εἶναι $\frac{125}{1000}$ θέλουσι γοῦν νὰ πολυπλασιάσουν τὰ ψηφία μὲ τὰ 1000 ἤγουν μὲ τὴν ῥίζαν τοῦ τζακίσματος, καὶ νὰ προσθήσουν καὶ τὴν κορυφὴν τὰ 125 καὶ προσθέσουν μόνον τὰ 125 καὶ ἔμεινεν πολυπλασιασμένον. ἔπειτα πολυπλασιάζουσι τὰ δύο μέρη καὶ αὐτὰ θέλουν νὰ τὰ μοιράσουν μὲ τὴν ῥίζαν τοῦ τζακίσματος ἤγουν μὲ τὰ 1000 καὶ κόπτουσι τρία ψηφία καὶ ἐμοιράσθην. καὶ αὕτη εἶναι ἡ θεωρία τῆς αὐτῆς μεθόδου ὥσὰν βλέπεις καὶ εἰς τὰ παραδείγματα ἄνωθεν. εἰδὲ καὶ τύχουν καὶ εἰς τὰ δύο μέρη τῶν ψηφίων τζάκισμα τὴν αὐτὴν θεωρίαν ἔχωσι καὶ ἂν θέλῃς νὰ εὕρῃς τὴν ἀλήθειαν στρῶσε τὰ ψηφία καὶ κάμε τὴν δοκιμὴν καὶ θέλης τὴν εὕρεις.

Ἤξευρε ὅτι ἐδῶ παρεμπρὸς θέλης εὕρῃ τινὰς λογαριασμοὺς μὲ καντάρια, καὶ λίτρες, καὶ οὐγγίες καὶ μὲ δράμια. καὶ ἐνθυμοῦ τοῦτο, ὅτι εἰς τὴν τουρκίαν τὸ κάθε καντάριν εἶναι λίτρες 176 ἡ δὲ λίτρα εἶναι δράμια 100 εἰς δὲ τὴν φραγγίαν εἶναι τὸ κάθε καντάριν λίτρες 150 καὶ ἡ λίτρα εἶναι οὐγγίες 12 ἡ δὲ οὐγγία εἶναι ἐξάγια 6. Σημείωσαι.

Ἀρχὴ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν. Κεφ. μζʹ.

Ἡ λεγομένη μέθοδος τῶν τριῶν, εἶναι πρώτη μέθοδος καὶ κυρία πάντων τῶν μεθόδων. τὴν ὁποίαν μέθοδον τὴν λέγουν οἱ ἰταλοὶ, ῥέγουλα ντελ τρὶ. αὐτὴ γοῦν ἡ μέθοδος γίνεται μὲ τρία μέρη ψηφίων, καὶ τὰ μὲν δύο μέρη εἶναι μίας φύσεως καὶ ὅμοια. ἤγουν τὸ πρῶτον καὶ τὸ τρίτον. τὸ δὲ ἄλλον μέρος δὲν εἶναι ὅμοιον, ἤγουν τὸ δεύτερον ἀπ᾽ αὐτὰ γοῦν τὰ τρία μέρη πολυπλασιαζόμενα τὰ δύο μέρη, ἤγουν τὸ δεύτερον καὶ τὸ τρίτον, ἔπειτα μεριζόμενα μὲ τὰ πρῶτα, γεννῶσιν ἄλλον μέρος τέταρτον, καὶ αὐτὸ εἶναι μίας φύσεως μὲ τὸ δεύτερον ἤγουν ὥσὰν παράδειγμα λέγομεν, ἐὰν μὲ 6 φλουρία ἠγόρασα 9 πήχες καμουχᾶ μὲ 4 φλουρία πόσον ἤθελα ἀγοράσει. ἰδὲ τὸ λοιπὸν ποῦ εἶναι τὰ πρῶτα, καὶ τὰ τρίτα μίας φύσεως, καὶ ὅμοια ἤγουν φλουρία 6 καὶ 4 τὰ δὲ δεύτερα ἤγουν τὰ 9 δὲν εἶναι ὅμοια διατὶ αὐτὰ εἶναι πήχες, καὶ ἐκεῖνα εἶναι φλουρία ἐκεῖ δίδει, καὶ αὐτοῦ πέρνει αὐτὰ γοῦν πολυπλασιαζόμενα τὰ δεύτερα μὲ τὰ τρίτα, ἤγουν τὰ 9 μὲ τὰ 4 γίνονται 36 καὶ αὐτὰ τὰ 36 μεριζόμενα μὲ τὰ πρῶτα, ἤγουν μὲ τὰ 6 ἀπογένουν 6 καὶ ἰδοὺ ποῦ ἐγέννησαν ἄλλο μέρος τέταρτον. καὶ αὐτὸ τὸ μέρος εἶναι μίας φύσεως μὲ τὸ δεύτερον. τὸ λοιπὸν ὅποιος θέλει νὰ κάμῃ τὴν αὐτὴν μέθοδον τῶν τριῶν διὰ νὰ εὕρῃ τινὰ λογαριασμὸν, εἶναι χρεία νὰ στρώσῃ τὰ ψηφία ὡς ἄνωθεν. ἤγουν πρῶτον τὸ μέρος ὁποῦ γεννᾶ καὶ εἶναι ὅμοιον ὥσὰν τὸ ἄλλον μέρος. δεύτερον αὐτὸ τὸ μέρος ὁποῦ γεννᾶται. τρίτον τὸ μέρος ὁποῦ θέλει νὰ γεννηθῇ ἀπ᾽ αὐτὸ τὸ τέταρτον μέρος. ἔπειτα ἂς πολυπλασιάσῃ τὰ δεύτερα μὲ τὰ τρίτα, καὶ ἂς μεράσῃ μὲ τὰ πρῶτα, καὶ θέλει εὕρει τὸ ζητούμενον, ὥσὰν βλέπεις ἄνωθεν, ὅτι ἦσαν τρία μέρη ψηφίων.

Σημείωσαι περὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Περὶ τοῦ πῶς στρώνονται τὰ ψηφία τῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

φίων ἤγουν φλωρία 6 πῆχες 9 καὶ φλωρία 4 καὶ ἐπειδὴ ἀπὸ τὰ 6 φλουρία
ἀγοράζωνται αἱ 9 πῆχες καὶ εἶναι καὶ ὅμοιαι ὥσαν τὰ ἄλλα, ἐγράψαμεν καὶ ἡμεῖς
τὰ 6 φλουρία ἐμπρός. καὶ πάλιν ἐπειδὴ αἱ 9 πῆχες γίνωνται ἀπὸ τὰ 6
φλουρία, ἐγράψαμεν αὐτὰ δεύτερα. ὁμοίως τρίτον ἐγράψαμεν καὶ τὰ 4
ἐπειδὴ αὐτὸ τὸ μέρος ζητεῖ ἄλλον μέρος κατὰ ἀναλογίαν τοῦ πρώτου ὅμοιον
τοῦ δευτέρου. Ἐπολυπλασιάσαμεν γοῦν καὶ ἐμερίσαμεν κατὰ τὴν τάξιν τῆς
μεθόδου καὶ εὑρήκαμεν εἰς τὸν μερισμὸν 6 καὶ αὐτὸ εἶναι τὸ τέταρτον μέρος, μιᾶς
φύσεως μὲ τὸ δεύτερον. ἤγουν πῆχες 6 καὶ τόσες πῆχες ἤθελαν πάρῃ τὰ
Ἐρώτησις. 4 φλουρία, κατὰ ἀναλογίαν τῶν 6 φλωρίων, ποῦ ἐπῆραν πῆχες 9 καὶ οὕτως
κάμνε πάντα καὶ ποτὲ νὰ μὴν σφάλῃς. Καὶ διατὶ λέγεις ὅτι τὰ δύο μέρη
τῆς μεθόδου εἶναι πάντα ὅμοια ἤγουν τὸ πρῶτον καὶ τὸ τρίτον τὸ δὲ δεύτε-
ρον δὲν εἶναι ὅμοια; τὸ λοιπὸν ἂν εἴπῃ τινὰς ἐὰν τὰ 20 φλουρία ἐκέρδη-
Ἀπόκρισις. σαι φλωρία 10 τὰ 10 φλωρία τί ἤθελαν κερδήσῃ, δὲν ἤθελεν ἔλθῃ ἡ
μέθοδος ἴσια διατὶ εἶναι καὶ τὰ τρία μέρη μιᾶς φύσεως. Λέγομεν δὲ ὅτι κατὰ
μὲν τὴν φύσιν δύνανται νὰ εἶναι καὶ τὰ τρία μέρη ὅμοια. κατὰ δὲ τὸν τρόπον οὐ
δύνανται. διατὶ ἄλλος εἶναι ὁπου πουλεῖ καὶ ἄλλος ὁποῦ ἀγοράζει. καὶ πά-
λιν ἄλλος ἀριθμὸς εἶναι ἐκεῖνος ὁποῦ ἀγοράζει, καὶ ἄλλος ἐκεῖνος ὁποῦ ἀγοράζε-
ται. ὁμοίως καὶ ἐνταῦθα, ἄλλον εἶναι τὸ κεφάλαιον, καὶ ἄλλον τὸ κέρδος.
διατὶ ἂν εἴπωμεν, ὅτι ἐὰν τὰ 20 φλωρία ἐκέρδησαν φλωρία 10 τὰ δέκα τί
ἤθελαν κερδήσῃ. ἰδοὺ τὰ μὲν πρῶτα καὶ τὰ τρίτα ποῦ εἶναι ὅμοια εἰς τὴν φύ-
σιν, καὶ εἰς τὸν τρόπον. ἤγουν εἶναι καὶ τὰ δύο μέρη κεφ. τὰ δὲ δεύτερα εἰς μὲν
τὴν φύσιν εἶναι ὅμοια, ἤγουν εἶναι καὶ αὐτὰ φλωρία. εἰς δὲ τὸν τρόπον εἶναι ἀ-
νόμοια ἤγουν αὐτὰ τὰ φλωρία τοῦ δευτέρου μέρους εἶναι κέρδος. τὰ δὲ φλωρία
τῶν δύο μερῶν τοῦ πρώτου, καὶ τοῦ τρίτου, εἶναι κεφάλαιον, καὶ διὰ τοῦτο
λέγομεν ὅτι μόνον τὰ δύο μέρη εἶναι ὅμοια. Δι' αὐτῆς γοῦν τῆς μεθόδου γίνον-
ται πολλοὶ καὶ διάφοροι λογαριασμοί· καὶ ἁπλῶς εἰπεῖν κάθε λογαριασμὸς
σύνθετος διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου τελειοῦται. ἀπὸ τοὺς ὁποίους λογαριασμοὺς
θέλομεν γράψει καὶ ἡμεῖς μερικούς, ὥσπερ παραδείγματα, καὶ ἀπ' αὐτὰ τὰ
παραδείγματα, δύναται ὁ καθ' εἷς νὰ καταλάβῃ, τὴν φύσιν τῆς μεθό-
δου καὶ ποῖοι εἶναι οἱ λογαριασμοὶ ποῦ γίνονται διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου, καὶ πῶς
γίνονται. Θετέον λέγομεν, εἷς ἄνθρωπος ἐπούλησε ἕνα πανὶ σκαρλάτον,
καὶ εὐγῆκεν πῆχες 45 καὶ εἴχασιν σιασμὸν ὅτι εἰς ταῖς κάθε 13 πῆχες νὰ
τοῦ δίδῃ φλωρία 22 τί ἔχει νὰ λάβῃ διὰ ταῖς 45 πῆχες ἂν θέλῃς νὰ κά-
μῃς τὸν αὐτὸν λογαριασμόν, ποίησον οὕτως. στρῶσε τὰ ψηφία εἰς τὴν τά-
Παράδειγμα, α. ξιν τους, καὶ εἰπὲ διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν. Ἐὰν οἱ 13 πῆχες μᾶς ἔδω-
σαν φλουρία 22 τί θέλουν μᾶς δώσειν αἱ 45 πῆχες, ἤγουν ὅλον τὸ
πανί. καὶ πολυπλασίασον τὰ τρίτα ψηφία μὲ τὰ δεύτερα. καὶ μέρισε μὲ
τὰ πρῶτα καὶ ὅτι εὕρῃ εἰς τὸν μερισμὸν αὐτὰ χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ. Τὸ λοι-
πὸν πολυπλασιάζομεν τὰ τρίτα ψηφία, μὲ τὰ δεύτερα ἤγουν τὰ 45 μὲ τὰ
22 καὶ

22 καὶ γίνονται 990 καὶ αὐτὰ τὰ μοιράζομεν μὲ τὸν μοιρασμὸν, ἤγουν μὲ τὰ 13 καὶ εὑγαίνουν 76 $\frac{2}{13}$ καὶ τόσα φλουρία ἔχει νὰ λάβη, τὰ δὲ δύο ποῦ ἔμειναν, ἤγουν τὰ $\frac{2}{13}$ τὰ πολυπλασίασε μὲ 60 ἄσπρα, ποῦ εἶναι τὸ φλουρὶν καὶ γίνονται 120 καὶ αὐτὰ τὰ μοίρασε πάλιν μὲ τὸν μοιρασμὸν, ἤγουν μὲ τὰ 13 καὶ εὑγαίνουν 9 $\frac{3}{13}$ καὶ αὐτὰ εἶναι ἄσπρα, πάλιν πολυπλασίασον τὰ 3 μὲ τὰ 40 καὶ γίνονται 120 καὶ αὐτὰ μοίρασον μὲ τὰ 13 καὶ εὑγαίνουν 9 $\frac{3}{13}$ καὶ αὐτὰ εἶναι φόλες καὶ τόσα ἔχει νὰ λάβη. ἤγουν ἔχει νὰ λάβη διὰ ταῖς 45 πήχες, φλουρία 76 ἄσπρα 9 φόλες 9 $\frac{3}{13}$ ὡσὰν βλέπης καὶ εὑγῆκεν εἰς τὰ ψηφία. καὶ οὕτως κάμνε πάντα εἰς ὅλαις ταῖς μονάδες καὶ ποτὲ νὰ μὴν σφάλης.

Ἐὰν οἱ 13 πήχες μας ἔδωσαν φλουρία 22 τί θέλουν μας δώσουν οἱ 45 πήχες.

									45
0									22
0~~2~~			0			0		φόλες	90
~~28~~2	φλουρία		0~~3~~3	ἄσπρα		0~~3~~3		9 $\frac{3}{13}$	90
~~990~~	76	60	~~120~~	9	40	~~120~~			990
~~133~~		2	~~13~~		3	~~13~~			
~~1~~		120			120				

Ἤξευρε ὅτι ἡ δοκιμὴ πάντοτε τῆς μεθόδου τῶν τριῶν γίνεται τὸ ἀνάπαλι ἤγουν στρῶσε τὰ ψηφία πάλιν καὶ εἰπὲ, ἐὰν αἱ 45 πήχες μας ἔδωσαν φλουρία 76 $\frac{3}{13}$ τί θέλουν μας δώσουν οἱ 13 πήχες. καὶ εἰ μὲν εὑγῆ ἡ τιμὴ αὐτῶν ἴσα, ἤγουν πάλιν 22 εἶναι σωστὴ εἰ δὲ ξανὰ κάμε την. τὴν δὲ μέθοδον τῶν τριῶν μὲ τὰ τζακίσματα θέλης τὴν εὕρης παρεμπρὸς μὲ τὴν ἑρμηνείαν της.

Ἕτερος λογαριασμὸς καὶ αὐτὸς διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Κεφάλαιον. μη΄.

Λέγομεν πάλιν ὅτι εἷς ἄνθρωπος ἀγόρασεν ῥάπια καμουχὰ 5 ἤγουν πέντε ὄγδοα, πρὸς 75 ἄσπρα, τὴν κάθε πῆχυν, τί χρεωστεῖ νὰ πληρώση βάζομεν πάλιν καὶ αὐτὰ εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, καὶ λέγομεν ἐὰν τὰ 8 ῥάπια ὁ καμουχὰς μας ἔδωσαν ἄσπρα 75 τί θέλουν μας δώση τὰ 5 καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ δεύτερα ψηφία μὲ τὰ τρίτα, ἤγουν τὰ 75 μὲ τὰ 5 καὶ γίνονται 375 καὶ αὐτὰ τὰ μοιράζομεν μὲ τὰ πρῶτα, ἤγουν μὲ τὰ 8 καὶ εὑγαίνουν 46 $\frac{7}{8}$ καὶ τόσον ἔχη νὰ πληρώση, διὰ τὰ 5 ῥάπια, ἤγουν ἄσπρα 46 φόλες 35 ὡσὰν βλέπεις καὶ εὑγῆκαν εἰς τὰ ψηφία.

Ἐὰν τὰ 8——75——5	0				0		
5	0~~3~~7	ἄσπρα	40		040	φόλες	
375	~~37~~8	46	7		~~28~~0	35	
	~~88~~		280		~~88~~		

Καὶ

Καὶ πάλιν λέγομεν ὅτι εἷς ἄνθρωπος μὲ φλωρία 45 ἐκέρδισεν φλωρία 14 ἄλλος μὲ φλωρία 67 πόσον ἤθελεν κερδύσει εἰς τὴν αὐτὴν πραγματείαν. Βάζομεν πάλιν καὶ αὐτὰ εἰς τὴν αὐτὴν μέθοδον, καὶ λέγομεν ἐὰν τὰ 45 μᾶς ἔδωσαν διάφορον 14 τὰ 67 πόσον διάφορον θέλουσι μᾶς δώση. καὶ ἐπολυπλασιάσαμεν δὲ καὶ ἐμερίσαμεν κατὰ τὴν τάξιν τῆς μεθόδου, καὶ μᾶς ἔδωσαν κέρδος τὰ 67 φλωρία 20 $\frac{18}{60}$ ἤγουν φλωρία 20 ἄσπρα 50 στάμενα 26 $\frac{1}{3}$ ὡσὰν βλέπεις καὶ ἀνγῆκαν εἰς τὰ ψηφία.

Παράδειγμα, γ΄.

0		0				33	Ἐαυτὰ 45 —— 14 —— 67	
23	φλωρία	023	ἄσπρα	048		φόλες		14
978	20 38	2280	50 20	2200		26 $\frac{1}{3}$		268
488	60	488	60	488				67
4	2280	4	1200	4				938

Ἔτερος λογαριασμὸς λίτρες καὶ ὀγγίαις, πρὸς φλωρία καὶ ἄσπρα καὶ αὐτὸς διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου. Κεφ. μθ΄.

Θέτον λέγομεν ὅτι μία λίτρα ῥιομπάρπαρω ἀξίζη φλωρία 2 ἄσπρα 15 τί ἤθελεν ἀξίζει λίτρες 13 ὀγγίαις 7 ἂν θέλης νὰ εὕρης αὐτὸν τὸν λογαριασμόν, ποίησον. οὕτως ἀνάλυσον τὰς λίτρας καὶ κάμετες ὅλαις ὀγγίαις καὶ πρόσθες καὶ ταῖς ὀγγίαις αὐτῶν καὶ πάλιν ἀνάλυσον καὶ τὰ φλωρία, ἤγουν τὴν τιμὴν τῆς μιᾶς λίτρας καὶ κάμετα ἄσπρα καὶ πρόσθες καὶ τὰ ἄσπρα. ἔπειτα τὰ βάλε εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, καὶ θέλης εὕρης τὸ ζητούμενον. Τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ δοῦμεν τί ἀξίζουν αἱ 13 λίτραις αἱ ὀγγίαι 7 ἀπὸ φλωρία 2 καὶ ἄσπρα 15 ἡ κάθε λίτρα. καὶ ἀρχίζομεν καὶ πολυπλασιάζομεν ταῖς 13 λίτραις μὲ 12 (διότι 12 ὀγγίαις εἶναι ἡ κάθε λίτρα, καὶ γίνονται 156) καὶ προσθέτομεν καὶ ταῖς 7 ὀγγίαις καὶ γίνονται 163 ἔπειτα πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ τὰ 2 φλωρία μὲ 60 διὰ νὰ τὰ κάμωμεν ἄσπρα, καὶ γίνονται 120 καὶ προσθέτομεν καὶ τὰ 15 καὶ γίνονται 135 καὶ τόσα ἄσπρα εἶναι ἡ τιμὴ τῆς κάθε λίτρας. τώρα τὰ βάζομεν εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν καὶ λέγομεν. Ἐὰν αἱ 12 ὀγγίαις, ἤγουν ἡ μία λίτρα, μᾶς ἔδωσαν ἄσπρα 135 αἱ 163 ὀγγίαι. ἤγουν αἱ 13 λίτραις καὶ αἱ 7 ὀγγίαις, τί θέλουσι μᾶς δώσειν. καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ δεύτερα μὲ τὰ τρίτα, ἤγουν τὰ 163 μὲ τὰ 135 καὶ γίνονται 22005 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ πρῶτα, ἤγουν μὲ τὰ 12 καὶ εὐγαίνουν 1833 $\frac{9}{12}$ καὶ τόσα ἄσπρα χρεωστεῖ νὰ δώση διότις τὰ ἀναλύσαμεν εἰς ἄσπρα. αὐτὰ γοῦν τὰ μερίζομεν μὲ τὰ 60 καὶ γίνονται φλωρία 30 καὶ μένουσιν καὶ ἄσπρα 33 $\frac{9}{12}$ ἤγουν $\frac{3}{4}$ καὶ τόσον ἀξίζουν αἱ 13 λίτραις, καὶ αἱ 7 ὀγγίαις, πρὸς φλωρία 2 καὶ ἄσπρα 15 ἡ κάθε λίτρα.

Παράδειγμα, δ΄.

λίτρα

λίζα φλουρία ἄσπρα λίτραις ὀγγίαι 000

1 2 κ᾽ ἄσ. 15 13 ἐ ἄσ. 7 0xxx 0033 |
12 60 12 xØ44Ø | x8xx | 30
12 135 26 xxØØ8 1833 $\frac{2}{11}$ ØØØ
163 137 xxxxx 6
22005 163 xxx

Ἕτερος λογαριασμὸς τῆς αὐτῆς μεθόδου. Κεφ. ν.

ΠΑ´λιν λέγομεν εἷς ἄνθρωπος ἀγόρασεν ἀσήμι λίτραις 3 ὀγγίαις 8 καὶ ἐπλήρωσεν φλωρία 6 ἄσπρα 34 ἄλλος ἄνθρωπος ἐγόρασεν λίτρες 12 ὀγγίαις 9 εἰς τὴν αὐτὴν τιμὴν, τί θέλει νὰ πληρώσῃ. κάμνωμεν καὶ αὐτοῦ ὁμοίως ὡσὰν καὶ τὴν ἄνωθεν. ἤγουν πολυπλασιάζομεν ταῖς 3 λίτρες μὲ ταῖς 12 ὀγγίαις ἐ γίνονται 36 ὀγγίαις, προσθέτομεν καὶ ταῖς 8 καὶ γίνονται 44 καὶ πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ τὰ 6 φλωρία μὲ 60 ἄσπρα. καὶ γίνονται 360 ἄσπρα, προσθέτομεν καὶ τὰ 34 καὶ γίνονται 394 καὶ αὐτὴ εἶναι ἡ τιμὴ τῶν 44 ὀγγίων πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ ταῖς 12 λίτραις μὲ 12 ὀγγίαις καὶ γίνονται 144 καὶ προσθέτομεν καὶ ταῖς 9 ὀγγίαις καὶ γίνονται 153 τώρα τὰ βάζομεν εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν ἐ λέγομεν. Ἐὰν αἱ 44 ὀγγίαις μᾶς ἔδωσαν ἄσπρα 394 τί θέλουν μᾶς δώσουν αἱ 153 ὀγγίαις, καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ δεύτερα μὲ τὰ τρίτα. ἤγουν τὰ 153 μὲ τὰ 394 καὶ γίνονται 60282 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ 44 καὶ εὑγένουν ἄσπρα 1370 $\frac{2}{44}$ ἐ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ 60 ἐ γίνονται φλωρία 22 καὶ μένουσι καὶ ἄσπρα 50 $\frac{1}{22}$ τοῦ ἄσπρου. Παράδειγμα, ι.

Ἐὰν αἱ λίτ. 3 ὀγγίαις 8 μᾶς. ἔδω. φλ. 6 ἄσπρ. 34 ἡ λίτ. 12 ὀγγίαις 9.

12 60 12
36 6 24
8 360 129
44 34 0 153
394 0x0
153 x4x Ø
1182 xØØØ | ἄσπρα 0x5 | φλουρ.
1970 ØØ28x | 1370 xxx0 22
394 xxxxx ØØ0
60282 xxx 6

Ἕτερος λογαριασμὸς τοῦ αὐτοῦ μεθόδου μὲ λίτραις καὶ δράμια. Κεφ. να.

ΘΕτέον λέγομεν λίτρες 2 δράμια 75 μᾶς ἔδωσαν φλωρ. 4 ἄσπρα 45 τί θέλουν μᾶς δώσειν αἱ λίτραις 13 ἐ δράμια 94 ἀναλύομεν ἐ αὐτὰ εἰς μίαν φύσιν, ἤγουν κάμνομεν τὰς λίτρες δράμια, καὶ τὰ φλωρία ἄσπρα, καὶ αἱ μεν 2 λίτραις γίνονται δράμια 200. (διατὶ 100 δράμια εἶναι ἡ κάθε λίτρα) Παράδειγμα, ιϛ.

καὶ

καὶ προσθέτομεν καὶ τὰ 75 καὶ γίνονται 275 αἱ δὲ ἄλλαι 13 λίτρες γίνονται δράμια 1300 καὶ προσθέτομεν καὶ τὰ 94 καὶ γίνονται 1394 ἔπειτα κάμνομεν καὶ τὰ 4 φλωρία ἄσπρα καὶ γίνονται 240 προσθέτομεν καὶ τὰ 45 καὶ γίνονται 285 ἔπειτα τὰ βάζομεν εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν καὶ λέγομεν. Ἐὰν τὰ 275 δράμια μᾶς ἔδωσαν ἄσπρα 285 τί θέλουν μᾶς δώσειν τὰ 1394 δράμια πολυπλασιάζομεν γοῦν τὸ δεύτερα μὲ τὰ τρίτα ἤγουν τὰ 1394 μὲ τὰ 285 καὶ γίνονται 397290 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ πρῶτα, ἤγουν μὲ τὰ 275 καὶ εὐγαίνουν ἄσπρα $1444\frac{18}{55}$ καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ 60 καὶ γίνονται φλωρία 24 καὶ μένουν καὶ ἄσπρα $4\frac{18}{55}$.

			01		
			0422		
Ἐὰν τὰ 275——285——1394			324		
		285	04429		
0			3224470	ἄσπρα	
020		6970	381280	$1444\frac{100}{275}$ ἤγουν $\frac{18}{55}$	
3444	φλωρία	11152	278888		
600	24	2788	2777		
6		397290	22		

Ἕτερος λογαριασμὸς τῶν καντορίων διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου. Κεφάλαιον. νβ'.

Παράδειγμα, α'.

ΠΑλιν λέγομεν ἄλλος ἄνθρωπος ἐπώλησεν κερὶ καντάρια 15 καὶ λίτρες 84 πρὸς ἄσπρα 326 τὸ κάθεν καντάρι πόσον ἔχει νὰ πάρη· πλὴν νὰ εὐγάλη διὰ τάρα 7 λίτρες εἰς ταῖς κάθε 100 ποίησον οὕτως πρῶτον ἀνάλυσον τὰ καντάρια καὶ κάμετα λίτρες, καὶ πρόσθες καὶ ταῖς λίτρες. ἔπειτα εὔγαλε τὴν τάρα, καὶ ὅτι μένη καθάριο τὸ βάλε εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, καὶ ὅτι εὕρη τόσον χρεωστεῖ νὰ πάρη. Τὸ λοιπὸν πολυπλασιάζομεν τὰ 15 καντάρια μὲ ταῖς 176 λίτραις, διὰ νὰ τὰ κάμωμεν λίτραις καὶ γίνονται 2640 προσθέτομεν καὶ ταῖς 84 λίτραις καὶ γίνονται 2724 καὶ αὐτὰ τὰ βάζομεν εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, διὰ νὰ εὐγάλωμεν τὴν τάραν καὶ λέγομεν. ἐὰν εἰς ταῖς 100 λίτραις εὐγάζομεν τάρα 7 τί θέλομεν εὐγάλη εἰς ταῖς 2724 καὶ εὐγαίνει τάρα λίτρες 190 καὶ περισσεύουν καὶ 68 καὶ πέρνομε καὶ διὰ αὐτὰ ἄλλον ἕνα καὶ γίνονται 191 διατὶ εἰς τὴν πραγματείαν ἔχουσιν οἱ πραγματευτάδες τάξιν, καὶ ὅταν εἶναι ὀλιγότερον ἀπὸ μισὴ λίτραν, δὲν τὸ βάζουν εἰς τὸν λογαριασμόν, εἰδὲ καὶ εἶναι περισσότερον τὸ βάζουν διὰ μία. καὶ διὰ τοῦτο ὅταν περνοῦν τὰ 50 πέρνω μίαν λίτραν καὶ ἐγὼ καὶ ὅταν εἶναι ὀλιγότερον ἀπὸ τὰ 50 τὰ ἀφήνω τὸ λοιπὸν εὐγάζομεν ταῖς 191 λίτραις, ἤγουν τὴν τάρα ἀπὸ ταῖς 2724 καὶ μένουν καθάριαις λίτραις 2533 καὶ αὐταῖς ταῖς βάζομεν εἰς τὴν μέθοδον.

θοδον τῶν τριῶν καὶ λέγομεν. ἐὰν αἱ 176 λίτραις ἤγουν τὸ ἕνα καντάρη ἔχει ἄσπρα 326 αἱ 2533 τί θέλουν ἔχει; καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ δεύτερα ψηφία μὲ τὰ τρίτα, καὶ μερίζομεν μὲ τὰ πρῶτα, καὶ εὑγαίνουν ἄσπρα 4691 $\frac{71}{88}$ καὶ αὐτὰ ἔχει νὰ πάρῃ διὰ τὰ 15 καντάρια καὶ 94 λίτραις. ὡσὰν βλέπεις καὶ εὑγῆκαν εἰς τὰ ψηφία.

176
15
880
176
2640
84
2724
191
2533

00
221
06632
82084
461112
828188 | 4691 $\frac{141}{176}$ ἤγουν $\frac{71}{88}$
176666
1777
11

Ἐὰν αἱ 176 —— 326 —— 2533

ἐὰν αἱ 100 — 7 —— 2724
7
190 | 68.

2533
326
15198
5066
7599
825758

Ἕτερος λογαριασμὸς κανταρίων καὶ λιτρῶν. Κεφ. νγ΄.

Ἄνθρωπος τὶς ἐγόρασεν ἐλαίαις καντάρια 12 καὶ λίτραις 70 πρὸς ἄσπρα 87 τὸ κάθεν καντάριν καὶ ἂν θέλῃς νὰ εὕρῃς τί χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ; ποίησον οὕτως πρῶτον πολυπλασίασον τὰ καντάρια μὲ τὴν τιμήν. καὶ ὅτι εὑγῆ αὐτὸ χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ, διὰ τὰ καντάρια, ἔπειτα βάλε καὶ ταῖς λίτραις εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, καὶ ὅτι εὑγῆ αὐτὸ χρεωστεῖ διὰ ταῖς λίτραις. ἔπειτα σμάρισε τὴν τιμὴν τῶν κανταρίων καὶ τῶν λιτρῶν, καὶ ὅτι εὑγῆ αὐτὸ χρεωστεῖ. Τὸ λοιπὸν πολυπλασιάζομεν τὰ 12 καντάρια μὲ τὴν τιμήν, ἤγουν τὰ 87 ἄσπρα, καὶ γίνονται 1044 καὶ αὐτὰ εἶναι ἡ τιμὴ τῶν κανταρίων ἔπειτα βάζομεν ταῖς 70 λίτραις εἰς τὴν μέθοδον καὶ λέγομεν. ἐὰν αἱ 176 λίτραις, ἤγουν τὸ ἕνα καντάρην, ἀξίζουν ἄσπρα 87 αἱ 70 λίτραις, πόσα ἄσπρα ἤθελαν ἀξίζειν. καὶ εὑγαίνουν ἄσπρα 34 $\frac{53}{88}$ καὶ γίνονται 1078 $\frac{53}{88}$ καὶ αὐτὰ εἶναι ἡ τιμὴ τῶν κανταρίων, καὶ τῶν λιτρῶν. Παράδειγμα, η.

87
12
174
87
1044
34
1078

ἐὰν αἱ 176 —— 87 —— 70
70
6090

1
40
038
3616
6090 | 34 $\frac{53}{88}$
1766
177

Θετίον λέγομεν εἷς ἄνθρωπος ἠγόρασεν μίαν καρτζίαν διὰ φλωρία $17\frac{1}{2}$ καὶ ἡ καρτζία ἐβγῆκεν πῆχες $28\frac{1}{4}$ ἀκόμι ἔλαβεν εἰς αὐτὴν τὴν τιμὴν

Παράδειγμα, α΄.

πῆχες $15\frac{5}{8}$ τί χρεώστει νὰ πληρώσῃ. Ποίησον ὥσπερ ὥρισε τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους, καὶ τὰ βάλε εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν καὶ εἰπέ, ἐὰν οἱ $28\frac{1}{4}$ μὲ ἔδωσαν φλωρία $17\frac{1}{2}$ αἱ $15\frac{5}{8}$ τί θέλουν μὲ δώσειν ἔπειτα ἄρχισε καὶ πολυπλασίασον τὰ 28 μὲ τὴν ῥίζαν τους, ἤγουν τὰ 4 καὶ γίνονται 112 πρόσθες δὲ καὶ τὴν κορυφήν τους τὸ ἕνα, καὶ γίνονται 113 καὶ αὐτὰ εἶναι τέταρτα, καὶ βάλε πάλιν ὑποκάτω τὴν ῥίζαν τους, καὶ πάλιν πολυπλασίασον τὰ 17 μὲ τὴν ῥίζαν τους, ἤγουν τὰ 2 καὶ γίνονται 34 καὶ ἕνα ἡ κορυφὴ γίνονται 35 καὶ αὐτὰ πάλιν λογίζονται μισά, καὶ βάλε πάλιν καὶ εἰς αὐτὰ ὑποκάτω τὴν ῥίζαν τους καὶ πάλιν πολυπλασίασον καὶ τὰ 15 μὲ τὴν ῥίζαν τους, ἤγουν μὲ τὰ 8 ὄγδοα καὶ γίνονται 120 καὶ 5 ἡ κορυφὴ γίνονται 125 καὶ αὐτὰ λογίζονται ὄγδοα. καὶ βάλε πάλιν καὶ εἰς αὐτὰ τὴν ῥίζαν τους. ἔπειτα πολυπλασίασε τὰ δεύτερα ψηφία μὲ τὰ τρίτα ἤγουν τὰ 125 μὲ τὰ 35 καὶ γίνονται 4375 ἔπαρε δὲ καὶ τὴν ῥίζαν τοῦ μερισμοῦ καὶ πολυπλασίασε τὰ αὐτὰ ψηφία, ἤγουν ταῖς 4375 καὶ γίνονται 17500 καὶ τόσον ἔγινεν ὁ μεριζόμενος ποσός ἔπειτα ἔπαρε τὰς ἄλλαις δύο ῥίζαις, τῶν δευτέρων ψηφίων καὶ τῶν τρίτων ἤγουν τὰ 2 καὶ τὰ 8 καὶ τὰ πολυπλασίασε καὶ γίνονται 16 καὶ μὲ αὐτὰ τὰ 16 πολυπλασίασε τὰ πρῶτα ψηφία, ἤγουν τὸν μερισμὸν τὰ 113 καὶ γίνονται 1808 μέρισε γοῦν τὰ 17500 μὲ τὰ 1808 καὶ εἶτι εὔγει τόσον χρεωστεῖ, νὰ πληρώσῃ διὰ τὰ ἄνωθεν πῆχες $15\frac{5}{8}$ ὡσὰν βλέπεις καὶ ἐβγῆκαν εἰς τὰ ψηφία. φλωρία 9 καὶ ἔμειναν καὶ $\frac{1228}{1808}$ καὶ αὐτὰ ἔγιναν ἄσπρα 40 φόλες 30 $\frac{165}{1808}$ ἤγουν $\frac{165}{1808}$ τῆς φόλας.

πῆχες φλουρία πῆχες
Ἐὰν τὰ $28\frac{1}{4}$ — $17\frac{1}{2}$ —— $15\frac{5}{8}$

$\frac{113}{4}$	$\frac{35}{2}$	$\frac{125}{8}$
113		125
16		35
678		625
113		375
1808 ὁ μερισ.		4375
		4
ὁ μεριζόμενος		17500

12
08128 | φλουρία
17500 | 9 1228
1808 | 60
73680

0
2136
73680 | ἄσπρα
18088 | 40
180

1360 0
40 20X6 | φόλες.
54400 54400 | 30
18088
180

Παλιν

Πάλιν λέγομεν 17 πῆχες πανὶ, ἔχουν ἄσπρα 49 $\frac{1}{2}$ ἀμὴ πῆχες 8 $\frac{1}{4}$ πό-σα ἄσπρα ἤθελαν ἔχει βάζομεν καὶ αὐτὰ εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν ὡς τὰ βλέπεις εἰς τά. Ἐὰν αἱ 17 — 49 $\frac{1}{2}$ — 8 $\frac{1}{4}$ Παράδειγ-μα, β.

ψηφία, καὶ σύγῆ-καν ἄσπρα 24 φόλες, ο $\frac{120}{136}$ ἤγουν $\frac{15}{17}$ ὡς τὰ βλέπεις εἰς τὰ ψηφία.

$\frac{17}{1}$ $\frac{99}{2}$ — 33 — 4

17   99
8   33
136 ὁ μερισής. 297
297

ὁ μεριζόμενος. 3267

0
$\cancel{1}\cancel{0}$
$0\cancel{2}\cancel{8}$
$\cancel{1}\cancel{6}\cancel{8}3$ | ἄσπρα
$\cancel{3}\cancel{6}\cancel{4}\cancel{7}$ | 24
$\cancel{1}\cancel{3}\cancel{6}\cancel{6}$
$\cancel{3}\cancel{3}$

40   120
3
120   136

Καὶ πάλιν ἐὰν αἱ 15 $\frac{1}{2}$ λίτραις μᾶς ἔδωσαν ἄσπρα 25 αἱ 9 $\frac{2}{3}$ λίτρες τί θέ-λουν μᾶς δώσουν. σύγῆκαν εἰς τὰ ψηφία ἄσπρα 15 φόλε, 19 $\frac{55}{93}$ Παράδειγ-μα, γ.

λίτραις ἄσπρα λίτραις
ἐὰν αἱ 15 $\frac{1}{2}$ — 25 — 9 $\frac{2}{3}$

$\frac{31}{2}$ $\frac{25}{1}$ — 29 — 3

31   29
3   25
93. ὁ μερισής. 145
58
725
2
ὁ μεριζόμενος. 1450

5
$0\cancel{6}$
$0\cancel{8}\cancel{1}\cancel{8}$
$\cancel{1}\cancel{4}\cancel{8}\cancel{0}$ | ἄσπρα
$\cancel{9}\cancel{3}\cancel{3}$ | 15 $\frac{55}{93}$
$\cancel{9}$

30
$\cancel{8}\cancel{6}$
$0\cancel{9}\cancel{1}\cancel{8}$ | φόλες.
$\cancel{1}\cancel{8}\cancel{0}\cancel{0}$ | 19 $\frac{33}{93}$
$\cancel{9}\cancel{3}\cancel{3}$
$\cancel{9}$

45
40
1800

Καὶ πάλιν λέγομεν, ἐὰν τὰ καντάρια 16 $\frac{1}{3}$ μᾶς ἔδωσαν φλ. 17 $\frac{1}{4}$ τί θέλουν μᾶς δώσουν τὰ καντά. 10 ἤθελαν μᾶς δώσουν φλ. 10 ἄσπρ. 33 φόλ. 26 $\frac{44}{49}$ Παράδειγ-μα, δ.

καντάρια. φλω. καντά.
ἐὰν τὰ 16 $\frac{1}{3}$ — 17 $\frac{1}{4}$ 10

$\frac{49}{3}$ $\frac{69}{4}$ — 10 — 1

49   69
4   10
196 ὁ μερισ. 690
3
ὁ μεριζόμενος. 2070

0
$\cancel{1}11$ | φλω.
$\cancel{2}\cancel{0}\cancel{7}\cancel{0}$ | 10
$\cancel{1}\cancel{9}\cancel{6}\cancel{6}$
$\cancel{1}\cancel{9}$

110   132
60   40
6600   5280

1
$\cancel{4}3$
$0\cancel{7}\cancel{8}$
$\cancel{1}\cancel{9}\cancel{2}2$ | ἄσπρα
$\cancel{6}\cancel{6}\cancel{0}\cancel{0}$ | 33
$\cancel{1}\cancel{9}\cancel{6}\cancel{6}$
$\cancel{1}\cancel{9}$

1
$\cancel{1}$
$0\cancel{7}8$
$\cancel{1}\cancel{3}\cancel{2}$
$\cancel{3}\cancel{2}\cancel{6}4$ | φόλες.
$\cancel{5}\cancel{2}\cancel{8}\cancel{0}$ | 26 $\frac{44}{49}$
$\cancel{1}\cancel{9}\cancel{6}\cancel{6}$
$\cancel{1}\cancel{9}$

Τοῦτο

Σημείωσαι Τοῦτο ἤξευρε ὅτι ὅταν ἔχῃ ἡ μέθοδος ψηφία ποῦ δὲν ἔχουν τὸ τζάκισμα, βάζε πάντα ὑποκάτω αὐτῶν ἕνα ἀκέραιον διὰ νὰ ὁμολογᾷ ὅτι εἶναι ἀκέραια. ὡσὰν βάζεις, καὶ εἰς τὰ ἄλλα ὧν εἶναι τέταρτα 4 ὧν εἶναι τρίτα 3 ὧν εἶναι πέμπτα 5 καὶ ὅσον εἶναι τὸ τζάκισμα τόσον βάζεις. καὶ οὕτως τὰ βάζε ὡσὰν βλέπεις ἄνωθεν εἰς τὰ $\frac{17}{1}$ καὶ εἰς τὰ $\frac{27}{1}$ εἰς τὰ $\frac{10}{1}$ διὰ νὰ μὴν συγχύζεσαι εἰς τὸν λογαριασμόν. ἔπειτα πολυπλασίαζε ὡσὰν δείχνουν οἱ σταυροὶ καὶ αἱ γραμμαὶ, καὶ μέριζε ὡσὰν ἐδιδάχθης ἄνωθεν καὶ ποτὲ δὲν θέλεις λαθευτῆς.

Μέθοδος τῶν τριῶν ἡ λεγομένη ἀνάπαλι. Κεφ. νδ.

Αὕτη ἡ μέθοδος ἔχει τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν, καὶ λέγεται μέθοδος τῶν τριῶν ἀνάπαλι ἔσοντας ὅτι ἡ μέθοδος τῶν τριῶν πολυπλασιάζει τὰ δεύτερα ψηφία μὲ τὰ τρίτα, καὶ μερίζει μὲ τὰ πρῶτα. ἡ αὐτὴ δὲ ἔχει τὸ ἀνάπαλι, ἤγουν πολυπλασιάζει τὰ πρῶτα ψηφία μὲ τὰ δεύτερα, καὶ μερίζει μὲ τὰ τρίτα. καὶ διὰ τοῦτο ἔχει καὶ αὐτὸ τὸ ὄνομα καὶ λέγεται μέθοδος τῶν τριῶν ἀνάπαλι. εἰς τὴν ὁποίαν μέθοδον κλίνουσιν πολλοὶ λογαριασμοὶ ὑπὸ τοὺς ὁποίους θέλομεν γράψῃ καὶ ἡμεῖς μερικοὺς ὡς παραδείγματα. Θετέον λέγομεν. ὅταν ἐπουλεῖτον τὸ σιτάριν. ἢ τὸ ἀλεύριν, ἄσπρ. 60 τὸ κάθε φορτίον. εἶχεν εἰς τὸ ἄσπρον 550 δράμια ψωμὶ τώρα πουλεῖται τὸ φορτίον ἄσπρ. 45 πόσα δράμια ψωμὶ τυχαίνει νὰ ἔχῃ εἰς τὸ κάθε ἄσπρ. Ποίησον οὕτως στρῶσε τὰ ψηφία, ὡσὰν καὶ εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν καὶ εἰπὲ, ὅταν τὸ φορτίον εἶχεν ἄσπρ. 60 εἶχεν ψωμὶ δράμια 550 εἰς τὸ κάθε ἄσπρ. τώρα πουλεῖται ἄσπρ. 45 πόσα δράμια τυχαίνουν εἰς τὸ ἄσπρο. καὶ πολυπλασίασον τὰ πρῶτα μὲ τὰ δεύτερα, καὶ μέρισε μὲ τὰ τρίτα, καὶ εἶτι εὕρῃ τόσα δράμια τυχαίνουν εἰς τὸ κάθεν ἄσπρον. πολυπλασιάζομεν γοῦν τὰ πρῶτα ψηφία μὲ τὰ δεύτερα, ἤγουν τὰ 60 μὲ τὰ 550 καὶ γίνονται 33000 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ τρίτα ψηφία, ἤγουν μὲ τὰ 45 καὶ εὑρίσκουν 733 $\frac{1}{3}$ δράμια καὶ τόσον ἐτύχενεν εἰς τὸ κάθεν ἄσπρον.

Παράδειγμα α.

60 —— 550 —— 45 —— 0
60
——
33000

0 1 1
1 2 3
0 8 8 1 5 | δράμια
3 3 0 0 0 | 733 $\frac{1}{3}$
4 5 5 5
4 4

Παράδειγμα, β. Καὶ πάλιν λέγομεν πρῶτα εἶχεν ἡ λίτρα τὸ κρέας ἄσπρα 5 καὶ διὰ τοῦτο ἐπουλεῖτον 18 δράμια εἰς τὸ ἄσπρο. τώρα ἔχει ἡ λίτρα τὸ κρέας ἄσπρα 3 πόσα δράμια τυχαίνει νὰ πουλεῖται εἰς τὸ κάθε ἄσπρο. κάμε καὶ αὐτὴν ὡσὰν βλέπεις εἰς τὰ ψηφία.

5 —— 18 —— 3
5
——
90

00
90 | 30
33

Καὶ