ΚΕΦ. Γ΄.

Περὶ λογαριασμῶν χρημάτων κατὰ τοὺς τρόπους τοῦ προτέρου Κεφαλαίου.

§. 166.

Πρόβλημα. Πόσα Γρόσια ϛαίνουσι 577 καισσαροβασιλικὰ Τάλληρα (καραγρόσια) πρὸς Γρόσ. 5,,20 παράδ. τὸ ἕν;

Λύσις κατὰ τὸν συνήθη τρόπον.

577 × 5 Γρ΄. 20 πρ.
πολλαπλασιασθήτωσαν πρῶτον μὲ . . . 5
Γρ΄. 2885
καὶ διὰ τὰ 20 πρ΄. τὰ ½ ἐκ τῶν 577. — 288,, 20 παράδ.
ϛαίνουσι Γρ΄. 3173,, 20 παράδ.

Πλέον εὐκόλως καὶ συντόμως λογαριάζεται μία Ποσότης Ταλλήρων ἀνὰ Γρόσ. 5,,20 παράδ., ὡς ἀκολούθως· ἤγουν, πολλαπλασιάζομεν τὰ δοθέντα Τάλληρα μὲ 11 (ὡς §. 88.), καὶ διαιροῦμεν τὸ Παραγόμενον διὰ τῶν 2, ὡς.

577
577
2 εἰς 6347
ϛαίνουσι Γρ΄. 3173,, 20 παράδες, ὡς ἀνωτέρω.

Δεῖξις. Ἐπειδὴ ἕκαϛον Τάλληρον τιμᾶται 5 καὶ ἥμισυ Γρόσια, ἤτοι 11 ἥμισυ Γρόσια, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζομεν τὰ Τάλληρα μὲ 11, καὶ ἀναλύομεν αὐτὰ εἰς ἥμισυ Γρόσια, τὰ ὁποῖα διαιροῦμεν ἔπειτα διὰ τῶν 2, ἐπειδὴ τὰ 6347 εἰσὶ τόσα ἥμισυ Γρόσια, καὶ οὕτω προκύπτουσιν ἀκέραια Γρόσια.

Δοκιμή.

Ἡ ἐπὶ τούτου Δοκιμὴ (εἴτουν ἡ ἀντίςροφὸς Πτῶσις, ὃ ἐςί, πῶς νὰ μεταφέρωμεν μίαν ὁποιανδήποτε Ποσότητα Γροσίων εἰς Τάλληρα ἀνὰ Γρόσ. 5,, 20 παράδ.) γίνεται, ἀφ' οὗ πολλαπλασιάσωμεν τὰ Γρόσια μὲ 2, καὶ διαιρέσωμεν τὸ Κεφάλαιον αὐτῶν διὰ τῶν 11, ὅπερ πηγάζει ἐκ τῆς ἀνωτέρω αἰτίας· διότι πολλαπλασιαζόμενα τὰ Γρόσια μὲ 2, ἀναλύονται εἰς ἥμισυ Γρόσια, ἐξ ὧν 11 ποιοῦσιν ἓν Τάλληρον· ἂς προσέξωμεν ὅμως, ἵνα εἰς τὸ Κεφάλαιον τῶν 2 ληφθῇ τὸ ἥμισυ Γρόσι, τὸ ὁποῖον τυχὸν νὰ εμπεριέχωσιν οἱ παρευρισκόμενοι Παράδες. Τὰ πρὸ ὀλίγου προκύψαντα Γρόσ. 3173,, 20 παράδ. μεταφέρονται λοιπὸν εἰς Τάλληρα, ὡς ἑπομένως.

Γρόσ. 3173,, 20 παράδες
2
11 εἰς 6347 | ςαίνουσι Τάλληρα 577.
,,84
,,77
..

§. 167.

Τὰ Φλωρία μετροῦνται ἀνὰ 5 εἰς τὴν πληρωμήν, ἔπειτα πολλαπλασιάζονται τά, ὁσάκις ἐμετρήθησαν ἀνὰ 5 (ἤγουν τὰ συνήθως λεγόμενα Χέρια) μὲ 5, καὶ προκύπτει ἡ Ποσότης τῶν Φλωρίων, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιάζονται ὕςερον μὲ τὴν τρέχουσαν τιμήντων, καὶ προκύπτει τὸ Πηλίκον εἰς ὁποιανδήποτε Μονέδα λογαριασθῶσιν. Ἐνταῦθα ὑποθέτομεν, ὅτι εἰς τὴν Τουρκίαν τιμᾶται τὸ καισσατοβασιλικὸν Φλωρίον διὰ Γρόσια 12,, —· ἄρα ἓν μέτρον 5 Φλωρίων ςαίνει Γρόσια 60,, —· ὅθεν χωρὶς νὰ ἀναλυθῶσι τὰ μέτρα εἰς Φλωρία, καὶ ἔπειτα νὰ πολλαπλασιασθῇ ἡ Ποσότης τῶν Φλωρίων μὲ 12 Γρόσια, ἂς πολλαπλασιασθῶσι τὰ μέτρα ἀμέσως μὲ 60, καὶ προκύπτουσι τὰ ζητούμενα Γρόσια. Φέρ᾽ εἰπεῖν, ἐμετρήθησαν 77 μέτρα ἀνὰ 5 Φλωρία, καὶ ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν πόσα Γρόσια ϛαίνουσι, λοιπόν.

77 μέτρα.
μὲ . . 60

ϛαίνουσι Γρόσ 4620,, —

Κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον.

77 μέτρα
μὲ . . 5

φέρουσι Φλωρ΄. 385
μὲ . . 12

770
385

ϛαίνουσι Γρόσ. 4620,, —

Δοκιμή.

Ἐὰν ἡ πρᾶξις ἔγινεν ὀρθῶς, διαίρεσον τὰ Γρόσ. 4620,,— διὰ τῶν 60, καὶ πρέπει νὰ προκύψωσι 77, μέτρα ἢ διὰ τῶν 12, καὶ νὰ προκύψωσι Φλωρία 385, ὡς.

60 εἰς Γρ΄. 4620	77 Μέτρα.	12 εἰς Γρ΄. 4620	385 Φλωρία.
,,42		102	
..		,,60	
		..	

§. 168.

Σουφερίνια νὰ ἀναλυθῶσιν εἰς Φιορίνια.

Τὸ Σουφερίνι (μαλαγματένιον Νόμισμα) τιμᾶται διὰ καισσαροβασιλικὰ Φιορ΄. 13,, 20 κρ., λοιπὸν χωρὶς τινὸς προοδηγίας, δυνάμεθα νὰ ἀναλύσωμεν ἑκάςην Ποσότητα Σουφερινίων εἰς Φιορίνια, ὅ ἐςί, πολλαπλασιάζομεν τὴν δοθεῖσαν Ποσότητα μὲ 13, ἔπειτα διὰ τὰ 20 κραϊτζάρια λαμβάνομεν τὸ τρίτον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν Σουφερινίων, καὶ προκύπτει τὸ Ζητούμενον· αὕτη ἡ πρᾶξις ὅμως γίνεται συντομωτέρως κατὰ τὸν ἀκόλουθον Κανόνα.

Προσθέττομεν ἐν τῷ τέλει τῆς Ποσότητος τῶν δοθέντων Σουφερινίων ἓν μηδενικὸν δεξιῶς, καὶ λαμβάνομεν τὸ τρίτον ἐκ ταύτης τῆς Ποσότητος. Οἷον· 87 Σουφερίνια νὰ ἀναλυθῶσιν εἰς Φιορίνια, προσκολλοῦμεν εἰς τὰ 87 ἓν 0, καὶ προκύπτουσιν 870, ἐξ ὧν τὸ τρίτον ςαίνει 290, ὁμοῦ δὲ Φιορ. 1160,, —, ὡς.

870
290
φιορ. 1160,, —

Ἑρμηνεία. Δοθείσης μιᾶς Ποσότητος Σουφερίνιων, ἵνα ἀναςαίνουσι φιορ. 1160,, — λυθῇ εἰς Φοιρίνια, ἀντὶ νὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ Φιορ. 13,,20 κρ., προσκολλοῦμεν τῇ Ποσότητι ἓν 0, ὅπερ δηλοῖ, ὅτι ἐπολλαπλασιάσθησαν μὲ 10 Φιορίνια (ὡς §· 85 καὶ 86.), διὰ δὲ τὰ ὑπόλοιπα Φιορίνια 3,, 20 κρ. (ἅτινα εἰσὶ τὸ τρίτον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 10 Φιορινίων· διότι Φιορ. 3,, 20 κρ. ποιοῦσι 10 Εἰκοσάρια· 10 Φιορ. ὅμως ποιοῦσι 30 Εἰκοσάρια.) λαμβάνομεν τὸ τρίτον ἐκ τῆς Ποσότητος τῶν 10 Φιορινίων, ὅ ἐςί, διαιροῦμεν τὰ 870 διὰ τῶν 3, καὶ οὕτω προκύπτουσι τὰ ζητούμενα Φιορίνια.

Δοκιμή.

Ἡ ἐπὶ τούτου Δοκιμὴ (ὅ ἐςί, πῶς νὰ μεταφέρωμεν τὰ Φιορίνια εἰς Σουφερίνια) γίνεται, ἀφ' οὗ ἀναλύσωμεν τὰ Φιορίνια εἰς Εἰκοσάρια μὲ 3, καὶ διαιρέσωμεν τὸ κεφάλαιον διὰ τῶν 40· διότι 40 Εἰκοσάρια ποιοῦσιν ἓν Σουφερίνι. Ἰδοὺ ἡ δοκιμὴ τοῦ ὄπισθεν Ὑποδείγματος.

Φιορ. 1160,, —
3

4(0 εἰς 348(0 Εἰκοσάρια.

ϛαίνουσιν. . 87 Σουφερίνια.

§. 169.

Κανὼν τοῦ ἀναλύειν ἥμισυ Σουφερίνια εἰς Φιορίνια.

Οὗτος ὁ Κανὼν διαφέρει ἐκ τοῦ τῶν ἀκεραίων Σουφερινίων μόνον κατὰ τοῦτο, ἐπειδὴ εἰς τὰ ἥμισυ Σουφερίνια ἀφαιροῦμεν τὸ τρίτον, τὸ ὁποῖον ἀθροίζομεν εἰς τὰ Ἀκέραια. Παρ. χ. νὰ ἀναλυθῶσιν 87 Ἡμισουφερίνια εἰς Φιορίνια, προσκολλοῦμεν τοῖς 87 ἓν 0, καὶ

φέρουσιν. . . 870, ἐξ ὧν ἀφαιροῦμεν τὸ τρίτον,
ἤτοι . . . 290, καὶ

ϛαίνουσι Φιορ. 580,, —

Ἑρμηνεία. Κυρίως ἔπρεπε νὰ πολλαπλασιάσωμεν μὲ Φιορ. 6,, 40 κρ., ἅτινα εἰσὶν ἡ καθ' αὐτὸ τιμὴ ἑνὸς Ἡμισουφερινίου· προσθέσαντες ὅμως ἓν μηδενικὸν, ἄρα ἐπολλαπλασιάσθησαν μὲ 10 Φιορ., ὃ ἐςὶ μὲ Φιορ. 3,, 20 κρ. περισσότερον· ὅθεν ὄντα τὰ Φιορ. 3,, 20 κρ. τὸ τρίτον μέρος τῶν 10 Φιορινίων, διὰ τοῦτο ἀφαιροῦμεν αὐτὰ ἐκ τῆς Ποσότητος τὸ 10 Φιορινίων, καὶ προκύπτει τὸ ζητούμενον.

Δοκιμή.

Ἡ Δοκιμὴ τῶν Ἡμισουφερινίων γίνεται, ὡς καὶ ἡ τῶν ἀκεραίων Σουφερινίων· πλὴν ἀντὶ νὰ διαιρέσωμεν διὰ τῶν 40, διαιροῦμεν μόνον διὰ τῶν 20, διότι 20 Εἰκοσάρια, ςαίνουσι Φιορίνια 6,, 40 κραϊτζάρια, ὡς.

Φιορ. 580,,—
3

2|0 εἰς 164|0 Εἰκοσάρια.

ςαίνουσιν. 87 Ἡμισουφερίνια.

§. 170.

Σχόλιον. Περιττὸν εἶναι πάντη ἵνα εἴπωμεν, ὅτι οἱ τοιοῦτοι Κανόνες καὶ συντομίαι εἰσὶν ἐπὶ τοσοῦτον εὐμεταχείριςοι καὶ ἀμετάβλητοι, ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ τῶν Νομισμάτων μένει ἡ αὐτὴ, ὡς εἰς τὰ προτεθέντα Ὑποδείγματα ἐδείχθη· διότι ἐὰν μεταβληθῇ ἡ τιμὴ, ὡς συμβαίνει πολλάκις, τότε μένουσιν ἄκυροι καὶ οἱ δοθέντες Κανόνες, καὶ ἑπομένως πρέπει ἢ νὰ μεταχειρισθῶμεν τὴν κοινὴν ἀναλυτικὴν Μέθοδον, ἢ νὰ ἐφεύρωμεν ἑτέρας Συντομίας, τὸ ὁποῖον διὰ τῆς βοηθείας τῶν μέχρι τοῦδε λεχθέντων, δὲν εἶναι δύσκολον ποσῶς. Θετέον, ὅτι ἡ Σπέτζια (ἀσιμένιον Νόμισμα) τῆς Σαξωνίας, ἐτιμᾶτο εἰς τὴν Τουρκίαν διὰ Γρόσσια 5,,—, ἔπειτα ἠλαττώθη εἰς τὰ Γρόσια 4,, 32 παράδες. Ἐνταῦθα ἀντὶ νὰ διαιρέσωμεν τοὺς 32 παράδ. εἰς μέρη Γροσίου, καὶ νὰ λάβωμεν αὐτὰ ἐκ τῆς δοθείσης Ποσότητος ὡς σύνηθες, λαμβάνομεν τὸ πέμπτον μέρος ἐκ τῆς προκυψάσης Ποσότητος τῶν 4 Γροσίων, ἐπειδὴ οἱ 32 παράδ. ςαίνουσιν ἐξ ἴσου τὸ πέμπτον μέρος ἐκ τῶν 4 Γρ. ὅ ἐςὶν, ἐκ τῶν 160 παράδων. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δύναταί τις νὰ ἐφεύρῃ τὸν γενικὸν Κανόνα σχεδὸν δι' ἕκαςον Νόμισμα ἐπάνω εἰς τὴν διορισθεῖσαν τιμήν του· διὰ τοῦτο λοιπὸν παρετρέξαμεν καὶ ἑτέρων Νομισμάτων τὰς Συντομίας, ἐπειδὴ, ὡς εἴπομεν ἀνωτέρω, οἱ τοιοῦτοι Κανόνες εἰσὶν ἐπὶ τοσοῦτον πρὸς χρῆσιν, ἐφ' ὅσον διαρκοῦσιν αἱ διορισθεῖσαι τιμαὶ τῶν Νομισμάτων.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τῆς ἐν γένει δηλώσεως καὶ φύσεως τῶν Κλασμάτων.

ΚΕΦ. Α'.

ΤΙ ΕΣΤΙ ΚΛΑΣΜΑ.

§. 171.

Ὑπὸ τὴν λέξιν Κλάσμα ἐννοοῦμεν ἕν, ἢ περισσότερα μέρη ἀφ' ἑνὸς ὁποιουδήποτε ἀκεραίου Πράγματος, τὸ ὁποῖον διῃρέθη εἰς ὁσαδήποτε ἴσα μέρη, ἄρα Κλάσμα δὲν ὑπάρχει καθ' αὑτὸ, ἀλλὰ παράγεται ἐξ ἀκεραίου Ἀριθμοῦ. Ἀκέραιος δ' ἀριθμὸς λέγεται ἐκεῖνος, ὅστις ἅπαξ, ἢ πλεονάκις ἐμπεριέχει τὴν μονάδα· φέρ' εἰπεῖν, 6 Γρόσια εἶναι ἀκέραιος Ἀριθμὸς, περὶ οὗ εἴρηται ἐν ἀρχῇ τοῦ Α'. Μέρους.

Εἰ μὲν οὖν ἓν ὁποιουδήποτε Πρᾶγμα διαιρεθῇ εἰς ὁσαδήποτε μέρη, τότε αὐτὰ τὰ μέρη εἰσὶ μόνον Κλασματικὰ μέρη τοῦ Ἀκεραίου των· διὰ τοῦτο λοιπὸν ἐκεῖνοι οἱ Ἀριθμοὶ, δι' ὧν ἐκφωνοῦμεν αὐτὰ τὰ μέρη, Κλασματικοὶ Ἀριθμοὶ, ἢ καταχρηστικῶς, Κλάσματα καλοῦνται.

§. 172.

Ἕκαςος ἐννοεῖ, ὅτι ἐξ ἑνὸς διαιρεθέντος Πράγματος δὲν προκύπτουσι περισσότερα μέρη, παρὰ τά, εἰς ὅσα διῃρέθη. Γςέον, ὅτι ἕνας Ἀριθμὸς διῃρέθη εἰς 2, 5, 7 καὶ εἰς ἐφεξῆς ὅμοια μέρη· ἄρα αὐτὸς ὁ διαιρεθεὶς Ἀριθμὸς δὲν ἐμπεριέχει περισσότερα τοιαῦτα μέρη, εἰμὴ 2, 5, ἢ 7, τὰ ὁποῖα ἀθροιζόμενα ὁμοῦ, δίδουσιν αὖθις τὸν διαιρεθέντα Ἀριθμόν, ἤτοι τὸ Ἀκέραιον, ὅπερ καὶ ἐκ τῶν πρώτων ἰδεῶν τῆς Διαιρέσεως φανερὸν ἐςιν.

§. 173.

Ἐὰν λοιπὸν ἐξ ἑνὸς Πράγματος, τὸ ὁποῖον διῃρέθη εἰς 2 μέρη, ληφθῇ ἐξ αὐτων τὸ ἓν μέρος, εἶναι καὶ λέγεται τὸ ἥμισυ, εἰς 3 μέρη, τὸ τρίτον, εἰς 4 μέρη, τὸ τέταρτον, καὶ ἐφεξῆς· ἄρα ἕπεται ἐκ τῶν προλεχθέντων, ὅτι ἐξ οὐδενὸς διῃρεθέντος Πράγματος δὲν δύνανται νὰ προκύψωσι περισσότερα μέρη, εἰμὴ 2 ἥμισυ, 3 τρίτα, 4 τέταρτα, καὶ ἐφεξῆς· διότι αἱ λέξεις ἥμισυ, τρίτον, τέταρτον κτλ. δηλοῦσι κυρίως, ἓν ἥμισυ μέρος, ἓν τρίτον μέρος, ἓν τέταρτον μέρος ἑνὸς Πράγματος, τὸ ὁποῖον διῃρέθη εἰς 2, 3, 4 καὶ εἰς ἐφεξῆς ὅμοια μέρη.

§. 174.

Ὅθεν ἐκ τῶν μερῶν ἑνὸς διῃρεθέντος Πράγματος δυνάμεθα λαβεῖν ἕν, ἢ περισσότερα μέρη, δι' ἣν αἰτίαν, πρὸς δήλωσιν τῶν Κλασμάτων, ἐπιζητοῦνται δύο Ἀριθμοί· ὁ μὲν διὰ τὴν Ποσότητα τῶν μερῶν τοῦ Κλάσματος, ὁ δὲ διὰ τὴν Ποσότητα τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος Ἀκεραίου, οἵτινες χωρίζονται διὰ μιᾶς μεσολαβούσης γραμμῆς οὕτω· $\frac{3}{5}$. $\frac{7}{8}$ κτλ. Ἐπάνω τῆς γραμμῆς τίθεται ὁ Ἀριθμὸς, ἢ οἱ Ἀριθμοί, τοὺς ὁποίους ἐλάβομεν ἐξ ἑνὸς διαιρεθέντος Πράγματος, ὑποκάτω δὲ τῆς γραμμῆς τίθενται οἱ Ἀριθμοί, εἰς οὓς διῃρέθη τὸ Ἀκέραιον. Ὁ ἐπὶ τῆς γραμμῆς Ἀριθμὸς ὀνομάζεται Ἀριθμητής, ἐπειδὴ ἐπαριθμεῖ πόσα μέρη ἐλήφθησαν ἐκ τοῦ Ἀκεραίου· ὁ δὲ ὑπὸ τῆς γραμμῆς, καλεῖται Παρονομαςὴς, ἐπειδὴ φανερώνει εἰς πόσα ἴσα μέρη διῃρέθη τὸ Ἀκέραιον. Αἱ Παραφράσεις λοιπὸν $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ κτλ. δηλοῦσιν, ὅτι 3 μέρη, ἐξ ὧν 5 συνιςῶσι τὸ Ἀκέραιον αὐτῶν· 5 μέρη, ἐξ ὧν 6, 7 μέρη, ἐξ ὧν 8 συνιςῶσιν ὡσαύτως τὸ Ἀκέραιον αὐτῶν, καὶ ἐφεξῆς.

§. 175.

Κυρίως αἱ Παραφράσεις $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$ καὶ ἐφεξῆς, εἰσὶ διαιρέσεως σημεῖα, δηλοῦσι δὲ, 2 διαιρεθήτωσαν διὰ 3· 4 διὰ 5· 7 δι' 8 κτλ. ἐπειδὴ ὅμως τὰ 2 διαιρούμενα διὰ 3 πρέπει νὰ προκύψωσι 2 τρίτα· (διότι διαιρεθέντος 1 εἰς 3 μέρη, δίδει εἰς ἕκαςον μέρος 1 τρίτον, διαιρούμενα δὲ τὰ 2 εἰς 3 μέρη, δίδουσι 2 τρίτα), διὰ τοῦτο ἡ Παράφρασις $\frac{2}{3}$, ἥτις δηλοῖ, 2 διαιρεθήτωσαν διὰ 3, πρέπει ἀναγκαίως νὰ φανερώνῃ δύο τρίτα. Ὅθεν ἅπασαι αἱ Παραφράσεις τῶν Κλασμάτων, φέρ' εἰπεῖν $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$, τὰ ὁποῖα ἐκφωνοῦμεν 5 ἕκτα, 3 ἕβδομα, δηλοῦσιν ἐξηκριβωμένως, 5 διαιρεθήτωσαν δι' 6· 3 δι' 7, καὶ ἐφεξῆς, ἐξ οὗ προκύπτει ἡ ἀντίςροφος πτῶσις, ὅτι τὸ Πηλίκον τῶν 6 εἰς 5, τῶν 7 εἰς 3, εἶναι $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$, καὶ ἐφεξῆς.

§. 176.

Γενικῶς ὁμιλοῦντες λέγομεν, ὅτι καὶ τὸ Πηλίκον, τὸ ὁποῖον προκύπτῃ ἀπὸ ἀκεραίων Ἀριθμῶν, θεωρεῖται ὡς Κλάσμα τοῦ διαιρεθέντος Ἀριθμοῦ, ἐξ οὗ προέκυψε, διότι ἑκάςη διαίρεσις διαχωρίζει τὸν Διαιρετέον· ἄρα τὸ ἐξ αὐτοῦ προκύπτον Πηλίκον εἶναι Κλάσμα. Παρ. χ. διαιρούμενα 10 διὰ τῶν 5, δίδουσι μὲν 2 Ἀκέραια διὰ Πηλίκον, τὰ ὁποῖα μ' ὅλον τοῦτο παραβαλλόμενα ὡς πρὸς τὴν ποσότητα τοῦ διαιρεθέντος Ἀριθμοῦ, ὅ ἐςὶ τὰ 10, εἰσὶν ἓν Κλασματικὸν μέρος τῶν αὐτῶν. Ἐπειδὴ ὅμως εἰς ταύτην τὴν πτῶσιν διαχωρίζεται μόνον ἡ ποσότης, καὶ οὐχὶ τὸ ἴδιον Πρᾶγμα, καὶ ἑπομένως δύναται νὰ ἐκφωνηθῇ τὸ Πηλίκον δι ἀκεραίου Ἀριθμοῦ, διὰ τοῦτο λέγεται Κλάσματος μορφὴ $\frac{10}{5}$, φέρ' εἰπεῖν νόθον Κλάσμα.

§. 177.

Πᾶν Κλάσμα ἔχει τὴν αὐτὴν φύσιν καὶ ὀνομασίαν, ἣν ἔχει τὸ Ἀκέραιον, ἐξ οὗ παρήχθη, καὶ δὲν δηλοῖ ἄλλο, εἰμὴ ἕν, ἢ περισσότερα μέρη τοῦ Ἀκεραίου, τὸ ὁποῖον διηρέθη εἰς ὁσαδήποτε ἴσα μέρη. Θὲς, ὅτι ἓν Γρόσι διηρέθη εἰς δέκα ἴσα μέρη, ἐξ ὧν ἐλήφθησαν ἑπτά· αὐτὰ ὡς πρὸς τὸ ὅλον Γρόσι εἶναι Κλάσμα, καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν φύσιν καὶ ὀνομασίαν τοῦ Γροσίου, ἐπειδὴ παρ' αὐτοῦ ἔλαβε τὴν ὕπαρξιν. Ἡ φύσις τοῦ Ἑνὸς εἶναι τὸ Νόμισμα, ἡ δ' ὀνομασία τὸ Γρόσι. ἄρα καὶ τὰ ἐξ αὐτοῦ ληφθέντα ἑπτὰ μέρη ἔχουσι τὴν αὐτὴν φύσιν καὶ ὀνομασίαν, εἴτουν $\frac{7}{10}$ ἑπτὰ δέκατα Γροσίου.

§. 178.

Ἡ τῶν κλασμάτων ἀνάγνωσις ἄρχεται ἐκ τοῦ Ἀριθμητοῦ, ἐπειδὴ αὐτὸς εἶναι ὁ καθ' αὑτὸ Ἀριθμὸς τοῦ Κλάσματος, ὕστερον δὲ ἕπεται καὶ ἡ τοῦ Παρονομαστοῦ, ὅστις δεικνύει τὴν ὀνομασίαν τοῦ διαιρεθέντος Ἀκεραίου. Οἷον $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ κτλ., ἤτοι τρία τέταρτα, πέντε ἕκτα, ἑπτά ὄγδοα, ὅ ἐστι, 3 μέρη, ἐξ ὧν 4 ποιοῦσι τὸ Ἀκέραιον αὐτῶν· 5 μέρη, ἐξ ὧν 6. 7 μέρη, ἐξ ὧν 8 στένουσι τὸ Ὅλον, καὶ ἐφεξῆς.

ΚΕΦ. Β'.

Περὶ Διαιρέσεως τῶν Κλασμάτων.

§. 179.

Τὰ Κλάσματα διαροῦνται εἰς τρεῖς τάξεις, τοῦτ' ἔςιν, εἰς Κύρια, Νόθα, καὶ Μικτά.

Κύρια Κλάσματα εἰσὶ καὶ λέγονται ἐκεῖνα, ὧν οἱ Παρονομαςαὶ εἰσὶ μεγαλήτεροι τῶν Ἀριθμητῶν· οἷον $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{12}{13}$, καὶ τὰ τούτοις ὅμοια, ἐπειδὴ ἡ μοιρασία δὲν δύναται νὰ γένῃ ἄλλως, εἰμὴ διὰ τῆς διαιρέσεως αὐτῆς τῆς ἰδίας Μονάδος, ὅθεν τὸ Πηλίκον εἶναι καθ' αὐτὸ Κλάσμα.

Νόθα Κλάσματα ὀνομάζονται ἐκεῖνα, ὧν οἱ Παρονομαςαὶ ἐμπεριέχονται εἰς τοὺς Ἀριθμητὰς αὐτῶν ἅπαξ ἢ πλεονάκις ἄνευ ὑπολοίπου, ὡς. $\frac{8}{4}$, $\frac{20}{5}$, $\frac{56}{8}$, καὶ τὰ τούτοις ὅμοια, διότι, ὡς ἐῤῥέθη, μόνον ἡ ποσότης διαιρεῖται, ἀλλ' οὐχ' ἡ ἰδία Μονάς.

Μικτὰ Κλάσματα εἰσὶ τελευταῖον ἐκεῖνα, ὧν οἱ Παρονομαςαὶ διαιροῦσι μὲν τοὺς Ἀριθμητὰς αὐτῶν, ἀλλ' οὐκ ἐξ ἴσου· ἄρα εἰσὶ συνθεμένα ἐξ Ἀκεραίου, καὶ διῃρημένου Ἀριθμοῦ, ὡς. $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{15}{7}$ κτλ. ἅτινα, ἐὰν διαιρεθῶσι διὰ τῶν Παρανομαςῶν αὐτῶν, δίδουσι πηλίκον $1\frac{1}{5}$, $1\frac{2}{5}$, $2\frac{1}{7}$, ὅ ἐςί, μέρος Ἀκέραια, καὶ μέρος Κλάσμα.

§. 180.

Α'. Σχόλιον. Τὸ νόθον κλάσμα ἢ καθαρὸν εἶναι ἢ μικτὸν, ἐμφανίζεται μόνον πρὸς τὸ παρὸν, καὶ ἄχρις ὀλίγου διά τινα ὠφέλειαν ἐν τῷ λογαριάζειν· ἅμα δὲ τοῦ σκοποῦ ἐκτελεσθέντος, δι' ὃν ἐτέθη, πρέπει τῷ ὄντι νὰ διαιρεθῇ διὰ τοῦ Παρονομαςοῦ, ἵνα προκύψωσι τὰ ἐν αὐτῷ περιεχόμενα Ἀκέραια· διότι καίπερ ἐννοοῦμεν διὰ τοῦ νοὸς, ὅτι διαιρούμενον τὸ πηλίκον, φερ' εἰπεῖν, 25 διὰ τῶν 5, διὰ τῶν 6, κτλ. δίδουσιν $\frac{25}{5}$, $\frac{25}{6}$, μ' ὅλον τοῦτο πληροφορούμεθα σαφέστερον, ἐὰν τῷ ὄντι διαιρέσωμεν διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ, καὶ ἐκφωνήσωμεν τὰ $\frac{25}{5}$ μὲ 5, τὰ $\frac{25}{6}$ μὲ $4\frac{1}{6}$ Ἀκέραια, καὶ ἐφεξῆς.

§. 181.

Β'. Σχόλιον. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ῥηθέντων δηλοῦται σαφῶς, ὅτι ἐὰν ὅ,τε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς τοῦ Κλάσματος εἰσὶν ὅμοιοι κατὰ τοὺς Ἀριθμοὺς, ἐμπεριέχει τὸ Κλάσμα ἓν Ἀκέραιον, ἐπειδὴ τὸ τοιοῦτον Κλάσμα δεικνύει, ὅτι ὅλα τὰ μέρη, εἰς ἃ διαιρέθη τὸ Ἀκέραιον, ὑπάρχουσιν ὁμοῦ. Ὅθεν $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$ κτλ. ἐμπεριέχει ἕκαστον 1 Ἀκέραιον, καὶ εἰσὶν ὅμοια ἀλλήλοις· τοῦτο δ' ἐννοεῖται, ἐὰν τὰ Κλάσματα εἶσιν ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ Ἀντικειμένου.

ΚΕΦ. Γ'.

Περὶ Μεταφορᾶς τῶν Κλασμάτων.

§. 182.

Τὰ Κλάσματα μεταφέρονται πολλάκις, χωρὶς μεταβολὴν τῆς τιμῆς των, εἰς μικροτέρους Ἀριθμοὺς, παρ' ὡς ἐμφανίζονται ἐξ ἀρχῆς, ἡ ὁποία ἐλάττωσις προξενεῖ διπλῆν ὠφέλειαν. Πρῶτον μὲν προκύπτουσι μικρότεροι Ἀριθμοὶ, οἵτινες εὐκολύνουσι τὴν ἐργασίαν ἑκάστου λογαριασμοῦ· δεύτερον δὲ, προκείμενοι μικρότεροι Ἀριθμοὶ, ἐννοοῦμεν σαφέστερον τὴν τοῦ Κλάσματος δύναμιν, εἴτουν τὴν τιμήν. Παρ. χ. τὰ Κλάσματα $\frac{1}{3}$, καὶ $\frac{8}{24}$ ἔχουσιν ὁμοίαν τιμήν· διότι 8 μέρη ἀφ' ἑνὸς

Πράγματος, τὸ ὁποῖον σύγκειται ἀπὸ 24 τοιούτων μερῶν, εἶσὶν ὡσαύτως τὸ τρίτον αὐτοῦ τοῦ Πράγματος, καθὼς καὶ 1 μέρος, ἐὰν τὸ ἴδιον Πρᾶγμα σύγκηται ἐκ 3 μερῶν· μ᾽ ὅλον τοῦτο ὅμως πληροφορούμεθα σαφέστερον τὴν τοῦ Κλάσματος τιμὴν ὑπὸ τὴν ἐκφώνησιν τοῦ $\frac{1}{8}$, ἐπειδὴ εἶναι πλέον εὐκατάληπτος, παρ᾽ ὅταν ἐκφωνηθῇ διὰ τῶν $\frac{3}{24}$. Διὰ τοῦτο λοιπὸν ὑπερμαχοῦμεν, ὅπου εἶναι δυνατὸν, διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὸ Κλάσμα εἰς τοὺς πλέον ἐλαχίστους Ἀριθμοὺς, τὸ ὁποῖον λέγεται σμικρύνειν τὸ Κλάσμα.

§. 183.

Τὸ κλάσμα δυνάμεθα νὰ τὸ σμικρύνωμεν τότε, ὅταν ὅτε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς αὐτοῦ ἔχωσι κοινὸν Διαιρέτην, ὅ ἐστὶν, ἐὰν ἀμφότεροι διαιροῦνται, ἄνευ ὑπολοίπου, δι᾽ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ Ἀριθμοῦ, ὥστε διαιρεθέντες ὅτε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν Διαιρέτου, προκύπτει τὸ ἐλαττωθὲν Κλάσμα. Φέρ᾽ εἰπεῖν· $\frac{18}{30}$ διαιροῦνται ὅτε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς διὰ τοῦ Ἀριθμοῦ 6 ἐξ ἴσου, καὶ προκύπτουσιν ἀντὶ 18, μόνον 3, καὶ ἀντὶ 30, μόνον 5, καὶ οὕτω παρίσταται τὸ ἐλαττωθὲν Κλάσμα $\frac{3}{5}$, τὸ ὁποῖον ἰσοδυναμεῖ, ἤτοι ἰσοτιμεῖται μὲ τὸ $\frac{18}{30}$· διότι ἐὰν 30 τριακοστὰ ποιοῦσιν ἓν Ἀκέραιον (ὡς §. 181.), 6 τριακοστὰ πρέπει ἀναγκαίως νὰ δώσωσι τὸ 5τον, καὶ 3 × 6, ἤτοι 18, τρία πέμπτα, ἐν ψηφίοις $\frac{3}{5}$.

§. 184.

Διὰ νὰ δυνάμεθα λοιπὸν νὰ μεταχειριζώμεθα ὀρθῶς αὐτὸν τὸν ἐπωφελῆ τρόπον τοῦ σμικρύνειν, ἐφ᾽ οὗ θεμελιοῦνται σχεδὸν ἅπασαι αἱ πρακτικαὶ συντομίαι ἐν τῷ λογαριάζειν, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ πληροφορηθῶμεν καλῶς, ὅτι πολλαπλασιαζόμενοι, ἢ διαιρούμενοι ὅ,τε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς τοῦ Κλάσματος δι᾽ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ Ἀριθμοῦ, μένει ἀμετάβλητος ἡ τοῦ Κλάσματος τιμή· διὸ ἕπεται ἡ περὶ τούτου Ἑρμηνεία, ἐφ᾽ ἧς ὁ Διδασκόμενος ἂς δώσῃ ἄκραν προσοχήν.

Πάνυ εὐκόλως ἐννοοῦμεν, ὅτι μεταξὺ Κλασμάτων ἐξ ὁμοίων Παρονομαςῶν, ἐκεῖνο ἔχει ὑψηλοτέραν τιμὴν, τοῦ ὁποίου ὁ Ἀριθμητὴς εἶναι μεγαλήτερος. Φέρ᾽ εἰπεῖν· τὸ Κλάσμα $\frac{7}{8}$ Γροσίου ἔχει ἀναντιῤῥήτως ὑψηλοτέραν τιμὴν, παρὰ τὸ $\frac{5}{8}$ Γροσίου· ἐπειδὴ τοῦτο ἐμπεριέχει μόνον 5, τὸ δὲ πρῶτον 7 μέρη ἀφ᾽ ὁμοίου μεγέθους.

Ὅταν λοιπὸν θέλωμεν νὰ μεταβάλωμεν ὁποιονδήποτε Κλάσμα ἅπαξ, δὶς, ἢ πλεονάκις εἰς ὑψηλοτέραν, ἢ ἐλαττωτέραν τιμὴν, λαμβάνομεν μόνον ἅπαξ, δὶς, ἢ πλεονάκις μεγαλήτερον, ἢ μικρότερον τὸν Ἀριθμητὴν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Παρονομαςήν. Παρ. χ. θέλομεν ἀντὶ $\frac{8}{11}$ νὰ προκύψῃ μεγαλήτερον Κλάσμα τετραπλασίας τιμῆς· λοιπὸν πολλαπλασιάζομεν ἁπλῶς τὸν Ἀριθμητὴν 8 μὲ 4, καὶ προκύπτει Κλάσμα $\frac{32}{11}$, τὸ ὁποῖον ἀναντιῤῥήτως τιμᾶται τετράκις μᾶλλον, ἢ τὸ $\frac{11}{8}$, ἐπειδὴ ἐμπεριέχει τετράκις περισσότερα ἑνδέκατα. Ἐὰν θέλωμεν ὅμως νὰ προκύψῃ Κλάσμα τετραπλασίας τιμῆς μικρότερον τοῦ $\frac{8}{11}$, διαιροῦμεν μόνον τὸν Ἀριθμητὴν 8 μὲ 4, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Παρονομαςὴν, καὶ προκύπτει Κλάσμα $\frac{2}{11}$, τὸ ὁποῖον ἀναμφιβόλως ἔχει ἐλαττοτέραν τιμὴν τοῦ $\frac{8}{11}$, ἐπειδὴ ἐμπεριέχει τετράκις ὀλιγώτερα ἑνδέκατα.

Ἐντεῦθεν δῆλόν ἐςὶν, ὅτι ἓν Κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ Παρονομαςὴς μένει ἀμετάβλητος, ἐμπεριέχει τοσάκις ὑψηλοτέραν ἢ ἐλαττοτέραν τιμὴν, ὁσάκις μᾶλλον, ἢ ἧττον ληφθῇ ὁ Ἀριθμητὴς αὐτοῦ.

§. 185.

Συνέχεια. Ὅλον τὸ ἀνάπαλιν συμβαίνει εἰς τὴν αὔξησιν ἢ ἐλάττωσιν τοῦ Παρονομαςοῦ, ἐὰν ὁ Ἀριθμητὴς μείνῃ ἀμετάβλητος· διότι εἰς ὅσα περισσότερα μέρη διαιρεθῇ τὸ Ἀκέραιον, τοσοῦτον σμικρύνεται ἕκαςον μέρος τοῦ Παρονομαςοῦ, ἐξ οὗ ἕπεται, ὅτι ὅσον μεγαλήτερος εἶναι ὁ Παρονομαςὴς (ὅςτις, ὡς γνωςὸν, δεικνύει τὰ ἐκ τοῦ Διαιρετέου μέλλοντα γενέσθαι μέρη), τόσον μικρότερα εἶναι τὰ μέρη, καὶ ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ Παρονομαςὴς, τόσον μεγαλήτερα εἶναι τὰ μέρη. Διὰ τοῦτο ὅταν θέλωμεν νὰ δώσωμεν εἰς ὁποιονδήποτε Κλάσμα ἅπαξ, δὶς, ἢ πλεονάκις ἐλαττοτέραν, ἢ ὑψηλοτέραν τιμὴν, ἁπλῶς διὰ τῆς μεταβολῆς τοῦ Παρονομαςοῦ, λαμβάνομεν ἅπαξ, δὶς, ἢ πλεονάκις μικρότερον ἢ μεγαλήτερον τὸν Παρονομαςὴν, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητήν. Φέρ' εἰπεῖν· ἀντὶ $\frac{1}{4}$, θέλομεν νὰ προκύψῃ Κλασμα ἡμίσεως τοιαύτης τιμῆς, λοιπὸν πολλαπλασιάζομεν τὸν Παρονομαςὴν 4 μὲ 2, ἀφίνοντες ἀμετάβλητον τὸν Ἀριθμητὴν, καὶ προκύπτει $\frac{1}{8}$, τὸ ὁποῖον Κλάσμα ἀναντιῤῥήτως ἔχει μόνον τὴν ἥμισυ τιμὴν τοῦ $\frac{1}{4}$· διότι ἓν μέρος, ἐξ ὧν 8 ποιοῦσιν ἓν Ἀκέραιον, εἶναι τὸ ἥμισυ ἑνὸς μέρους, ἐξ ὧν 4 ποιοῦσιν ὡσαύτως ἓν Ἀκέραιον. Ἐὰν πάλιν θελήσωμεν νὰ προκύψῃ ἐκ τοῦ $\frac{1}{4}$ ἕτερον Κλάσμα δὶς ὑψηλοτέρας τοιαύτης τιμῆς, διαιροῦμεν τὸν Παρονομαςὴν 4 διὰ τῶν 2, καὶ προκύπτει τὸ νέον Κλάσμα $\frac{1}{2}$, τὸ ὁποῖον ἀναντιῤῥήτως τιμᾶται δὶς μᾶλλον τοῦ $\frac{1}{4}$· διότι ἓν μέρος, ἐξ ὧν 2 ποιοῦσιν ἓν Ἀκέραιον, εἶναι δὶς μεγαλήτερον ἀφ' ἑνὸς μέρους, ἐξ ὧν 4 ποιοῦσιν ὁμοίως ἓν Ἀκέραιον.

Ἐντεῦθεν λοιπὸν ἕπεται κοινῶς, ὅτι ἕκαςον Κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ Ἀριθμητὴς μένει ἀμετάβλητος, μεταβάλλεται εἰς τοσάκις μικροτέραν ἢ ὑψηλοτέραν τιμὴν, ὁσάκις ληφθῇ μεγαλήτερος ἢ μικρότερος ὁ Παρονομαςής του.

§. 186.

Λῆξις. Φανερὸν οὖν, ὅτι λαμβανόμενος ἐν ταὐτῷ ὁσάκις μᾶλλον, ἢ ἧττον ὅ,τε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαςὴς, πρέπει νὰ μείνῃ ἀμετάβλητος ἡ τοῦ Κλάσματος τιμὴ, ἐπειδὴ ὁσάκις αὐξάνει ἡ τιμὴ διὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ Ἀριθμητοῦ, τοσάκις ἐλαττοῦται πάλιν διὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ Παρονομαςοῦ, καὶ ὁσάκις σμικρύνεται ἡ τιμὴ διὰ τῆς ἐλαττώσεως τοῦ Ἀριθμητοῦ, τοσάκις αὐξάνει αὖθις διὰ τῆς ἐλαττώσεως τοῦ Παρονομαςοῦ· ἄρα ἑκάτερα ἰσοδυναμοῦσι, καὶ οὕτω μένει ἀμετάβλητος ἡ τοῦ Κλάσματος τιμή. Οἷον· διαιρουμένων τοῦτε Ἀριθμητοῦ καὶ τοῦ Παρονομαςοῦ τοῦ Κλάσματος $\frac{18}{30}$ διὰ τῶν 6, προκύπτει αὐτ' αὐτοῦ $\frac{3}{5}$, τὸ ὁποῖον τιμᾶται τόσον, ὅσον τὸ $\frac{18}{30}$· διότι διαιρεθέντος τοῦ Ἀριθμητοῦ μὲ 6, ἠλαττώθη ἡ τιμὴ τοῦ Κλάσματος ἑξάκις (ὡς §. 184.), τοῦ δὲ Παρονομαςοῦ ὡσαύτως διὰ τῶν 6 διαιρεθέντος, ηὐξήνθη ἡ τιμὴ πάλιν ἑξάκις (ὡς §. 185.), λοιπὸν μένει ἀμετάβλητος ἡ τοῦ Κλάσματος τιμὴ, περὶ ἧς ἐςὶν ὁ λόγος.

§. 187.

Ἐὰν ὅμως ὅτε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαςὴς δὲν ἔχουσι κοινὸν Διαιρέτην, ὅ ἐςὶ, δὲν διαιροῦνται δι' ἑνὸς καὶ τοῦ ἰδίου Ἀριθμοῦ ἐξ ἴσου, δῆλον ἐςὶν, ὅτι δὲν σμικρύνεται τὸ Κλάσμα, καὶ πρέπει νὰ μείνῃ ἀμετάβλητον εἰς τοὺς ἐξ ἀρχῆς ἀριθμούς του. Παρ. χ. τὸ Κλάσμα $\frac{22}{27}$ δὲν μεταφέρεται εἰς μικροτέρους Ἀριθμοὺς, ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει κἀνένας Ἀριθμὸς, ὅς τις δύναται νὰ διαιρέσῃ ἐξ ἴσου τόντε Ἀριθμητὴν καὶ τὸν Παρονομαςήν. Διότι· ἐὰν ἕκαςος Ἀριθμὸς διαιρῆται ἐξ ἴσου δι' ὁποιουδήποτε Ἀριθμοῦ ἰδιαιτέρως (καθὼς ἐνταῦθα ὁ Ἀριθμητὴς 22 διαιρεῖται διὰ τοῦ 2 καὶ 11, καὶ ὁ Παρονομαςὴς 27 διὰ τοῦ 3 καὶ 9), δὲν ὠφελεῖ ποσῶς, ἐπειδὴ, ὡς ἀπεδείχθη, διὰ νὰ μείνῃ ἀμετάβλητος ἡ τοῦ Κλάσματος τιμὴ, εἶναι ἑπόμενον νὰ διαιρεθῶσιν ὅ,τε Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαςὴς δι' ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ Ἀριθμοῦ ἐπίσης. Ὅθεν λέγομεν, ὅτι τὰ τοιαῦτα Κλάσματα δὲν ἐλαττοῦνται, καὶ πρέπει νὰ μείνωσιν εἰς τοὺς ἀρχαίους Ἀριθμοὺς αὐτῶν.

§. 188.

Διὰ νὰ δυνάμεθα λοιπὸν νὰ μεταβάλωμεν ἕκαςον Κλάσμα εἰς τοὺς πλέον ἐλαχίςους Ἀριθμοὺς, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἠξεύρωμεν, ἂν, καὶ διὰ ποίου Ἀριθμοῦ ἐλαττοῦται, ὃ ἐςὶ, πρέπει νὰ γινώσκωμεν εἰς τὸ, νὰ διακρίνωμεν, ἂν ὁ Ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαςὴς ἔχωσι κοινὸν Διαιρέτην, καὶ τίς ἐςὶν αὐτὸς ὁ Ἀριθμός· περὶ οὗ εἰς τὸ ἐπόμενον Κεφάλαιον ἕπεται ἡ ἀναγκαία Ἑρμηνεία.

ΚΕΦ. Δ΄.

Περὶ τοῦ κοινοῦ Διαιρέτου δύο Ἀριθμῶν, εἴτουν τοῦ Κλάσματος ἐν γένει.

§. 189.

Ὁ Ἀριθμὸς, δἰ οὗ δύο ἢ καὶ περισσότεροι ἄλλοι Ἀριθμοὶ δύνανται νὰ διαιρεθῶσιν ἐξ ἴσου ἐπ' ἀκριβὲς, ὀνομάζεται, μέγιςος καὶ κοινὸς αὐτῶν Διαιρέτης. Τοῦτον εὑρίσκομεν, ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖςον, διὰ τῶν ἐπομένων ἰδιαιτέρων Σημείων ἑκάςου Διαιρέτου.