὡς §. 185.)

§. 248.

Ὅθεν, ὅπου διαιρεῖται ὁ Ἀριθμητὴς ἄνευ ὑπολοίπου, διαιροῦμεν αὐτὸν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Παρονομαστὴν, ὅπου ὅμως δὲν διαιρεῖται ἐπίσης, πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαστὴν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητὴν. Π. χ. πρόκειται ἵνα διαιρέσωμεν τὸ Κλάσμα $\frac{18}{19}$ διὰ τῶν 6, καὶ ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 6 διαιρεῖ ἐπίσης τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 18, διὰ τοῦτο λέγομεν· 6 ἐκ τῶν 18, ἀνὰ 3, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ Ζητούμενον $\frac{3}{19}$· ἐὰν ὅμως μᾶς δοθῶσιν; ἵνα διαιρέσωμεν, φέρ' εἰπεῖν, $\frac{5}{7}$ διὰ τῶν 6, ὅπου ὁ Διαιρέτης 6 δὲν διαιρεῖ ἐξ ἴσου τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 5, ἀφίνομεν ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητὴν, καὶ πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαστὴν 7 μὲ 6, καὶ προκύπτουσι $\frac{5}{42}$, τὸ ὁποῖον Κλάσμα τιμᾶται ἀναντιῤῥήτως ἑξάκις ὀλιγώτερον ὡς πρὸς τὸ $\frac{5}{7}$· διότι 5 μέρη, ἐξ ὧν 42 ποιοῦσιν ἓν Ἀκέραιον, πρέπει νὰ εἶναι ἑξάκις μικρότερα τῶν 5 μερῶν, ἐξ ὧν 7 συνιστῶσιν ὡσαύτως ἓν Ἀκέραιον.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Ἰδοὺ πρὸς ἄσκησιν καί τινα Ὑποδείγματα τοιαῦτα.

Α'.	Β'.	Γ'.	Δ'.
2 ἐκ τῶν $\frac{3}{4}$	5 ἐκ τῶν $\frac{15}{17}$	6 ἐκ τοῦ $\frac{1}{5}$	7 ἐκ τῶν $\frac{14}{15}$.
Ποιοῦσι $\frac{3}{8}$.	Ποιοῦσι $\frac{3}{17}$.	Ποιοῦσιν $\frac{1}{30}$.	Ποιοῦσι $\frac{2}{15}$.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ Α'. ὁ Διαιρέτης 2 δὲν διαιρεῖ ἐπίσης τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 3, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαςὴν 4 μὲ 2, καὶ προκύπτουσι $\frac{3}{8}$.

Εἰς τὸ Β'. ὁ Διαιρέτης 5 διαιρεῖ ἐξ ἴσου τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 15, ὅθεν τὸ 5 τον ἐκ τῶν $\frac{15}{17}$, ποιεῖ $\frac{3}{17}$.

Εἰς τὸ Γ'. ὁ τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴς 1, ὡς γνωςὸν, εἶναι ἀμέριςος, διὸ λέγομεν ἀμέσως· $5 \times 6 — 30$, καὶ προκύπτει $\frac{1}{30}$.

Εἰς τὸ Δ'. ὁ Διαιρέτης 7 διαιρεῖ ἐπίσης τὸν Ἀριθμητὴν 14, καὶ προκύπτουσι $\frac{2}{15}$.

Σημείωσις. Τ' ἀνωτέρω Ὑποδείγματα εἰσὶ πάνυ ὠφέλιμα ἐν τῇ πρακτικῇ Χρήσει, διὸ καὶ ἄξια προσοχῆς τῶν Διδασκομένων.

§. 249.

Ἐὰν ὁ ἀκέραιος Ἀριθμὸς δὲν διαιρεῖ ἐπίσης τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν, ὡς ἀνωτέρω, οὔτε ὁ Ἀριθμητὴς διαιρεῖ ἐξ ἴσου τὸν ἀκέραιον Ἀριθμὸν, ἀλλ' ἔχωσιν ἀμφότεροι κοινὸν Διαιρέτην, ἂς διαιρεθῶσι δι' αὐτοῦ, ἵνα προκύψωσι μικρότεροι Ἀριθμοὶ, ἐπειδὴ δι' αὐτῶν εὐκολύνεται ἡ τοῦ λογαριασμοῦ ἐργασία. Π. χ. μᾶς ἐδόθησαν νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 15 τὸ Κλάσμα $\frac{18}{23}$, ὅπου οὔτε ὁ Διαιρέτης 15 διαιρεῖ ἐξ ἴσου τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 18, οὔτε αὐτὸς διαιρεῖ τὸν Διαιρέτην ἐπίσης, ἀλλ' ἔξωθεν διαιροῦνται ἀμφότεροι ἐπίσης διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 3, καὶ οὕτω προκύπτουσιν, ἵνα

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

διαιρέσωμεν διὰ τῶν 5 τὰ $\frac{6}{23}$. Ὅθεν, ἀντὶ νὰ εἰπῶμεν 15κις 23, λέγομεν 5 κις 23, τὸ ὁποῖον εὐκολύνει τὴν πρᾶξιν τοῦ λογαριασμοῦ· διότι ταὐτόν ἐςὶ, ἢ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 15, ἢ διὰ τῶν 3 καὶ 5, ἐπειδὴ αὐτοὶ οἱ δύο Ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ Παράγοντες τῶν 15 (ὡς §. 200.), διὰ τοῦτο λοιπὸν διαιροῦμεν διὰ τοῦ κοινοῦ Διαιρέτου 3 τὰ 15, καὶ μένουσι 5, εἶτα καὶ τὰ $\frac{18}{23}$, καὶ μένουσιν $\frac{6}{23}$, καὶ οὕτω προκύπτουσιν, ἵνα διαιρέσωμεν διὰ τῶν 5 τὰ $\frac{6}{23}$, ἐξ οὗ φαίνεται σαφῶς ἡ Βάσις τῆς ῥηθείσης ἐλαττώσεως.

Ἰδοὺ καί τινα Ὑποδείγματα.

Α'.	Β'.	Γ'.
$4.\ \cancel{16}$ ἐκ τῶν $\dfrac{\cancel{12}.\ 3.}{25}$	$3.\ \cancel{24}$ ἐκ τῶν $\dfrac{\cancel{8}.\ 1.}{15}$	$\cancel{11}$ ἐκ τῶν $\dfrac{\cancel{11}.\ 1.}{16}$
Ποιοῦσι $\frac{3}{100}$.	Ποιοῦσιν $\frac{1}{45}$.	Ποιοῦσιν $\frac{1}{16}$.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ Α'. ὁ διαιρέτης 16 καὶ ὁ Ἀριθμητὴς 12 διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 4, διὸ λέγομεν· 4 ἐκ τῶν 16, ἀνὰ 4, καὶ 4 ἐκ τῶν 12, ἀνὰ 3, ὅθεν ἐξαλείφομεν τοὺς ἀριθμοὺς 16 καὶ 12, καὶ θέττομεν ἀντ' αὐτῶν 4 καὶ 3, εἶτα ἐπειδὴ αὐτὰ δὲν διαιροῦνται ἐπίσης πλέον, διὰ τοῦτο λέγομεν· $4 \times 25 — 100$, καὶ οὕτω προκύπτει Κλάσμα $\frac{3}{100}$, ὡς ἀνωτέρω.

Εἰς τὸ Β'. ὁ Ἀριθμητὴς 8 πρὸς τὸν Διαιρέτην 24 ἐκλείπει δι' ὅλου, λοιπὸν 8 ἐκ τῶν 24, ἀνὰ 3 (τὰ 24 ἐξαλείφονται, καὶ θέττονται ἀντ' αὐτῶν 3), εἶτα 8 ἐκ τῶν 8, ἀνὰ 1 (τὰ 8 ἐξαλείφονται, καὶ θέττεται ἀντ' αὐτῶν 1), τὰ ὁποῖα 3 καὶ 1 μὴ διαιρούμενα ἐπίσης περισσότερον, πολλαπλασιάζομεν μὲ τὸν μείναντα Διαιρέτην 3 τὸν Παρονομαςὴν τοῦ Κλάσματος 15, καὶ προκύπτει $\frac{1}{45}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Εἰς τὸ Γ'. ἐκλείπει ὁ Διαιρέτης 11 πρὸς τὸν τοῦ Κλάσματος Ἀριθμητὴν 11 ὁλοτελῶς, διὸ ἐξαλείφονται ἀμφότεροι, καὶ προκύπτει ἀμέσως $\frac{1}{16}$.

§. 250.

Σχόλιον. Πλησίον ἑκάστου Ἀριθμοῦ, ὅστις ἐξαλείφεται δι' ὅλου, ἔπρεπε κυρίως νὰ τίθηται ἀντ' αὐτοῦ 1· διότι ἕκαστος Ἀριθμὸς περιέχεται ἐν ἑαυτῷ ἅπαξ· ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ 1, ὡς ἦν γνωστὸν, οὔτε πολλαπλασιάζει, ἀλλ' οὔτε διαιρεῖ, διὰ τοῦτο παρ' ἐκείνῳ τῷ Ἀριθμῷ, δι' οὗ πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν, ἢ νὰ διαιρέσωμεν, δὲν θέττομεν μηδὲν, καθὼς εἰς τὸ Γ'. ὄπισθεν, παρὰ τῷ Διαιρέτῃ 11, δὲν ἐθέσαμεν μηδὲν, παρὰ τῷ Ἀριθμητῇ 11 ὅμως ἐτέθη τὸ 1, ἐπειδὴ αὐτὸ τὸ 1 δεικνύει τὴν Ποσότητα τῶν μερῶν τοῦ προκειμένου Κλάσματος. Ὁμοίως καὶ εἰς τὸ Β'., ὅπου ὁ Ἀριθμητὴς 8 ἐξέλιπε δι' ὅλου, ἐτέθη τὸ 1, πλὴν οὔτε πολλαπλασιάζει, ἀλλ' οὔτε διαιρεῖ.

Πτῶσις Β'. Πῶς διαιρεῖται ὁ σὺν κλάσματι Ἀριθμὸς δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ.

§. 251.

Προκειμένου ἀκεραίου Ἀριθμοῦ σὺν Κλάσματι, ἵνα διαιρεθῇ δι' ἀκεραίου Ἀριθμοῦ, φέρ' εἰπεῖν, $4\frac{2}{3}\frac{4}{5}$ κ. τ. λ., μεταβάλλομεν πρότερον τὸν μικτὸν Ἀριθμὸν εἰς νόθον Κλάσμα, εἶτα ἀκολουθοῦμεν τὴν ἐργασίαν ὡς καὶ εἰς τὰ μέχρι τοῦδε Ὑποδείγματα. Π. χ. μᾶς ἐδόθησαν νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 9 τὰ $5\frac{2}{5}$, ἅτινα μεταβληθέντα, προκύπτουσιν 9 ἐκ τῶν $\frac{27}{5}$, ὅθεν 9 διαιροῦντα τὸν Ἀριθμητὴν 27, λαμβάνουσιν ἀνὰ 3, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον $\frac{3}{5}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Ἰδοὺ καὶ Ὑποδείγματα.

Α΄.

6 ἐκ τῶν $2\frac{3}{4}$ | $\frac{11}{4}$

Ποιοῦσι $\frac{11}{24}$.

Β΄.

5. 25 ἐκ τῶν $6\frac{2}{3}$ | 20. 4
| 3

Ποιοῦσι $\frac{4}{15}$.

Γ΄.

8 ἐκ τῶν $4\frac{4}{5}$ | 24. 3
| 5

Ποιοῦσι $\frac{3}{5}$.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ Α΄. μετεβάλλομεν τὰ $2\frac{3}{4}$ εἰς τέταρτα, εἰπόντες· 2×4 — 8, καὶ 3 ποιοῦσιν $\frac{11}{4}$, λοιπὸν 6 ἐκ τῶν $\frac{11}{4}$· ἀλλ᾽ ἐπειδὴ τὰ 6 δὲν περιέχονται εἰς τὰ 11 ἐπίσης, ἀλλ᾽ οὔτε σμικρύνονται μὴ ἔχοντες ἀμφότεροι οἱ Ἀριθμοὶ κοινὸν Διαιρέτην, διὰ τοῦτο εἴπομεν ἀμέσως 4×6— 24, καὶ προέκυψαν $\frac{11}{24}$.

Εἰς τὸ Β΄. ἀφ᾽ οὗ μετεβάλλομεν τὰ $6\frac{2}{3}$, προέκυψαν 25 ἐκ τῶν $\frac{20}{3}$, ἐπειδὴ δὲ τὰ 25 καὶ 20 σμικρύνονται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 5, διὰ τοῦτο προέκυψαν 5 ἐκ τῶν $\frac{4}{3}$, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιάσαντες 3×5 — 15, προέκυψε τὸ Κλάσμα $\frac{4}{15}$.

Εἰς τὸ Γ΄. μεταβληθέντων τῶν $4\frac{4}{5}$ εἰς $\frac{24}{5}$, προέκυψαν 8 ἐκ τῶν $\frac{24}{5}$, ἀλλ᾽ ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 8 διαιρεῖ τὸν Ἀριθμητὴν 24 ἐπίσης, διὰ τοῦτο τὰ μὲν 8 ἐξέλιπον δι᾽ ὅλου, καὶ ἀντὶ τῶν 24 ἔμεινον 3, καὶ προέκυψαν $\frac{3}{5}$.

§. 252.

Εἰς τὰς τοιαύτας Πτώσεις ἂς παρατηρηθῇ ἡ ἑπομένη Θέσις, ἧς τὸ ὠφέλιμον πληροφορηθησόμεθα ταχύ. Τεθήτω ὁ Διαιρέτης ὑπὸ τοῦ Διαιρετέου κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Π. χ. πρόκεινται, ἵνα διαιρεθῶσι διὰ τῶν 5 τὰ $4\frac{1}{3}$, λοιπὸν θέττομεν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$\frac{4\frac{1}{3}}{5}$, ὅπερ κυρίως δηλοῖ, $4\frac{1}{3}$ πέμπτα· διότι 5 ἐκ τῶν 4, δίδουσι 4 πέμπτα, ἄρα 5 ἐκ τῶν $4\frac{1}{3}$, δίδουσι $4\frac{1}{3}$ πέμπτα, ὅθεν πολλαπλασιάζομεν τόσον τὸν Ἀριθμητὴν $4\frac{1}{3}$, ὅσον καὶ τὸν Παρονομαςὴν 5 μὲ 3 (ἐπειδὴ τὸ παρὰ τῷ Ἀριθμητῇ Κλάσμα πρέπει νὰ ἐκλείψῃ), καὶ θέττομεν τὸ, ὅ,τι προκύψει ἐκ τοῦ Ἀριθμητοῦ δεξιῶς τῆς κεχωρισμένης Γραμμῆς, τὸ ὁποῖον εἶναι καὶ θεωρεῖται ὁ τοῦ μέλλοντος Κλάσματος Ἀριθμητὴς· ὡσαύτως θέττομεν καὶ τὸ ἐκ τοῦ Παρονομαςοῦ προκύψαν, ὅπερ ἐςὶν ὁ τοῦ μέλλοντος Κλάσματος Παρονομαςὴς, καὶ οὕτω προκύπτει εὐθέως τὸ Ζητούμενον πρόσω τῆς Γραμμῆς, ὡς.

$$\begin{array}{c|c} 4\frac{1}{3} & 13 \\ \hline 5 & 15 \end{array}$$

οἷον· $3 \times 4 = 12$, καὶ 1 ποιοῦσι 13 (πρόσω τῆς Γραμμῆς) διὰ τὸν Ἀριθμητὴν· εἶτα $3 \times 5 = 15$ διὰ τὸν μέλλοντα Παρονομαςὴν, καὶ οὕτω προκύπτουσι $\frac{13}{15}$.

Ἰδοὺ καὶ Ὑποδείγματα.

ἀντὶ 3 ἐκ τοῦ $1\frac{1}{4}$, θέττομεν $\begin{array}{c|c} 1\frac{1}{4} & 5 \\ \hline 3 & 12 \end{array}$·

ἀντὶ 6 ἐκ τῶν $2\frac{1}{5}$, τίθενται $\begin{array}{c|c} 2\frac{1}{5} & 11 \\ \hline 6 & 30 \end{array}$·

ἀντὶ 8 ἐκ τῶν $4\frac{1}{2}$, βάλλομεν $\begin{array}{c|c} 4\frac{1}{2} & 9 \\ \hline 8 & 16 \end{array}$·

Δεῖξις. Ἡ Βάσις τοῦ ἀνωτέρω τρόπου κυρίως μηδὲν ἄλλο δηλοῖ, ἀλλ' ὅ,τι διωρίσθη εἰς τὸν πρότερον §. διότι ἐνταῦθα δὲν πράττομεν περισσότερόν τι, εἰμὴ μεταβάλλομεν μόνον τὸν Διαιρετέον, καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν Διαιρέτην μὲ τὸν Παρονομαςὴν, διὰ νὰ μείνῃ ἀμετάβλητος ἡ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ... ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ... ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τοῦ Κλάσματος τιμή· διότι εἰς τ' ἀπέναντι Ὑποδείγματα ἀντὶ τοῦ πρώτου Ἀριθμητοῦ $1\frac{1}{4}$, προέκυψεν ὁ τετράκις μεγαλήτερος 5, καὶ ἀντὶ τοῦ δευτέρου $2\frac{1}{5}$, ὁ πεντάκις μεγαλήτερος 11, καὶ ἀντὶ τοῦ τρίτου $4\frac{1}{2}$, ὁ δὶς μεγαλήτερος 9, ἄρα πρέπει ν' αὐξήσωσι καὶ οἱ Παρονομασαὶ τετράκις, πεντάκις καὶ δίς.

§. 253.

Περὶ τῆς ἐξαλείψεως καὶ ἐλαττώσεως τοῦ μεταβαλλομένου Ἀριθμητοῦ πρὸς τὸν ἀμετάβλητον Παρονομαςὴν χρησιμεύουσι τὰ αὐτὰ, ὅσα ἐν τῷ §. 249. ἐλέχθησαν περὶ αὐτῶν. Π. χ. 16 ἐκ τῶν $4\frac{4}{5}$, θέττομεν.

$$\begin{array}{r|r} 4\frac{4}{5} & 24.\ \ 3 \\ \hline 16.2 & 10 \end{array}$$

ἐνταῦθα ὁ μεταβληθεὶς Ἀριθμητὴς 24, καὶ ὁ ἀμετάβλητος Παρονομαςὴς 16 σμικρύνονται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 8, εἴτουν, 8 τὰ 24, ἀνὰ 3, καὶ 8 τὰ 16, ἀνὰ 2, καὶ μένουσι διὰ τὸν Παρονομαςὴν μόνον 2, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιαζόμενα μὲ τὰ 5, προκύπτουσι διὰ τὸν τοῦ μέλλοντος Κλάσματος Παρονομαςὴν 10, καὶ ὁ ἄνωθεν ἐκ τῶν 24 προκύψας νέος Ἀριθμητὴς 3, ποιοῦσι τὸ Κλάσμα $\frac{3}{10}$.

Ἰδοὺ καὶ ἕτερα Ὑποδείγματα πρὸς ἄσκησιν.

$$\begin{array}{r|r} 7\frac{1}{5} & 36.\ \ 3 \\ \hline 24.2 & 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 5\frac{1}{3} & 16.\ \ 1 \\ \hline 16. & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2\frac{5}{7} & 17.\ \ 1 \\ \hline 17. & 6. \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r} 4\frac{4}{5} & 24.\ \ 4 \\ \hline 18.3 & 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3\frac{3}{4} & 15.\ \ 1 \\ \hline 30.2 & 8. \end{array}$$

§. 254.

Ὅταν ὁ Διαιρετέος σύγκηται ἐκ περισσοτέρων ἀκεραίων Ἀριθμῶν, φέρ' εἰπεῖν, τὰ 5 νὰ διαιρέσωσι τὰ $253\frac{1}{5}$, τότε διαιροῦμεν ἕως οὗ δυνάμεθα τοὺς ἀκεραίους Ἀριθμοὺς, εἶτα διαιροῦμεν καὶ τὸ ὑπόλοιπον Κλάσμα καθάπερ μέχρι τοῦδε,

Ε.Υ.Δ της Κ.Θ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

οἷον· 5 ἐκ τῶν $253\frac{1}{3}$ λέγοντες· 5 ἐκ τῶν 25, ἀνὰ 5, εἶτα

Ποιοῦσι $50\frac{2}{3}$. 5 ἐκ τῶν 3 μηδὲν, ὅθεν θέττομεν 0,

καὶ μένει ὑπόλοιπον $\frac{3\frac{1}{3}}{5}$, τὸ ὁποῖον μεταβληθὲν καὶ σμικρυνθὲν, ὡς ἐπράξαμεν πρὸ ὀλίγου, προκύπουσι $\frac{2}{3}$, ὁμοῦ δὲ $50\frac{2}{3}$.

§. 255.

Ὅταν καὶ ὁ Διαιρέτης σύγκηται ἐκ περισσοτέρων Ἀριθμῶν, καὶ εἶναι σύνθετος, διαιροῦμεν κατὰ τοὺς §§. 139 καὶ 140, ὡς κατωτέρω, τοὐναντίον δὲ, διαιροῦμεν διὰ μιᾶς, εἶτα καὶ τὸ ὑπόλοιπον, καθὼς τὸ ἀνωτέρω.

Πρόβλημα. Διαιροῦντες οἱ 45 τὰ $585\frac{1}{2}$, πόσα λαμβάνει ἕκαστος;

45 τὰ $585\frac{1}{2}$

5. $117\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{10}$; $\frac{\frac{1}{2}}{5}$

9. $13\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{90}$; $\frac{\frac{1}{10}}{9}$ ἤτοι $13\frac{1}{90}$.

καὶ διὰ μιᾶς

45 τὰ $585\frac{1}{2}$

$\frac{13\frac{1}{2}}{45}$ | $\frac{1}{90}$

Πρόβλημα. Διαιρεθέντων τῶν $225\frac{1}{4}$ διὰ 17, πόσα λαμβάνει ἕκαστος;

17 τὰ $225\frac{1}{4}$

ἀνὰ $13\frac{4\frac{1}{4}}{17}$ | $\frac{17 \cdot 1}{4}$ εἴτουν $13\frac{1}{4}$.

§. 256.

Τὸ ὠφέλιμον αὐτοῦ τοῦ τρόπου ἀποδεικνύεται κατ' ἐξοχὴν εἰς τοὺς μικτοὺς Ἀριθμούς. Π. χ. πρόκειται ἵνα διαιρέσωμεν διὰ 4 τὰ Γρόσια 25,, 35 παρ'. $2\frac{3}{4}$ ἄσπρα, αὕτη ἡ διαίρεσις γίνεται, ὡς ἀκολούθως.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ... ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ... ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ... ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ...
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

4 τὰ Γρ΄. 25 ,, 25 παρ. $2\frac{3}{4}$ ἄσπρα.

Ποιοῦσι Γρ΄. 6 ,, 18 πρ. $2\frac{15}{16}$ ἄσ.

δηλονότι· 4 τὰ 25, ἀνὰ 6 Γρόσια, καὶ μένει 1 Γρόσι, ποιοῦν 4 Δεκάδας, καὶ 3 (ἐκ τῶν 35 παρ΄.), ποιοῦσιν 7 Δεκάδας, λοιπὸν 4 τὰ 7, ἅπαξ, καὶ μένουσι 3· εἶτα 4 τοὺς 35 παρ΄., ἀνὰ 8, εἴτουν 18 παρ΄., καὶ μένουσι 3 παρ΄., ποιοῦσι 9 ἄσπρα, καὶ 2 ἄσπρα, ποιοῦσιν ὁμοῦ 11 ἄσπρα, λοιπὸν 4 τὰ 11, ἀνὰ 2 ἄσπρα, καὶ μένουσι $3\frac{3}{4}$ ἄσπρα ὑπόλοιπον, ἤτοι $\frac{3\frac{3}{4}}{4}$, ὅθεν $3 \times 4 - 12$, καὶ 3 ποιοῦσι 15, εἴτουν τὸν Ἀριθμητὴν τοῦ μέλλοντος Κλάσματος, ἔπειτα $4 \times 4 - 16$ ποιοῦσι τὸν Παρονομαστὴν τοῦ αὐτοῦ Κλάσματος, ἤτοι τὸ ὁλόκληρον νέον Κλάσμα $\frac{15}{16}$ ἄσπρου.

Ἰδοὺ καὶ ἕτερον. Ἐὰν μὲ Γρόσ. 18 ἠγοράσθησαν Ὀκάδες 54 ,, 3 λίτραις $61\frac{1}{5}$ δρ΄., πόσαι Ὀκάδες ἀγορασθήσονται δι' ἓν Γρόσι;

Λ ύ σ ι ς.

Διὰ τῶν 18 διαιρεθήτωσαν Ὀκάδες 54 ,, 3 λ΄. $61\frac{1}{5}$ δρ΄.

3. . . . . 18 ,, 1 ,, $20\frac{2}{5}$

6. . . Ποιοῦσιν Ὀκδ. 3 ,, — $20\frac{1}{15}$ δρ΄.

Ἑρμηνεία. Ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 18 παράγεται ἐκ 3 καὶ 6, εἴτουν $3 \times 6 - 18$, διὰ τοῦτο γίνεται ἡ διαίρεσις εὐκολώτερα, ὡς ἀνωτέρω· ὅθεν διαιροῦμεν (ὡς §. 140.) πρῶτον μὲ 3 λέγοντες· 3 τὰς Ὀκάδας 54, ἀνὰ 18, εἶτα 3 τὰς 3 λίτρας, ἀνὰ 1, καὶ 3 τὰ δρ΄. $61\frac{1}{5}$, ἀνὰ 20, καὶ μένει $1\frac{1}{5}$, ἤτοι $\frac{1\frac{1}{5}}{3}$, δίδει $\frac{2}{5}$. Μετὰ ταῦτα 6 τὰς Ὀκάδας 18, ἀνὰ 3, εἶτα 6 τὴν 1 λίτραν οὐ διαιροῦσι, λοιπὸν 1 λίτρα ποιεῖ δρ΄.

Ε.Υ.Δ της Π.Τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

100, καὶ $20\frac{2}{5}$, ποιοῦσιν ὁμοῦ δρ'. $120\frac{2}{5}$, ὅθεν 6 τὰ δρ'. $120\frac{2}{5}$ ἀνὰ 20, καὶ μένει νὰ διαιρεθῶσι μόνον $\frac{2}{5}$ δρ'. διὰ τῶν 6· ἐπειδὴ ὅμως ὁ Ἀριθμητὴς 2, καὶ ὁ Διαιρέτης 6 διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 2, μένει νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 3 τὸ $\frac{1}{5}$, τοῦτ' ἔςι, πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαςὴν 5 μὲ 3, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητὴν, ὡς §. 248.

Πτῶσις Γ'. Πῶς διαιρεῖται ὁ ἀκέραιος Ἀριθμὸς διὰ τοῦ Κλάσματος.

§. 257.

Ἐὰν ὁ Διαιρέτης εἶναι ἁπλῶς Κλάσμα, πολλαπλασιάζομεν τὸν Διαιρετέον μὲ τὸν Παρονομαςὴν τοῦ Κλάσματος, καὶ διαιροῦμεν τὸ προκύπτον Κεφάλαιον διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ, Π. χ. πρόκεινται ἵνα διαιρέσωμεν διὰ $\frac{3}{5}$ τὰ 7, ἐνταῦθα λέγομεν· $5 \times 7 — 35$ (πέμπτα), εἶτα 3 ἐκ τῶν 35, ἀνὰ $11\frac{2}{3}$, ὅ ἐςὶ, $\frac{3}{5}$ εἰς τὰ 7 περιέχονται $11\frac{2}{3}$. Ὁμοίως καὶ $\frac{5}{6}$ εἰς 12 λέγομεν· $6 \times 12 — 72$, ἅτινα διαιρούμενα διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ 5, δίδουσι $14\frac{2}{5}$.

Δεῖξις. Γνωςὸν ἐςὶν, ὅτι τόσον ὁ Διαιρέτης, ὅσον καὶ ὁ Διαιρετέος πρέπει ἵνα ὦσι τῆς αὐτῆς φύσεως καὶ ὀνομασίας· διότι μόνον ὅμοιον εἰς ὅμοιον δύναται χωρῆσαι, δηλονότι Γρόσια εἰς Γρόσια, Παράδες εἰς Παράδες, τέταρτα εἰς τέταρτα, ἕκτα εἰς ἕκτα, κ. τ. λ. Ὅθεν ὅταν πρόκηται, ἵνα διαιρέσωμεν διὰ τετάρτων, δι' ἕκτων, ἢ δι' ὁποιωνδήποτε ἑτέρων Κλασματικῶν μερῶν, πρέπει νὰ ἀναλυθῇ καὶ ὁ Διαιρετέος εἰς τὰ αὐτὰ μέρη, εἴτουν, πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν αὐτὸν μὲ τὸν τοῦ Κλάσματος Παρονομαςὴν, καὶ ἔπειτα νὰ διαιρέσωμεν διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ. Εἰς τὸ ἀνωτέρω προκείμενον Ὑπόδειγμα, πρόκειται ἵνα διαιρέσωμεν διὰ $\frac{3}{5}$ τὰ 7, ἄρα τὰ 7 πρέπει νὰ ἀναλυθῶσιν εἰς πέμπτα, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζομεν αὐτὰ μὲ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

5, καὶ δίδουσι 35 πέμπτα, ὅπερ δηλοῖ, 3 πέμπτα εἰς 35 πέμπτα ἐμπεριέχονται $11\frac{2}{3}$ (α).

§. 258.

Ὅταν ὁ Διαιρέτης σύγκηται ἀπὸ ἀκεραίου Ἀριθμοῦ καὶ Κλάσματος, ἀφ' οὗ μεταβάλλωμεν αὐτὸν εἰς νόθον Κλάσμα, μεταχειριζόμεθα τὸ ἐξαλείφειν καὶ σμικρύνειν, ἐπειδὴ προξενοῦσι συντομίαν.

Ἰδοὺ τοιαῦτα Ὑποδείγματα.

Α'. $2\frac{2}{3}$ τὰ 20
8 5
2 . . 3 ὁ Παρονομαστής.
.15
Ποιοῦσιν $7\frac{1}{2}$.

Β'. $7\frac{1}{5}$ τὰ 27
36 3
4 . . 5
15
Ποιοῦσι $3\frac{3}{4}$.

Γ'. $6\frac{6}{7}$ τὰ 816
48 102
6 17
7
Ποιοῦσιν 119.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ Α'. μεταβληθέντων τῶν $2\frac{2}{3}$ εἰς νόθον Κλάσμα, ὁ Διαιρέτης 8, καὶ ὁ Διαιρετέος 20 διαι-

(α) Δὲν πρέπει νὰ μᾶς φανῇ παντάπασι παράδοξον, ὅτι διαιροῦντες διὰ τοῦ Κλάσματος ἀκέραιον Ἀριθμὸν, προκύπτει μεγαλήτερον Πηλίκον, ἀφ' ὅσος εἶναι ὁ Διαιρετέος, ἐπειδὴ εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἐννοήσωμεν τὴν αἰτίαν, ἀφ' οὗ ςοχασθῶμεν δηλαδὴ, ὅτι ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ Διαιρέτης, τοσοῦτον πλεονάκις ἐμπεριέχεται εἰς τὸν Διαιρετέον. Φέρ' εἰπεῖν, ἐὰν ὁ Διαιρέτης εἶναι 1, τότε προκύπτει διὰ Πηλίκον ὁλόκληρος ὁ Διαιρετέος· ἐὰν ὅμως ὁ Διαιρέτης εἶναι ἁπλῶς Κλάσμα (τὸ ὁποῖον εἶναι ὀλιγώτερον τοῦ 1), εἶναι ἑπόμενον νὰ προκύψῃ μεγαλήτερον Πηλίκον παρ' ὅσος εἶναι ὁ Διαιρετέος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ Διαιρέτου 4, καὶ μένουσι διὰ τὸν Διαιρέτην 2, καὶ διὰ τὸν Διαιρετέον 5, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιαζόμενα μὲ τὸν Παρονομαςὴν τοῦ Κλάσματος 3, δίδουσι 15, ἅτινα διαιρεθέντα διὰ τοῦ Διαιρέτου 2, προκύπτει Πηλίκον $7\frac{1}{2}$.

Εἰς τὸ Β'. ὁ Διαιρέτης 36, καὶ ὁ Διαιρέος 27 διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 9, καὶ μένει Διαιρέτης 4, τὰ δὲ τοῦ Διαιρετέου μείναντα 3, πολλαπλασιάζονται μὲ τὸν τοῦ Κλάσματος Παρονομαςὴν 5, και διαιρεῖται τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν διὰ τῶν 4, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ Ζητούμενον $3\frac{3}{4}$.

Εἰς τὸ Γ'. ὁ Διαιρέτης 48, καὶ ὁ Διαιρετέος 816 διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 8, καὶ μένει Διαιρέτης 6, καὶ Διαιρετέος 102· ἀλλ' ἐπειδὴ ἀμφότεροι διαιροῦνται διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου 6, διὰ τοῦτο ἐκλείπει ὁλοτελῶς ὁ Διαιρέτης, καὶ μένουσιν εἰς τὸν Διαιρετέον 17, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιαζόμενα μὲ τὸν τοῦ Κλάσματος Παρονομαςὴν 7, προκύπτει, ἄνευ διαιρέσεως, τὸ Πηλίκον 119.

§. 259.

Ἀπαραλλάκτως γίνεται καὶ ἡ ἐργασία τῶν μικτῶν ὀνοματικῶν Ἀριθμῶν, ὡς ἐπομένως.

$12\frac{2}{3}$ τὰ Γρόσια 56,, 38 Παράδες 2 ἄσπρα.

3

---

38 τὰ Γρόσια 170,, 36 Παράδες

Ποιοῦσι Γρόσια 4,, 19 Παράδες $2\frac{14}{19}$ ἄσπρα.

δηλονότι, μεταβάλλομεν πρότερον τὰ $12\frac{2}{3}$ εἰς νόθον Κλάσμα 38, τοῦτ' ἔςιν, ηὐξήσαμεν τὸν Διαιρέτην τρὶς, ἄρα πρέπει ν' αὐξήσωμεν καὶ τὸν Διαιρετέον ὡσαύτως τρὶς, δι' ἣν αἰτίαν ἐπολλαπλασιάσαμεν αὐτὸν μὲ 3, ὡς ἀνωτέρω, καὶ ἔπειτα διαιρέσαμεν διὰ τῶν 38.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Καὶ ἕτερον. Μᾶς ἐδόθη νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν $13\frac{1}{5}$ τὰ Γρόσια 25,, 18 Παράδες $2\frac{2}{3}$ ἄσπρα, πόσον ἔξομεν Πηλίκον;

Λύσις.

$13\frac{1}{5}$ τὰ Γρ. 25,, 18 πρ. $2\frac{2}{3}$ ἄσ.

5

66 τὰ Γρ. 127,, 14 πρ. $1\frac{1}{3}$ ἄσ. | Πηλ. Γρ. 1,, 37 πρ. $\frac{56}{99}$ ἄσ.

-61

40

2454

-474

-12

3

$37\frac{1}{3}$, ἤτοι $\frac{37\frac{1}{3}}{66} \mid \frac{112}{198} \mid \frac{56}{99}$

Σημείωσις. Ὅταν τὸ ὑπόλοιπον Κλάσμα ὑπερβαίνῃ τὸ $\frac{1}{2}$, ὡς τ' ἀνωτέρω $\frac{56}{99}$, δύναται νὰ ληφθῇ δι' ἓν Ἀκέραιον.

Πτῶσις Δ΄. Πῶς διαιρεῖται τὸ Κλάσμα δι' ἑτέρου Κλάσματος.

§. 260.

Προκειμένου Κλάσματος τοῦ διαιρεθῆναι δι' ἑτέρου Κλάσματος, πρέπει ἵνα ὦσιν ἀμφότερα τῆς αὐτῆς φύσεως καὶ ὀνομασίας, καὶ οὕτω διαιροῦμεν διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ τοῦ Διαιρέτου τὸν Ἀριθμητὴν τοῦ Διαιρετέου, τοὐναντίου δὲ πρέπει πρότερον να μεταβληθῶσιν εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν, εἰς ἣν μεταφέρονται πολλαπλασιαζόμενος ὁ Ἀριθμητὴς τοῦ ἑνὸς Κλάσματος μὲ τὸν Παρονομαστὴν τοῦ ἑτέρου. Π. χ. $\frac{2}{5}$ τὰ $\frac{4}{5}$, ἀνὰ 2· διότι ἐνταῦθα ὄντα τὰ Κλάσματα τῆς αὐτῆς ὀνομασίας, διαιροῦμεν ἀμέσως διὰ τοῦ Ἀριθμητοῦ 2 τὸν Ἀριθμητὴν 4, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον 2.

Τοῦτο ἐννοεῖται ἀφ' ἑαυτοῦ· διότι καθὼς Λέγομεν, φέρ' εἰπεῖν, Γρόσια 2 νὰ διαιρέσωσι Γρόσια 4 λαμβάνουσιν ἀνὰ 2, οὕτω λέγομεν καὶ 2 πέμπτα ἐκ 4 πέμπτων λαμβάνουσιν ἀνὰ 2, ἐπειδὴ μόνον τοὺς Ἀριθμοὺς δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν, οὐχὶ ὅμως καὶ τὴν ὀνομασίαν αὐτῶν, ἥτις διαπαντὸς μένει ἀμετάβλητος. Πλὴν μ' ὅλον τοῦτο, ὡς γνωςὸν, πρέπει αὐτοὶ οἱ Ἀριθμοὶ νὰ ἔχωσιν ὁμοίαν ὀνομασίαν, καθὼς ἡ Δεῖξις τοῦ §. 257 διαλαμβάνει.

§. 261.

Ἐὰν ὅμως τὰ δοθέντα Κλάσματα δὲν ἔχωσιν ὁμοίους Παρονομαςὰς, ὡς $\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$ κ. τ. λ., πρέπει, πρὸ τῆς διαιρέσεως, νὰ πολλαπλασιασθῶσιν οἱ Ἀριθμηταὶ μὲ τοὺς ἀντικειμένους Παρονομαςὰς αὐτῶν, δι' οὗ μεταβάλλονται εἰς ὁμοίαν ὀνομασίαν. Οἷον· $\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$ λέγομεν· $2\times8-16$ (τὰ ὁποῖα τίθενται ὑπὸ τὰ $\frac{2}{3}$), καὶ $3\times5-15$ (ἃ τίθενται ὑπὸ τὰ $\frac{5}{8}$), εἶτα 16 νὰ διαιρέσωσι τὰ 15, δίδουσι $\frac{15}{16}$.

Ἰδοὺ καὶ ἡ κατάςρωσις.

$\frac{2}{3}$ τὰ $\frac{5}{8}$

16 τὰ 15

Ποιοῦσι $\frac{15}{16}$

Δεῖξις. Ἡ βάσις τῆς ἀνωτέρω πράξεως εἶναι εὐκατάληπτος, ἐπειδὴ διὰ νὰ δυνηθῶμεν νὰ διαιρέσωμεν μὲ 2 τρίτα, πρέπει καὶ ὁ Διαιρετέος $\frac{5}{8}$ νὰ πολλαπλασιασθῇ ὁμοίως μὲ 3, τοῦτ' ἔςι, νὰ μεταβληθῇ εἰς τρίτα· ἀλλ' ὅμως πολλαπλασιαζόμενα τὰ $\frac{5}{8}$ μὲ 3, δίδουσι $\frac{15}{8}$ (ὡς §. 227.), λοιπὸν πρόκειται ἤδη νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 2 τὰ $\frac{15}{8}$, τὸ ὁποῖον ἐπιτελεῖται πολλαπλασιάζοντες τὸν Παρονομαςὴν 8 μὲ 2 (ὡς §. 248), καὶ οὕτω προκύπτουσι $\frac{15}{16}$, ὅ ἐςι, πολλαπλασιάζομεν, κατὰ τὸν Κανόνα, τοὺς Ἀριθμητὰς μὲ τοὺς ἀντικειμένους Παρονομαςὰς πλαγίως, εἴτουν ςαυροειδῶς, εἶτα διαιροῦμεν, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006