

Τ Μ Η Μ Α Β΄.

Περὶ τῶν τεσσάρων εἰδῶν τῆς Ἀριθμη-
τικῆς ἐν Ἀκεραίοις Ἑτερογενέσι
Ἀριθμοῖς.

Κ Ε Φ. Α΄.

Περὶ διαφόρων Νομισμάτων, Μέτρων
καὶ Σταθμῶν.

§. 44. Δ ιὰ τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν, περὶ
τῶν ὁποίων εἶναι ἐνταῦθα ὁ λόγος, ἐννοῦνται ἐκεῖ-
νοι ὅπερ σημαίνουσι βέβαια ἑτεροειδῆς ποσότητας, ὅ-
μως ἤμπορῶν νὰ ἀναχθῶσιν εἰς ἓν κοινὸν εἶδος, κα-
θὼς εἶναι τὰ φλωρία, τὰ φιορίνια, τὰ γροσσί-
κια κτλ.

§. 45. Ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ ἐργασία δὲν ἤμπορεῖ νὰ γί-
νηται εἰς τέρας τῆς ἀριθμῆς, ἀν δὲν ἤξεύρη τινὰς
ἀκριβῶς, πόσαι μονάδες τῆ μικροτέρα εἶδος συμ-
πληρῶσι τὴν μονάδα τῆ μεγαλητέρα εἶδος, διὰ τῶτο
καταστρώννομεν ἐνταῦθα τὸν ἀκόλουθον Πίνακα.

α. Νομίσματα.

1. Χρυσᾶ Νομίσματα.	Φιορ.	κρ.
Τριπλῆς χρυσίνες	13	20
Ἡμιχρυσίνες	6	40

	Φιορ. κρ.
Χρυσίνες Κρεμνικιανός ή Καισα- ρικός	4 30
Χρυσίνες Ο'λανδικός	4 28
Χρυσίνες Φλωρεντινός	4 18
Χρυσίνες Σαλισβεργικός	4 20

2. Ἀργυρᾶ Νομίσματα.

Δακατῶν Βελγικός	2 32
Ἀργυρίνες Βελγικός ή Γαλλικός	2 16
Ἀργυρίνες Γσπανικός παλαιός .	2 4
— / — νέος	2 3
Ἀργυρίνες Θηρεσιανός	2 —
Ἀργυρίνες Ἰμπεριακός, ὅσις δὲν εἶναι πραγματικὴ μονέδα, ἀλ- λὰ μόνον λογαριασικὴ	1 30

Ἐν τῇ Τερκίᾳ.

τὸ Πηγγίον, πλασὴ μονέδα	500 γρόσσια.
τὸ Γρόσσι	40 παράδες.
ὁ Παράς	3 ἄσπρα.

3. Χαλκᾶ Νομίσματα.

τὸ Φιορίνι	20 γροσσ. ἢ 60 κρ.
τὸ Γροσσίκι	3 —
τὸ Κραϊτζάρι	4 νυμμία.
τὸ Νυμμίον ἢ τοι Φένιγ	2 λεπτά.

β'. Μέτρα.

1. Χρονικόν.

ὁ Αἰὼν περιέχει	100 ἔτη.
---------------------------	----------

τὸ κοινὸν Ἔτος	52	ἐβδομάδας καὶ
1 ἡμέραν ἦτοι	365	ἡμέρας.
ὁ Βίσεκτος χρόνος	52	ἐβδομάδας καὶ
δύω ἡμέρας ἦτοι	366	ἡμέρας.
ὁ Χρόνος	12	μῆνας.
ὁ Μῆνας	30 ἢ 31	ἡμέρας.
ἡ Ἐβδομάς	7	ἡμέρας.
ἡ Ἡμέρα	24	ῥας.
ἡ Ὦρα	60	λεπτά.
τὸ Λεπτὸν	60	δεύτερα.

2. Οἰνηρόν.

ὁ Πίθος ἢ τὸ Βάγени ἔχει	10	ἀμφορέας.
ὁ Ἀμφορεὺς ἢ τὸ χα-		
κόβι	40	μέτρα.
τὸ Μέτρον ἦτοι τὸ μόσσι	2	ξέσας.
ὁ Ξέσης εἶταν ἢ χόλμπα	2	κῆπας.

3. Σιτηρόν.

τὸ Μῆθ περιέχει	30	μέτζεν.
τὸ Μέτζεν	4	τέταρτα.
τὸ Τέταρτον	2	ὄγδοα.
τὸ Ὀγδοον	4	μεγάλα ἢ
	8	μικρὰ μεσσέρια.

4. Τεκτονικόν.

ἡ Ὀργιά περιέχει	6	πόδας.
ὁ Πῆς	12	δακτύλας.
ὁ Δάκτυλος	12	γραμμάς.
ἡ Γραμμὴ	12	σιγμάς.

Τὸ σημεῖον τῶν ὀργμῶν εἶναι (ο), τῶν ποδῶν (ι), τῶν δακτύλων (ιι), τῶν γραμμῶν (ιιι), τῶν σιγμῶν (ιιιι).

Σημ. Οἱ Γεωμέτραι διαιρῶσι τὴν ὄργανον εἰς 10 πόδας, τὸν πόδα εἰς 10 δακτύλους, τὸν δάκτυλον εἰς 10 γραμμὰς, τὴν γραμμὴν εἰς 10 σιγμάς.

5. Γεωγραφικόν.

τὸ Γερμανικὸν μίλιον περιέχει 400 βήματα.

τὸ Βῆμα	5 πόδας.
ὁ Πῆς	12 δακτύλους.
ὁ Δάκτυλος	4 κόκκους

κριθῆς κατὰ τὸ πλάτος λαμβανομένης.

6. Κάποιαι ὀνομασίαι ἀριθμητῶν πραγμάτων ἐν τοῖς ἐργασηρίοις.

τὸ Σιὸκ περιέχει	60 Κομμάτια.
τὸ Μάνδελ	15 —
τὸ Τετρίνι	12 —
ἡ Μπάλα χαρτίς	10 Ρίσσια.
τὸ Ρίσσι	20 Τεσέδες
ὁ Τεσὲς τῆ γραφικῆ χαρτίς	24 Ἀκόλας
— — τῆ τυπωτικῆ χαρτίς	25 —

γ'. Σταθμοὶ, ἢ Ζύγια.

1. Κοινὸν ἦτοι Μπακάλικον.

τὸ Κεντηνάριον περιέχει	100 λίτρας.
ἡ Λίτρα (Φῆντι)	16 ἔγκιας.
ἡ Οὐγκία	2 ἡμισγκίας
ἡ Ἡμισγκία (Λότι)	4 δραχμαίς.

Συντομίαις χάριν σημειώνονται τὰ κεντηνάρια μὲ κεντ. αἱ λίτραι μὲ λίτρ. αἱ ἡμισγκίαι μὲ ἡμισγκ. ἢ αἱ δραχμαὶ μὲ δραχ.

Εν τῇ Τυρκίᾳ.

τὸ Καντάρι ἔχει	44 ὀκάδες.
ἡ Ὄκα	4 λίτρας.
ἡ Λίτρα	100 δράμια.

2. Φαρμακοποιόν ἢ Σπετζιάρικον.

ἡ Λίτρα ἔχει	12 ὀγκίας.
ἡ Οὐγκία	8 δραχμάς.
ἡ Δραχμὴ	3 γραμμάρια.
τὸ Γραμμάριον (σκριπέλ)	20 κόκκους.

3. Χρυσῶν ἤτοι χρυσαφίς.

ἡ Μάρκα ἔχει	24 κεράτια.
τὸ Κεράτιον	4 κόκκους.
ὁ Κόκκος	3 σπειράκια.

4. Ἀργυρῶν ἤτοι Ἀσημίς.

ἡ Μάρκα ἔχει	16 ἡμιουγκίας.
ἡ Ἡμιουγκία	4 δραχμάς.
ἡ Δραχμὴ	4 δηνάρια.

Κ Ε Φ. Β΄.

Περὶ Ἀναλύσεως.

§. 46. Ἀνάλυσις τῶν ἀριθμῶν εἶναι μεταβολὴ αὐτῶν ἀπὸ τὸ μεγαλύτερον εἶδος, ὅπῃ δηλοῦσιν, εἰς τὸ μικρότερον. Παρ. χάριν ὅταν ἀπὸ 3 Φιορίνια γίνονται 60 γροσσίκια, ἢ ἀπὸ 4 λίτρας 128 ἡμιουγκίαι· τὰ τρία Φιορίνια, ἢ αἱ τέσσαρες λίτραι λέγονται, πῶς ἀναλύονται εἰς τὸ μικρότερον εἶδος, ἐκεῖνα δηλαδὴ εἰς 60 γροσσίκια, αὐταὶ δὲ εἰς 128 ἡμιουγκίας.

§. 47. Ο ἄριθμὸς, διὰ τῶ ὁποῖα πρέπει γὰ γίνηται ἡ ἀνάλυσις, ἢ, ὁ ταυτόν ἐστιν, ὅπῃ δηλοῖ ποσάκις τὸ μικρότερον εἶδος περιέχεται εἰς τὸ μεγαλύτερον, ὀνομάζεται Ἀναλυτικός. Παρ. χάριν ὁ ἄριθμὸς 60 ὅπῃ δηλοῖ, ὅτι τὸ κραϊτζάρι περιέχεται εἰς τὸ Φιορίνι ἐξηκοντάκις, εἶναι Ἀναλυτικὸς τῶν Φιορινίων εἰς κραϊτζάρια. Ὁμοίως ὁ ἄριθμὸς 32 ὅπῃ Φανερώνει, ὅτι ἡ ἡμιγκία περιέχεται εἰς τὴν λίτραν τριάκοντα δύο φοραῖς, εἶναι Ἀναλυτικὸς τῶν λίτρων εἰς ἡμιγκίας.

§. 48. Ἡ πρᾶξις, διὰ τῆς ὁποίας ἀναλύεται τὸ μεγαλύτερον εἶδος εἰς τὸ μικρότερον, ἢ μικρότατον, εἶναι ἡ ἀκόλθετος.

α. Ἄς πολλαπλασιασθῇ ὁ ἄριθμὸς τῶ μεγαλύτερος εἶδος μετὰ τὰς μονάδας τῶ ἐγγύς μικρότερος.

β. Ἄν τὸ παραγόμενον, ὅπῃ προκύπτει ἐντεῦθεν, ἤθελεν εἶναι ἄριθμὸς, ὅπῃ παρασαίνει μεγαλύτερον ἀκόμη εἶδος ἀπὸ ἐκεῖνο ὅπῃ ζητεῖται, ἄς πολλαπλασιασθῇ τῷτο τὸ παραγόμενον αὖθις μετὰ τὰς μονάδας τῶ ἐγγύς μικρότερος εἶδος, ἢ τῷτο ἄς συνεχίσηται, ἕως ὅπῃ τὸ ἔχατον παραγόμενον γὰ δείξη τὸ ζητούμενον εἶδος. Παρ. χάριν ἂν ἦναι γὰ ἀναλυθῶσι 84 Φιορίνια εἰς νημμία, ἄς γένωσι πρῶτον ἀπὸ Φιορίνια κραϊτζάρια, πολλαπλασιάζοντας τὰ 84 μετὰ τὰ 60 ἔπειτα ἀπὸ κραϊτζάρια νημμία, πολλαπλασιάζοντας τὰ κραϊτζάρια μετὰ 4. Ἡ ἐργασία γίνεται ἔτω.

84 Φιορ.

60 Ἀναλ. ἀριθ. τῶν Φιορ. εἰς κρ.

5040

4 Ἀναλ. ἀριθ. τῶν κρ. εἰς νημμία.

20160 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν νημμίων.

§. 49. Ὅταν εἶναι νὰ ἀναλυθῶσι δύο, τρεῖς ἢ περισσότεροι ἀριθμοὶ διαφόρων εἰδῶν εἰς τὸ κατώτατον εἶδος, πρέπει νὰ γένη ἡ ἐργασία τοιαυτοτρόπως.

α. Ἀς πολλαπλασιαθῇ ὁ ἀριθμὸς τῆ μεγαλωτάτης εἰδος, ὡς τὸ πρότερον, μὲ τὰς μονάδας τῆ ἐγγὺς μικροτέρης εἰδος.

β. Εἰς τὸ γινόμενον, ὅπῃ προκύπτει ἀπ' αὐτὸν τὸν πολλαπλασιασμὸν, ἄς προσεθῇ ὁ ἀκόλουθος ἀριθμὸς, ὅπῃ δηλοῖ τὸ αὐτὸ εἶδος, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνελύθη ὁ προηγουμένως.

γ. Τὸ ἤδη εὑρεθὲν κεφάλαιον ἄς πολλαπλασιασθῇ πάλιν μὲ τὰς μονάδας τῆ ἐγγὺς κατωτέρης εἰδος.

δ. Ἀς προσεθῇ εἰς τὸ παραγόμενον, καθὼς ἐγινε προηγουμένως, ὁ ἐξῆς ἀριθμὸς τῆ μικροτέρης, ἢ ἔτω καθεξῆς. Ἐσώσαν ἀναλυτέα τὰ ἐξῆς παραδείγματα χάριν σαφηνείας.

α. Ἐν Νομίσμασι.

Νὰ ἀναλυθῶσι 58 Φιορ. 18 κρ. 3 νημ. εἰς νημμία.

$$\begin{array}{r}
 58 \text{ Φιορ.} \\
 60 \\
 \hline
 3480 \\
 18 \\
 \hline
 3498 \text{ κραιτς.} \\
 4 \\
 \hline
 13992 \\
 3 \\
 \hline
 \end{array}$$

13995 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν νυμμίων.

β'. Ἐν Μέτροις.

1. Νὰ ἀναλυθῶσι 8 ἀμφορ. 16 μέτρα, 1 κῆπα εἰς κῆπας.

$$\begin{array}{r}
 8 \text{ ἀμφορ.} \\
 40 \\
 \hline
 320 \\
 16 \\
 \hline
 336 \text{ μέτρα.} \\
 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

1345 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν κηπῶν.

2. Νὰ ἀναλυθῶσι 15 ὄργυαι, 5 πόδες, 4 δάκτ. ἢ 9 γραμμαὶ εἰς σιγμάς.

15 ὄργυαί.

6

95 πόδες.

12

194

95

1144 δάκτυλοι.

12

2297

1144

13737 γραμμαί.

12

27474

13737

164344 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν σιγμῶν.

3. Νὰ ἀναλυθῶσιν 1 χρόνος, 7 μῆνες, 18 ἡμέραι εἰς ὥρας.

12

7

19 μῆνες

30

588 ἡμέραι,

24

2352

1176

14112 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν ὥρῶν.

γ. Ἐν Σταθμῷ.

Νὰ ἀναλυθῶσι 4 κεντηνάρια, 70 λίτραι, 20 ἡμιεγκίαι εἰς δραχμάς.

$$\begin{array}{r}
 4 \text{ κεντ.} \\
 \underline{100} \\
 470 \text{ λίτραι.} \\
 \underline{32} \\
 960 \\
 \underline{141} \\
 15060 \text{ ἡμιεγκίαι.} \\
 \underline{4} \\
 60240 \text{ τὸ ζητῶμενον εἶδος τῶν δραχμῶν.}
 \end{array}$$

Κ Ε Φ. Γ.

Περὶ Ἐπαναγωγῆς.

§. 50. Ἡ Ἐπαναγωγή τῶν ἀριθμῶν, ἣτις ἀντίκειται τῇ Ἀναλύσει, εἶναι μία πράξις, διὰ τῆς ὁποίας μεταφέρονται οἱ ἀριθμοὶ, ὅπῃ δηλῶσι μικρότερον εἶδος, εἰς τὸ μεγαλύτερον. Παρ. χάριν ὅταν 180 κραϊτζάρια μεταβάλλονται εἰς τρία Φιορίνια, τὰ 180 κραϊτζ. λέγονται, πῶς ἐπανάγονται εἰς τὸ μεγαλύτερον εἶδος, δηλαδή εἰς ἐκεῖνο τῶν 3 Φιορινίωγ.

Σημ. Πόσαι μονάδες τῆ μικροτέρῃ εἶδος ἀποτελεῶσιν, ἢ συμπληρῶσι τὴν μονάδα τῆ ἐγγύς μεγαλύτερῃ εἶδος, εἶναι δῆλον ἐκ τῆ κατασρωθέντος Πίνακος Κεφ. Α. §. 45.

§. 51. Καθὼς τὰ μεγαλύτερα εἶδη πάντοτε ἀπὸ τῶν ἀρισερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ ἀναλύονται εἰς τὰ ἐγγὺς μικρότερα, ἔτω τὰ μικρότερα εἶδη πάντοτε ἀπὸ τῶν δεξιῶν ἐπὶ τὰ ἀρισερὰ ἐπανάγονται εἰς τὰ ἐγγὺς μεγαλύτερα.

§. 52. Ὁ τρόπος τῆς Ἐπαναγωγῆς ἐπερίδεται τῷ μόνῳ τῷ κανόνι. Ἄς διαιρεθῇ μὲ τὸ Κεφάλαιον τῶν μονάδων, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ ἐγγὺς μεγαλύτερον εἶδος, πρῶτον ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς τῷ μικρότερο εἶδος· ἔπειτα τὸ Πηλίκον ἐξ ἐκείνου τῷ ἀριθμῷ· μετὰ ταῦτα τὸ Πηλίκον ἐκ τῷ Πηλίκου, ἢ αὐτὴ ἢ πρᾶξις ἄς προχωρῇ ἐπὶ τοσῶτον, ἕως ὅπῃ τὸ ἕξατον Πηλίκον νὰ δηλώσῃ τὸν ἀριθμὸν τῷ ζητημένῳ μεγίστῃ, ἢ μείζονος εἶδος· ἢ ἂν μετὰ τὴν διαίρεσιν μείνῃ τίποτε ἀπὸ τὸ εἶδος ὅπῃ ἐπανάγεται, τὸ μὲν Πηλίκον δείχνει τὸν ζητῆμενον ἀριθμὸν, τὸ δὲ ὑπόλειμμα φυλάττει τὴν παλαιὰν ὀνομασίαν. Παρ. χάριν ἂν ᾗναι νὰ ἐπαναχθῶσι νεμμία 345678 εἰς Φιορίνια, ἔτω πρέπει νὰ γένη ἡ ἐργασία.

νεμμία.

4|345678|86419 κρ. ἀπὸ νεμμία ἀναλυθέντα

25

16

7

38

2 νεμμία ὑπόλοιπα.

6,0|3641,9|1440 τὸ ζητούμενον εἶδος τῶν
Φιορινίων.

—
26

—
24

19 κραιτς. ὑπόλοιπα.

Πρόδηλόν ἐστιν, ὅτι γενομένης ἀναλύσεως τῶν
νεμμίων 345978 εὐρίσκονται 1440 Φιορ. 19 κρ.
ἢ 2 νεμμία.

Παραδείγματα δι' ἄσκησιν.

1. Νὰ ἐπαναχθῶσι 1345 κῆπαι οἶνε εἰς ἀμ-
φορέας.

4|1345|336 μέτρα, 1 κῆπα.

40|336|8 ἀμφορεῖς, 16 μέτρα, 1 κῆπα.

2. Νὰ ἐπαναχθῶσιν 103680 σιγμαὶ εἰς ὀργυάς.

12|103680|8640 γραμμαί.

12|8640|720 δάκτυλοι.

12|720|60 πόδες.

6|60|10 ὀργυαί.

3. Νὰ ἐπαναχθῶσιν 6425 ἡμιβγκίαί εἰς κεντη-
νάρια.

32|6425|200 λίτραι, 25 ἡμιβγκίαί.

100|200|2 κεντηνάρια, ἢ 25 ἡμιβγκίαί.

§. 53. Ἡ δοκιμὴ τῆς Ἐπαναγωγῆς γίνεται διὰ
τῆς Ἀναλύσεως τῆς Ἀναλύσεως δὲ διὰ τῆς Ἐπα-
ναγωγῆς. Παρ. χάριν νὰ ἀναλυθῶσι 4 Φιορ. 18 κρ.

κρ. 3 νημμία εἰς τὸ ἐλάχισον εἶδος τῶν νημμίων,
τὸ παράγομενον ἔσαι 1035 νημμία.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ Φιορ.} \\ 60 \\ \hline 258 \text{ κρ.} \\ 4 \\ \hline 1035 \text{ νημμία.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Δοκιμή.} \\ 4 | 1035 | 258 \text{ κρ. 3 νημ.} \\ 60 | 258 | 4 \text{ Φιορ. 18 κρ.} \\ \quad \quad \quad 3 \text{ νημμία.} \end{array}$$

Κ Ε Φ. Δ.

Περὶ Πρόσθεσις τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν.

§. 54. Ἡ Πρόσθεσις τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν ἐπιτελεῖται διὰ τέτων τῶν κανόνων.

α. Ἀς γραφθῶσι τὰ ὁμογενῆ εἶδη ὑπὸ τὰ ὁμογενῆ, τὰ νημμία δηλαδή ὑπὸ τὰ νημμία, τὰ κραῖτζάρια ὑπὸ τὰ κραῖτζάρια, τὰ Φιορίνια ὑπὸ τὰ Φιορίνια, ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εἰδῶν ὁμοίως· ἢ ἄς ἀχθῆ μία πλαγία γραμμή.

β. Ἀς προσεθῶσι, γενομένης τῆς ἀρχῆς ἐκ δεξιῶν, ξεχωριστὰ τῷ κάθε εἶδος οἱ ἀριθμοί.

γ. Ἐὰν μετὰ τὴν πρόσθεσιν τῶν ἀριθμῶν τινος εἶδος προκύπτῃ κεφάλαιον, ὅπερ περιέχει τὸ ἀκόλθθον μεγαλύτερον εἶδος, ἄς ἐπαναχθῆ τῷ τὸ κεφάλαιον κατὰ τὸν ἀνωτέρω κανόνα §. 52. εἰς τὸ ἐγγύς μεγαλύτερον εἶδος.

δ. Τὸ εὔρεθὲν μεγαλύτερον εἶδος ἄς μεταφερθῆ εἰς τὸν ἀκόλθθον σύλον, τὸ δὲ ὑπόλειμμα, ἄς

περισσέυση τίποτε, ἄς σημειωθῆ ὑποκάτω τῶν εἰδῶν, ὅπῃ ἀθροίσθησαν εἰς κεφάλαιον. Ἐ΄σωσαν παρ. χάριν.

	Φιορ.	κρ.	νυμ.
Προσθεττέοι ἀριθμοὶ	345	— 36	— 3
	218	— 54	— 2
	523	— 49	— 2
	37	— 28	— 3
	24	— 2	— 1
Ἔσαι τὸ Κεφάλαιον	1149	— 49	— 1

Ἐπειδὴ γὰρ ἐκ τῆς ἀθροίσεως τῶν νυμμίων προκύπτει 9, ἢ αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς περιέχει τὸ ἀκόλουθον μεγαλύτερον εἶδος, δηλαδή τὰ κραϊτζάρια, ἄς ἐπαναχθῶσι τὰ 9 νυμμία εἰς κραϊτζ. μὲ 4· ἢ γενομένως εὐρίσκονται 2 κραϊτζάρια ἢ 1 νυμμίον ὑπόλοιπον. Ἀς γραφθῆ τὸ 1 ὑπὸ τὰ νυμμία, τὰ δὲ 2 ἄς μεταφερθῶσιν εἰς τὰ κραϊτζάρια. Ἐπειδὴ δὲ τὰ κραϊτζ. μὲ τὰ μεταφερθέντα 2 κραϊτζάρια κάμνουν κεφάλαιον 169, εἰς τὰ ὅποια αἴθεις περιέχεται τὸ ἀκόλουθον μεγαλύτερον εἶδος, δηλονότι τὰ Φιορίνια, ἄς ἀναχθῶσι τὰ 169 κραϊτζ. ὡς πρότερον εἰς Φιορ. μὲ 60· ἢ γενομένως εὐρίσκονται 2 Φιορ. μὲ 49 κραϊτζ. ὑπόλοιπα. Ἀς τεθῶσι τὰ 49 κραϊτζ. ὑπὸ τὰ κραϊτζάρια, ἢ τὰ 2 Φιορ. ἄς συναριθμηθῶσιν εἰς τὰ Φιορίνια, τῶν ὁποίων ἡ πρόσθεσις ἄς γένη συνήθως.

Παραδείγματα χάριν ἁσκήσεως.

Α.			Β.		
Φιορ.	κρ.	νμ.	Φιορ.	κρ.	νμ.
3	— 17	— 3	69	— 27	— 2
18	— 15	— 2	1086	— 50	— 3
309	— 23	— 3	723	— 42	— 1
Κεφ. 330			Κεφ. 1880		
—	57	— =	—	ε	— 2

Γ.			Δ.		
Φιορ.	κρ.	νμ.	Φιορ.	κρ.	νμ.
54	— 23	— 2	567	— 22	— 1
9	— 40	— 3	98	— 14	— 2
17	— 18	— ε	15	— 52	— 2
79	— 40	— 2	23	— 30	— 3
Κεφ. 161			Κεφ. 705		
—	2	— 3	—	ε	— 2

Ε.					
κεντ.	λιτρ.	—	ήμισυκ.	—	δραχμαί.
5	— 87	—	16	—	1
1	— 91	—	=	—	3
3	— 68	—	27	—	2
8	— 53	—	11	—	ε
Κεφ. 20					
—	ε	—	23	—	2

Κ Ε Φ. Ε.

**Περί Αφαιρέσεως τῶν Ἑτερογενῶν
Ἀριθμῶν.**

§. 55. Ἡ Ἀφαίρεσις τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν γίνεται διὰ τῶν ἑξῆς κανόνων.

α. Ἄς τεθῶσι τὰ ἀφαιρετέα εἶδη ὑπὸ τὰ ἐλαττωτέα, ὡς διατάχθη ἐν τῇ Προσθέσει.

β. Ἄς ἀφαιρεθῇ, ἀρχίζοντας ἐκ δεξιῶν, τὸ ἐλάχισον κατώτερον εἶδος ἀπὸ τὸ ἐλάχισον ἀνώτερον· ἔπειτα τὸ μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ μεγαλύτερον, ἢ ἕτω καθεξῆς.

γ. Ἐὰν κανένα ἀφαιρετέον εἶδος ὑπερβαίῃ τὸ ἐλαττωτέον, ἄς δανεισθῇ μίαν μονάδα ἀπὸ τὸ ἐγγύς μεγαλύτερον εἶδος, ἥτις ἀναλυθεῖσα εἰς τὰς μονάδας ἐκείνη τῆ εἶδος, ἀπὸ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ γένη ἡ ἀφαίρεσις, ἄς προσεθῇ εἰς τὸν ἐλαττωτέον ἀριθμὸν, ἢ ἄς ἀφαιρεθῇ. Ἐῴσαν παρ. χάριν ἀφαιρετέοι οἱ ἐξῆς ἀριθμοί.

Α.	Φιορ.	κρ.	νσμ.
	456	— 44	— 3
	135	— 32	— 2

Ἦπ. 321 — 12 — 1

Β.	Φιορ.	γροσ.	κρ.	νσμ.
	249	— 4	— 1	— 3
	136	— 18	— 2	— 2

Ἦπ. 112 — 5 — 2 — 1

Ἐπὶ τῆ Β. παρ. γίνεται ἡ ἀφαίρεσις τοιαυτοτρόπως. Ἀφαιρεθέντων 2 νσμίῶν ἀπὸ 3 μένει 1, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ τεθῇ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. 2 κραῖτς. ἀπὸ ἓν δὲν δύνανται νὰ ἀφαιρεθῶσιν, ἄς ληφθῇ λοιπὸν δανεικῶς ἀπὸ 4 γροσσίκια, τστέσιν ἀπὸ τὸ ἐγγύς μεγαλύτερον εἶδος, ἓν γροσσίκι. Προσίδεται εἰς τῆτο τὸ γροσσίκι, ὅπῃ ἀνελύθη εἰς 3 κραῖτςάρια, ἢ ἐλαττωτέα μονάς,

ὅπῃ ἀντὶ 1 γὰ γένωσι 4, ἢ ἀπὸ 4 ἀφαιρῶνται 2 κραιτζάρια. Προσέτι ἐπειδὴ ἀπὸ 3 γροσσίκια 18 δὲν ἤμπορῶν γὰ ἀφαιρεθῶσι, πάλιν ἄς ληφθῆ δανεικῶς ἀπὸ 249 Φιορίνια μία μονὰς, δηλαδὴ ἐν Φιορίνι τῆτο τὸ Φιορίνι ἀναλυθῆν εἰς 20 γροσσίκια προσίθεται εἰς τὰ τρία ἐλαττωτέα γροσσίκια, ὅπῃ ἀντὶ 3 γὰ ἦναι 23, ἀπὸ τὰ ὅποια ἀφαιρέμενα 18 ἀφίνωσι 5 γροσσίκια. Τελευταῖον ἀφαιρεθέντων 136 Φιορινίων ἀπὸ 248 μένωσιν 112 Φιορίνια.

Σημ. Ὅταν τὰ ἐλαττωτέα εἶδη εἶναι ὀλιγώτερα ἀπὸ τὰ ἀφαιρετέα, ἢ ἀκολέθως τὰ ὑσερινὰ ἀφαιρετέα εἶδη δὲν ἤμπορῶν γὰ ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ τὰς κενῆς τόπης, ἦτοι ἀπὸ τὸ μηδέν, πρέπει γὰ ληφθῆ δανεικῶς μία μονὰς ἀπὸ τὸν ἔγγισα ἀκόλαθον ἀριθμὸν τῆ μεγαλητέρη εἶδης, ἢ γὰ ἀναλυθῆ εἰς τὰ κατώτερα εἶδη ἐν πᾶσι τοῖς τόποις, ὅπῃ δὲν εἶναι κανένας ἀριθμός. Παρ. χάριν ἂν ἦναι γὰ ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ 240 μοῖρας 36 μοῖραι, 14 λεπτά πρῶτα, ἢ 19 δεύτερα, ἄς γένωσιν ἀπὸ μίαν μοῖραν 60 πρῶτα λεπτά, ἢ ἀπὸ ἐν πρῶτον λεπτόν. 60 δεύτερα, ἢ ἀκολέθως ἐπὶ τῆ τόπῃ τῶν ἐλαττωτέων εἰδῶν ἀντὶ 240 μοιρῶν ἄς τεθῶσι 239 μοῖραι, 59 πρῶτα λεπτά, 60 δεύτερα, ἢ ἔπειτα ἄς γένη ἡ ἀφαίρεσις.

μοῖραι.	λεπτά.	δεύτερα.	μοῖρ.	λεπτ.	δεύτ.
240	—	=	—	=	ἦτοι 239 — 59 — 60
36	—	14	—	19	36 — 14 — 19
<hr/>					
Ἦπ. 203 — 45 — 41					

Παραδείγματα χαριν ἀσκήσεως.

Α.			Β.		
Φιορ.	κρ.	νβμ.	Φιορ.	κρ.	νβμ.
34	— 13	— 1	369	— 25	— 2
12	— 27	— 3	254	— 32	— 3
Υ' π. 21	— 45	— 2	Υ' π. 114	— 52	— 3

Γ.			Δ.		
Φιορ.	κρ.	νβμ.	Φιορ.	κρ.	νβμ.
600	— =	— =	109	— 29	— =
199	— 17	— 2	99	— 49	— 3
Υ' π. 400	— 42	— 2	Υ' π. 9	— 39	— 1

Α.			Β.		
κεντ.	λίτρ.	ήμισυκ.	κεντ.	λίτρ.	ήμισυκ.
7	— 8	— 13	9	— 47	— 3
3	— 27	— 28	3	— 89	— 30
Υ' π. 3	— 80	— 17	Υ' π. 5	— 57	— 5

Γ.			Δ.		
κεντ.	λίτρ.	ήμισυκ.	κεντ.	λίτρ.	ήμ. δραχ.
6	— 43	— 20	85	— =	— =
1	— 96	— 28	26	— 34	— 12 — 3
Υ' π. 4	— 46	— 24	Υ' π. 48	65	— 19 — 1

Κ Ε Φ. ΣΤ'.

Περὶ Πολλαπλασιασμῶ τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν.

§. 56. Ὁ Πολλαπλασιασμὸς τῶν Ἑτερογενῶν Ἀριθμῶν πρέπει νὰ ἐπιτελῆται τοιοῦτοτρόπως.

α. Ἄς γραφθῆ ὁ Πολλαπλασιασῆς ὑπὸ τὸ ἐλάχιστον πολλαπλασιασέον εἶδος.

β. Ἄς πολλαπλασιασθῆ μετὰ ταῦτα ὁ Πολλαπλασιασῆς μετὰ ὅλα τὰ ἐξῆς εἶδη, ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ ἐλάχιστον.

γ. Ἐὰν τὸ Παραγόμενόντινος εἶδος περιέχη τὸ ἐγγὺς μεγαλύτερον εἶδος, ἄς ἐπαναχθῆ διὰ τῆς διαιρέσεως εἰς τὸ ἐγγὺς ἀνώτερον εἶδος.

δ. Ἄς μεταφερθῆ τὸ εὔρεθὲν Πηλίκον εἰς τὸ παραγόμενον τῆ ἐξῆς εἶδος, τὸ δὲ Ὑπόλειμμα, ἂν εἶναι κἀνένα, ἄς σημειωθῆ ὑποκάτω τῆ πολλαπλασιασθέντος εἶδος. Ἰδὲ παραδείγματα.

Α.			Β.		
Φιορ.	κρ.	γμ.	Φιορ.	κρ.	γμ.
13	— 48	— 3	345	— 48	— 2
		μὲ 9			μὲ 5
δίδαν 124	— 18	— 3	1729	— 2	— 2

Γ.				Δ.		
κεντ.	λιτρ.	ἡμιγ.	δρ.	ἡμέρ.	ῶραι.	λεπτά.
6	— 97	— 13	— 3	43	— 13	— 25
		μὲ 8				μὲ 3
κάμν. 55	— 79	— 14	— 2	130	— 16	— 15

Σημ. Ἡμπορεῖ ὁ Πολλαπλασιασμός νὰ γένη ἢ κατ' ἄλλον τρόπον. Ἄς ἀναλυθῶσι δηλαδή πρῶτον τὰ ἀνώτερα εἶδη εἰς τὰ κατώτερα, εἰς τὰ ὅποια πρέπει νὰ προσίθωνται ἢ τὰ τυχόντα ὁμογενῆ· ἔπειτα ἄς πολλαπλασιασθῆ τὸ ἐξ ἀπάντων τῶν εἰδῶν προκύπτον κεφάλαιον μετὰ τὸν δο-

θέντα Πολλαπλασιασῆν, ἢ τὸ παραγόμενον ἄς ἀναχθῆ πάλιν διὰ τῆ Ἀναλυτικῆ ἀριθμῶ εἰς τὸ ἀνώτατον εἶδος. Παρ. χάριν·

Νὰ πολλαπλασιασθῶσι τὰ ἀνωτέρω 6 κεντ. 97 λίτρ. 13 ἡμιγγκ. 3 δραχ. μὲ 8.

κεντ.	λίτρ.	ἡμιγγκ.	δραχ.
6	— 97	— 13	— 3
100			
697			
32			
1407			
2091			
22317			
4			
89271			
μὲ 8			

714168 δραχμαὶ, αἱ ὁποῖαι ἄς ἀναχθῶσι, ἢ εὐρεθῆσονται 55 κεντ. 79 λίτρ. 14 ἡμιγγκ. ὡς ἀνωτέρω.

4|714168|178542 ἡμιγγκ.

32|178542|5579 λίτραι, 14 ἡμιγγκ.

100|5579|55 κεντ. 79 λίτρ. 14 ἡμιγγκ.

Παραδείγματα χάριν ἀσκήσεως.

1. Ἄν μία πήχη ῥᾶχον ἀξίση 6 φιορ. 49 κρ. ἢ 2 νσμ. τί ἀξίσην 7 πήχαι;

$$\begin{array}{r} \text{Φιορ.} \quad \text{κρ.} \quad \text{νμ.} \\ 6 \text{ — } 49 \text{ — } 2 \\ \text{μὲ } 7 \end{array}$$

$$47 \text{ — } 46 \text{ — } 2$$

2. Ἐνας ἀγοράζει εἰς τὸ ἐργαστήριο 8 πήχ. ῥῆ-
χον πρὸς 9 Φιορ. 41 κρ. ἢ 3 νμμία τὴν πή-
χην, ἢ τὰς πληρώνει μὲ ἓνα γραμματεῖον ἀπὸ
100 Φιορ. πόσα λαμβάνει ὀπίσω;

$$\begin{array}{r} \text{Φιορ.} \quad \text{κρ.} \quad \text{νμ.} \\ 9 \text{ — } 41 \text{ — } 3 \\ \text{μὲ } 8 \end{array}$$

κάμνεν 77 — 34 — = τέτων ἀφαιρε-
θέντων ἀπὸ 100 Φιορ, μένσει 22 Φιορ. 26 κρ.

3. Πόσα κάμνεν 9 κεντηνάρια ζάχαρη πρὸς 78
Φιορ. ἢ 34 κρ. τὸ κεντηνάριον;

$$\begin{array}{r} \text{Φιορ.} \quad \text{κρ.} \\ 78 \text{ — } 34 . \\ \text{μὲ } 9 \\ \hline 707 \text{ — } 6 \end{array}$$

Κ Ε Φ. Ζ'.

Περὶ Διαίρεσως τῶν Ἐτερογενῶν Ἀριθμῶν.

§. 57. Ἡ Διαίρεσις τῶν Ἐτερογενῶν Ἀριθμῶν γί-
γεται διὰ τῶν ἑξῆς κανόνων.