λαδὴ δέκα μονάδας εἰς τὸν ἀριθμὸν 3, λέγε· 5 ἀπὸ 13 μένεσι 8· πρὸ τοῦ ὅμως γένῃ τοῦτο, ἂς σημειωθῶσι τὰ δύω μηδενικὰ σημεῖα μὲ σιγμήν. Κατεβάζωντας 4 ἀπὸ 9, δηλαδὴ ἀπὸ τὸ μηδενικὸν σημεῖον, ἐπάνω τοῦ ὁποίου εἶναι ἡ σιγμὴ, ἀπομένεσι 5. Ἀφαιρέμενα 2 ἀπὸ 9 δίδεσιν ὑπόλειμμα 7. Κατεβάζωντας 3 ἀπὸ 6 μονάδι ἐλαττωθέντα, ἤτοι ἀπὸ 5 ἀπομένεσι 2. Τελευταῖον ἀφαιρεθέντων 9 ἀπὸ 9, ἐπειδὴ δὲν μένει τίποτε, καὶ ἡ ἀφαίρεσις τελειώνει, δὲν τίθεται τίποτε ὑποκάτω τῆς γραμμῆς.

ΚΕΦ. Γ'.

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ.

§. 30. Πολλαπλασιασμὸς εἶναι πρόθεσις ἑνὸς ἀπὸ τοὺς δύω δοθέντας ἀριθμοὺς, ἢ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ τοσάκις, ὁσάκις περιέχεται ἡ μονὰς εἰς τὸν ἄλλον. Παρ. χάριν ἐὰν δοθέντων τῶν ἀριθμῶν 3 καὶ 4, ὁ 3 ἀριθμὸς τίθηται τοσάκις, ὅσαι μονάδες εἶναι εἰς τὸν 4, δηλαδὴ τετράκις· ἢ ἀνάπαλιν ὁ 4 ἀριθμὸς προσίθηται τοσάκις ἑαυτῷ, ὅσαι μονάδες εἶναι εἰς τὸν 3, δηλονότι τρὶς, οἱ ἀριθμοὶ 3 καὶ 4 λέγονται, πῶς πολλαπλασιάζονται ἕνας μὲ τὸν ἄλλον.

Σημ. Ἐκ τούτου τοῦ ὁρισμοῦ πρόδηλόν ἐστιν·

α'. Ὅτι ὁ Πολλαπλασιασμὸς δὲν εἶναι ἄλλο, εἰ μὴ ἐπανειλημμένη πρόθεσις τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

β'. Ὅτι εἰς τὸν Πολλαπλασιασμὸν δύω ἀριθμῶν τὸ αὐτὸ εἶναι, εἴτε ὁ μικρότερος πολλαπλασιαθῇ διὰ τοῦ μεγαλητέρου, εἴτε ὁ μεγαλήτερος διὰ τοῦ μι-

κροτέρου· ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ὅμως γίνεται τὸ δεύτερον.

§. 31. Οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ, τῶν ὁποίων ζητεῖται ὁ πολλαπλασιασμὸς, καλοῦνται μὲ κοινὸν ὄνομα Πράκτορες, ἢ Παράγοντες· ὁ ἀριθμὸς ὁποῦ πρέπει ἐνιάκις νὰ τεθῇ ὀνομάζεται Πολλαπλασιαζόμενος, ἢ Πολλαπλασιαστέος· ἐκεῖνος ὁποῦ φανερώνει μὲ τὰς μονάδας του, ποσάκις πρέπει νὰ τεθῇ ὁ ἀριθμὸς ἐκεῖνος, καλεῖται Πολλαπλασιάζων, ἢ Πολλαπλασιαστής· ἢ ἐκεῖνος ὁποῦ εὑρίσκεται διὰ τῆς ἐργασίας λέγεται Παραγόμενον ἢ Γινόμενον. Παρ. χάριν ὅταν πολλαπλασιάζονται 8 μὲ 3, ὁ ἀριθμὸς 8 εἶναι Πολλαπλασιαστέος, ὁ 3 Πολλαπλασιαστὴς, 24 Παραγόμενον, ἢ Γινόμενον.

§. 32. Δύω πτώσεις συμβαίνουσιν εἰς τὸν Πολλαπλασιασμόν· διότι ὁ Πολλαπλασιαστὴς ἢ ἐξ ἑνὸς μόνου ψηφίου σύγκειται, ἢ ἐκ περισσοτέρων.

§. 33. Εἰ μὲν ὁ Πολλαπλασιαστὴς ἐξ ἑνὸς μόνου ψηφίου σύγκειται, ἂς γένῃ ἡ ἐργασία τοιουτοτρόπως.

α΄. Ἂς πολλαπλασιάζῃ ὁ Πολλαπλασιαστὴς, ἀρχίζωντας ἐκ δεξιῶν, ὅλα τὰ ψηφία τοῦ Πολλαπλασιαστέου διὰ τοῦ Πυθαγορικοῦ Πίνακος, καὶ ἂς τεθῇ τὸ παραγόμενον τῶν μονάδων ὑπὸ τὰς μονάδας, τῶν δεκάδων ὑπὸ τὰς δεκάδας κτλ.

β΄. Ὅταν ἀπὸ τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν μονάδων, ἢ ἑκατοντάδων κτλ. προκύπτει ἀριθμὸς μεγαλήτερος τοῦ 9, δηλαδὴ τοιοῦτος, ὁποῦ ἔπρεπε νὰ γραφθῇ μὲ δύω ψῆφία, τότε ἂς τεθῇ τὸ δεξιὸν ψηφίον ὑποκάτω τῆς γραμμῆς, καθὼς εἴπομεν ἐν τῇ Προθέσει, καὶ τὸ ἀριστερὸν ἂς προστεθῇ εἰς τὸ ἀκόλουθον παραγόμενον.

Ἔςω παραδείγματος χάριν Πολλαπλασιασέος ἀριθμὸς 8375
Πολλαπλασιαςὴς 7

ἔςαι τὸ Παραγόμενον 58625

Ο᾽ δὲ τρόπος τῆς εὑρέσεως αὐτῦ εἶναι ὁ ἑξῆς· Πεντάκις 7 κάμνυσι 35. Ἀς τεθῇ τὸ δεξιὸν ψηφίον 5 ὑπὸ τὰς μονάδας ὑποκάτω τῶν 7, τὸ δὲ ἀριςερὸν ψηφίον 3 ἂς φυλαχθῇ διὰ τὸ ἀκόλυθον παραγόμενον ἐκ τῦ 7 διὰ τῦ 7. Ἑπτάκις 7 κάμνυσι 49, προςεθέντων 3, τὰ ὁποῖα ἐπερίσσευαν ἀπὸ τὸ πρῶτον παραγόμενον γίνονται 52. Ἀς γραφθῇ 2 ὑποκάτω τῆς γραμμῆς ὑπὸ τὰς δεκάδας, ϗ πάλιν 5 ἂς φυλαχθῇ διὰ τὸ ἀκόλυθον παραγόμενον. Τρὶς 7 κάμνυσι 21, προςεθέντων 5 προκύπτυσι 26. Ἀς τεθῇ 6 ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας, ϗ τὸ ψηφίον 2 ἂς φυλαχθῇ πάλιν διὰ τὸ ἑξῆς γινόμενον. Ἑπτάκις 8 δίδυσι 56 προςεθέντος τῦ ψηφίυ 2, ὁπῦ ἐφυλάχθη, ἂς γραφθῇ ὅλος ὁ ἀριθμὸς 58 ὑπὸ τὰς χιλιάδας, ϗ ὕτω τελειώνει ἡ ἐργασία.

§. 34. Εἰ δὲ ἐξεναντίας ὁ Πολλαπλασιαςὴς σύγκειται ἐκ δύω, τριῶν, ἢ περισσοτέρων ψηφίων, διατάζεται ὁ ἑξῆς τρόπος τῆς ἐργασίας.

α᾽. Ἀς τεθῇ ὁ Πολλαπλασιαςὴς ὑπὸ τὸν Πολλαπλασιαςέον κατὰ τὸν τρόπον, ὁπῦ παρεδώκαμεν ἀνωτέρω ἐν τῇ Προθέσει ϗ Ἀφαιρέσει, ϗ ἂς ἀχθῇ ὑποκάτω αὐτῶν μία γραμμή.

β᾽. Ἀς πολλαπλασιάζωνται κατὰ τὴν εἰρημένην μέθοδον ὅλα τὰ ψηφία τῦ Πολλαπλασιαςέυ πρῶτον διὰ τῶν μονάδων, ἔπειτα διὰ τῶν δεκάδων,

ὕςερον διὰ τῶν ἑκατοντάδων κτλ. τῦ Πολλαπλασιασῦ, τὰ δὲ κατὰ μέρος γινόμενα ἂς γράφωνται ὑποκάτω τῆς γραμμῆς ἕτως, ὁπῦ, γυρίζωντας ἀπὸ τὸ δεξιὸν πρὸς τὸ ἀριςερὸν μέρος, νὰ λαμβάνωσι πάντοτε τὴν ἀρχὴν ὑποκάτω ἐκείνυ τῦ ψηφίυ, διὰ τῦ ὁποίυ ἀρχίζει ὁ πολλαπλασιασμός.

γ'. Ἂς ἀθροίζωνται τὰ μερικὰ γινόμενα ὑποκάτω τῆς γραμμῆς εἰς ἓν κεφάλαιον, κ᾽ αὐτὸ ἔςαι τὸ ὅλον γινόμενον, ἢ παραγόμενον. Τὰ ἑξῆς παραδείγματα θέλων διασαφήσει τὰ λεγόμενα.

Α.

6853)
42)
πράκτορες.

13706)
27412)
μερικὰ γινόμενα.

287826 ὁλοχερὲς γινόμενον.

Β.

45089)
236)
πράκτορες.

270534)
135267)
90178)
μερικὰ γινόμενα.

10641004 ὁλοχερὲς γινόμενον.

Γ.

78967)
4538)
πράκτορες.

631736)
236901)
394835)
215868)
μερικὰ γινόμενα.

358352246 ὁλοχερὲς γινόμενον.

Σημειώσεις.

1. Ὅταν εὑρίσκωνται μηδενικὰ σημεῖα εἰς τὴν μέσην τοῦ Πολλαπλασιασοῦ, ἂς ἀφεθῶσι ταῦτα, καὶ ἂς γένῃ ὁ πολλαπλασιασμὸς μὲ ἐκεῖνα μόνον τὰ ψηφία, διὰ τῶν ὁποίων δηλοῦται τι, ἤγουν κάνένας ἀριθμὸς, φυλαττομένης ὅμως τῆς τάξεως, ὁποῦ πρέπει νὰ γραφθῶσιν τὰ μερικὰ γινόμενα, καθὼς δείκνυσι τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα.

$$\begin{array}{r} 3652 \\ 2003 \\ \hline 10956 \\ 7304 \\ \hline 7314956 \end{array}$$

2. Ἐὰν ὁ ἕνας, ἢ καὶ οἱ δύω πράκτορες ἔχωσι εἰς τὸ τέλος μηδενικὰ σημεῖα, ἂς ἀφεθῶσιν ἐν τοσούτῳ αὐτὰ, καὶ ἂς γένῃ ὁ πολλαπλασιασμὸς διὰ τῶν λοιπῶν ψηφίων. Ἔπειτα ἂς προσεθῶσιν εἰς τὸ παραγόμενον, ὁποῦ προκύπτει ἀπὸ τὰ μερικὰ γινόμενα εἰς ἓν κεφάλαιον ἀθροισμένα, ἐκ δεξιῶν τόσα μηδενικὰ σημεῖα, ὅσα εὑρίσκονται καὶ εἰς τοὺς δύω πράκτορας ὁμοῦ, καθὼς φαίνεται ἐπὶ τούτων τῶν παραδειγμάτων.

A.	B.	Γ.
3450	789	8560
2	50	90
6900	39450	770400

Δ.	Ε.	Ζ.
7800	4560	728000
340	7800	3600
312	3648	4368
234	3192	2184
2652000	35568000	2620800000

3. Ἐὰν λοιπὸν ὁ Πολλαπλασιασὴς σύγκηται ἁπλῶς ἐκ μονάδος μετὰ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων μηδενικῶν σημείων, ὡσὰν 10, 100, 1000 κ᾽ ἔτω καθεξῆς, ἂς τεθῶσι ταῦτα τὰ μηδενικὰ σημεῖα εἰς τὶ παραγόμενον, παρ. χάριν·

3456	3456	3456
10	100	1000
34560	345600	3456000

ΚΕΦ. Δ'.

Περὶ Διαιρέσεως ἤτοι Μερισμοῦ.

§. 35. Διαίρεσις εἶναι ἀφαίρεσις ἑνὸς δοθέντος ἀριθμοῦ ἀπὸ ἄλλον δοθέντα ὁσάκις ἠμπορεῖ νὰ γένῃ, διὰ νὰ φανερωθῇ ποσάκις ὁ ἄλλος, δηλονότι ὁ μικρότερος περιέχεται ἤτοι χωρεῖ εἰς τὸν μεγαλήτερον. Παρ. χάριν 12 νὰ διαιρεθῶσι μὲ 3 εἶναι νὰ ἀφαιρεθῇ ὁ ἀριθμὸς 3 ἀπὸ τὰ 12 ὁσάκις ἠμπορεῖ νὰ γένῃ, δηλαδὴ τετράκις.

Σημ. Καθὼς ὁ Πολλαπλασιασμὸς εἶναι ἐπανειλημμένη πρόθεσις τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, οὕτως ἡ Διαίρεσις εἶναι ἐπανειλημμένη ἀφαίρεσις τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

§. 36. Ο' ἀριθμὸς ὁπῦ πρέπει νὰ διαιρεθῇ ὀνομάζεται Διαιρετέος· ὁ ἄλλος, διὰ τῦ ὁποίυ πρέπει νὰ γένῃ ἡ διαίρεσις, Διαιρέτης· ϗ ἐκεῖνος ὁπῦ φανερώνει μὲ τὰς μονάδας τυ, ποσάκις ὁ Διαιρέτης περιέχεται ἤτοι χωρεῖ εἰς τὸν Διαιρετέον λέγεται Πηλίκον. Παρ. χάριν ὅταν διαιρῦνται 10 μὲ 2, ὁ ἀριθμὸς 10 εἶναι Διαιρετέος, ὁ 2 Διαιρέτης, ϗ ὁ 5 Πηλίκον.

§. 37. Καθὼς εἰς τὸν Πολλαπλασιασμὸν, ἕτω ϗ εἰς τὸν Μερισμὸν δύω πτώσεις πρέπει νὰ παρατηρῶνται, ἂν ὁ Διαιρέτης σύγκηται ἐξ ἑνὸς μόνυ ψηφίυ, ἢ ἐκ περισσοτέρων.

§. 38. Εἰμὲν ὁ Διαιρέτης σύγκειται ἐξ ἑνὸς ψηφίυ, ἂς παρατηρῶνται οἱ ἑξῆς κανόνες.

α'. Ἂς γραφθῇ ὁ Διαιρετέος ἀριθμὸς παρὰ τὸν Διαιρέτην ἐκ δεξιῶν, πλὴν ἐν παρενθέσει.

β'. Ἂς ζητηθῇ διὰ τῦ Πυθαγορικῦ Πίνακος ποσάκις ὁ Διαιρέτης χωρεῖ εἰς τὸ πρῶτον ψηφίον τῦ Διαιρετέυ, ἢ ἂν ἦναι μεγαλήτερος, εἰς τὰ δύω πρῶτα ψηφία, ἀρχίζωντας ἐξ ἀριςερῶν, ϗ ὁ ἀριθμὸς ὁπῦ φανερώνει τῦτο, δηλονότι τὸ Πηλίκον ἂς σημειωθῇ μετὰ τὸν Διαιρετέον.

γ'. Ἂς πολλαπλασιαθῇ ὁ εὑρεθεὶς ἀριθμὸς μὲ τὸν Διαιρέτην, ϗ ἂς θεωρηθῇ, ἂν τὸ παραγόμενον ὁπῦ προκύπτει ἐντεῦθεν δὲν ὑπερβαίνῃ τὸ ψηφίον, ἢ τὰ ψηφία ὁπῦ διῃρέθησαν. Καὶ εἰμὲν δὲν τὰ ὑπερβαίνει, ἂς γραφθῇ ὑποκάτω αὐτῶν τῶν ἰδίων ψηφίων, ϗ ἀχθείσης γραμμῆς ἂς γένῃ ἡ ἀφαίρεσις· εἰ δὲ ϗ τὰ ὑπερβαίνει, εἶναι σημεῖον, ὅτι τὸ Πηλίκον ἐλήφθη μεγαλήτερον, ϗ διὰ τῦτο πρέπει νὰ ἐλαττωθῇ μὲ μίαν, ἢ δύω,

ἢ ϗ περισσοτέρας μονάδας, διὰ νὰ ἠμπορῇ νὰ γένῃ ἡ ἀφαίρεσις.

δ'. Εἰμὲν ὁ ἀριθμὸς ὁπῦ ἀπομένει ἀπὸ τὴν ἀφαίρεσιν εἶναι ἢ ἴσος μὲ τὸν Διαιρέτην, ἢ μεγαλήτερος ἀπ' αὐτὸν, ἂς αὐξηθῇ τὸ ληφθὲν Πηλίκον, ϗ ἂς ἀρχίσῃ πάλιν ἡ διαίρεσις· εἰ δὲ ϗ εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν Διαιρέτην, ἂς προσεθῇ εἰς αὐτὸν ἐπὶ τὰ δεξιὰ τὸ ἀκόλυθον ψηφίον τῦ Διαιρετέυ, ἂς γένῃ ὅμως ἀνωτέρω μετὰ τῦτο τὸ ψηφίον μία γραμμὴ, διὰ νὰ μὴ μετατίθηται ἐκ δευτέρυ· εἰ δὲ ϗ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς τῆς Ἀφαιρέσεως δὲν εἶναι κανένα ὑπόλειμμα, πρέπει νὰ τεθῇ μόνον τὸ ἀκόλυθον ψηφίον τῦ Διαιρετέυ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς, ϗ νὰ σημειωθῇ ἡ γραμμὴ εἰς τὸν Διαιρετέον καθὼς πρότερον.

ε'. Ἂς ζητηθῇ καθὼς εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς διαιρέσεως, ποσάκις ὁ Διαιρέτης περιέχεται εἰς τὸ ὑπόλειμμα, ϗ εἰς τὸ κατεβασμένον ψηφίον τῦ Διαιρετέυ, ϗ ἂν δὲν ᾖναι κανένα ὑπόλειμμα, εἰς αὐτὸ μόνον, ϗ τὸ γραφθὲν Πηλίκον μετὰ τὸ πρῶτον ἂς πολλαπλασιαθῇ μὲ τὸν Διαιρέτην, ϗ ἂς ἀφαιρεθῇ τὸ γινόμενον ὡς τὸ πρότερον.

ϛ'. Ἂς κατεβαθῇ πάλιν τὸ ἀκόλυθον ψηφίον τῦ Διαιρετέυ, ϗ αὐτὴ ἡ πράξις ἂς συνεχίζηται ἐπὶ τοσῦτον, ἕως ὅτυ νὰ κατεβαθῶσι κατ' ὀλίγον ὅλα τὰ ψηφία τῦ Διαιρετέυ.

ζ'. Ἂν ἀπομείνῃ τι ἀπὸ τὴν ἐσχάτην ἀφαίρεσιν, ἂς τεθῇ ἐκ δεξιῶν παρὰ τὸ Πηλίκον, ϗ ἂς γραφθῇ ὁ Διαιρέτης ὑποκάτω αὐτῦ παρεμπιπτύσης μεταξὺ μιᾶς γραμμῆς.

η'. Ἂν εἰς ἕναν τόπον δὲν ᾖναι κανένα ὑπόλειμ-

μα, ϗ τὸ κατεβασμένον ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ δὲν χωρῇ εἰς τὸν Διαιρέτην, ἀντὶ τȣ̃ Πηλίκȣ ἂς γραφθῇ μηδενικὸν σημεῖον ἤτοι ο, ϗ πάλιν ἂς κατεβαθῇ τὸ ἀκόλȣθον ψηφίον ἀπὸ τὸν Διαιρετέον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ παρατηρῆται, ϗ ἂν τὸ κατεβασμένον ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ, εἰς τὸ ὁποῖον δὲν προσγίνεται κἀνένα ὑπόλειμμα, ἤθελεν εἶναι μηδενικὸν σημεῖον. Παρ. χάριν ἂν ὁ ἀριθμὸς 108203 ἦναι διαιρετέος διὰ τȣ̃ 5, ἀφ' ȣ̃ γραφθῇ ὁ Διαιρέτης ϗ ὁ Διαιρετέος καθὼς διατάζει ὁ πρῶτος κανὼν, τὸ Πηλίκον $21640\frac{3}{5}$ ὅτως εὑρίσκεται·

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
5	10,8,2,0,3	$21640\frac{3}{5}$

10
8
5
32
30
20
20
--3

Ο' Διαιρέτης 5 εἰς τὸ πρῶτον ψηφίον 1 τȣ̃ Διαιρετέȣ δὲν περιέχεται. Λοιπὸν πρέπει νὰ εἰπῶμεν· 5 εἰς τὰ δύω πρῶτα ψηφία τȣ̃ Διαιρετέȣ, δηλαδὴ εἰς τὰ 10 περιέχεται δίς. Α'ς γραφθῶσι τὰ 2 μετὰ τὸν Διαιρετέον ϗ ἂς ἀφαιρεθῇ τὸ γινόμενον ἐκ τȣ́τȣ τȣ̃ ἀριθμȣ̃ ϗ τȣ̃ Διαιρετέȣ 5, ὅπȣ̃ εἶναι 10, ἀπὸ τὰ ἐπάνω πρῶ-

τα δύω ψηφία δηλονότι 10, θέλει ἀπομένει ὐδέν. Ἂς τεθῇ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς τῆς Ἀφαιρέσεως τὸ ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ 8, ὁπȣ̃ διαδέχεται τὰ ἐγγὺς πρῶτα δύω, ϗ τȣ́τȣ γενομένȣ εἰρήθω· 5 εἰς τὰ 8 περιέχεται ἅπαξ. Ἂς τεθῇ 1 εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τȣ̃ προτέρȣ Πηλίκȣ δηλαδὴ 2, ϗ τὸ γινόμενον ἐκ τȣ̃ 1 ϗ τȣ̃ Διαιρέτȣ 5, ὁπȣ̃ ἐδῶ διὰ τὴν μονάδα εἶναι 5, ἂς ἀφαιρεθῇ ἀπὸ 8, θέλȣν περισσεύσει 3. Ἂς προσεθῇ εἰς τȣ̃το τὸ ὑπόλειμμα πρὸς τὰ δεξιὰ τὸ ἀκόλȣθον τȣ̃ Διαιρετέȣ ψηφίον 2, ϗ πάλιν εἰρήθω· 5 εἰς τὰ 32 περιέχεται ἑξάκις. Ἂς πολλαπλασιαθῶσι τὰ 6 τεθέντα μετὰ τὸ πρότερον Πηλίκον 1 μὲ τὸν Διαιρέτην 5, ϗ τὸ παραγόμενον 30 ἂς ἀφαιρεθῇ ἀπὸ 32, τὸ ὑπόλειμμα ἔσται 2. Ἂς κατεβαθῇ εἰς τὰ 2 πάλιν ἀπὸ τὸν Διαιρετέον τὸ ἐφεξῆς ψηφίον, δηλαδὴ τὸ μηδενικὸν, ϗ εἰρήθω πάλιν· 5 εἰς τὰ 20 περιέχεται τετράκις. Ἂς σημειωθῶσι 4 εἰς τὸν τόπον τȣ̃ Πηλίκȣ μετὰ τὰ 6, ϗ πολλαπλασιαθέντων τȣ́των τῶν 4 μὲ τὸν Διαιρέτην 5, ἂς γένῃ ἡ ἀφαίρεσις, θέλει μένει ὐδέν. Ἂς γραφθῇ τελευταῖον ὑποκάτω τῆς γραμμῆς τῆς ἤδη γενομένης ἀφαιρέσεως τὸ δεξιὸν ψηφίον 3, ϗ ἐπειδὴ τὴν ὑσερινὴν φορὰν ἐρρέθη· 5 εἰς τὰ 3 δὲν περιέχεται ὐδεμίαν φορὰν, ἂς γραφθῇ μετὰ τὸ ψηφίον τȣ̃ Πηλίκȣ 4 μηδενικὸν σημεῖον, ϗ παρὰ τȣ̃το ἂς τεθῇ ὁ ὑπόλοιπος ἀριθμὸς 3, ὅτως ὅμως, ὁπȣ̃ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς νὰ ἔχῃ τὸν Διαιρέτην γεγραμμένον ὑποκάτω τῆς παρεμπιπτȣ́σης γραμμῆς.

Σημ. Πρόδηλον εἶναι ἐκ τῆς παραδοθείσης ἤδη μεθόδου τῆς Διαιρέσεως, ὅτι αὐτὴ διὰ τριῶν πράξεων ἐπιτελεῖται. Πρῶτον δηλαδὴ διαιρεῖται ὁ Διαιρετέος μὲ τὸν Διαιρέτην, διὰ νὰ φανερωθῇ τὸ Πηλίκον· δεύτερον πολλαπλασιάζεται ὁ Διαιρέτης μὲ τὸ Πηλίκον, διὰ νὰ προκύψῃ τὸ Παραγόμενον· καὶ τρίτον ἀφαιρεῖται τοῦτο τὸ Παραγόμενον ἀπὸ τὸν Διαιρετέον, διὰ νὰ εὑρεθῇ τὸ Ὑπόλειμμα.

§. 39. Εἰ δὲ ὁ Διαιρέτης σύγκειται ἐκ δύω, τριῶν, ἢ περισσοτέρων ψηφίων, πρέπει νὰ ἐπιτελῆται ἡ Διαίρεσις ταυτοτρόπως.

α΄. Ἂς γραφθῇ ὁ Διαιρέτης καὶ ὁ Διαιρετέος ὡς ἀνωτέρω.

β΄. Ἂς θεωρηθῇ, ἂν ὁ Διαιρέτης περιέχηται εἰς τόσα πρῶτα ψηφία τοῦ Διαιρετέου, ἀρχίζοντας ἐξ ἀριστερῶν, ὅσα αὐτὸς ἔχει. Εἰ μὲν περιέχεται, ἂς γένῃ μία γραμμὴ μετὰ τὰ ψηφία ὁποῦ τὸν περιέχουσιν. Ἔπειτα ἂς ζητηθῇ, ποσάκις περιέχεται τὸ πρῶτον ψηφίον τοῦ Διαιρέτου εἰς τὸ πρῶτον τοῦ Διαιρετέου. Εἰ δὲ καὶ δὲν περιέχεται εἰς τόσα πρῶτα ψηφία τοῦ Διαιρετέου, ὅσα αὐτὸς ἔχει, ἂς τεθῇ μία γραμμὴ μετὰ τὰ ψηφία τοῦ Διαιρετέου περισσότερα ἀπὸ ἕνα, παρὰ ὁποῦ εὑρίσκονται εἰς τὸν Διαιρέτην. Ἂς ἐξεταθῇ ὕστερον, ποσάκις τὸ πρῶτον ψηφίον τοῦ Διαιρέτου περιέχεται εἰς τὰ δύω πρῶτα τοῦ Διαιρετέου.

γ΄. Ἂς σημειωθῇ μετὰ τὸν Διαιρετέον τὸ εὑρεθὲν Πηλίκον.

δ΄. Ἂς πολλαπλασιασθῇ τὸ αὐτὸ Πηλίκον μὲ ὅλα

τὰ ψηφία τȣ̃ Διαιρέτȣ, ϰ̓ τὸ παραγόμενον ὁπȣ̃ προϰύπτει ἐντεῦθεν, ἂς ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὰ ψηφία τȣ̃ Διαιρετέȣ, ὁπȣ̃ εἶναι πρὸ τῆς γραμμῆς, νὰ παρατηρῶνται ὅμως πρότερον ἐϰεῖνα, ὁπȣ̃ εἴπομεν ἀνωτέρω §. 36. Καν. γ'. ϰ̓ τὸ περίσσευμα ἂς ὑπογραφθῇ ὑποϰάτω τῆς ἀχθείσης γραμμῆς.

έ. Εἰς τȣ̃το τὸ ὑπόλειμμα (πρέπει δὲ νὰ ᾖναι μιϰρότερον ἀπὸ τὸν Διαιρέτην, ὡς διατάζεται Καν. δ'. §. 36.) πρὸς τὰ δεξιὰ ἂς ϰατεβαθῇ τὸ ἀϰόλȣθον ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ, ἢ ἂν δὲν ἔμεινε τίποτε, ἂς τεθῇ αὐτὸ μόνον ὑποϰάτω τῆς γραμμῆς τῆς Ἀφαιρέσεως, τὸ δὲ ψηφίον ὁπȣ̃ μετετέθη ἂς σημειωθῇ εἰς τὸν Διαιρετέον μὲ μίαν γραμμήν.

ϛ'. Ἂς θεωρηθῇ, ἂν ὁ Διαιρέτης περιέχηται εἰς τόσα ψηφία, ὁπȣ̃ σύγϰειν�δται ἀπὸ τὸ ὑπόλειμμα ϰ̓ ἀπὸ τὸ ϰατεβασμένον ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ, ὅσα ἔχει αὐτός. Εἰ μὲν περιέχεται, ἂς ζητηθῇ, ποσάϰις χωρεῖ τὸ πρῶτον ψηφίον τȣ̃ Διαιρέτȣ εἰς τὸ πρῶτον τῶν ϰατωτέρω ϰειμένων· εἰ δὲ μὴ, ἂς γραφθῇ ἀντὶ τȣ̃ Πηλίϰȣ μηδενιϰὸν σημεῖον, ϰ̓ πάλιν ἂς ϰατεβαθῇ τὸ ἐφεξῆς ψηφίον ἀπὸ τὸν Διαιρετέον.

ή. Ἐὰν ὁ Διαιρέτης ὐδὲν ἧττον ἤθελεν εἶναι μεγαλήτερος, πάλιν ἂς γραφθῇ εἰς τὸν τόπον τȣ̃ Πηλίϰȣ μηδενιϰὸν σημεῖον, ϰ̓ ἂς ϰατεβαθῇ τὸ ἀϰόλȣθον ψηφίον τȣ̃ Διαιρετέȣ, ϰ̓ τȣ̃το ἂς συνεχίζηται ἐπὶ τοσȣ̃τον, ἕως ὅτȣ νὰ ἠμπορῇ τὸ ὕτως αὐξηθὲν ὑπόλειμμα νὰ διαιρεθῇ τέλος πάντων διὰ τȣ̃ Διαιρέτȣ· ἔπειτα ἂς προχωρῇ ἡ ἐργασία ϰατὰ τὴν συνήθη μέθοδον. Ἰδȣ̃ παραδείγματα.

Α. Παρ. Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
43	84,5,6,7	$1966\frac{29}{43}$

43
4·1·5
3 8 7
2 8·6
2 5 8
2 8·7
2 5 8
2 9

Β. Παρ. Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
298	894,7,4,5,0	30025

894
7·4·5
5 9 6
1 4 9 0
1 4 9 0
0

Γ. Παρ. Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
3245	13·6·78,0,4	$421\frac{1659}{3245}$

12 9 8 0
6 9·8 0
6 4 9 0
4 9·0·4
3 2 4 5
1 6 5 9

Σημειώσεις.

α΄. Ὅταν εἰς τὸ τέλος τοῦ Διαιρέτου εὑρίσκωνται μηδενικὰ σημεῖα, χωριθέντων τούτων, ἃς κοπῶσιν ἐκ δεξιῶν τόσα ψηφία τοῦ Διαιρετέου, ὅσα μηδενικὰ σημεῖα εἶναι εἰς τὸν Διαιρέτην, καὶ γενομένης τῆς διαιρέσεως μὲ τὰ λοιπὰ ψηφία τοῦ Διαιρετέου, ἃς προσεθῶσιν εἰς τὸ ἔσχατον ὑπόλειμμα, ἂν ἦναι κἀνένα, τοῦ κοπέντος ψηφίου τοῦ Διαιρετέου, καὶ ἃς τεθῶσι συνήθως τὰ αὐτὰ ψηφία παρὰ τὸ Πηλίκον μὲ τὸν Διαιρέτην ὑπογεγραμμένον, ὡς εἰς τὸ ἑξῆς παράδειγμα φαίνεται.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
35(00	94,5,6,2(38	$2701\frac{2738}{3500}$

```
                70
              ----
              245
              245
              ----
                62
                35
                --
                27 38
```

β΄. Ἐὰν δὲ τόσον εἰς τὸ τέλος τοῦ Διαιρέτου, ὅσον καὶ τοῦ Διαιρετέου ἤθελαν εἶναι μηδενικὰ σημεῖα, ἃς κοπῶσι ταῦτα τὰ μηδενικὰ σημεῖα ἑκατέρωθεν ἰσάριθμα, καὶ ἃς γένῃ ἡ διαίρεσις μὲ τὰ λοιπὰ ψηφία τοῦ Διαιρετέου, ὡς εἰς τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα θεωρεῖται.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
23(000	56,7,3(000	$246\frac{15000}{23000}$ ἢ $\frac{15}{23}$

γ'. Ἐὰν λοιπὸν ὁ Διαιρέτης σύγκειται ἁπλῶς ἐκ μονάδος μετὰ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων μηδενικῶν σημείων, ὡσὰν 10, 100, 1000, καὶ ἔτω καθεξῆς, ἂς κοπῶσιν ἀπὸ τὸν Διαιρετέον εἰς τὸ τέλος τόσα ψηφία, ὅσα μηδενικὰ σημεῖα ἔχει ὁ Διαιρέτης, καὶ ἔγινεν ἡ διαίρεσις. Παρ. χάριν

10	24(0	ἤτοι	24
100	384(00	—	384
1000	870(000	—	870
10000	6900(0000	—	6900
ἢ 1000	879(670	ἤτοι	$879\frac{670}{1000}$

ΚΕΦ. Ε'.

Περὶ τῆς Δοκιμῆς τῶν τεσσάρων εἰδῶν τῆς Ἀριθμητικῆς.

§. 40. Ἡ δοκιμὴ τῆς Προθέσεως γίνεται διχῶς. Πρῶτον, ἂν ἀθροισθῇ ἐκ δευτέρου τὸ παράδειγμα, ὅμως ἀνάπαλιν, δηλαδὴ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, καὶ προκύψῃ τὸ αὐτὸ Κεφάλαιον· δεύτερον, ἂν ἀφεθέντος ἑνὸς ἀπὸ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ἐπαναληφθῇ ἡ ἐργασία, καὶ ἀφαιρεθῇ τὸ νέον ἄθροισμα ἀπὸ τὸ πρῶτον Κεφάλαιον, καὶ ἡ Διαφορὰ ἦναι ὁ ἀφεθεὶς ἀριθμὸς, ἡ Πρόθεσις εἶναι ὀρθὴ καὶ ἀλάνθασος, ὡς εἰς τοῦτο τὸ παράδειγμα φαίνεται.

5043)
6842
3759
6720
9238)

Δοθέντες ἢ προθετέοι Ἀ'ριθμοί.

3·16·0·2 Κεφάλ. ὅλων τῶν δοθέντων ἀριθμῶν.
26559 Νέον ἄθροισμα ἀφεθέντων 5043

5043 Διαφορὰ ἴση τῷ ἀφεθέντι ἀριθμῷ.

§. 41. Η' Ἀ'φαίρεσις εἶναι ὀρθὴ ϗ ἄπταιςος, ἀνίσως προςεθείσης τῆς Διαφορᾶς εἰς τὸν Ἀ'φαιρετέον προκύψῃ ἀριθμὸς ἴσος μὲ τὸν Ε'λαττωτέον, καθὼς θεωρεῖται εἰς τὸ ἑξῆς παράδειγμα.

3·45·6·7·2 Ε'λαττωτέος
153789 Ἀ'φαιρετέος

191883 Διαφορὰ
345672 Ἀ'ριθμὸς ἴσος τῷ Ε'λαττωτέῳ.

Σημ. Η'μπορεῖ νὰ δοκιμαθῇ ἡ Ἀ'φαίρεσις ϗ δὶ ἑαυτῆς. Ἀ'νίσως δηλαδὴ ἀφαιρεθῇ ἡ Διαφορὰ ἀπὸ τὸν Ε'λαττωτέον, ϗ προκύψῃ ὁ Ἀ'φαιρετέος, ὀρθῶς ἔγινεν ἡ Ἀ'φαίρεσις.

§. 42. Ο' Πολλαπλασιασμὸς δοκιμάζεται διὰ τῆς Διαιρέσεως, ἐὰν διαιρεθῇ τὸ παραγόμενον διὰ τȣ̃ Πολλαπλασιαςȣ̃, ϗ προκύψῃ Πηλίκον ἴσον μὲ τὸν Πολλαπλασιαςέον, ὡς ἐκ τȣ̃ προκειμένȣ παραδείγματος δῆλον.

5609
7
7|39263|5609 Πηλίκον ἴσον τῷ Πολλαπλασιασξέῳ.
42
63

§. 43. Ἡ Διαίρεσις δοκιμάζεται διὰ τȣ̃ Πολλαπλασιασμȣ̃, ἐὰν τὸ Πηλίκον πολλαπλασιαθὲν διὰ τȣ̃ Διαιρέτȣ, προσεθέντος τȣ̃ Ὑπολείμματος, ἂν ἔμειναν εἰς τὸ τέλος, ἐκφέρῃ ἀκριβῶς τὸν Διαιρετέον, ὡς τὸ ἑξῆς παράδειγμα φανερώνει.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
5	7,8,3,6,9	$15673\frac{4}{5}$
	28	78369
	33	
	36	
	19	
	4	

Σημ. Εἶναι καὶ ἄλλη μία δοκιμὴ τȣ́των τῶν τεσσάρων πράξεων τῆς Ἀριθμητικῆς, ὁπȣ̃ γίνεται διὰ τῆς ἀποβολῆς τῶν 9. Ἀλλ' ἐπειδὴ αὕτη ἡ δοκιμὴ ȣ̓χὶ μόνον εἶναι σκοτεινὴ εἰς τȣ̀ς Νέȣς, ἀλλὰ καὶ ἐπισφαλὴς, ὅταν τὰ ψηφία κατὰ λάθος μετατίθενται, οἷον ἐὰν γράψῃ τινὰς 23 ἀντὶ 32, δικαίως ἀποδοκιμάζεται.